論　文

ディジタル直線の標本化誤差を考慮した組合せハフ変換の改良

堀木　秀司†　　渡辺　孝志†　　木村　彰男†　　田山　典男†

Improvement of Combinatorial Hough Transform to Compensate Sampling Errors of Digital Lines

Syuji HORIKI†, Takashi WATANABE†, Akio KIMURA†, and Norio TAYAMA†

あらまし　雑音等で至るところ不連続となっている輪郭線画像を線分近似することは，従来手法ではまだ困難である．特に，曲率が大きい輪郭線部分は短い線分の集まりで表現しなければならないが，これらを雑音環境下で検出することはかなり難しい問題である．そこで本論文では，不連続輪郭線画像向けの線分近似手法として，新たに組合せハフ変換（CHT）を改良した手法を提案した．提案する改良型 CHT はディジタル直線の標本化誤差を考慮した適応的な投票方式を採用している．これによって CHT や従来の標準的なハフ変換（SHT）の欠点を補うことができる．評価実験では，提案手法が至るところ不連続で複雑な輪郭線画像に対して十分に高い線分近似能力を有することと，処理速度に関しても CHT や SHT に比べてかなり高速となることを確認した．

キーワード　線分近似，不連続輪郭線，ハフ変換，組合せハフ変換，標本化誤差

1. まえがき

輪郭線画像を線分近似する問題は，画像の特徴記述と情報圧縮，対象物体の認識と解析，などを行う上で重要である[1]．しかし，これまでに提案されている線分近似手法の多くは輪郭線が連続している場合のみを対象としており，雑音等で連続性が全く欠如している輪郭線画像に対しても適用可能な，実用レベルの手法はまだ確立されていない．筆者らは先に相似変換不変な図形検出法として線分近似を基本とする一般化ハフ変換の高速化手法を提案したが[2]，この場合においても不連続輪郭線に対する効果的な線分近似手法を見出すことが課題となっていた．

輪郭線が連続している場合には，輪郭線を追跡することで容易に線分近似できる[3]．しかし，輪郭線が至るところ不連続である場合は輪郭線そのものの検出が必要であり，線分近似問題は輪郭線検出問題そのものとなってしまい，問題がより難しくなる．

不連続輪郭線に対処可能な線分近似手法としては，これまでにクラスタリングによる方法[4]，[5]とハフ変換（HT）による方法[6]，[7]が知られている．しかし，前者は一般に雑音に弱く，処理時間もかなり掛かるという問題がある．また，後者は短い線分の検出能力が低く，曲率の大きな輪郭線の線分近似に適用できないという問題がある．従って，従来手法では複雑な不連続輪郭線画像に対してうまく対処できない．

最近，直線検出を行う標準的なハフ変換（SHT）の改良法として組合せハフ変換（CHT）[8]が提案されている．SHT がエッジ点ごとに投票を行うのに対して，CHT ではエッジ点の対ごとに投票を行うことで投票の信頼性が高まるとされている(注1)．しかし，これは必ずしも成功しているとは言えず，しかも CHT では，標本化誤差の影響を受けて逆に短い線分の検出能力が低下してしまうなどの問題点がある．

本論文では，CHT の改良を図ることで，複雑な不連続輪郭線画像にも十分対処できる線分近似手法が得られることを示す．提案する改良型 CHT はディジタル直線の標本化誤差を考慮した新しい投票方式を採用しており，適応的な投票処理をその特徴としている．提案手法は，線分検出精度や処理速度に関して，従来の

（注1）：CHT に類似した手法にランダムハフ変換（RHT）[12]がある．RHT では直線以外の図形への適用も考慮されていて CHT よりも一般的と言えるが，論点はもっぱらエッジ点対のランダム選択による投票処理の高速化にある．一方，本論文では投票の高信頼化による線分検出能力の向上を目的とするので，以下では CHT を主たる参照手法とする．

† 岩手大学工学部情報工学科，盛岡市
Faculty of Engineering, Iwate University, 4-3-5 Ueda Morioka-shi, 020 Japan

SHT や CHT の欠点を補うことができる優れた特性を有している．評価実験の結果は，改良型 CHT が複雑な不連続輪郭線画像に対しても十分適用可能な手法であることを立証した．

2. 標準的ハフ変換と組合せハフ変換

2.1 標準的ハフ変換 (SHT)[9]

直線検出を行う標準的なハフ変換 (SHT) では，画像中のエッジ点 $p_i=(x_i, y_i)$ を通る直線を

$$\rho=x_i\cos\theta+y_i\sin\theta \qquad (1)$$

で表す．ここで，ρ は原点から直線への垂線の長さであり，θ はその垂線が x 軸となす傾斜角である．(ρ, θ) のパラメータ空間を適当な幅 $\Delta\rho$，$\Delta\theta$ で量子化した配列を用意し，各エッジ点 p_i ごとに配列上で式(1)の軌跡を描き，これが通過する配列要素 (ρ, θ) に投票値 1 を加える．次に配列を走査し，投票値のピークを与える要素 (ρ, θ) を検出すべき直線の候補パラメータとする．

以下，上記の量子化した配列を投票空間と言い，その配列要素をセルと呼ぶことにする．

曲率の大きい輪郭線は短い線分の集まりで近似する必要がある．しかし，SHT では短い線分の検出能力が低いので，SHT をそのまま複雑な輪郭線画像の線分近似問題に適用することは困難である．

2.2 組合せハフ変換 (CHT)[8]

2 点を通る直線は唯一に定まる．すなわち，二つのエッジ点 $p_1=(x_1, y_1)$ と $p_2=(x_2, y_2)$ を通る直線のパラメータ (ρ_0, θ_0) は，式(1)から

$$\rho_0=x_1\cos\theta_0+y_1\sin\theta_0 \qquad (2)$$

$$\theta_0=\tan^{-1}\{-(x_2-x_1)/(y_2-y_1)\} \qquad (3)$$

と定まる．そこで，投票操作をエッジ点の対 (p_1, p_2) ごとに行って，パラメータ (ρ_0, θ_0) に対応するセルだけに投票値 1 を加算する，という投票方式に変更したものを組合せハフ変換 (CHT) と言う．但し，近接する 2 点からの投票は誤差が大きすぎるので，そのユークリッド距離が d_{min} 以下の 2 点は組み合わせないことにする(注2)．

n 個のエッジ点から 2 点を選ぶ組合せの数は

$$_nC_2=n(n-1)/2 \qquad (4)$$

である．従って，一つの直線上にエッジ点が n 個存在する場合に，その直線を表すセルの投票値が SHT では n となり，CHT では $n(n-1)/2$ となる．これから，CHT では SHT よりも投票ピーク点が顕著となり，直線検出がしやすくなるとされている．しかし，これは次で述べるように必ずしも成功してはいない．

2.3 CHT の問題点

CHT には次のような問題がある．

（1） SHT と CHT における投票値の関係

SHT と CHT の投票空間は (ρ, θ) で同一である．今，SHT の投票空間において，あるセルの投票値が n であったとしよう．これはそのセルの表す直線上に n 個のエッジ点が存在することを意味するので，離散化誤差がない状況では CHT における同じセルの投票値は

$$f(n)=n(n-1)/2 \qquad (5)$$

となり，CHT の投票値は SHT の投票値から算出できてしまう．$f(n)$ は $n\geqq1$ で単調増大な関数であるので，両投票空間における投票値の相対的な大小関係（例えば，極大投票点の位置など）は変わらず，そのままでは両投票空間のもつ情報に関しては本質的な差がないと言える．従って，CHT らしさを生かして真に投票の高信頼化を図るためには，更に踏み込んだ検討が必要である．

（2） 投票空間のひずみ

一般に，HT の投票処理に付随して発生する誤差は主として次の二つの原因によると考えられる．

（i） 画像空間は標本化された離散空間であり，直線も離散化されたディジタル直線として表現される．

（ii） 投票空間も量子化されており，セルと呼ばれる離散的な配列要素で投票数の蓄積を行う．

ρ-θ パラメータ空間を $\Delta\rho$，$\Delta\theta$ で均等に量子化するとひずみが発生することが知られている[10]．今，大きさが 20×20 画素の画像を考え，画像中の全画素がエッジ点であるとして，$\Delta\rho=1$，$\Delta\theta=2°$ で投票を行った結果を図 1 に示す．但し，θ 軸の表示区間は $(-\pi/2, \pi/2]$ で，ρ 軸のそれは $[-10\sqrt{2}, 10\sqrt{2}]$ である．SHT の投票結果である図 1(a)には $\theta=\pm\pi/4$ 付近にピークをもつひずみが見られる．CHT の投票結果である図 1(b)には，$\theta=0, \pm\pi/4, \pi/2$ 付近にピークをもつひずみが見られると同時に，θ 方向にも周期の短いひずみが現れている．

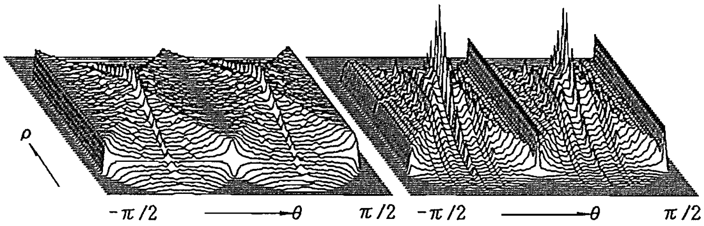
和田ら[10]は SHT における投票空間のひずみを除去するために，パラメータ (ρ, θ) に代えて

$$\gamma=(x_i\cos\theta+y_i\sin\theta)/\delta \qquad (6)$$

$$\delta=\max\{|\cos\theta|, |\sin\theta|\} \qquad (7)$$

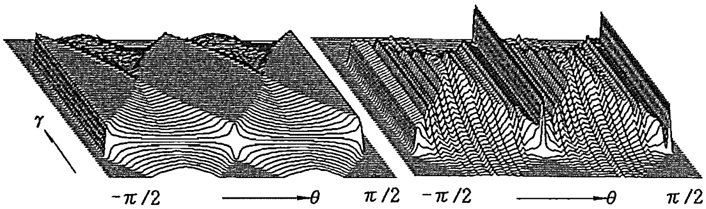
で定まる (γ, θ) を採用することを提案している．投票空間 (γ, θ) を用いて同様な投票を行った結果を図 2 に示す．SHT の投票結果である図 2(a)では，極めて良

（注 2）：本研究では特に断りのない限り $d_{min}=2$（画素）とする．



(a)　SHT　　　　(b)　CHT

図1　ρ-θ 投票空間の分布
Fig. 1　Configuration of ρ-θ voting spaces.



(a)　SHT　　　　(b)　CHT

図2　γ-θ 投票空間の分布
Fig. 2　Configuration of γ-θ voting spaces.

好にひずみが除去されている．しかし，CHT の投票結果である図2(b)では，$\theta=\pm\pi/4$ 付近のひずみは除去されたものの，その他はそのまま残っている．このうち，$\theta=0$ と $\pi/2$ におけるひずみは，「斜め方向のディジタル直線が水平または垂直方向の短い線分の集まりで表されて，$\theta=0$ と $\pi/2$ での投票値だけが強く集積化する」ことに起因している．また，θ 方向の周期の短いひずみは，ディジタル直線の標本化と θ 軸の量子化との不整合に起因してモアレ的に発生するものである．以上のひずみは CHT の導入によって初めて生じたものであり，SHT のように投票空間の標本化を改良するだけでは解決せず，CHT については投票方式も改良する必要のあることを示唆している．

(3)　直線の標本化誤差が CHT に及ぼす影響

SHT では短い線分の検出力が弱く，曲率の大きな輪郭線に対処できないという問題は既に述べた．これは，CHT ではいっそう深刻である．その理由は，二つの画素を通る直線は両画素が近接するほどあいまいさが増大するからである．これを図3で説明すると，近接した二つの画素 p_1 と p_2 を通る可能性のある直線は画素の占める正方領域(画素領域)をともに通過する直線すべてである．これに対して，CHT では二つの画素領域の中心点(標本化位置)$(\underline{x}_1, \underline{y}_1)$ と $(\underline{x}_2, \underline{y}_2)$ を通る直線に対応するセルのみに投票を行う．従って，投票の集積化がなされず，投票値1のセルが散在する形となるので，その結果として CHT では短い線分の検出が極めて困難となってしまう．

3. 改良型 CHT の提案

前述のように，SHT や CHT の投票空間では短い線分に対応する直線パラメータは明確な極大点を形成し得ないので，その検出はかなり困難である．そこで，以下ではこれに対処するための CHT の改善策について検討しよう．

3.1　ディジタル直線の定義

以下では，文献[14]と同様に，連続画像空間上のアナログ直線 l を次の二つのタイプ

$$y=mx+c \quad (-1\leqq m\leqq 1) \tag{8}$$

$$x=my+c \quad (-1< m< 1) \tag{9}$$

に分けて取り扱う．これを標本化してディジタル直線 $\underline{l}$ を得るのであるが，ここでは $\underline{l}$ を集合 $\underline{l}=\{(\underline{x}, \underline{y})\}$ で表す．但し，$(\underline{x}, \underline{y})$ は連続画像空間中の標本化点の座標であり，画像空間を標本化するための刻み幅を両軸ともに $\varDelta s$ とすれば，整数 n_x, n_y に対して

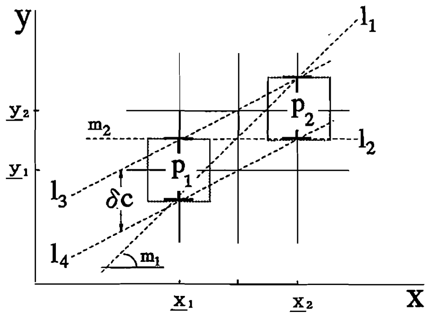


図3 標本化点とディジタル直線
Fig. 3 Sampling points and digital lines.

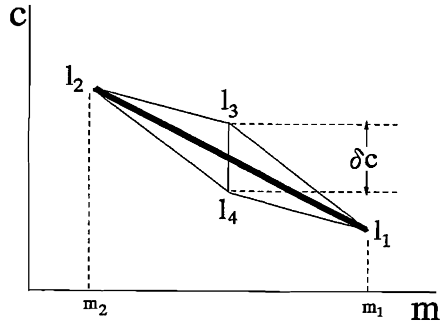


図4 改良型 CHT の投票パターン
Fig. 4 Voting pattern of modified CHT.

$$(\underline{x},\underline{y})=(n_x\Delta s, n_y\Delta s) \tag{10}$$

と表せる．

直線の標本化方式はいろいろと考えられるが，ここではディジタル直線 $\underline{l}$ を次のように定める．まず直線 l が式(8)で与えられる場合には，任意の整数 n_x に対し，y 軸に平行な直線 $x=\underline{x}$ $(=n_x\Delta s)$ と直線 l との交点の y 座標は

$$y=m\underline{x}+c \tag{11}$$

となる．そこで，

$$|\underline{y}-y|\leqq\Delta s/2 \tag{12}$$

を満たす $\underline{y}$ を求め，$(\underline{x},\underline{y})$ を標本化点とする．直線 l が式(9)で与えられる場合には，上述の議論において x と y を入れ換えればよい．

3.2 改良型 CHT

今，図3に示すように，画像空間中に任意の2画素 $p_1=(\underline{x_1},\underline{y_1})$ と $p_2=(\underline{x_2},\underline{y_2})$ を考える．このとき，両画素を通るディジタル直線を与える元のアナログ直線はどのようなものであろうか．これは，$d_x=\underline{x_2}-\underline{x_1}$，$d_y=\underline{y_2}-\underline{y_1}$ とおくと，次で与えられる．

[$|d_x|\geqq|d_y|$ の場合]

直線 $x=\underline{x_1}$ 上での区間 $I_1=[\underline{y_1}-\Delta s/2, \underline{y_1}+\Delta s/2]$ と直線 $x=\underline{x_2}$ 上での区間 $I_2=[\underline{y_2}-\Delta s/2, \underline{y_2}+\Delta s/2]$ をともに通過するすべての直線．

[$|d_x|<|d_y|$ の場合]

直線 $y=\underline{y_1}$ 上での区間 $I_1=[\underline{x_1}-\Delta s/2, \underline{x_1}+\Delta s/2]$ と直線 $y=\underline{y_2}$ 上での区間 $I_2=[\underline{x_2}-\Delta s/2, \underline{x_2}+\Delta s/2]$ をともに通過するすべての直線．

このように，$|d_x|<|d_y|$ の場合は $|d_x|\geqq|d_y|$ の場合において x と y を入れ換えて得られるので，以下では断りのない限り，$|d_x|\geqq|d_y|$ を仮定して説明する．

画素 p_1 と p_2 を通る上記のアナログ直線の集合を $L(p_1,p_2)$ で表す．また，一定の傾斜角 m をもつ直線 $y=mx+c$ における切片 c の集合を

$$C(m)=\{c\,|\,y=mx+c\in L(p_1,p_2)\} \tag{13}$$

で定めると，一般に $C(m)$ は区間で与えられる．

$L(p_1,p_2)$ の中で最大傾斜角 m_1 をもつ直線 $y=m_1x+c_1$ は唯一に定まり，区間 I_1 の下限点と区間 I_2 の上限点を通る直線 l_1 となる．すなわち，

$$m_1=(d_y+\Delta s)/d_x \tag{14}$$

$$c_1=\underline{y_1}-\Delta s/2-m_1\underline{x_1} \tag{15}$$

である．同じく，最小傾斜角 m_2 をもつ直線 $y=m_2x+c_2$ も唯一に定まり，区間 I_1 の上限点と区間 I_2 の下限点を通る直線 l_2 となる．すなわち，

$$m_2=(d_y-\Delta s)/d_x \tag{16}$$

$$c_2=\underline{y_1}+\Delta s/2-m_2\underline{x_1} \tag{17}$$

である．従って，$C(m_1)$ と $C(m_2)$ は単一要素からなる集合である（区間が縮退している）．区間 $C(m)$ の大きさが最大となるのは $m=d_y/d_x$ の場合であって，その最大切片 c_3 は区間 I_1 と I_2 の両上限点を通る直線 l_3 で与えられ，同じく最小切片 c_4 は区間 I_1 と I_2 の両下限点を通る直線 l_4 で与えられる．すなわち，

$$c_3=\underline{y_1}+\Delta s/2-\underline{x_1}d_y/d_x \tag{18}$$

$$c_4=\underline{y_1}-\Delta s/2-\underline{x_1}d_y/d_x \tag{19}$$

である．その差を $\delta c=|c_3-c_4|$ とおく．

これらの様子を m-c 空間に描くと図4に示すような平行四辺形の領域となり，これがエッジ点対 (p_1,p_2) で定まる投票パターンである．同領域の m 方向の幅 $|m_1-m_2|=2\Delta s/|d_x|$ は，2点 p_1 と p_2 が近づくほど大きくなり，2点が隣接するときに最大値2となる．同じく，c 方向の最大幅を与える δc は式(18)，式(19)より $\delta c=\Delta s$（1画素）である．一方，離散画像において互いに素な形で隣接する，同一傾斜角 m を有する二つの

ディジタル直線の c 方向の間隔は m によらず常に 1 画素分の Δs である．従って，投票空間ではこの隣接 2 直線を区別できる分解能があればよいことになるので，m-c 空間を投票空間とするための c 軸の量子化幅 Δc は $\Delta c=\Delta s\ (=\delta c)$ とするのが適当ということになる．従って，投票空間としての m-c 空間における平行四辺形の投票パターンは，l_1 と l_2 に対応する 2 点 (m_1, c_1) と (m_2, c_2) を結ぶ線分が通過するセルの集合で近似できることになり，これによって投票処理の高速化が図れる．

以上から新たな CHT の投票方式として次を得るが，これを改良型 CHT と呼ぶことにする．

[改良型 CHT の投票方式]

式(8)と式(9)に応じて，投票空間として m-c 空間を 2 個用意する．投票空間の c 軸の量子化幅は $\Delta c=\Delta s$ とする．投票操作はエッジ点の対 (p_1, p_2) ごとに次の形で行う (但し，$p_1=(\underline{x}_1, \underline{y}_1)$，$p_2=(\underline{x}_2, \underline{y}_2)$ とする)．

(a)　$|d_x|>|d_y|$ の場合：　式(8)に対応する投票空間を選び，式(14)～(17)で定まる 2 点 (m_1, c_1) と (m_2, c_2) を結ぶ線分上のセルに投票値 1 を加算する．

(b)　$|d_x|<|d_y|$ の場合：　式(9)に対応する投票空間を選んで，式(14)～(17)で x と y を入れ換えて得られる (m_1, c_1) と (m_2, c_2) を結ぶ線分上のセルに投票値 1 を加算する．

(c)　$|d_x|=|d_y|$ の場合：　式(14)～(17)で定まる 2 点 (m_1, c_1) と (m_2, c_2) を求め，次の二つの場合に分けて投票を行う．

(c1)　$|m_1|>1$ の場合：　このときは $|m_2|<1$ となるので，まず式(8)に対応する投票空間を選んで，点 (m_2, c_2) と次式

$$m_1'=\mathrm{sgn}(m_1) \tag{20}$$

$$c_1'=\underline{y}_1-\Delta s/2-m_1'\underline{x}_1 \tag{21}$$

で定まる点 (m_1', c_1') を結ぶ線分上のセルに投票値 1 を加算する(注3)．次に，式(9)に対応する投票空間を選んで，点 $(1/m_1, -c_1/m_1)$ と点 $(1/m_1', -c_1'/m_1')$ を結ぶ線分上のセルに投票値 1 を加算する．

(c2)　$|m_2|>1$ の場合：　このときは $|m_1|<1$ となるので，まず式(8)に対応する投票空間を選んで，点 (m_1, c_1) と次式

$$m_2'=\mathrm{sgn}(m_2) \tag{22}$$

$$c_2'=\underline{y}_1+\Delta s/2-m_2'\underline{x}_1 \tag{23}$$

で定まる点 (m_2', c_2') を結ぶ線分上のセルに投票値 1 を加算する．次に，式(9)に対応する投票空間を選んで点 $(1/m_2, -c_2/m_2)$ と点 $(1/m_2', -c_2'/m_2')$ を結ぶ線分上のセルに投票値 1 を加算する．

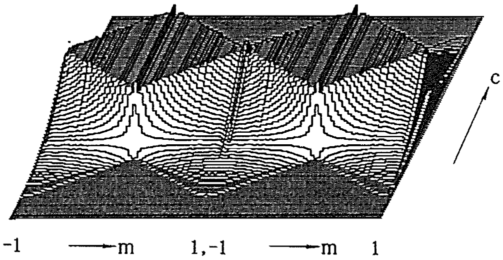


図 5　改良型 CHT における投票空間の分布
Fig. 5　Configuration of voting spaces used in modified CHT.

3.3　投票空間のひずみ除去効果

図 1 と図 2 で使用した同じテスト画像に対し，改良型 CHT を用いて m-c 投票空間の刻み幅 $\Delta m=1/20$，$\Delta c=1$ (画素) で投票実験を行った結果が図 5 である．同図には二つの投票空間を同時に表示しており (図の左半分と右半分に分けて示した)，投票空間の c 軸の表示区間は $[-20, 20]$ である．CHT の投票結果である図 2 (b)と比べると，ひずみがかなり緩和されていることがわかる．特に，c 軸方向には全くひずみが見られない．$m=0$ におけるひずみは CHT の $\theta=0$，$\pi/2$ に相当するものであるが，CHT よりもかなり改善されている．また，m 方向に小さく残存する短い周期のひずみはディジタル直線の標本化と m 軸の量子化の不整合からモアレ的に発生するものである．

これらについてもう少し詳しく検討しよう．容易にわかるように，投票空間としての m-c 空間と ρ-θ 空間の間には次の関係がある(注4)．

$$m\tan\theta=-1 \tag{24}$$

$$\rho=c\sin\theta \tag{25}$$

改良型 CHT の m-c 空間では $|m|\leqq 1$ の場合だけを取り扱うので，式(24)より $|\tan\theta|\geqq 1$ が得られ，

$$|\sin\theta|\geqq|\cos\theta| \tag{26}$$

が常に成立している．これと式(1)，(6)，(7)，(25)から

$$|c|=|\rho|/\delta=|\gamma| \tag{27}$$

を得る．従って，c 軸方向にひずみがないことがわかる．一方，

$$\alpha=\begin{cases}\theta+\pi/2 & (-\pi/2<\theta\leqq 0)\\ \theta-\pi/2 & (0<\theta\leqq\pi/2)\end{cases} \tag{28}$$

(注3)：$\mathrm{sgn}(x)$ は $x>0$ のとき 1，$x<0$ のとき -1 の値をとる関数である．

(注4)：以下，議論の簡単化のために直線は式(8)の場合で考えるが，式(9)の場合も全く同様である．

とおくと，式(24)から

$$m=\tan\alpha \tag{29}$$

となる．式(26)は $\pi/4\leqq|\theta|\leqq\pi/2$ を意味するが，これは $|\alpha|\leqq\pi/4$ を意味する．式(29)を α についてテイラー展開して，

$$m=\alpha+\alpha^3/3+2\alpha^5/12+\cdots \tag{30}$$

を得る．$\alpha=\pi/4=0.7853\cdots$ のとき $m=\tan(\pi/4)=1$ であるから，$|\alpha|\leqq\pi/4$ と式(30)より，SHT 的意味では m 軸は θ 軸に比べて若干のひずみが存在することがわかる．しかし CHT 的意味では，図 2(b)で新たに発生した θ 軸方向のひずみが，改良型 CHT では図 5 に示すように m 軸方向の小さなひずみに軽減されている．これは，ディジタル直線における標本化誤差補正を図る提案投票方式の採用で，初めて実現できる効果と言える．

3.4 改良型 CHT の特徴

改良型 CHT の特徴としては次が挙げられる．

(1) CHT に比べ，投票空間のひずみが激減する．

(2) SHT や CHT に比べ，短い線分の検出能力が向上する．

(3) 投票に計算コストの高い三角関数演算を使用しないので，投票処理の高速化が図りやすい．

このうち，(2)について説明する．改良型 CHT の投票パターンは図 4 に示すように線分であり，その線分は組み合わせる 2 エッジ点の近接性に依存して変わり，適応的な投票方式となっている．改良型 CHT では二つの画素領域（エッジ点）を通る可能性のある全直線（セル）に対して投票が行われるのに対して，CHT や SHT では画素領域の中心点を通る直線のみに投票が限定されている．しかも，投票値の弁別度は組合せ効果（式(4)参照）で SHT よりも格段に向上しており，その投票空間におけるひずみも除去されている．従って，エッジ点の少ない短い線分では，改良型 CHT の方が CHT や SHT よりも投票の信頼性が高められ，その検出能力も向上すると言える．

4. 改良型 CHT を用いた線分近似手順

4.1 エッジ点対のランダム選択と高速化

エッジ点を画像からランダムに少数個選択することで処理速度の向上を図ろうとする手法が RHT や確率的ハフ変換 (PHT)[11]の考え方である．エッジ点対のランダムな選択には二つの方法が考えられる．第一の方法は，一定数のエッジ点を画像からランダムに選択し，選んだエッジ点についてすべての組合せを行うものである．第 2 の方法は，RHT と同様に，エッジ点対を画像からランダムに必要な数だけ選ぶものである．一般に後者の方が代表性が良いので，投票数のしきい値が同じであれば，後者は前者よりも少ない投票回数で済むという利点がある[13]．そこで，改良型 CHT においても，後者の方法でエッジ点対を選んで処理速度の改善を図るものとする．

4.2 直線の線分化

ハフ変換で検出された直線は無限直線であり，線分ではない．ここでは，文献[10]，[15]を参考にして，得られた直線パラメータから線分を決定する手順を次のように定めた．

(手順 1) 投票空間から投票値の高い順にセルを選んで，その直線を L で表す．L に有効幅 $2w$ を考え，その幅内にあるエッジ点の集合を E で表す．

(手順 2) E 内で L を追跡し，エッジ点間の距離が δ_d を超える所で E を分割する．すなわち，直線の傾斜角 α が $|\alpha|\leqq\pi/4(|\alpha|>\pi/4)$ ならば E を $x(y)$ 値の降順にソーティングし，エッジ点の $x(y)$ 値の変化分が $\delta_d\cos\alpha(\delta_d|\sin\alpha|)$ を超えた所で分割する．

(手順 3) 分割された各集合 $E_i\subseteq E$ ごとに，その両端に位置するエッジ点を線分の両端点とし，これから線分長 l_i を求める．E_i のエッジ点数を n_i とするとき，$l_i\geqq l_{\min}$，$n_i\geqq l_i\varepsilon_{\min}$ を満たす線分のみを近似線分 s_i として出力する．ここで，$0<\varepsilon_{\min}\leqq1$ であり，$l_{\min}$ は最低線分長のしきい値である．

4.3 画像の分割と線分の統合

画像の内容が複雑になるとエッジ点数が増大し，CHT の処理時間が掛かる．エッジ点はそれが所属しない線分にとっては雑音として作用するので，エッジ点数の増大は線分の検出力も低下させる．

このような場合には，画像を分割して問題のサイズを小さくすることが有効である[7]，[8]．但し，画像を分割すると線分も分割されるために，線分の統合化処理が必要となる．ここでは，次のような画像の分割と線分の統合化処理を採用した．

[画像の分割]

画像を適当な大きさのブロック ($B\times B$ 画素) に分割する．処理範囲はブロックよりも上下左右に $\varDelta B$ 画素だけ拡大し，その中に含まれるエッジ点に対して改良型 CHT を適用する．得られた線分がブロックの範囲を超える場合は，超えた部分を削除する．

[線分の統合]

最初に，検出された線分 s_i の中点座標 (x_i, y_i)，線分

長 l_i，原点から s_i を含む直線への垂線の長さ ρ_i と傾斜角 θ_i を算出し，θ_i の昇順に線分表 H に登録する（この1線分のレコードを H_i で表す）.

次に，線分表 H に登録された n 個の線分について次の処理を行う.

(手順1)　$i=1$ から $n-1$ まで以下の処理を繰り返す.

(手順2)　$j=i+1$ から n まで以下の処理を繰り返す.

（1）　H_i と H_j が次の3つの条件

$$|\theta_i-\theta_j|<\varepsilon_\theta \tag{31}$$

$$|\rho_i-\rho_j|<\varepsilon_\rho \tag{32}$$

$$|d_{ij}-(l_i+l_j)/2|<\varepsilon_d \tag{33}$$

を同時に満たす場合に，線分 s_i と s_j を統合する．ここで，d_{ij} は線分 s_i と s_j の中点間の距離であり，ε_θ，ε_ρ，ε_d はしきい値である.

（2）　s_i と s_j が上記条件を満たす場合には，両端点を結ぶ線分を統合線分として H_j に登録し直し，H_i を空にして $i=i+1$ として処理を進める．統合条件を満たさない場合には，$j=j+1$ として処理を進める.

4.4 改良型 CHT の線分近似アルゴリズム

改良型 CHT を用いた輪郭線画像の線分近似処理手順は次のようになる.

(手順1)　画像を適当な大きさのブロック（$B\times B$ 画素）に分割し，以下の処理をブロックごとに行う.

(手順2)　ブロックを上下左右に ΔB 画素だけ拡張し，その中のエッジ点をリスト E に登録する.

(手順3)　m-c 空間を幅 Δm と Δc で量子化した二つの投票空間を用意し，その初期値を0にセットする.

(手順4)　リスト E から二つのエッジ点を選び，その対について改良型 CHT による投票を行う．但し，エッジ点対は2点間の距離が $d_{\min}$ を超えるものとし，全体の対からランダムに γ％だけ選ぶものとする.

(手順5)　二つの投票空間を走査し，投票値の高い順に，しきい値 T を超えるセルを直線候補とする.

(手順6)　各直線候補について直線の線分化を行い，線分上にあるエッジ点をリスト E から除く.

(手順7)　全ブロックの処理が終了したならば，得られた線分について線分の統合を行う.　　　　(手順完)

5. 実験と検討

提案手法の有効性を検証するために評価実験を行った．使用計算機は YHP-9000/720CRX である.

特に断りのない限り，画像サイズは 512×512 画素，分割画像サイズは 32×32 画素（$B=32$），その重なりは $\Delta B=4$（画素），投票数しきい値 $T=3$ である．投票空間の量子化幅は $\Delta m=1/32$，$\Delta c=1$（画素）で，エッジ点対の制約距離は $d_{\min}=3$（画素）とする.

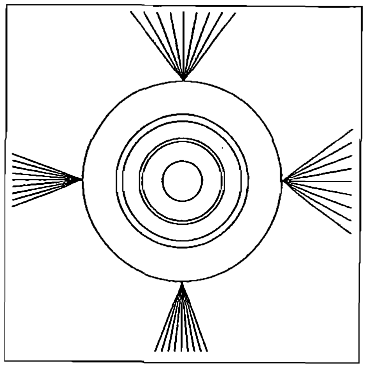


図6　テスト画像1
Fig. 6　Tested image 1.

表1　処理時間の比較
Table 1　Comparison of processing times for the test image 1.

方法	CPU時間（秒）	近似線分数（本）
SHT	163.8	482
CHT	19.4	504
改良型CHT	7.1	490

5.1 実験 1

SHT，CHT，改良型 CHT の3手法について処理時間の評価実験を行った．実験には図6に示すテスト画像1を用いた．同画像は半径（曲率）の異なる六つの同心円と放射状に伸びた四つの直線群によって構成されている．このうち，2組の同心円はかなり近接している．エッジ点数は 7,330 である．使用パラメータは，線幅 $w=0.8$（画素），線分の分割距離 $\delta_d=3$（画素），最短線分長 $l_{\min}=4$（画素），エッジ点の存在率 $\varepsilon_{\min}=0.5$，エッジ点対の選択率 $\gamma=100$（％）である.

線分近似結果の品質は3手法とも良好であったが，各手法の処理時間を表1に示す（但し，線分の統合処理時間は含まない）．これから，改良型 CHT は CHT に対して約 2.7 倍，SHT に対して約 23.1 倍，高速であることがわかる．投票回数を考えれば CHT の方が少ないわけであるが，改良型 CHT では三角関数演算が不要な分だけ逆に高速となった．なお，線分を統合処理する所要時間は 0.06 秒であり，改良型 CHT で検出された当初 490 本の近似線分は 307 本に統合された.

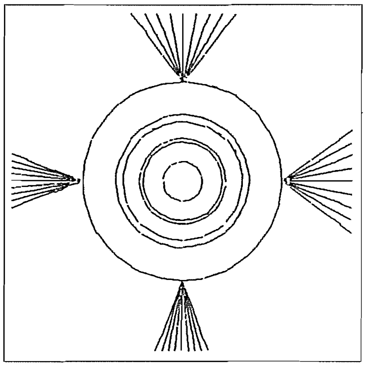


図 7 改良型 CHT による線分近似結果 1 (γ=5 %)
Fig. 7 Polygonally approximated result 1 of the test image 1 using modified CHT with γ=5 %.

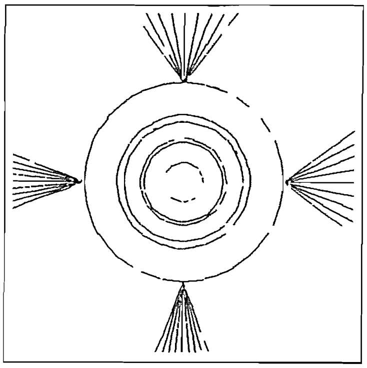


図 8 改良型 CHT による線分近似結果 2 (γ=2 %)
Fig. 8 Polygonally approximated result 2 of the test image 1 using modified CHT with γ=2 %.

表 2 異なった γ に対する処理時間の比較
Table 2 Comparison of processing times for different values of γ.

組み合わせの割合 γ (%)	C P U 時間 (秒)	近似線分数 (本)
100	7.12	490
5	4.23	412
2	3.68	380

次に，エッジ点対の選択率を γ=5 %，γ=2 % とした場合における改良型 CHT の線分近似結果を図 7 と図 8 に示す．γ=5 % では劣化はほとんど見られないが，γ=2 % ではかなりの線分の欠損が目立つ．処理時間の比較を表 2 に示す．これから，γ=5 % では γ=100 % の場合より約 1.7 倍だけ高速化されたことになるが，エッジ点対のランダム選択による高速化の効果は当初の期

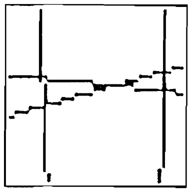
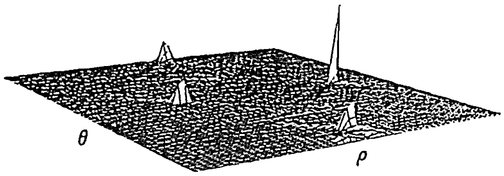
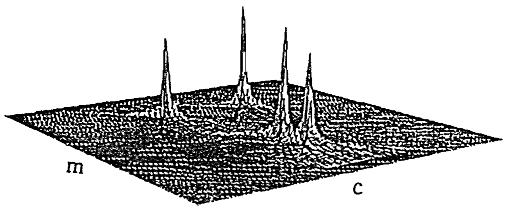


図 9 テスト画像 2
Fig. 9 Tested image 2.



(a)



(b)

図 10 テスト画像 2 に対する投票空間の分布 (a)CHT, (b) 改良型 CHT
Fig. 10 Configuration of voting spaces for the test image 2 ; (a) original CHT, (b) modified CHT.

待よりはかなり低いものに留まった．その主たる理由は，処理対象とするエッジ点が画像の分割で既に激減していることによる．また，雑音環境下における複雑な輪郭線画像の線分近似では，γ を低い値に設定すると線分検出そのものが不可能になるので，実用上は γ=100 % とせざるを得ない．以上を考え併せると，輪郭線の線分近似問題ではエッジ点やエッジ点対のランダム選択はあまり効果がないと言える．

5.2 実 験 2

次に，CHT と改良型 CHT について検出精度を評価する実験を行った．実験には図 9 に示すテスト画像 2 を用いた．同画像はサイズが 40×40 画素であり，実験 1 で用いた分割画像と同じサイズである (重なり画素分を含む)．画像には 4 本の直線が含まれ，その画素数はともに 40 画素である．実験 1 と異なるパラメータは d_{min} =2 であり，γ=100 % とした．CHT と改良型 CHT

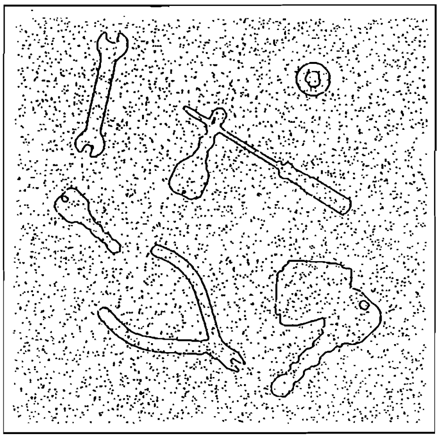


図 11　テスト画像 3
Fig. 11　Tested image 3.

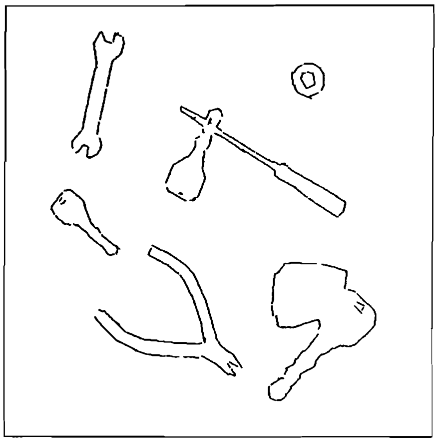


図 12　改良型 CHT による線分近似結果
Fig. 12　Polygonally approximated result of the test image 3 using modified CHT.

の投票空間の様子をそれぞれ図 10(a), (b)に示す (図の縦軸は投票値を表す). CHT では同じ 40 画素からの投票にもかかわらず, 線分の傾きに依存して投票値に大きな差が見られる. これに対して, 改良型 CHT では顕著な四つのピークを形成しており, いずれもほぼ等しい投票値を得ている. これは改良型 CHT における標本化誤差を考慮した投票方式の有効性を示している.

5.3 実験 3

ここでは, 更に実際的な状況を想定した実験を行った. 実験には図 11 に示すテスト画像 3 を用いた. 同画像はスキャナーで取り込んだ実画像に微分・2 値化・細線化の各処理を施して得た輪郭線画像に, 全画素数の 2% にあたる 5,242 点のランダムノイズを排他的論理和の形で加えたものである (総エッジ点数は 7,813 点). 実験 1 と異なるパラメータは $w=1.5$ (画素), $\delta_d=2$ (画素), $\gamma=100$ (%) である. 図 12 に改良型 CHT による線分近似結果を示すが, ほぼ満足できるものとなっている. 特に, ランダムノイズの影響を押さえて短い線分の検出に成功しており, この意味で本手法は安定していると言えよう. 線分の統合処理を含めて処理時間は 6.51 秒, 近似線分数は 262 本であった. 一方, SHT や CHT については, 曲率の大きな輪郭線部分に関して投票空間上に明確な極大点が形成されなかったため, その近似線分の抽出はできなかった.

6. むすび

本論文では, 不連続輪郭線画像を線分近似するための手法として, 新たに改良型 CHT に基づく手法を提案した. 改良型 CHT の特徴としては, (1)標本化誤差を考慮した適応的な投票方式の採用により, 投票空間のひずみが低く抑えられる, (2)CHT や SHT に比べて短い線分の検出能力が向上する, (3)処理が CHT や SHT よりも高速である, などが挙げられる. 評価実験では複雑な不連続輪郭線画像に対して, 提案手法が近似精度・処理速度・ロバスト性の面で十分に実用的な線分近似手法となっていることを確認した. この成果を踏まえて, 提案手法を相似変換不変な任意図形検出問題に適用したいと考えているが, それについては稿を改めて議論したい.

謝辞　本研究に関して御協力を頂いた本学工学部情報工学科横山隆三教授, 丹波澄雄助手に感謝します. また, 有益なコメントを頂いた査読者に感謝します.

文　献

[1] 高木幹雄, 鳥脇純一郎, 田村秀行編, "画像処理アルゴリズムの最新動向," 新技術コミュニケーションズ, 1986.
[2] 渡辺孝志, 石戸橋真, "線分近似による一般化ハフ変換の高速化と任意図形検出," 信学論(D-II), vol. J74-D-II, no. 8, pp. 995-1003, Aug. 1991.
[3] U. E. Ramer, "An iterative procedure for the polygonal approximation of plane curves," Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol. 1, pp. 224-256, 1972.
[4] J. C. Bezdek, C. Coray, R. Gunderson, and J. Watson, "Detection and characterization of cluster substructure II. Fuzzy c-varieties and convex combinations thereof," SIAM J. Applied Mathematics, vol. 40, no. 2, pp. 358-372, 1981.
[5] 渡辺孝志, 鈴木一也, 丹波澄雄, 横山隆三, "クラスタ化手順に基づいた不連続な輪郭線画像の線分近似," 信学論(D-II), vol. J75-D-II, no. 6, pp. 1067-1074, June 1992.
[6] D. S. McKenzie and S. R. Protheroe, "Curve description

using the inverse Hough transform," Pattern Recognition, vol. 23, no. 3, pp. 283-290, 1990.

[7] J. Princen, J. Illingworth, and J. Kittler, "A hierarchical approach to line extraction based on the Hough transform," Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol. 52, pp. 57-77, 1990.

[8] D. Ben-Tzvi and M. B. Sandler, "A combinatorial Hough transform," Pattern Recognition Letters, vol. 11, no. 3, pp. 167-174, 1990.

[9] J. Illingworth and J. Kittler, "A survey of the Hough transform," Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol. 44, pp. 87-116, 1988.

[10] 和田俊和，藤井高広，松山隆司，"γ-ω 変換一可変標本化による ρ-θ パラメータ空間のひずみの除去と投票軌跡の直線化一，" 信学論(D-II)，vol. J75-D-II，no. 1，pp. 21-30，Jan. 1992.

[11] N. Kiryati, Y. Eldar, and A. M. Bruckstein, "A probabilistic Hough Transform," Pattern Recognition, vol. 24, no. 4, pp. 303-316, 1991.

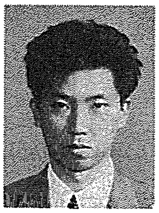
[12] L. Xu, E. Oja, and P. Kultanen, "A new curve detection method : Randomized Hough transform (RHT)," Pattern Recognition Letters, vol. 11, no. 5, pp. 331-338, 1990.

[13] 渡辺孝志，堀木秀司，木村彰男，田山典男，"改良された組み合わせハフ変換による輪郭線画像の線分近似，" 平成6年度第3回情報処理学会東北支部研究会資料，vol. 94-3-2，1994.

[14] J. Illingworth and J. Kittler, "The adaptive Hough transform," IEEE Trans. Pattern Anal. & Mach. Intell., vol. PAMI-9, no. 5, pp. 690-698, 1987.

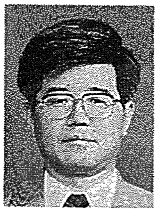
[15] 大和淳二，稲葉稔智，石井郁夫，牧野秀夫，"Hough 変換を用いた線分検出の高精度化，" 信学論(D-II)，vol. J72-D-II, no. 1, pp. 85-92, Jan. 1989.

(平成7年2月6日受付，5月10日再受付)



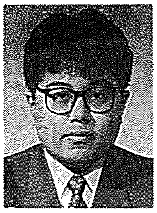
堀木　秀司

平4岩手大・工・情報卒．平6同大大学院修士課程了．同年日本電信電話(株)入社．在学中は画像処理の研究に従事．情報処理学会会員．



渡辺　孝志　(正員)

昭44東北大・工・通信卒．昭46同大大学院修士課程了．昭47(株)日立製作所入社．昭55東北大・大学院博士課程了．工博．同年岩手大・工・情報助手．同講師，助教授を経て現在同教授．この間，パターンの学習認識，集積回路のCADシステム，セルオートマトン，画像処理の研究に従事．情報処理学会，計測自動制御学会，日本リモートセンシング学会各会員．



木村　彰男　(正員)

平3岩手大・工・情報卒．平5同大大学院修士課程了．同年ソニー(株)入社．平7岩手大・工・情報助手．この間，画像処理，パターン認識の研究に従事．情報処理学会会員．

田山　典男　(正員)

昭41岩手大・工・電気卒．昭43東北大大学院・電子・修士課程了．同年日本信号(株)入社．昭47岩手大電子講師．昭53同大情報助教授．現在，同大電気電子教授．列車群運行管理計算機システムのソフトウェア開発．対称3値論理系の提案．3次元並列画像処理計算機の開発研究．3次元画像処理・再構成・可視化システムに興味をもつ．情報処理学会，IEEE正会員．工博．