計測自動制御学会東北支部 第 272 回研究集会 (2012.5.30)
資料番号 272-14

区分的２次リアプノフ関数を用いた高次線形リセットシステムの安定解析

Stability analysis of high order linear reset system by piecewise quadratic Lyapunov function

○日出 俊吾（岩手大・院），佐藤 淳（岩手大）

○ Shungo Hinode, Atsushi Satoh,

岩手大学

Iwate University

キーワード： リセットシステム (Reset System) $\mathcal{L}_2$ ゲイン ($\mathcal{L}_2$ Gain),
区分的２次リアプノフ関数 (Piecewise Quadratic Lyapunov Function),

連絡先： 〒 020-8551　岩手県盛岡市上田 4-3-5 岩手大学大学院工学研究科機械システム工学専攻　佐藤研究室
佐藤 淳，Tel: (019)621-6404，E-mail: satsushi@iwate-u.ac.jp

1.　緒言

リセットコントローラは、線形な制御系にリセット動作という非線形な特性を追加することで、線形制御系の扱いやすさを失わずに優れた性能を得る事を目的として考案されたものである。リセットコントローラの代表的な例として、線形積分器にリセットを加えた Clegg Integrator が知られている。最近の研究では、リセットの導入によるロバスト安定性の向上が注目されている。

リセットシステムはハイブリッドシステムの一種であり、非線形なダイナミクスを持つことから、安定解析や $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析を行う際に 2 次のリアプノフ関数を考えるだけでは保守的な結果を得ることが多い。そのため状態空間をいくつかの領域に分割し、領域ごとに異なる 2 次リアプノフ関数を連結した区分的 2 次リアプノフ関数を利用することが提案され、参考文献 [1] では不安定な FORE（一次リセット要素）をコントローラとした閉ループリセットシステムの $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析において保守性の低減が示されている。

既存のリセットシステムの解析は Clegg Integrator や FORE のような特定のリセット条件に従うフィードバックシステムにほぼ限定されているおり、リセットの発生は基本的にシステムの状態ベクトルの中の２つの状態のみに依存する場合が議論されてきた。しかし一般のリセットシステムはより多くの状態に依存したリセット発生条件を持つため、そのようなシステムに対しても適用可能な区分的 2 次リアプノフ関数を用いた解析手法を提案することは有意義である。

そこで本研究では一般のリセット発生条件を持つシステムの解析に先立ち、状態ベクトルの

中の 3 つの状態に依存したリセット発生条件を持つという意味で高次のリセットシステムに対して、区分的 2 次リアプノフ関数を用いた安定解析の手法を提案する。

なお紙面等の制約のため、本発表では特定の 3 次リセット行列を持つシステムに限定し、区分的リアプノフ関数を利用するための状態空間分割及び、これに基づく $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析のための LMI 問題の導出を行う。

2. 準備

次のようなハイブリッドシステムについて考える。

$$
\begin{cases} \dot{\tau} = 1, \\ \dot{x} = Ax + B_d d + B_r r, \end{cases} \quad \text{if } x \in \mathcal{F} \text{ or } \tau \leqq \rho,
$$
$$
\begin{cases} \tau^+ = 0, \\ x^+ = A_r x, \end{cases} \quad \text{if } x \in \mathcal{J} \text{ and } \tau \geqq \rho, \tag{1}
$$
$$
y = Cx
$$

(1) 式のシステムはリセット可能な状態 x_r、リセット不可能な状態 x_p をもち、$x = [{x_p}^T \; {x_r}^T]^T$ とする。

リセットシステムでは状態 x が状態空間内のある領域に存在する時に、状態が不連続に遷移する「リセット」が発生するものとする。リセットが発生し得る領域を $\mathcal{J}$:「ジャンプセット」、発生しない領域を $\mathcal{F}$:「フローセット」という。また、これらの領域は共通の境界を持ち、状態空間を 2 分するものとする。M は $\mathcal{J}$、$\mathcal{F}$ を決める対称行列であり、リセット行列と呼ぶ。たとえば Clegg Integrator 型のリセット行列を考える場合、リセットに関係する 2 つの状態を $y_r := C_r x \in \mathbb{R}^2$ とおけば

$$
M = C_r^T \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} C_r \tag{2}
$$

と決まる。

$$
\mathcal{F} := \left\{ x^T M x \geqq 0 \right\}, \; \mathcal{J} := \left\{ x^T M x \leqq 0 \right\}, \tag{3}
$$

と定義する。

またリセット発生時刻を t_r とおけば、リセット直後の状態 $x^+(t_r) := \lim_{t \to t_r + 0} x(t)$ はジャンプ行列 A_r によって決まる。一般に

$$
A_r = \begin{bmatrix} I & 0 \\ R_1 & R_2 \end{bmatrix}, \tag{4}
$$

なる構造を持つ。

また (1) 式中の状態 τ を持つ付加的なシステムは、有限な時刻においてリセット回数が発散する「ゼノ解」を排除するため、リセット発生後に一定の時間 ρ が経過していなければ次のリセットが発生しないようにするために導入されている。この手法は「テンポラルレギュラリゼーション」と呼ばれている。

2.1 区分的二次リアプノフ関数を用いた $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析

参考文献 [2)] において、2 次のリセット行列を持つシステムに対する $\mathcal{L}_2$ 性能解析のための LMI（線形マトリクス不等式）条件が提案されている。

リセットシステム (1) 式について考える。(A, C_r) が可観測であり、$C_r = [0 \ldots 0 \quad 1]$ と仮定する。

任意の $N \geqq 2$ と、$0 = \theta_0 < \theta_1 < \cdots < \theta_N = \frac{\pi}{2}$ を満たす $\theta_i, \; i = 0, \ldots, N$ を選び、(例えば $\theta_i = \frac{i}{N}\frac{\pi}{2}$) $\mathcal{F}$ を Fig.1 の $F_i, \; i = 0, \ldots, N$ のようなセクターに区分する。角度ベクトル $\Theta_i \in \mathbb{R}^n$ を次のように定義する。

$$
\Theta_i := [0_{1 \times n-2} \;\; -\sin(\theta_i) \;\; \cos(\theta_i)]^T, \; i = 0, \ldots, N.
$$

θ_i の直交マトリクス $\Theta_{i\perp}$ ($\Theta_{i\perp}^T \Theta_i = 0$) を次のようにとる。

$$
\Theta_{i\perp} = \begin{bmatrix} I_{n-2} & 0 & 0 \\ 0_{n-2} & \cos(\theta_i) & \sin(\theta_i) \end{bmatrix}^T, \; i = 0, \ldots, N.
$$

さらにセクター（扇形）マトリクス $S_i = S_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ を次のように定義する。

$$
S_0 := \Theta_0 \Theta_N^T + \Theta_N \Theta_0^T,
$$
$$
S_i := -(\Theta_i {\Theta_{i-1}}^T + \Theta_{i-1} {\Theta_i}^T), \; i = 1, \ldots, N,
$$

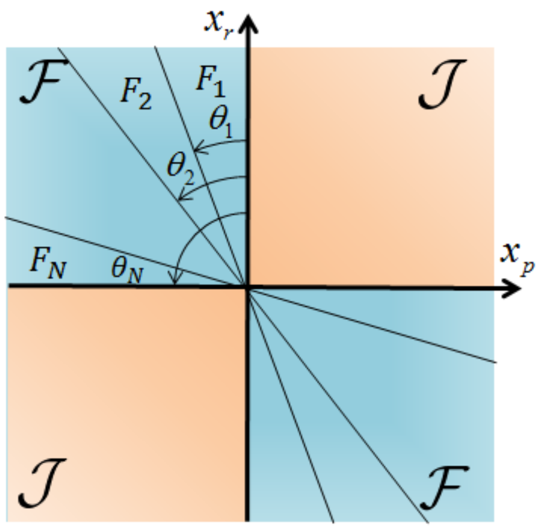

Fig. 1　区分的二次リアプノフ関数

次の線形マトリクス不等式を満たす $P_i = P_i^T > 0,\ \tau_{Fi} \geqq 0,\ i = 1, \ldots, N-1,\ \hat{P} = \hat{P}^T > 0,\ \tau_J \geqq 0,\ \gamma > 0$ が存在するならば、ある $\rho^* > 0$ が存在して任意の $\rho \in (0, \rho^*)$ に関してリセットシステム (1) 式の x ダイナミクスの原点は指数安定であり、w から y までの $\mathcal{L}_2$ ゲインは有限かつ γ 未満となることが示せる。

$$\begin{bmatrix} A^T P_i + P_i A + \tau_{Fi} S_i & P_i B_w & C^T \\ \star & -\gamma I & 0 \\ \star & \star & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 1, \ldots, N, \tag{5a}$$

$$A_r^T \hat{P} A_r - \hat{P} + \tau_J S_0 \leqq 0 \tag{5b}$$

$$\Theta_{i\perp}^T (P_i - P_{i+1}) \Theta_{i\perp} = 0, \quad i = 1, \ldots, N-1, \tag{5c}$$

$$\Theta_{0\perp}^T (P_1 - \hat{P}) \Theta_{0\perp} = 0 \tag{5d}$$

$$\Theta_{N\perp}^T (P_N - \hat{P}) \Theta_{N\perp} = 0 \tag{5e}$$

3.　問題設定

本研究では、(1) 式のシステムからテンポラルレギュラリゼーションを除いた次のリセットシステムについて、区分的二次リアプノフ関数を用いて w から y までの $\mathcal{L}_2$ ゲインの上界を求めるための手法について考える。

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_w w, && \text{if } x \in \mathcal{F} \\ x^+ &= A_r x, && \text{if } x \in \mathcal{J} \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{6}$$

従来結果ではリセット行列 M のサイズは 2×2 に限定されている。本研究では将来的に n 次のリセット行列の場合を考えるのに先立ち、3×3 の場合について考える。

通常リセットシステムでは $rankM \geqq 2, M \ngeqq 0, M \nleqq 0$ の場合に関心がある。また、紙面の制約と説明の簡単のため、以降では $x \in \mathbb{R}^3$ かつ

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

の場合に限定する。

なお

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

の場合も今回と同様の発想で考えることができ、$rankM = 2$ の場合は既存の結果で扱える。

3.1　状態空間区分の定義

・θ_i の定義

フローセット $\mathcal{F}$ の $x_1 - x_2$ 平面での断面について考える。フローセットは $|x_1| \geqq |x_2|$ を満たすセクターとなる。Fig.2 のように x_2 軸の正の部分と、$\mathcal{F}$ 及び $\mathcal{J}$ の境界がなす角を θ とおき、フローセットを N 等分 $(N \geqq 2)$ するような $\theta_i,\ i = 0, \ldots, N,\ \frac{\pi}{4} = \theta_0 < \theta_1 < \cdots < \theta_N = \frac{3}{4}\pi$ を定義する。すなわち、$\theta_i = \frac{i}{N}\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ と表せる。

・ϕ の定義

$\mathcal{F}$ の $x_1 - x_2$ 平面での断面を x_1 軸周りに回転させることを考える。回転角 $\phi = 0$ のとき $x_1 - x_2$ 平面と一致し、右ねじの向きの回転を正とする。$x_1 - x_2$ 平面での断面を $\phi \in [0, \pi]$ に回転して覆

われる領域が $\mathcal{F}$ となる。(Fig.3)

・$\Theta_i(\phi)$ の定義

フローセットの各区分境界面における母線方向ベクトル $\Theta_i(\phi)$ は次のようになる。

$$\Theta_i(\phi)=\begin{bmatrix}\sin(\theta_i)\\ \cos(\theta_i)\cos(\phi)\\ -\cos(\theta_i)\sin(\phi)\end{bmatrix}$$

・$\Theta_i(\phi)_\perp$ の定義

$\Theta_i(\phi)$ に直交する部分空間を張るような線形独立なベクトルを行ベクトルに持つマトリクスを、直交マトリクス $\Theta_i(\phi)_\perp$ とおく。$({\Theta_i(\phi)_\perp}^T\Theta_i(\phi)=0)$

$\Theta_i(\phi)_\perp$ を次のように定義する。

$${\Theta_i(\phi)_\perp}^T=\begin{bmatrix}\cos(\theta_i)\cos(\phi) & -\sin(\theta_i) & 0\\ \cos(\theta_i)\sin(\phi) & 0 & \sin(\theta_i)\end{bmatrix}$$

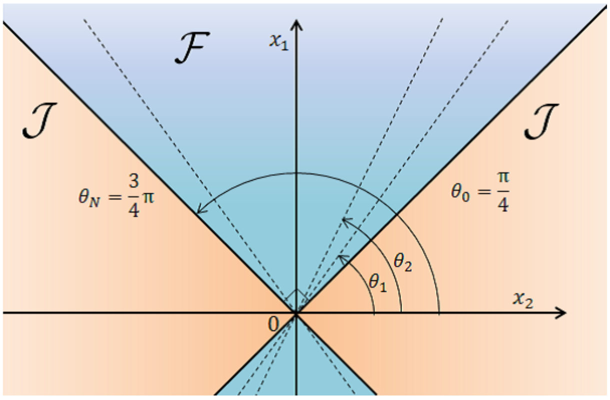

Fig. 2　フローセット $\mathcal{F}$ の x_1-x_2 平面における断面

以上より、$\mathcal{F}$ 内の状態空間区分 $F_i,\ i=0,\ldots,N$ は Fig.4 に示すようになる。

3.2　フロー時のリアプノフ関数の減少条件

Zaccarian et al.[2] の結果に従い、(1) 式のシステムの x の原点が大域的指数安定となることを保証するために状態 x が各 F_i 内をフローする際に $V(x)=x^TP_i(\phi)x$ が厳密に減少すること

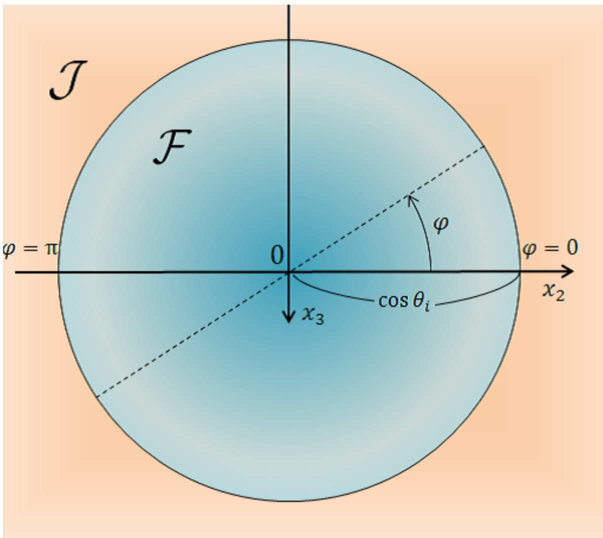

Fig. 3　回転角 ϕ の定義

を保証する必要がある。この条件は次式で与えられる。

$$\begin{gathered}P_i(\phi)>0,\tau_{Fi}\geqq 0,\\ A^TP_i(\phi)+P_i(\phi)A+\tau_{Fi}S_i(\phi)<0\end{gathered}\tag{9}$$

ここで $S_i(\phi)$ は F_i の外で (9) 式の条件を緩和するための項であり、

$$\begin{aligned}S_i(\phi)&:=-(\Theta_i(\phi)_\perp{\Theta_{i-1}(\phi)_\perp}^T\\ &\qquad+\Theta_{i-1}(\phi)_\perp{\Theta_i(\phi)_\perp}^T)\\ &=\begin{bmatrix}-2\cos(\theta_{i-1})\cos(\theta_i) & D\cos(\phi) & -D\sin(\phi)\\ D\cos(\phi) & -2\sin(\theta_{i-1})\sin(\theta_i) & 0\\ -D\sin(\phi) & 0 & -2\sin(\theta_{i-1})\sin(\theta_i)\end{bmatrix}\end{aligned}$$

$(D=\sin(\theta_{i-1})\cos(\theta_i)+\cos(\theta_{i-1})\sin(\theta_i))$

である。(9) 式はパラメータ ϕ を含むパラメータ依存 LMI であり一般に解くことは難しいが、$S_i(\phi)$ は $\cos(\phi)$ と $\sin(\phi)$ について affine であることに注目し、凸な十分条件を導くことを考える。

$\cos(\phi)=\alpha$ と $\sin(\phi)=\beta$ とおき、Fig.5 のような単位円 $\alpha^2+\beta^2=1$ を考える。全ての ϕ に関して (9) 式を満たすような $P_i(\phi)>0$ が存在することは、Fig.5 における単位円周上の全ての点において同式を満たす $P_i(\phi)>0$ が存在する

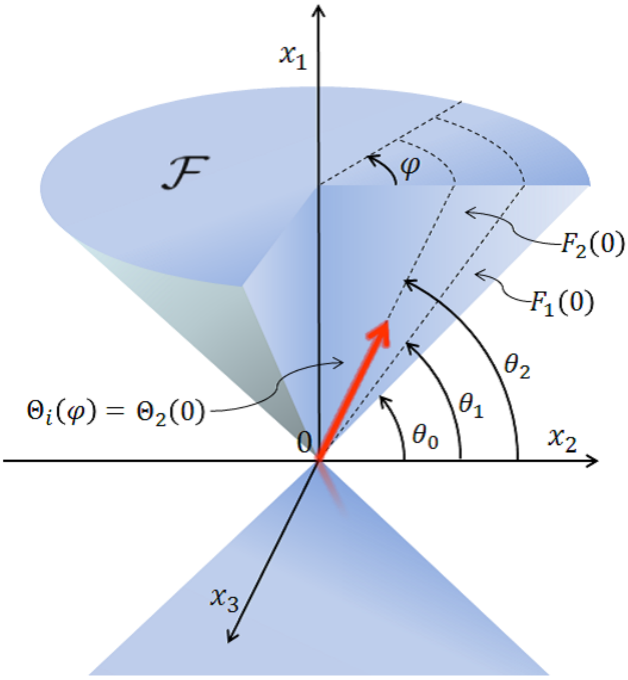

Fig. 4　状態空間区分

ことを示せばよい。

そこで、α 軸からの角度を $\phi_j = \frac{j\pi}{2}$ $(j = 1, \ldots, M)$ と定義して、円弧 $\phi \in [0, \pi]$ を M 個に分割することを考える。単位円周状の角度 ϕ_j と ϕ_{j+1} 点における P_i を, それぞれ $P_i(\phi_j)$、$P_i(\phi_{j+1})$、さらに、それらの点における単位円の接線の交点でにおける P_i を $P_i(\tilde{\phi_j})$ $(j = 1, \ldots, M)$ と定義する。affine 関数の性質を用いることで、これらの 3 点において (9) 式が共通の $\tau_{Fi} \geqq 0$ について成立すれば、3 点で囲まれた円周上の全ての点において (9) 式を満たす $P_i(\phi), \tau_{Fi}$ が存在する事が保証される。

3.3　ジャンプ時のリアプノフ関数の減少条件

ジャンプ直後の状態が $\mathcal{J}$ 内に存在する場合を考える。このときリアプノフ関数 $V(x) = x^T \hat{P} x$ はジャンプ前後で共通であり、その減少を保証する条件は以下のようになる。

$$\begin{aligned} &P_i(\phi) > 0, \tau_{Fi} \geqq 0, \\ &A_r^T \hat{P} A_r - \hat{P} + \tau_J S_0 \leqq 0 \end{aligned} \tag{10}$$

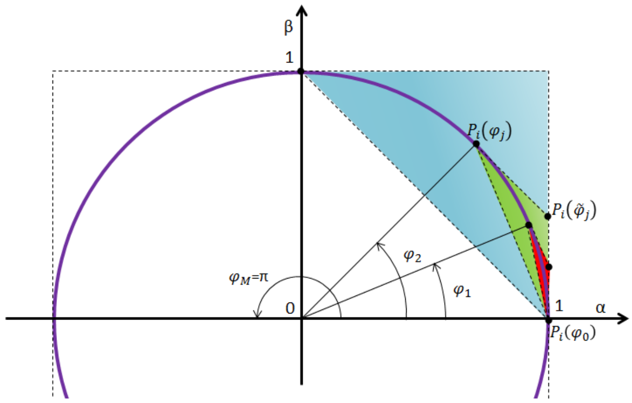

Fig. 5　ϕ_j の定義

また、ジャンプ直後の状態が $\mathcal{F}_i$ に存在する場合、ジャンプ前後でのリアプノフ関数はそれぞれ $x^T \hat{P} x$ 及び $x^T P_i(\phi) x$ となり、減少を保証する条件は次のようになる。

$$\begin{aligned} &P_i(\phi) > 0, \tau_{Fi} \geqq 0, \\ &A_r^T P_i(\phi) A_r - \hat{P} + \tau_J S_0 \leqq 0 \end{aligned} \tag{11}$$

ここで、$P_i(\phi)$ は $\cos(\phi)$ と $\sin(\phi)$ について affine であるので、3.2 節と同様の考えに基づき、凸な十分条件を導くことが出来る。

ただし、Clegg Integrator 型のリセットシステムのように、ジャンプ直後の状態が常にフロー/ジャンプセットの境界に存在することが明らかである場合には、(11) 式の条件を考慮する必要はない。

3.4　フローセット各区分の境界上でリアプノフ関数が連続となる条件

$\phi \in [0, \pi]$ についてフローセット区分 F_i と F_{i+1} の境界におけるリアプノフ関数の連続性は次式で表される。

$$\Theta_i(\phi)^T (P_i(\phi) - P_{i+1}(\phi)) \Theta_i(\phi) = 0 \tag{12}$$

(12) 式は F_i と F_{i+1} のセクターの境界においてそれぞれのリアプノフ関数の値が一致することを表している。

ここで (12) 式の左辺は

$$\Theta_i(\phi)^T(P_i(\phi)-P_{i+1}(\phi))\Theta_i(\phi))$$
$$=\tilde{P}_{11}\sin(\theta_i)^2+\tilde{P}_{12}\cos(\theta_i)\sin(\theta_i)\cos(\phi)$$
$$-\tilde{P}_{13}\sin(\theta_i)\sin(\phi)+\tilde{P}_{21}\cos(\theta_i)\sin(\theta_i)\cos(\phi)$$
$$+\tilde{P}_{22}\cos(\theta_i)^2\cos(\phi)^2-\tilde{P}_{23}\cos(\theta_i)^2\sin(\phi)^2$$
$$-\tilde{P}_{31}\cos(\theta_i)\sin(\theta_i)\sin(\phi)-\tilde{P}_{32}\cos(\theta_i)\cos(\phi)\sin(\phi)$$
$$+\tilde{P}_{33}\sin(\phi)^2$$

となる。ここで、$P_i(\phi)$ を以下のような構造に限定することを考える。

$$P_i(\phi)=\begin{bmatrix} X_i(\phi) & Y_i^T \\ Y_i & Z(\phi)\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\left(\begin{array}{cc} X_i(\phi): & \theta_i\text{及び}\phi\text{についての関数}\in\mathbb{R} \\ Y_i: & \theta_i\text{についての関数}\in\mathbb{R}^{2\times 1} \\ Z(\phi)=Z(\phi)^T: & \phi\text{についての関数}\in\mathbb{R}^{2\times 2}\end{array}\right)$$

(13) 式より、(12) 式の右辺は $\cos(\phi)$ と $\sin(\phi)$ について affine となる。よって 3.2 節と同様の考えを用いることが出来る。

3.5 フローセットとジャンプセットの境界におけるリアプノフ関数の連続条件

$\phi\in[0,\pi]$ について $\theta=\theta_0$ でのフローセットとジャンプセットの境界におけるリアプノフ関数の連続性を保証する条件は次式で示される。

$$\Theta_0(\phi)^T(P_1(\phi)-\hat{P})\Theta_0(\phi)=0 \tag{14}$$

(14) 式は F_1 と $\mathcal{J}$ の境界においてそれぞれのリアプノフ関数の値が一致することを表している。

(13) 式の構造を仮定すれば、(14) 式は $\cos(\phi)$ と $\sin(\phi)$ について affine である。

次に、$\theta=\theta_N$ でのフローセットとジャンプセットの境界でのリアプノフ関数の連続性について同様に考えると、

$$\Theta_N(\phi)^T(P_N(\phi)-\hat{P})\Theta_N(\phi)=0 \tag{15}$$

となり、(13) 式の構造を仮定すれば、$\cos(\phi)$ と $\sin(\phi)$ について affine となる。

3.6 $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析のための最適化問題

以上の結果より、(1) 式のシステムにおいて (7) 式の M を考えた場合の w から y までの $\mathcal{L}_2$ ゲインの上界は、次の LMI 問題を満たす γ で与えられる。

Find

$$\begin{aligned} &P_i(\phi_j)>0,\\ &\quad j=0,\dots,M\\ &P_i(\tilde{\phi}_j)>0,\\ &\quad j=1,\dots,M\\ &\hat{P}>0,\\ &\tau_{Fi}\geqq 0,\\ &\tau_J\geqq 0,\\ &\gamma>0\\ &\quad i=0,\dots,N \end{aligned} \tag{16}$$

subject to

$$\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} A^TP_i(\phi_j)+P_i(\phi_j)A+\tau_{Fi}S_i(\phi_j) & P_iB_w & C^T \\ \star & -\gamma I & 0 \\ \star & \star & -\gamma I\end{bmatrix}<0,\\
&\quad j=0,\dots,M\\
&\begin{bmatrix} A^TP_i(\tilde{\phi}_j)+P_i(\tilde{\phi}_j)A+\tau_{Fi}S_i(\tilde{\phi}) & P_iB_w & C^T \\ \star & -\gamma I & 0 \\ \star & \star & -\gamma I\end{bmatrix}<0,\\
&\quad j=1,\dots,M\\
&A_r^T\hat{P}A_r-\hat{P}+\tau_JS_0\leqq 0,\\
&A_r^TP_i(\phi_j)A_r-\hat{P}+\tau_JS_0\leqq 0\\
&\quad j=0,\dots,M\\
&A_r^TP_i(\tilde{\phi}_j)A_r-\hat{P}+\tau_JS_0\leqq 0\\
&\quad j=1,\dots,M\\
&\Theta_i(\phi_j)^T(P_i(\phi_j)-P_{i+1}(\phi_j))\Theta_i(\phi_j)=0,\\
&\quad j=0,\dots,M\\
&\Theta_i(\tilde{\phi}_j)^T(P_i(\tilde{\phi}_j)-P_{i+1}(\tilde{\phi}_j))\Theta_i(\tilde{\phi}_j)=0\\
&\quad j=1,\dots,M\\
&\Theta_0(\phi_j)^T(P_1(\phi_j)-\hat{P})\Theta_0(\phi_j)=0,\\
&\quad j=0,\dots,M\\
&\Theta_0(\tilde{\phi}_j)^T(P_1(\tilde{\phi}_j)-\hat{P})\Theta_0(\tilde{\phi}_j)=0\\
&\quad j=1,\dots,M\\
&\Theta_N(\phi_j)^T(P_N(\phi_j)-\hat{P})\Theta_N(\phi_j)=0,\\
&\quad j=0,\dots,M\\
&\Theta_N(\tilde{\phi}_j)^T(P_N(\tilde{\phi}_j)-\hat{P})\Theta_N(\tilde{\phi}_j)=0\\
&\quad j=1,\dots,M\\
&\qquad i=1,\dots,N
\end{aligned} \tag{17}$$

3.7 数値例

システム (1) に対し、提案した手法を用いて安定性の解析を行う。

ここでフローマトリクスは適当な線形安定な行列

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

とし、

$$B_w = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

とする。さらにジャンプマトリクスを

$$A_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{20}$$

とする。

ϕ の分割数 $M = 7$ に固定し、$x_1 - x_2$ 平面での区分数 N を増加させた場合について 3.6 節の結果に基づき $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析を行った結果を表 1 に示す。

Table 1　$\mathcal{L}_2$ ゲイン評価

N	1	2	3	4	15	50	8
gain	7.8627	3.1381	2.5132	2.2730	1.9004	1.8458	2.0011

この結果から、フローセット区分数を増加させることで $\mathcal{L}_2$ ゲインのより厳密な上界を求められることが確認出来る。

4. 結言

線形リセットシステムの区分的二次リアプノフ関数を用いた $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析において、従来は 2 次の M を持つシステムに対する結果しか示されていなかったが、本研究では 2 次の M に対する結果を示した。

$rankM = 2$ の場合は従来結果がほぼ直接的に適用可能であるが、本研究では $rankM = 3$ の場合における状態空間区分を提案し、この区分に基づき $\mathcal{L}_2$ ゲイン解析のための LMI 条件を導出した。なお $M = diag\{1, -1, -1\}$ の結果のみ示したが、同様の考えで $M = diag\{1, 1, -1\}$ の場合も示せる。

今後は n 次の M に対する結果を示す予定である。

参考文献

[1] 井村順一, システム制御のための安定論, コロナ社, 2000

[2] Luca Zaccarian, Dragan Nešić and Andrew R. Teel, First order reset elements and the Clegg integrator revisited, In $American\ Control\ Conference$, June 8-10 2005.

[3] 岩崎哲也, LMI と制御, 昭晃堂, 1997