

算数科・数学科における小中連携を踏まえた授業の在り方

立花正男*, 山本一美・佐藤真・菊池信夫**, 藤井雅文・佐々木亘***

*岩手大学教育学部, **岩手大学教育学部附属小学校, ***岩手大学教育学部附属中学校

(平成28年3月2日受理)

1 はじめに

中1ギャップが指摘されているが、小中連携については、「学力向上」という視点からの、「教科指導の本質、教材解釈や具体的な指導に関わる連携」があげられている。しかし、現在の問題として、学校種間の連携が十分でないということが指摘されている。そこで、この研究では、小中学校においてどのような連携をすることが児童生徒の算数・数学の力を伸ばすのに有効であるかについて明らかにする。今年度は空間図形を中心に検討する。

2 研究の背景

算数・数学教育では、小・中・高等学校を通じて、事象を数理的に考察し表現する能力を高めることを大切にしている。このような力を高めるためには、図形領域の内容は欠かせないものである。

算数・数学の空間図形の指導は、大きく分けて2つになる。1つは、図形を測定することであり、もう1つは図形の性質を調べることである。小学校では、この2つは、「B 量と測定」と「C 図形」の領域として別に扱っているが、中学校では、これらが図形をしらべる代表的な視点として位置づけられ、両方の内容を「B 図形」の領域で扱う。文部科学省が実施している、全国学力・学習状況調査では、毎回、空間図形に関する問題を出題している。その正答率は毎回5割くらいであり、結果は思わしくない状況である。

それぞれの年の問題の概要と結果は表1、2に示す通りである。

表1 中学校数学科の結果

実施年度	問題の趣旨	全国公立 の正答率 (岩手県 の正答率)
平成22年度	立体の辺が底面に垂直であるかどうかを調べる方法として、正しい方法を選ぶ	57.1% (54.3%)
平成22年度	立方体の見取図をよみとり、2つの線分の長さの関係について、正しいものを選ぶ	53.6% (49.3%)
平成24年度	直方体の辺と面上の線分との位置関係について、正しい記述を選ぶ	60.9% (58.8%)
平成25年度	立体の辺を含む直線について、正しい記述を選ぶ	56.7% (49.1%)
平成26年度	直方体の1つの面の対角線を含む直線と平行な面を書く	81.0% (82.0%)
平成27年度	直方体において、与えられた辺に垂直な面を書く	47.4% (47.9%)

表2 小学校算数科の結果

実施年度	問題の趣旨	全国公立 の正答率 (岩手県 の正答率)
平成24年度	直方体において、与えられた面の垂直な面を書く	64.8% (66.5%)
平成26年度	縦5cm、横11cm、高さ4cmの直方体の面Aになる四角形を選ぶ	69.4% (70.4%)

空間図形を平面上に表す方法はいろいろある。

例えば、目に見えるのと似た形にかく見取図，切り開いた形をかく展開図，ある方向から見た図を組みあわせてかく投影図などである。これらすべて，3次元のことを考えるために使われるもので，2次元の世界で表現された見取図などの情報を3次元の空間図形としての的確にとらえることが必要になる。しかし，見取図，展開図，投影図は空間図形を平面に表現する有用な手段であるが，これらの1つ1つは空間図形の情報を100%正確に表現することは不可能である。空間図形を平面上の表現するに当たり，何かの情報が失われることになる。

したがって，空間図形を平面に表現したり，逆に平面図形で表されたものから空間図形をとらえ直すときは，他の表現で補足したり，自分のもっているイメージや数学的論理で補っていくことが必要である。全国調査の結果から，児童生徒のイメージは数学的論理で見取図等の平面図形に表現されたものから，空間図形をとらえることに大きな課題があると考えられる。

3 研究の方法

今回の研究では，各種調査の結果を踏まえ，空間図形における指導についての小中連携あり方を考えることにする。空間図形の学習は小学校算数科から指導が始まり，中学校数学科では第1学年で指導が行われる。その指導の実態は，平面図形に書かれた見取図を使っただけの指導が多く，実物の立体等を児童生徒一人一人がもって学習することは少ない。そこでこの研究では，授業実践として空間図形の指導を実物を使って授業を行い，その効果を検証する。

第5学年の空間図形の体積を求める指導における「複合図形」の体積の指導においては，美術科の田中先生に作成していただいた実物モデルを使用し指導することとした。

また，第4学年と中学校第1学年での空間図形の位置関係の指導においては，武州工業株式会社で開発した「パイプグラム」を活用して授業を展開することとした。これらの指導を分析し，実物

を児童生徒に持たせて指導することが空間概念を育てることに効果的であるかどうかを明らかにする。

4 実物モデルを使った授業実践

(1) 授業実践 1

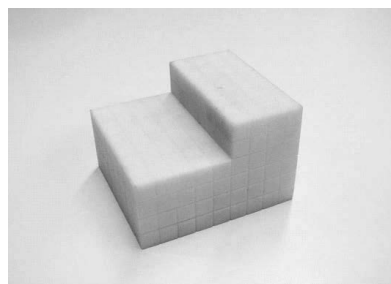
附属小学校 山本一美先生の授業実践

平成27年3月11日（水）

附属小学校第4学年（複式学級）

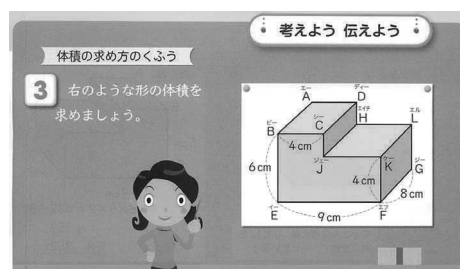
小学校4年生に対して，第5学年の4月の教材である「直方体や立方体のかさの表し方を考えよう」の単元の「複合図形」の体積の求め方の授業を行った。ここでは，田中先生（美術科）が作成した，立体モデルを教師が説明のために使い，授業を展開した。図1が使用した立体モデルである。このモデルは分解できる立体もあり，分解して使用することもできる。

図1 田中先生が作成した立体モデル



なお，この立体モデルは児童が使っている教科書の問題で提示されている長さと同じ長さに作成してある。図2が教科書の問題である。

図2 教科書の問題



この授業では，実物を持っているのは教師のみ

で、児童たちはそれを見て学習した。途中で、児童に実物を渡して考えさせた。児童たちの感想では、実物を実際にもって考えた方がいいというものが多かった。実物を持つことによって多様な考え方が出てくることも確認できた。

この授業を踏まえ、次年度は児童一人ひとりに授業の最初から実物を持たせる授業をすることとした。

(2) 授業実践 2

附属小学校 佐藤真先生の授業実践

平成27年5月21日(木)

附属小学校第5学年

3月に行った授業の反省を踏まえ、同じ内容を正規の教育課程の計画通りの時期の5月に5年生に実施した。3月の授業では、立体モデルは教師の演示のみであったが、この授業においては、**児童2人に1個のモデルを配布し、授業を行った。**

実物モデルを持って考えることにより、体積の求め方について多様な考え方がでてきた。また、他のペアのものと2つの実物モデルを組み合わせることなどの活動もあり、活発であった。

最終的に、体積を分割して求める方法や、2つを組み合わせると体積を2倍にして考える考えなどの児童たち自らが考え出すことができた。

授業実践1、2の2つの授業において、児童の感想では、実物を使うことについて好意的であった。しかし、これが学力の向上につながっているかについて、検討を行っていない。

次回からの実践においては、授業実践と並行して調査をすることが必要であると確認した。

(3) 授業実践 3

附属中学校 藤井雅文先生の授業実践

平成28年2月4日(金)

附属中学校 第1学年

附属中学校1年生に空間図形の指導を行った。この授業では、パイプグラムを使用して、空間図

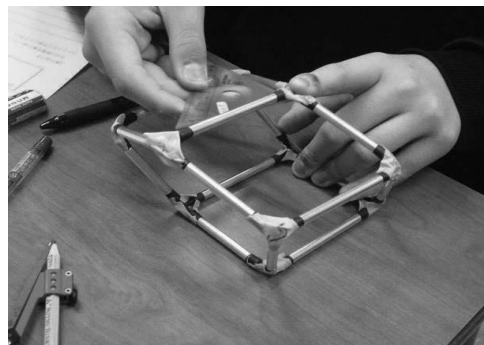
形の位置関係について把握する授業を行った。また、授業実践1、2の反省を踏まえて、この授業の成果を確認するために、事前調査と事後調査を実施した。この調査は、パイプグラムを使わず、これまで通りの指導を行ったクラスにも事前調査と事後調査を行い、比較することとした。

授業では、パイプグラムを使って作成した五角柱を生徒一人ひとりがもち、その辺や面の位置関係について、定義に基づいて考える学習をした。

この授業の目的は、パイプグラムを使い考えることによって、パイプグラムを使わなくても見取図だけで空間図形を捉える力を付けることである。授業では、パイプグラムと見取図との関連づけて考えることが若干少なかったため、パイプグラムのみで考えている生徒も見られた。

図3は生徒が授業中にパイプグラムを使用している様子である。

図3 生徒の活用の様子



(4) 授業実践 4

附属小学校 菊池信夫先生の授業実践

平成28年2月12日(金)

附属小学校 第4学年 2クラス

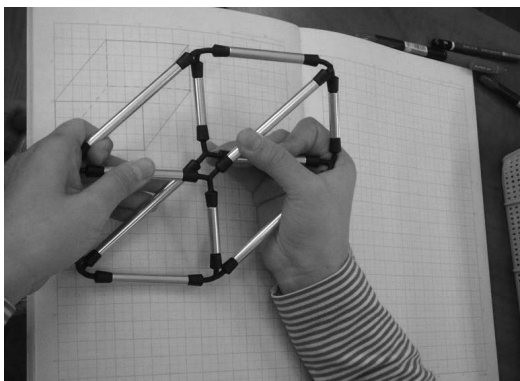
附属小学校4年生に、立体図形の見取図の指導を行った。1つのクラスは、パイプグラムを使用して指導し、もう一つのクラスは、パイプグラムを使用しないでこれまで通りの指導を行った。また、この授業の成果を確認するために、事前調査と事後調査を両方のクラスに実施した。

この授業では、直方体のパイプグラムを児童一人ひとりがもち、それを見取図をかく方法につい

て考える学習であった。児童は、パイプグラムの可動性を生かし、パイプグラムを押しつぶして平面にして、平行四辺形になることを見いだしていた。しかし、その平行四辺形を立体を考える際は長方形と考える必要があることについての指導は十分ではなかった。

図4は児童が授業中にパイプグラムを使用している様子である。

図4 児童の活用の様子



5 研究の結果

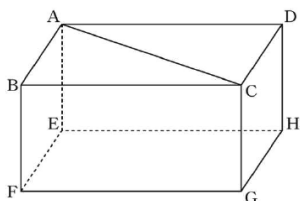
授業の成果を確認するために、事前調査と事後調査を実施することとした。調査問題は、パイプグラムを使って指導したクラスと使用しないでこれまで通りの指導をしたクラスの両方に実施することとした。

(1) 調査問題

調査問題は小学校と中学校にそれぞれの類似の問題で作成した。今回は、中学校の例を示すこととする。表3が中学校の事前調査及び事後調査に使った問題である。

表3 中学校の調査問題

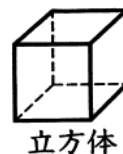
1 下の図のような直方体があります。ACは長方形ABCDの対角線です。



このとき、次の問いに答えて下さい。

- (1) 辺BCに平行な辺を書いて下さい。
- (2) 辺BCに垂直な辺を書いて下さい。
- (3) 辺BCに平行な面を書いて下さい。
- (4) 辺BCに垂直な面を書いて下さい。
- (5) 辺BFが面EFGHに垂直であるかどうかを調べます。このことはどのようにして調べればよいですか。調べ方を書いて下さい。
- (6) $\angle ACG$ の大きさについてどのようなことが言えますか。言えることを書いて下さい。
- (7) 辺BCとねじれの位置にある辺をすべて書いて下さい。

2 下の図のような立方体があります。次の問いに答えて下さい。



- (1) 立方体の頂点の数はいくつありますか。その数を答えて下さい。
- (2) 立方体の辺の数はいくつありますか。その数を答えて下さい。
- (3) 立方体の面の数はいくつありますか。その数を答えて下さい。
- (4) 立方体には平行な面は何組ありますか。その数を答えて下さい。
- (5) 立方体の見取図をみて、ゆうとさんは「立方体には正方形と平行四辺形の面がある」と言っています。このことについてあなたはどのように考えますか。ゆうとさんの考えに賛成か反対かに○をつけ、その理由を書いて下さい。

(2) 調査結果

結果の分析についても、紙面の関係で中学校を取り上げることにする。

中学校の調査結果について、問題数12問中何問正解したかについて集計した。附属中学校のAB組(比較群)とCD組(実験群)について、事前テストと事後テストの両方とも受験した生徒について集計した。その結果が表4である。

表4 附属中学校の比較群と実験群

学習方法	AB組 (比較群)		CD組 (実験群)	
	パイプグラム無		パイプグラム有	
テスト	事前	事後	事前	事後
人数	76	76	75	75
平均	7.1974	8.6053	7.5600	10.0800
標準偏差	2.0585	2.1218	1.7454	1.4400

この結果について、分散分析を行った結果、交互作用が有意であった ($F(1,149) = 15.56, p < .01$)。そこで、事前事後別に学習法の単純主効果を検定したところ、事前テストでは有意ではなかったが、事後テストでは、1%水準で有意だった ($F(1,149) = 24.58, p < .01$)。

また、学習法別に授業前後の単純主効果を検定したところ、パイプグラム無 (比較群) では、1%水準で有意であり ($F(1,149) = 49.87, p < .01$)、パイプグラム有 (実験群) でも、1%水準で有意である ($F(1,149) = 159.78, p < .01$)。したがって、パイプグラムの有無にかかわらず、空間図形の理解については向上しているといえる。さらに、パイプグラムがあるほうがより一段と向上しているといえる。

さらに、事後調査について、盛岡市立U中学校第1学年126人について調査した。その結果を表5に示す。

表5 事後テストにおける附属中とU中の結果

学習方法	AB組 (比較群)	CD組 (実験群)	盛岡市立 U中学校
	パイプグラ ム無	パイプグラ ム有	パイプグラ ム無
テスト	事後	事後	事後
人数	76	75	126
平均	8.6053	10.0800	7.3810
標準偏差	2.1218	1.4400	2.1853

附属中と盛岡市内のU中学校の事後テストの得点に差があるかを比較した。分析の結果、群の効果が有意であった。 ($F(2,274) = 172.5494, p < .01$)、HSD法を用いた多重比較によると、実験群 > 比較

群 > U 中学校の順に平均が有意に差があった ($MSe = 4.0124, p < .05$)。このことにより、他校のパイプグラムを使用しないでこれまで通り指導した生徒より、パイプグラムを使用して指導したクラスの成績が良かったといえる。

各小問ごとの平均値を示すと表6の通りである。

表6 中学校の小問ごとの平均値

		事前	事後	事前	事後	事前	事後
		76	78	77	76	153	154
		AB組	AB組	CD組	CD組	全	全
		1	(1)	77.6	85.9	79.2	90.8
(2)	61.8		80.8	62.3	90.8	62.1	85.7
(3)	39.5		59.0	45.5	82.9	42.5	70.8
(4)	40.8		73.1	49.4	85.5	45.1	79.2
(5)	2.6		10.3	3.9	47.4	3.3	28.6
(6)	42.1		62.8	46.8	64.5	44.4	63.6
(7)	34.2		69.2	39.0	81.6	36.6	75.3
2	(1)	97.4	100.0	100.0	98.7	98.7	99.4
	(2)	96.1	96.2	100.0	97.4	98.0	96.8
	(3)	97.4	93.6	98.7	100.0	98.0	96.8
	(4)	78.9	87.2	74.0	92.1	76.5	89.6
	(5)	61.8	57.7	62.3	75.0	62.1	66.2

この小問12問のうち、1(1)、1(2)、1(3)、1(4)、1(5)、1(6)、1(7)、2(5)の8問について、事前調査と事後調査の両方を受験しているAB組の76名と、CD組の75名について正解と不正解に人数は表7の通りある。

表7 中学校の小問ごとの正答誤答の人数

		事前	事後	事前	事後	事後調査の 偶然確率 (両側検定)	
		76	76	75	75		
		AB組	AB組	CD組	CD組		
		1		○ ×	○ ×	○ ×	○ ×
(1)	59 17		66 10	59 16	69 6	p=0.4288 ns (.10 < p)	
(2)	47 29		61 15	46 29	68 7	p=0.1050 ns (.10 < p)	
(3)	30 46		46 30	34 41	63 12	p=0.0018**	

										($p < .01$)
	(4)	31	45	55	21	38	37	65	10	$p = 0.0430^*$ ($p < .05$)
	(5)	2	74	7	69	3	72	36	39	$p = 0.0000^{**}$ ($p < .01$)
	(6)	26	50	39	37	33	42	45	30	$p = 0.3270$ ns ($.10 < p$)
	(7)	23	53	49	27	26	49	62	13	$p = 0.0160^*$ ($p < .05$)
2	(5)	48	28	44	32	48	27	57	18	$p = 0.0243^*$ ($p < .05$)

これらの8問について、事前調査、事後調査のそれぞれについて、直接確率計算を実施した結果、8問とも事前調査では有意差はなかった。しかし、事後調査では、1(3)、1(4)、1(5)、1(7)、2(5)の5問で有意差があった。

これらの結果から、パイプグラムを使用した指導について、空間図形の内容の指導に効果的に活用できるという可能性を得ることができた。

6 研究の考察

今回の研究では、小学校第4学年、中学校第1学年の空間図形について実物のモデルを使って指導することが効果があるかどうかについて検討した。その結果、中学校の分析の結果から空間図形の指導に実物モデルを使うことは効果があるのではないかという可能性を見いだすことができた。しかし、そのことが確実であるかについてはまだ確定できる段階ではない。そこで、今後、小学校のデータや中学校の他の分析を含めて詳細にデータ等を分析することが必要である。

また、小学校と中学校でどのような連携をして指導することが必要かについての検討がまだできていない。データの分析とあわせて指導のあり方も検討したい。

7 おわりに

今回の調査において、小学校では設問1(5)「辺アオが面ⓐ(面オカキク)に垂直であるかどうか

を調べます。このことはどのようにして調べればよいですか。調べ方を書きなさい。」、中学校では、設問1(5)「辺BFが面EFGHに垂直であるかどうかを調べます。このことはどのようにして調べればよいですか。調べ方を書いて下さい。」と設問1(6)「 $\angle ACG$ の大きさについてどのようなことが言えますか。言えることを書いて下さい。」の正答率が他の問題と比較して非常に低くなっている。この問題は設問に問題がある可能性があるため、この問題に関連することについて再調査することとした。また、これまでは空間図形についての指導方法について視点をあてていたが、調査の結果をみるとある問題に対する回答として教師が求めていることと、児童生徒が答えようとしている内容に齟齬がある可能性がみだされた。そこで、調査問題を再検討し、設問の表現を変えることによってどのような違いがあるかについて検討することを研究に加え分析をすることとする。

今後、今回の授業及び調査結果を詳細に分析し、日本数学教育学会の第98全国算数・数学教育研究(岐阜)大会において、菊池信夫先生が小学校部会、藤井雅文先生が中学校部会において発表する予定である。

謝辞

今回の研究で実物を使っての指導をするにあたり、体積を求める立体図形の作成を美術科の田中隆充先生に教師用の立体の児童用の20数個を作成していただいた。また、パイプグラムについては、武州工業株式会社の林様に児童生徒に立体が1つずつ行き渡るよう小学校用45セット、中学校用45セットのパーツを準備していただいた。これらの協力があったからこそこの研究は可能になりました。授業の実施が2月であり、事後調査の結果が等に集計が遅れたこともあり、データについての分析が不十分であります。今後、山本奨先生にご協力いただき、データ分析を進めていきたいと考えています。また、この研究に際して時間を割いて調査にご協力いただいた盛岡市立U中学校にも感謝申し上げます。