研究論文

精密研削切断における切断面形状の理論解析

＊水野雅裕　＊井山俊郎　＊＊庄司克雄　＊＊＊森由喜男

Numerical Analysis of Cut-off Surface Geometry in Outer-blade Slicing
Masahiro MIZUNO, Toshirou IYAMA, Katsuo SYOJI and Yukio MORI

The elastic deflection of blade is the capital subject of the insufficient cutting accuracy in outer-blade slicing. The blade deflection, caused by the asymmetric wear (observed on the blade cross-section), reaches a steady state in the one-pass cutting process. The authors numerically analyzed the deflection shape in such a steady state, and calculated the cut-off surface geometry. The cut-off surface facing with the inside of a curved blade was concave in a vertical direction. On the contrary, the opposite side surface had good flatness. Using this analysis, we can predict the grinding conditions to keep the cutting accuracy within allowable tolerance.

Key words: Outer-blade slicing, Blade deflection, Asymmetric wear, Cut-out groove, Cutting accuracy

1．緒　言

外周刃ブレードによる精密研削切断では，切断中に生じるブレードの撓みが切断精度に大きな影響を与える．これまで我々は，そうしたブレードの撓みがどのような要因によってもたらされるのか，また，どのようにブレードが撓みながら切断が行われるかなどについて実験を行って調べてきた[1)2)3)]．その結果，切断中のブレードの撓みはブレードの偏摩耗（ブレード外周断面における非対称摩耗）の影響を強く受けることが明らかになった[1)]．さらに実験から，1パスの切断長さが十分長い場合，その切断過程においてブレードの撓み形状は定常状態となる（以下，この状態での切断を定常切断と呼ぶ）ことがわかった[3)]．

本論文では，定常切断時に創成される切断面形状を数値解析し，ブレードの偏摩耗が切断軌道の偏位や切断面の平坦度に与える影響を理論的に明らかにする．

＊岩手大学工学部
＊＊東北大学工学部
＊＊＊宮城県工業技術センター
学会受付日　1992年3月26日

2．　ブレード側面に作用する研削抵抗

2．1　研削抵抗の理論式

切断中のブレードの撓み形状を解析するには，ブレードに作用するすべての研削抵抗を明らかにする必要がある．そのうち，ブレード外周面に作用する研削抵抗については既報[2)]ですでに議論した．ここでは，定常切断時に，ブレード側面に作用する研削抵抗について解析する．

解析に先立って，**図1**のように，砥石軸上のブレード幅中央に原点Oを持つ右手系の直交座標(x, y, z)を導入する．ここで，x, y, zの各軸はそれぞれ，テーブル送り方向の座標軸（テーブル送り方向と反対の方向が正)，テーブル面に垂直な座標軸(砥石軸真下方向が正)，砥石軸方向の座標軸である．さらに，この直交座標と共通のz軸を持つ円柱座標(r, θ, z)を導入する．なお，x, y, r, θの間には，$x=r\cdot\sin\theta$, $y=r\cos\theta$なる関係があるものとする．

いま，**図1**(a)のように，z軸を中心軸とする円筒面とz軸を含む平面を用いて，研削に関与しているブレード側面から微小面素ABCDを切り取る．ブレードがz軸の正の方向に撓んで定常切断状態にある場合はz軸負側の側面が研削に関与し[3)]，A, B, C, Dの各点の座標は円柱座標を用いて次のよ

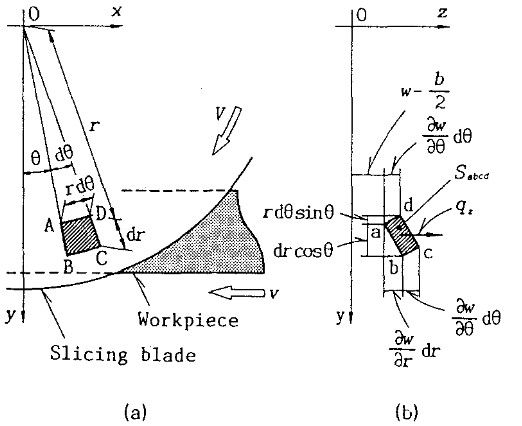

Fig.1 (a) Element ABCD on the blade side
(b) Orthographic projection abcd of the element ABCD onto the yz plane

うに表せる.

$$\left.\begin{array}{l} A(r\ ,\ \theta\ ,\ w_A-b/2) \\ B(r+dr,\ \theta\ ,\ w_B-b/2) \\ C(r+dr,\ \theta+d\theta,\ w_C-b/2) \\ D(r\ ,\ \theta+d\theta,\ w_D-b/2) \end{array}\right\} \quad (1)$$

ここで, bはブレードのダイヤ層の厚さである. また, w_A, w_B, w_C, w_Dはそれぞれ, A, B, C, Dの各点におけるブレードの撓みである. ブレードの撓みを関数$w(r, \theta)$で表し, その2次以上の微小項を無視することにすれば, これらの撓みは次式のように表せる.

$$\left.\begin{array}{l} w_A=w \\ w_B=w+\dfrac{\partial w}{\partial r}dr \\ w_C=w+\dfrac{\partial w}{\partial r}dr+\dfrac{\partial w}{\partial \theta}d\theta \\ w_D=w+\dfrac{\partial w}{\partial \theta}d\theta \end{array}\right\} \quad (2)$$

yz平面に対する微小面素ABCDの正射影abcd (図1 (b)) が近似的に平行四辺形であると考え, (1), (2)式からその面積S_{abcd}を求めると次式のようになる.

$$S_{abcd}=\left(r\sin\theta\frac{\partial w}{\partial r}+\cos\theta\frac{\partial w}{\partial \theta}\right)drd\theta \quad (3)$$

S_{abcd}とテーブル送り速度vとの積が, 定常切断時の単位時間に微小面素ABCDによって除去される工作物の体積V_{ABCD}である. V_{ABCD}を, その切削に関与する砥粒切れ刃数$2jV(r/D)dr$と切削長さ$rd\theta$で割ることによって, 砥粒切れ刃1個当りの平均切削断面積$\bar{S}_c$が得られ, 次式のようになる.

$$\bar{S}_c=\frac{Dv}{2jV}\left(\frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\cos\theta}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) \quad (4)$$

ここで, jはブレード側面の単位面積当りの有効切れ刃数, Vはブレード周速, Dはブレード径を表す.

いま砥粒切れ刃を, ブレード側面に垂直な軸を持つ先端角$2\bar{\gamma}_s$の円錐形と仮定する. そして, 切削中の砥粒切れ刃前縁における被削材の盛り上がりを考慮した平均の砥粒切削断面積[4]を$C'\bar{S}_c$, 砥粒切込み深さを$\bar{g}$とすると次式が成り立つ.

$$\bar{g}^2\tan\bar{\gamma}_s=C'\bar{S}_c \quad (5)$$

ところで, 砥粒切れ刃の母面に作用する面圧力pに対して, 円錐軸に垂直な面上で面圧力に垂直に$\mu_s'p$ (μ_s'は摩擦係数) が働くとすると, 1個の砥粒に働く切削分力$\bar{t}_s$と背分力$\bar{n}_s$は次式で与えられる[5].

$$\bar{t}_s=(1+\mu_s'\sec\bar{\gamma}_s)\ p\bar{g}^2\ \tan\bar{\gamma}_s \quad (6)$$

$$\bar{n}_s=\frac{\pi}{2}p\bar{g}^2\tan^2\bar{\gamma}_s \quad (7)$$

(6), (7)式を(4), (5)式を使って書き直すと次式のようになる.

$$\bar{t}_s=C'\cdot p\frac{Dv}{2jV}(1+\mu_s'\sec\bar{\gamma}_s)\cdot\left(\frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\cos\theta}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) \quad (8)$$

$$\bar{n}_s=C'\cdot p\frac{\pi Dv}{4jV}\tan\bar{\gamma}_s\cdot\left(\frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\cos\theta}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) \quad (9)$$

ここで$C'\cdot p$はブレード側面における掘り起こし成分の比研削抵抗を表す.

微小面素ABCD周りの単位面積に作用する研削抵抗の切削分力は$j\bar{t}_s$, 背分力は$j\bar{n}_s$である. したがって, そのx, y, z方向の各分力をそれぞれq_x, q_y, q_zとすると次のようになる.

$$q_x=j\bar{t}_s\cos\theta=C'\cdot p\frac{Dv}{2V}(1+\mu_s'\sec\bar{\gamma}_s)\cdot\left(\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\cos^2\theta}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) \quad (10)$$

$$q_y=-j\bar{t}_s\sin\theta=-C'\cdot p\frac{Dv}{2V}(1+\mu_s'\sec\bar{\gamma}_s)\cdot\left(\frac{\sin^2\theta}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\partial w}{\partial \theta}\right) \quad (11)$$

$$q_z = j\bar{n}_s$$
$$= C'\cdot p\frac{\pi Dv}{4V}\tan\bar{\gamma}_s$$
$$\cdot\left(\frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial w}{\partial r}+\frac{\cos\theta}{r^2}\frac{\partial w}{\partial\theta}\right) \quad (12)$$

(10)，(11)，(12)式をブレード側面の研削作用領域Ωで積分し，さらに符号を反転すれば，工作物がブレード側面から受ける研削抵抗の3分力F_{sx}，F_{sy}，F_{sz}が得られ，次式のようになる．

$$F_{sx} = -C'\cdot p\frac{Dv}{2V}D_x\ (1+\mu_s'\sec\bar{\gamma}_s) \quad (13)$$

$$F_{sy} = C'\cdot p\frac{Dv}{2V}D_y\ (1+\mu_s'\sec\bar{\gamma}_s) \quad (14)$$

$$F_{sz} = -C'\cdot p\frac{\pi Dv}{4V}D_z\tan\bar{\gamma}_s \quad (15)$$

ここで

$$D_x = \iint_\Omega \frac{y}{x^2+y^2}\frac{\partial w}{\partial x}dxdy \quad (16)$$

$$D_y = \iint_\Omega \frac{x}{x^2+y^2}\frac{\partial w}{\partial x}dxdy \quad (17)$$

$$D_z = \iint_\Omega \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{\partial w}{\partial x}dxdy \quad (18)$$

であり，これらはいずれもブレードの撓み形状から求まる値である．

2．2 実験による理論式の検証

いま導出した理論式のうち，ブレードの撓み形状を解析する上で最も重要なのは(12)式である．しかし，(12)式の妥当性を直接検証することは困難であるため，(15)式を検証することによって間接的に(12)式を検証することにした．

実験では，切断中にブレードがz軸の負の方向に撓むよう，ブレード外周面に故意にテーパをつけて切断を行い，このときのD_zとF_{sz}の関係を調べた．

D_zは次の手順で測定した．切断を開始してからのテーブル送り量が約75mmに達したとき，切断が定常切断状態にあることを研削抵抗のz方向分力F_zの変化から確かめ，それと同時にテーブル送りを急停止し，砥石軸を瞬時に上昇させた．このとき得られたz軸正側の切断面形状が定常切断時におけるブレードの撓み形状を近似的に表しているものと考え，その3次元形状からD_zを算出した[3]．

また，F_{sz}は次の方法で測定した．切断時に測定される研削抵抗のz方向分力F_zには，ブレード外周面で発生するz方向分力F_{pz}と，ブレード側面で発生するz方向分力F_{sz}とが混在している．したがってFzからF_{pz}を差し引けばF_{sz}を求めることができる．F_{pz}の測定にあたっては，ブレードが撓まないよう，**図2**のようにブレードと同径のフランジを用い，z軸負側のブレード側面を支持して研削を行った[2]．

Table 1 Grinding conditions

Slicing blade Size	SDC140V75BW6 ϕ125×0.5×ϕ38.1，X＝3
Asymmetric shape factor: K_f	-0.163(-0.058，-0.114)mm
Radial projection of blade from flange: ψ	10(9，12.5)mm
Blade peripheral speed: V	1500m/min
Table speed: v	40(20，60，80)mm/min
Cutting mode	Down cut
Depth of cut: $\triangle$	6mm
Workpiece Length Thickness Grinding fluid	Ferrite 75mm 5mm Water soluble type

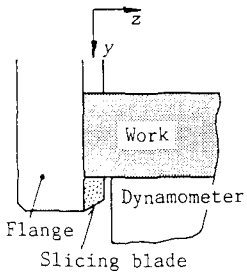

Fig.2 Grinding method for the measurement of the grinding force component F_{pz}

検証実験における研削条件を**表1**に示す．実験によるブレード作用面の変化をできるだけ少なくするため，工作物には比較的研削し易いフェライトを選んだ．また，表中の偏摩耗形状係数K_fは偏摩耗の大きさを表す値であり，ここではブレード外周面のテーパの大きさを表している．

(15)式のF_{sz}とD_zの関係を検証するには，その他のパラメータに影響を与えないでF_{sz}とD_zだけを変化させなければならない．そのためにはK_fを変えるか，フランジからのブレード突き出し量ψを変えてブレードのz方向のコンプライアンスを変化させればよい．このようにして得られたD_zとF_{sz}との関係を**図3**に示す．F_{sz}はD_zに対して明ら

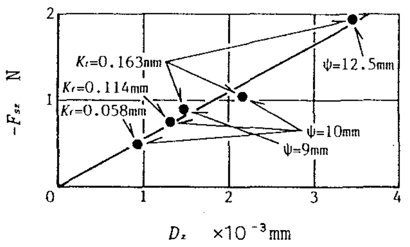

Fig.3 Relation between the value D_z and the grinding force component F_{sz}

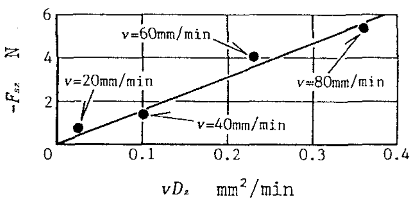

Fig.4 Relation between the value vD_z and the grinding force component F_{sz}

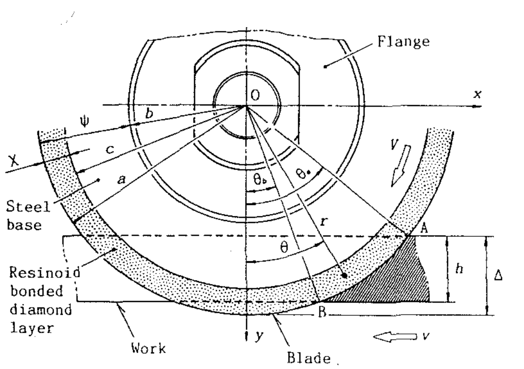

Fig.5 Arrangement of a blade and a work-place

かに比例しており，(15)式とよく一致している．

次にテーブル送り速度vを変数にして切断を行った．vを変化させるとそれに伴ってD_zも変化する．したがって，**図4**ではvD_zを横軸にとってF_{sz}をプロットした．F_{sz}はvD_zにほぼ比例しており，この結果もまた(15)式と一致している．

以上の実験結果から，(15)式がほぼ妥当であることが確かめられた．

3． 切断面形状の数値解析

3．1 ブレードの撓み曲面の微分方程式と境界条件

これまで解析してきた研削抵抗の他に，ブレードには体積力も作用する．しかし，一般的な精密研削切断におけるブレードの支持条件や切断条件などを考慮すると，ブレードの撓みに与える体積力の影響は，研削抵抗の影響と比較して極めて小さい[6)7)]．したがって，本解析では体積力の影響は無視することにした．

いま，**図5**のように，半径bのフランジで支持された半径aのブレードを考える．このブレードは，r=cの円筒面を境として，その外側が厚さt_aのダイヤ層，内側が厚さt_bのスチール製の台金であるとする．c≦r≦aとb≦r≦cの各円環領域におけるブレードの撓みを，それぞれ関数$w_a(r, \theta)$と関数$w_b(r, \theta)$で表すことにすれば，ブレードの撓み曲面の微分方程式は次のようになる．

$$\left.\begin{aligned} \nabla^4 w_a(r,\theta) &= \begin{cases} q_z/D_a \cdots & (\text{領域}\Omega) \\ 0 \quad\cdots & (\Omega\text{以外の領域}) \\ & (c \leqq r \leqq a) \end{cases} \\ \nabla^4 w_b(r,\theta) &= 0 \qquad\qquad (b \leqq r \leqq c) \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

ここで，▽はラプラスの演算子であり，D_aはダイヤ層の曲げ剛さを表している．

次に境界条件を考える．ブレードは半径bのフランジによって支持されているので，r=bでのブレードの撓みおよび撓み角はゼロである．したがって

$$(w_b)_{r=b} = 0, \left(\frac{\partial w_b}{\partial r}\right)_{r=b} = 0 \tag{20}$$

である．ブレード台金とダイヤ層との境界では，ブレードの撓み，撓み角，半径方向の曲げモーメント(M_{br}…ブレード台金側，M_{ar}…ダイヤ層側)およびせん断力(Q_{br}…ブレード台金側，Q_{ar}…ダイヤ層側）は連続であるから

$$\left.\begin{aligned} (w_b)_{r=c} &= (w_a)_{r=c} \\ \left(\frac{\partial w_b}{\partial r}\right)_{r=c} &= \left(\frac{\partial w_a}{\partial r}\right)_{r=c} \\ (M_{br})_{r=c} &= (M_{ar})_{r=c} \\ (Q_{br})_{r=c} &= (Q_{ar})_{r=c} \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

である．ブレード外周では，半径方向の曲げモーメントM_{ar}はゼロであるから

$$(M_{ar})_{r=a} = 0 \tag{22}$$

また，半径方向のせん断力Q_{ar}と半径方向に対して垂直な断面でのねじりモーメントM_{art}との間には次の関係がなければならない[8)]．

$$
\left(Q_{ar}-\frac{\partial M_{art}}{r\partial\theta}\right)_{r=a}
=\begin{cases} f_z\cdots\ (\text{接触弧AB部}) \\ 0\ \cdots\ (\text{AB以外のブレード外周部}) \end{cases}
\tag{23}
$$

ここでf_zは，ブレード外周面の円周方向の単位長さに作用する研削抵抗のz方向分力である．砥粒切れ刃を，ブレード外周面に垂直な軸を持つ円錐形と仮定すると，f_zは次式で表される[2]．

$$
f_z=C\cdot p\frac{\pi v}{2V}K_f\tan\bar{\gamma}_p\sin\theta \tag{24}
$$

式中の$\bar{\gamma}_p$はブレード外周面における平均的な砥粒先端半頂角であり，C•pはブレード外周面における掘り起こし成分の比研削抵抗を表している．厳密に考えると，ブレードが撓めばf_zは変化する．しかし，実際の切断におけるその変化は微小であると考えられるので無視することにした．

3．2　数値解析方法

ところで，本問題を解析的に解くことは困難である．そこで，次のような数値解析的手法を用いた．

① **図6**のように，砥石軸を中心とする円弧と半径でブレード側面の研削作用領域を微小要素に分割する．

② $q_z=0$とおいた微分方程式(19)を，境界条件(20)～(23)のもとで解析的に解き，各要素の4辺の中点$P_{n,m}$，$P_{n-1,m}$，$Q_{n,m}$，$Q_{n,m-1}$におけるブレードの撓みを求める．

③ ②の結果と(12)式を使って各要素に作用する研削抵抗のz方向分力$p_{n,m}$を算出する．

④ $p_{n,m}$が要素の中央$G_{n,m}$に点荷重として作用したときのブレードの撓み形状（各要素の4辺の中点におけるブレードの撓み）を求める．

⑤ 重ね合わせの原理を利用して②の結果と④で求めた全ての結果を重ね合わせる．

⑥ ⑤の結果と(12)式を使って$p_{n,m}$を算出する．

⑦ 以下，ブレードの撓み形状が収束するまで④，⑤，⑥を繰り返す．

3．2　切断面形状の解析結果

算出したブレードの撓み形状をyz平面へ正射影することにより，定常切断時に創成される切断面形状を求めた．既報[3]の実験条件を基にして設定した標準計算条件を**表2**に示す．K_fは，ブレードがz軸の負の方向に撓むように与えた．

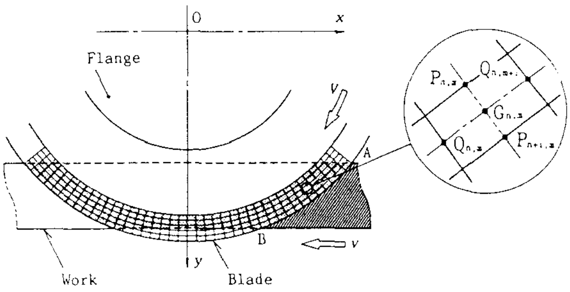

Fig.6　Numerical analysis method

Table 2　Standard calculating conditions

Slicing blade	SDC140V75BW6
Size	ϕ125×0.5×ϕ38.1, X=3
Thickness of steel base: t_a	0.4mm
Elastic moduli	
Resinoid bonded diamond layer	
Young's modulus	2.8×10^{4}N/mm^2
Poisson's ratio	0.25
Steel base	
Young's modulus	2.1×10^{5}N/mm^2
Poisson's ratio	0.3
Tangents of grain tip half angles: $\tan\bar{\gamma}_p$,$\tan\bar{\gamma}_s$	30, 60
Asymmetric shape factor: K_f	-0.16mm
Radial projection of blade from flange:ψ	10mm
Blade peripheral speed:V	1500m/min
Table speed:v	40mm/min
Depth of cut:Δ	6 mm
Workpiece	Ferrite
Thickness	5 mm
Specific grinding force:	
C•p	2400N/mm^2
C'•p	4500N/mm^2

図7，8，9はそれぞれ，K_f，速度比v/V，フランジからのブレードの突き出し量ψが切断面形状に与える影響を調べた結果である．図では理想切断面を二点鎖線で表している．いずれの場合も，変数が大きくなるほどz軸負側の切断面形状が凹形になり，カーフロスが増加している．一方，z軸正側の切断面は比較的精度の高い切断面になっている．これらの結果は定量的にも既報[3]の実験結果とよく一致している．

この他，数値解析により，切込み深さ△は切断精度にほとんど影響を与えないこと，ブレードの厚さが切断精度に与える影響はψと同様に大きい

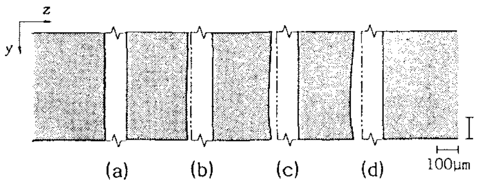

Fig.7 Effect of the asymmetric shape factor K_f onto the cross-sectional shape of the cut-out groove
(a) $K_f=-0.01$mm (c) $K_f=-0.11$mm
(b) $K_f=-0.06$mm (d) $K_f=-0.16$mm

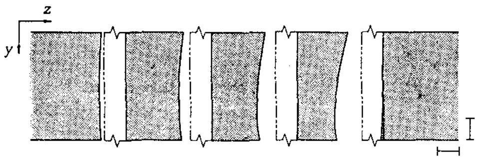

Fig.8 Effect of the speed ratio v/V onto the cross-sectional geometry of the cut-out groove
(a) $v/V=1.33\times10^{-5}$ (c) $v/V=4.00\times10^{-5}$
(b) $v/V=2.67\times10^{-5}$ (d) $v/V=5.33\times10^{-5}$

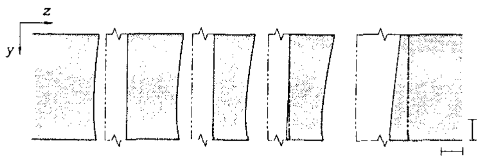

Fig.9 Effect of the blade projection from the flange ψ onto the cross-sectional geometry of the cut-out groove
(a) $\psi=10.0$mm (c) $\psi=12.5$mm
(b) $\psi=11.0$mm (d) $\psi=17.5$mm

こと，ダイヤ層の半径方向の深さχやブレード側面の切れ味もまた切断面形状に影響を与えることなどが明らかになった．

5. 結 言

切断中に生じるブレードの撓みの主要因は，ブレードの偏摩耗（ブレード外周断面における非対称摩耗）である．ブレードが偏摩耗を有し，さらに１パスの切断長さが十分長い場合，切断過程においてブレードの撓み形状は定常状態となる．本報では，このとき創成される切断面形状を数値解析し，偏摩耗が切断精度に与える影響を理論的に明らかにした．結果を要約すると次のようになる．

(1) 湾曲したブレードの内側に創成される切断面は，垂直方向に対して凹状になるが，その外側に創成される切断面は，精度の高い切断面になる．

(2) カーフロスは主に湾曲したブレードの内側において発生し，偏摩耗形状係数K_f，速度比v／V(vはテーブル送り速度，Vはブレード周速)，フランジからのブレードの突き出し量ψ，ダイヤ層の半径方向の厚さχなどの増加，またブレードの厚さtの減少に伴って大きくなる．特に，ψとtの影響が大きい．

(3) 切込み深さが切断精度に与える影響は小さい．

(4) ブレード側面の研削性能が低下すると切断精度も低下する．

6. 謝 辞

本研究を行うにあたって，実験装置等の面で宮城県工業技術センターから多大なる協力を得た．また実験に使用したダイヤモンド砥石はノリタケダイヤ(株)から，さらに，フェライトは(株)東光製作所から御提供いただいた．併せてここに深甚なる謝意を表する．

参 考 文 献

1) 庄司克雄，水野雅裕：薄形外周刃砥石による精密研削切断に関する研究（第２報），砥石の曲げ変形について，精密工学会誌，55-10(1989)1886.
2) 庄司克雄，水野雅裕，井山俊郎，森由喜男：薄形外周刃砥石による精密研削切断に関する研究(第３報)，研削抵抗の理論式について，精密工学会誌，56-8(1990).
3) 水野雅裕，庄司克雄，井山俊郎，森由喜男：精密研削切断における切断面の創成について，精密工学会誌，58-1(1992).
4) 松井正己，庄司克雄：研削砥石の減耗状態の評価法，精密機械，35-4(1969)235.
5) 松井正己，庄司克雄：統計的手法による研削機構の考察（第４報）同時研削砥粒切れ刃数と比研削抵抗，精密機械，39-5(1973)535.
6) 庄司，水野：1988年度精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集(1988)693.
7) 長南，三上，石川：日本機械学会論文集，52，478，C編(1986).
8) S.Timoshenko and S.Woinowsky-Krieger：Theory of Plates and Shells, Second Edition, McGraw-Hill, (1970)292.