

## Kirby 型弛緩法と Peleg 型弛緩法の妥当性について

正員 渡辺 孝志<sup>†</sup> 非会員 鈴木 斉<sup>††</sup>  
 非会員 丹波 澄雄<sup>†</sup> 正員 横山 隆三<sup>†</sup>

On the Validities of Kirby's and Peleg's Relaxation Procedures

Takashi WATANABE<sup>†</sup>, Member, Hitoshi SUZUKI<sup>††</sup>, Sumio TANBA<sup>†</sup>,  
 Nonmembers and Ryuuzou YOKOYAMA<sup>†</sup>, Member

<sup>†</sup> 岩手大学工学部情報工学科, 盛岡市

Faculty of Engineering, Iwate University, Morioka-shi, 020 Japan

<sup>††</sup> 日本電気株式会社コンピュータ事業本部, 府中市

Department of Computer Engineering, NEC Corporation, Fuchu-shi, 183  
 Japan

あらまし 確率的弛緩法は画像処理の分野で広く利用されており、種々のタイプが知られている。その中で、従来は Kirby の弛緩法が Peleg の弛緩法よりも原理的に優れているとされてきた。本論文では、実用的には逆に Peleg の弛緩法の方が勝っていることを示す。

キーワード 画像処理, 確率的弛緩法, 弛緩法の解釈, 反復の妥当性, 分類処理

## 1. まえがき

確率的弛緩法(以下, 弛緩法と言う)は, 局所的な整合処理を繰り返して, 画像の処理結果や解釈のあいまいさを除去する手段として広く利用されている。

弛緩法にはいくつかのタイプがあるが<sup>(3)</sup>, その中に Kirby の弛緩法<sup>(2)</sup> と Peleg の弛緩法<sup>(5)</sup> がある。従来, 前者はその更新式について妥当な確率的解釈が可能であるとして, 前者は後者より優れているものとされてきた<sup>(1),(4)</sup>。しかし, よくよく検討してみると必ずしもそうではなく, 逆に後者の方が前者より実用的には勝っていることがわかる。本論文では, この事実について論述すると共に, その検証実験の結果について述べる。

## 2. 弛緩法の原理

以下では, 弛緩法を多重分光画像の分類処理に用いられる形で簡単に説明する。

クラスの集合を  $\Lambda = \{1, 2, \dots, m\}$  とする。  $i$  番目の画素の特徴ベクトルを  $x_i$  で表し, 画素  $i$  がクラス  $\lambda \in \Lambda$  に属するメンバシップ値を  $s_i(\lambda)$  で表す。ここで,

$$0 \leq s_i(\lambda) \leq 1 \quad (\forall \lambda \in \Lambda) \quad (1)$$

$$\sum_{\lambda \in \Lambda} s_i(\lambda) = 1 \quad (2)$$

であり,  $S_i = (s_i(1), \dots, s_i(m))$  とおく。

弛緩法は, 適当な初期値を出発点として, ベクトル  $S_i$  を近傍画素とつじつまの合うように反復的に更新していく。  $k$  回目の反復で得られる  $S_i$  の値を  $S_i^k$  で表す。

適当な回数の反復の後, 画素  $i$  は最終ベクトル  $S_i^k$  の最大値  $s_i^k(\lambda)$  を与えるクラス  $\lambda$  に分類される。

$x_i$  に対応する(未知の)真のクラスを  $\theta_i$  とすると, 初期値  $S_i^0$  は画素単位分類での事後確率

$$s_i^0(\lambda) = p(\theta_i = \lambda | x_i) \quad (\forall \lambda \in \Lambda) \quad (3)$$

で与えるものとする。

ベクトル  $S_i^k$  の更新式にはいくつかのタイプがあるが, 本論文では次の二つを比較検討する。

(1) Kirby の弛緩法<sup>(2)</sup>

これは  $S_i^k$  の更新を次式で行うものである。

$$s_i^k(\lambda) = \frac{s_i^{k-1}(\lambda) \prod_{j \in N_i} Q_{ij}^{k-1}(\lambda)}{\sum_{\lambda' \in \Lambda} s_i^{k-1}(\lambda') \prod_{j \in N_i} Q_{ij}^{k-1}(\lambda')} \quad (4)$$

$$Q_{ij}^{k-1}(\lambda) = \sum_{\lambda' \in \Lambda} r_{ij}(\lambda, \lambda') s_j^{k-1}(\lambda') \quad (5)$$

$$r_{ij}(\lambda, \lambda') = \frac{p(\theta_i = \lambda, \theta_j = \lambda')}{p(\lambda)p(\lambda')} \quad (6)$$

ここで,  $N_i$  は注目画素  $i$  の近傍画素の集合を表す。  $p(\theta_i = \lambda, \theta_j = \lambda')$  は注目画素  $i$  のクラスが  $\lambda$  でその近傍画素  $j \in N_i$  のクラスが  $\lambda'$  となる同時確率であり,  $p(\lambda)$  はクラス  $\lambda$  の生起する事前確率である。  $r_{ij}$  は適合係数と呼ばれる。

(2) Peleg の弛緩法<sup>(5)</sup>

これは  $S_i^k$  の更新を次式で行うものである。

$$s_i^k(\lambda) = \sum_{j \in N_i} c_j \frac{s_i^{k-1}(\lambda) Q_{ij}^{k-1}(\lambda)}{\sum_{\lambda' \in \Lambda} s_i^{k-1}(\lambda') Q_{ij}^{k-1}(\lambda')} \quad (7)$$

但し,  $c_j$  は総和が 1 となる非負の実係数である。

Kirby の弛緩法が近傍情報  $Q_{ij}^k$  の積形式で更新を行うのに対して, Peleg の弛緩法は  $Q_{ij}^k$  の和形式で更新を行う点が異なっている。

## 3. 更新式の解釈

Kirby の更新式は複合決定法<sup>(6)</sup> の立場から導出可能である。以下にその概要を示す。

注目画素  $i$  の近傍を  $N_i = \{i_1, i_2, \dots, i_n\}$  とし,  $N_i$  に属する画素値とその真のクラスの組を

$$X = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}] \quad (8)$$

$$\Theta = [\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{in}] \in \Lambda^n \quad (9)$$

で表す。  $x_i$  と  $X$  が与えられた場合の平均誤り率を最小とする決定規則は, ゆう度

$$L(\lambda) = \sum_{\Theta \in \Lambda^n} p(\theta_i = \lambda, \Theta) p(x_i, X | \theta_i = \lambda, \Theta) \quad (10)$$

を最大にする  $\lambda \in \Lambda$  に  $x_i$  を決定すればよい。ここで、 $p(\theta_i = \lambda, \Theta)$  は同時確率であり、 $p(x_i, X | \theta_i = \lambda, \Theta)$  は条件付き確率である。

式(10)はそのままでは実行不可能であるので、次の二つの仮定をおいて、計算を簡略化する。

[仮定 1] 次式が成立するものとする。

$$p(x_i, X | \theta_i, \Theta) = p(x_i | \theta_i) \prod_{j \in N_i} p(x_j | \theta_j) \quad (11)$$

[仮定 2] 次式が成立するものとする。

$$p(\theta_i, \Theta) = p(\theta_i) \prod_{j \in N_i} p(\theta_j | \theta_i) \quad (12)$$

仮定 1 と 2 のもとで、式(10)は

$$L(\lambda) = p(\theta_i = \lambda) p(x_i | \theta_i = \lambda) \cdot \prod_{j \in N_i} \left\{ \sum_{\lambda' \in \Lambda} p(\theta_j = \lambda' | \theta_i = \lambda) p(x_j | \theta_j = \lambda') \right\} \quad (13)$$

となる。更に、式(6)を用いて

$$\begin{aligned} &= p(x_i, \theta_i = \lambda) \\ &\cdot \prod_{j \in N_i} \sum_{\lambda' \in \Lambda} \frac{p(\theta_i = \lambda, \theta_j = \lambda') p(x_j, \theta_j = \lambda')}{p(\theta_i = \lambda) p(\theta_j = \lambda')} \\ &= p(x_i, \theta_i = \lambda) \prod_{j \in N_i} \sum_{\lambda' \in \Lambda} r_{ij}(\lambda, \lambda') p(x_j, \theta_j = \lambda') \quad (14) \end{aligned}$$

を得る。式(14)の両辺を  $p(x_i) \prod_{j \in N_i} p(x_j)$  で割ると

$$\begin{aligned} L(\lambda) / \{ p(x_i) \prod_{j \in N_i} p(x_j) \} \\ &= p(\theta_i = \lambda | x_i) \\ &\cdot \prod_{j \in N_i} \sum_{\lambda' \in \Lambda} r_{ij}(\lambda, \lambda') p(\theta_j = \lambda' | x_j) \quad (15) \end{aligned}$$

を得る。式(15)を正規化して、式(3)、(5)より、

$$\begin{aligned} s_i^k(\lambda) &= L(\lambda) / \{ \sum_{\lambda \in \Lambda} L(\lambda) \} \\ &= \frac{s_i^0(\lambda) \prod_{j \in N_i} Q_{ij}^0(\lambda)}{\sum_{\lambda \in \Lambda} s_i^0(\lambda) \prod_{j \in N_i} Q_{ij}^0(\lambda)} \quad (16) \end{aligned}$$

$$Q_{ij}^0(\lambda) = \sum_{\lambda' \in \Lambda} r_{ij}(\lambda, \lambda') s_j^0(\lambda') \quad (17)$$

を得る。これは Kirby の更新式にほかならない。すなわち、 $k=1$  での Kirby の更新式は複合決定法そのものに一致することが示された。

Haralick<sup>(1)</sup> は、実質的には上記と等価な導出を行って、「Kirby の更新式が上述の意味で妥当な確率的解釈が可能であるのに対して、Peleg の更新式は単に発見的なものであり、正当化の根拠をもたない」として、Peleg の弛緩法は Kirby の弛緩法より劣って意味のないもの

と断定した。Kittler<sup>(4)</sup> もこの見解を支持している。しかし、以下に述べる二つの理由によって、実用的には逆に Peleg の方が勝っていると言える。

第 1 の理由は、仮定 1 と 2 が  $k \geq 2$  については成立しないので、式(4)の妥当性があくまでも  $k=1$  に限られることである。Haralick もこの事実は認めながら、 $k$  が小さい場合には反復による改善効果がなお期待できるとしているが、これは無理な主張である。特に、式(4)では近傍情報の積形式 ( $\prod_j Q_{ij}^k(\lambda)$ ) で更新がなされるが、これはある一つの近傍画素  $j$  について  $Q_{ij}^{k-1}(\lambda) = 0$  ならば他の近傍画素の状況に無関係に  $s_i^k(\lambda) = 0$  とすることを意味し、極めて局所的に敏感で不安定な更新であることを示している。従って、妥当性が保証されない  $k \geq 2$  についての更新を繰り返すことは、逆に結果を劣化させる可能性の方が高いものと判断される。また、反復を停止する規則が与えられていない点も大きい問題である。

第 2 の理由は、Peleg の更新式は発見的なものであるが、それでも十分に意味をもっていることである。特に、式(7)では  $S_i^k$  が近傍情報の和形式で更新されるので、ある  $j$  について  $Q_{ij}^{k-1}(\lambda) = 0$  となっても  $s_i^k(\lambda) = 0$  を意味せず、他の近傍画素による改善効果を阻害しない。すなわち、 $k \geq 2$  での更新は Kirby の場合よりも問題が少ない。従って、 $k=1$  での改善効果は Kirby に比べて劣ったとしても、 $k \geq 2$  での更新を継続することによって文脈情報の伝搬による改善効果の蓄積で Kirby の結果を上回ることが期待できる。

以上の主張は、次に述べる検証実験の結果で裏づけされる。

#### 4. 実験と検討

検証実験に使用した計算機は三菱電機の MX/3000 である。実験画像は、文献(6)と同じく、人工的に作成した盛岡市近郊の疑似 MSS 画像である。バンド数は 2 で、画像サイズは  $128 \times 128$  画素、クラス数は 8 で、各クラスの画素は 2 次元正規分布に従っている。更に、近傍型は 8 近傍 ( $n=8$ ) とし、 $c_j=1/8$  とした。事前確率  $p(\lambda)$  と同時確率  $p(\theta_i = \lambda, \theta_j = \lambda')$  は毎回直前の分類画像から推定した (その決定規則は最終分類で用いるものと同じである)。なお、初期値  $k=0$  の場合はベイズ決定による分類画像を用い、その事前確率は最ゆう法による仮分類結果から算出した。

図 1 に Kirby の弛緩法の結果を示す。識別率は 1 回目目が最もよく、反復と共に減少している。1 回目は複合決定法そのものであるため、この改善効果は複合決

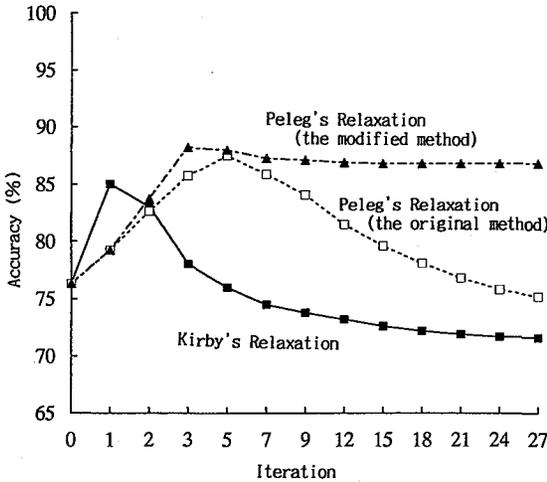


図1 弛緩法による全体識別率の変化  
Fig. 1 Overall accuracies by the relaxation procedures.

定法によるものと言える。このことから、Kirbyの弛緩法の使用は特に意味がなく、使用するならば複合決定法として使用するべきことを示している。

同じく、図1にPelegの弛緩法の結果を示す。式(7)をそのまま適用した結果が“the original method”である。これから、識別率は5回目で最高に達し、それ以降は次第に低下していくことがわかる。よって、前章で述べたように、初期段階(1 ≤ k ≤ 5)での更新に関して、文脈情報の伝搬に基づく改善効果が認められる。しかし、実用化のためには最高識別率を低下させない工夫と反復停止規則が必要である。そのため、鈴木ら<sup>(7)</sup>は次の収束判定を導入した。

[収束判定] k-1回目の反復で得た  $S_i^{k-1}$  において、  

$$s_i^{k-1}(\lambda) = \max_{\lambda'} \{s_i^{k-1}(\lambda')\} \quad (18)$$

であるとする。このとき、次の反復において

$$s_i^k(\lambda) = \max_{\lambda'} \{s_i^k(\lambda')\} > s_i^{k-1}(\lambda) \quad (19)$$

$$s_i^k(\lambda') \leq s_i^{k-1}(\lambda') \quad (\lambda' \neq \lambda) \quad (20)$$

という関係が成立するならば、画素  $i$  のクラスを  $\lambda$  とすることがその近傍により支持されたものとして、

$$s_i^k(\lambda) = \begin{cases} 1 & (\lambda' = \lambda) \\ 0 & (\lambda' \neq \lambda) \end{cases} \quad (21)$$

と強制的に  $S_i^k$  を書き換える。この  $S_i^k$  はそれ以降の反復では更新処理の対象としない。

収束判定を組み込んだPelegの弛緩法の結果を、同じく、図1に“the modified method”で示す。これから、最高識別率をほとんど低下させることなく、処理

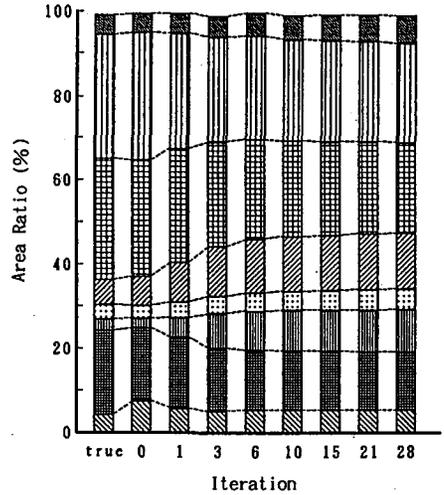


図2 Kirbyの弛緩法によるクラス面積率の変化  
Fig. 2 Class area ratios by the Kirby's relaxation procedure.

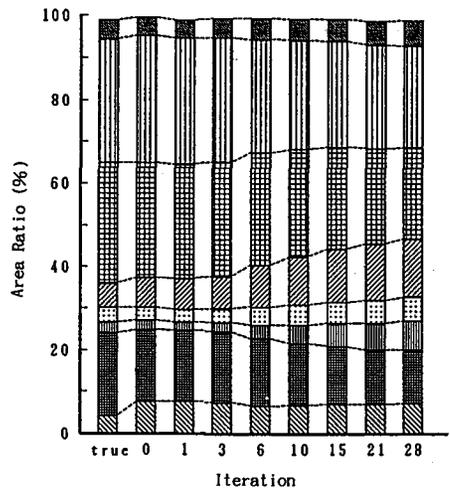


図3 Pelegの弛緩法によるクラス面積率の変化  
Fig. 3 Class area ratios by the original Peleg's relaxation procedure.

を収束させ得ることがわかる。しかも、処理時間は大幅に短縮可能であって、反復停止規則も明確に与えられている<sup>(7)</sup>。従って、収束判定を用いたPelegの弛緩法はKirbyの弛緩法よりも優れていると言える。

以上から、Pelegの弛緩法がKirbyの弛緩法よりも劣って意味がないものとした従来の見解は訂正されるべきものであることがわかる。

最後に、適合係数  $r_{ij}$  についてその効果を検討しよう。式(6)を書き換えて

$$r_{ij}(\lambda, \lambda') = p(\theta_i = \lambda | \theta_j = \lambda') / p(\lambda) \quad (22)$$

を得る。  $\lambda' = \lambda$  として同一クラスが隣接する場合を考え、  $p(\theta_i = \lambda | \theta_j = \lambda)$  がどの  $\lambda$  についても同じだと仮定しよう (この仮定はそれほど無理な仮定ではない)。この場合、  $p(\lambda)$  が小さいほど、  $r_{ij}(\lambda, \lambda)$  は大きくなる。従って、画像中で占有面積の小さいクラスは、その存在が優勢になる画素が一度発生すると、その画素の近傍も同じクラスとなるよう積極的に支持していく。すなわち、反復が進むにつれて、占有面積の小さいクラスが占有面積の大きいクラスを浸食していくことになる。これが、Kirby と Peleg の両弛緩法において、反復と共に識別率が低下してしまう原因の一つである。この様子を Kirby の弛緩法について図 2 に、収束判定を用いない Peleg の弛緩法について図 3 に示す。クラスは下から上へ、住宅地、市街地、道路、裸地、水田、畑、樹林域、水域であり、その真の面積率を “true” 部分に示す。これから、占有面積率の大きいクラスが反復と共に浸食されていく様子が確認できる。

### 5. む す び

あいまいさを除去する手段としての確率的弛緩法に関して、従来は Kirby の弛緩法が Peleg の弛緩法よりも優れているとされてきた。本論文では、実用的には逆に Peleg の弛緩法が勝っていることを指摘し、それを検証実験で裏づけた。収束判定を用いた Peleg の弛緩法は、従来の弛緩法に付随していた諸問題 (収束の正

当性問題、反復処理の停止問題、処理時間の膨大さ) を克服しており、今後は弛緩法の標準的手法として広い利用が期待される。

謝辞 計算機実験に御協力頂いた本学工学部情報工学科吉田功技官と相馬孝志技官に感謝する。

### 文 献

- (1) Haralick R. M. : “An interpretation for probabilistic relaxation”, *Comput. Vision, Graphics & Image Process.*, **22**, pp. 388-395 (1983).
- (2) Kirby R. L. : “A product rule relaxation method”, *Comput. Vision, Graphics & Image Process.*, **13**, pp. 158-189 (1980).
- (3) Kittler J. and Illingworth J. : “Relaxation labelling algorithms—A review”, *Image Vision Comput.*, **3**, pp. 206-216 (1985).
- (4) Kittler J. and Foeglein J. : “On compatibility and support functions in probabilistic relaxation”, *Comput. Vision, Graphics & Image Process.*, **34**, pp. 257-267 (1986).
- (5) Peleg, S. : “A new probabilistic relaxation scheme”, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, **PAMI-2**, **4**, pp. 362-369 (1980).
- (6) 渡辺孝志, 鈴木 斉 : “多重分光画像における複合決定法と適応的分類の検討”, *信学論(D)*, **J71-D**, **6**, pp. 1083-1090 (1988-06).
- (7) 鈴木 斉, 渡辺孝志, 丹波澄雄, 横山隆三 : “確率的弛緩法の高速度手法”, *信学論(D-II)*, **J75-D-II**, **8**, pp. 1474-1477 (1992-08).

(平成 4 年 9 月 18 日受付)