

歪みのない曲面生成のための正 N 角形に基づいた 3 角形面と 5 角形面の滑らかな曲面内挿法

村木 祐太 *₁ 今野 晃市 *₁ 徳山 喜政 *₂

*₁ 岩手大学工学研究科 *₂ 東京工芸大学工学部

A Smooth Interpolation Method for Generating Non-Distorted Surfaces of Three and Five Sided Faces Based on Regular Polygon

Yuta Muraki*₁ Kouichi Konno*₁ Yoshimasa Tokuyama*₂

*₁ Graduate School of Engineering, Iwate Univ. *₂ Faculty of Engineering, Tokyo Polytechnic Univ.

E-mail: murakiyuta@lk.cis.iwate-u.ac.jp

概要

N 辺形状の曲面当てはめは、古くから多くの人により研究されている。しかし、フィレット操作で生成されるような稜線の長さが極端に異なる形状への曲面当てはめにおいては、歪んだ形状が生成されたり、隣接面と不連続であったり、ユーザーによる手動入力が必要であったりと、どの手法も一長一短である。これら 3 つの問題を同時に解決するのは、いまだ困難である。本論文では、稜線の長さが極端に異なる形状に対して正 N 辺形を生成するように分割曲線を生成することで、隣接面と G^1 連続かつ滑らかな曲面生成を可能にする手法を提案する。はじめに、分割する稜線のパラメータを決定し、領域を分割する稜線を生成する。その後で、分割した各領域に曲面を当てはめる。

Abstract

N -Sided hole filling is being studied by a lot of people from of old. However, in the case of the shape which extremely different length of edge generated by fillet operation, the distorted and discontinuous shape is generated, and the other method requires a manual input by the user. Each of methods have its merits and demerits. Therefore it is still difficult to solve these three problems at same time. In this paper, we have studied a method for solving these three problems simultaneously. First, divided edges and its parameters are determined, and generate the edges that the area is divided by generating a regular shape. And then, each area is interpolated by a curved surface.

キーワード：領域分割, 曲面内挿, G^1 連続, N -辺曲面

Keywords : Subdivision, Surface Interpolation, G^1 -continuous, N -Sided Face

1 はじめに

3 次元 CAD(Computer Aided Design) システムは、モノづくりには欠かせないツールとなっている。CAD システムで 3 次元形状をモデリングする際に、そのモデルの外形を曲線で表現して、複数の曲線で囲まれた閉領域を自由曲面で表現する手法がある。このような手法は次の 2 種類に大別することができる。

- (a) 境界曲線で囲まれる閉領域を包含する 4 辺形のトリム曲面を生成する手法
- (b) 閉領域の境界と自由曲面の境界曲線が一致するような自由曲面を生成する手法

(a) の手法は N -Side Filling 法 [1] と呼ばれており、閉領域をトリム曲面で表現することができるが、生成されたトリム曲面と隣接する別の曲面間の連続性は維持されない。また、一度トリム曲面を生成してしまうとその後の形状変形には制約が生まれる可能性が高い。一方、(b) の手法は、曲面内挿法 [2] と呼ばれる手法であり、隣接面との G^1 連続性 [3] を維持することができるが、閉領域を表す境界曲線の形状によっては、意図しない曲面形状が生成される。形状変形の観点から (a), (b) の方法を考えると、(b) の手法の方が、形状変形に対する自由度が高いので、 N 変形領域に対してできるだけ多くのケースで (b) の手法が利用できることが望ましい。従来、境界曲線の長さが極端に異なる閉領域に対して、(b) の手

法を適用すると歪みの大きな曲面が生成されることが問題である。

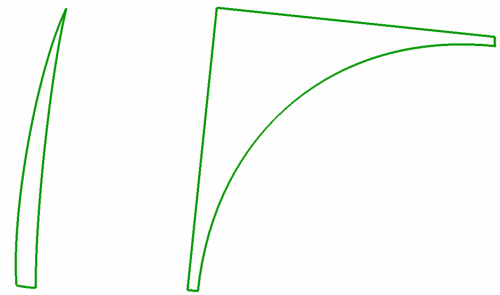
Charrot らは、境界曲線と境界横断ベクトルに基づいた内挿により生成した 5 つの長方形パッチから構成される 5 辺形の曲面パッチを開発した [4]。しかしながら、Charrot らの手法は、設計者が境界曲線の一部を変形した際に、曲面形状の変化を予測する事が難しい点や、パッチ生成に使用するブレディング関数が 5 辺形ドメインの 2 次元空間に定義されるため、複雑になるという問題がある。そこで三浦らは、1 つのパラメータで修正可能で、設計者が形状変形しやすいブレディング関数を提案した [5]。また、Piegl らは、角度許容誤差を導入し、隣接するパッチ間の共有境界曲線上の任意の点における法線ベクトルの角度が未満となる曲面当てはめ手法を提案し [6]、Yi-Jun Yang らは Piegl らの手法を有理曲線も扱えるように拡張した [7]。

これら文献 [4, 5, 6, 7] の手法は、N 辺形領域を 4 辺形領域へ分割し、各 4 辺形領域に曲面当てはめをする文献 [2] と類似した手法である。したがって文献 [2] と同様に、閉領域を表す境界曲線の形状によっては意図しない形状の内部曲線が生成され、歪んだ曲面が生成されるという問題がある。また、文献 [5] の手法は、隣接パッチ間と G^0 連続になる問題もある。

徳山らは、細長い 3 辺形領域や角のない領域に対して、B-spline 曲面を当てはめる手法を提案し、(b) の手法の問題を解決した [1]。しかし、徳山らの手法は、トリム曲面を生成するため、隣接面との連続性や形状変形の制約に関する問題がある。そこで、村木らは曲面内挿法を拡張し、制御点間ベクトルに張力パラメータを付加させた。張力パラメータで横断ベクトルの大きさをコントロールし、連続性を維持しつつ形状を制御した [8]。しかし、張力パラメータ値をユーザーが手動で設定し、N 辺形領域を分割するための中心点や内部曲線の位置を決定しなければならないことや、直感的に張力パラメータ値を決めることが困難といった問題がある。

文献 [9] の手法は、パッチの境界を B-spline に一致させることで、パッチ間の連続性を考慮した任意数の面の曲面当てはめが可能であるが、パッチ間の接続が直感的ではなく複雑であったり、隣接面との連続性は維持されないという問題がある。また、NURBS の持つ位相についての制約を緩和し、幾何学的に重要でない制御点を間引いた T-splines を用いた文献 [10] がある。T 字接続を許すため制御点を大幅に削減できるが、領域分割の際に閉領域を表す境界曲線の形状によっては、意図しない形状が生成される。

本論文では、設計によく現れる 3 辺形と 5 辺形に着目し、従来手法では歪んだ曲面形状を生成した閉領域を N 辺形と 4 辺形領域に分割することで内部曲線の形状を制御する曲面内挿法を提案する。本手法では、閉領域内に



(a)歪みが生じる3辺形 (b)歪みが生じる5辺形

図1 従来手法で歪みが発生する 3 辺形, 5 辺形領域の例

曲線を発生させ領域分割することで、ユーザーによる手動入力の必要のない曲面生成を実現することが可能となる。本論文では、従来手法で曲面の歪みが発生する閉領域に対して、歪みのない滑らかな曲面を生成する手法を提案する。曲面の歪みが発生する閉領域の一例として、図 1 に示すような、フィレット操作などで生成された極端に稜線の長さが異なる形状が挙げられる。

2 関連研究と問題点

2.1 N 辺形の内挿アルゴリズム

文献 [2] に示す曲面内挿法は、Catmull-Clark 細分割手法 [11] により、N 辺形領域の内部に中心点と分割曲線を発生させて、N 辺形領域を N 枚の 4 辺形面に分割し内挿する手法である。曲面内挿法では、閉領域を表す境界曲線の形状に依存して、生成される曲面が歪む場合や、互いに干渉しあった形状になる場合がある。

例として、境界曲線の長さが極端に異なる 3 辺形と 5 辺形領域を考える。図 2, 3 は境界曲線の長さが極端に異なる 3 辺形と 5 辺形領域を文献 [2] の手法で内挿したときの曲面形状を、平面で切断した断面線を表示した結果である。断面線を見ると、形状が歪んでいることが確認できる。歪みの原因は、境界曲線から曲面形状を想定するときに用いられる制御点間ベクトルの大きさである。具体的には、ひとつの境界稜線の始点、終点につながる境界稜線の制御点間ベクトルの大きさが極端に異なる場合、内部曲線が互いに交差してしまうため、歪んだ形状が生成される。同様の理由で、内部曲線の端点である中心点が、領域外にはみ出すため、ねじれた内部曲線が生成されることもある。このように曲面内挿法は、境界曲線の形状に依存した曲面が生成されるため、境界曲線の長さが極端に異なる図 1 のような領域では形状が歪んでしまう。

Sederberg らは、NURBS の余分な制御点の削除を行い T-spline 曲面に変換する手法を提案した [10]。T-spline 制御格子は、曲面パッチ同士の接続に T 字接続

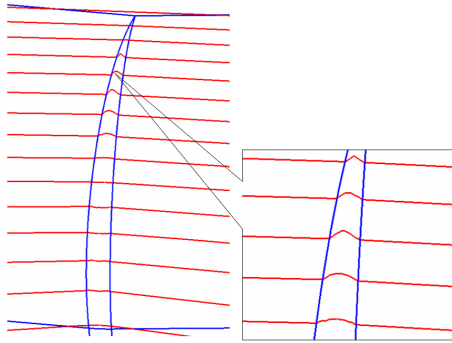


図2 曲面内挿法適用例 (3 辺形面)

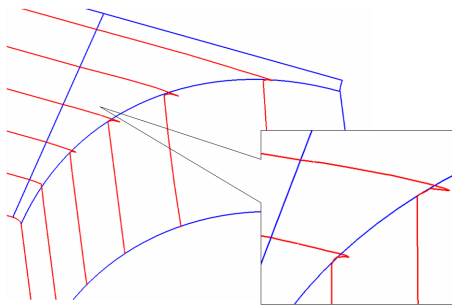


図3 曲面内挿法適用例 (5 辺形面)

を用いることができるため、全体的に細かいメッシュを用いるのではなく、必要な部分だけ細かく制御点を設定できる。これにより大幅に制御点を削減することができる。しかし、図1のような稜線の長さが極端に異なる形状に対して実行するとT字接続によりパッチ間の連続性は維持されるが、細分割により分割された曲面は歪んでしまう。これは、領域分割により生成する分割曲線の形状が歪んでしまうことが原因である。

徳山らの提案した N-Side Filling 法 [1] は、細長い形状への曲面の当てはめに関する問題を解決した手法で、自由曲線を境界とする凸な N 辺形領域に対して、双 3 次 B-spline 曲面を当てはめる手法である。N-Side Filling 法は、境界曲線を囲む境界箱を生成し、境界曲線上の点と横断ベクトルから線分を生成し、境界箱との交点から複数の点と各横断ベクトルを発生させる。そして、点列を B-spline 曲線で補間 [12] し、点群を利用して曲面フィッティング手法 [12] により、B-spline 曲面の内部制御点を導出する手法である。図4, 5 に示すように、従来手法で歪みが発生する形状に対し歪みのない曲面当てはめが可能であるが、隣接面とは不連続になってしまう。断面線を見ると、境界曲線上で不連続になっていることが確認できる。

Garcia らは、星型の N 辺形入力メッシュから、領域の内部に N 辺形パッチとその周りに 4 辺形パッチを生成する手法を提案した [9]。得られるパッチの主要な特性は、その境界が B-spline 曲線に一致することであり、

パッチ間の連続性を考慮した曲面当てはめが可能である。また、領域の内部に生成する N 辺形パッチの大きさはパラメータ f で制御でき、任意の N 辺形形状に対して曲面当てはめが可能となる。従来手法で歪みが発生する形状に対しても良好な曲面が生成されるが、B-spline 曲面の性質上、隣接する別の曲面間の連続性を維持するのは困難である。

村木らは、形状の歪みと隣接面と不連続な問題を解決するために、曲面内挿法を拡張し張力パラメータ [8] を導入した。村木らの手法は、境界曲線に接続する制御点間ベクトルの大きさに張力パラメータを付加することで、内部曲線の形状を制御し、曲面の歪みを抑制する手法である。図6 に示すように、隣接面との連続性を保ちつつ滑らかな曲面を生成することができる。しかし、張力パラメータはユーザーが手動で設定しなくてはならないことや、直感的にパラメータ値を決定することが困難といった問題がある。

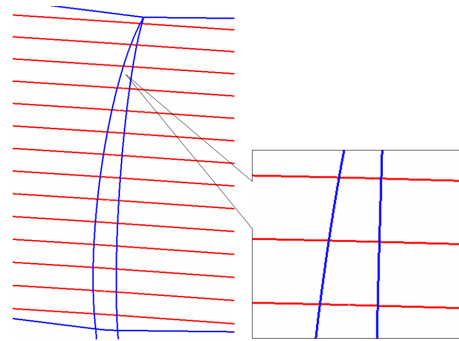


図4 N-Side Filling 法

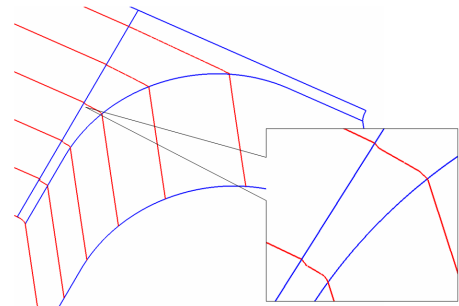


図5 N-Side Filling 法

2.2 問題点

従来の N 辺形の内挿法は、2.1 節で述べた理由から、従来手法で歪みが発生する閉領域の形状に対しては一長一短であることが確認できる。生成される曲面形状、隣接面との連続性、手法の自動化の 3 項目に対する各内挿法の比較を表 1 に示す。曲面内挿法は、隣接面と G^1 連

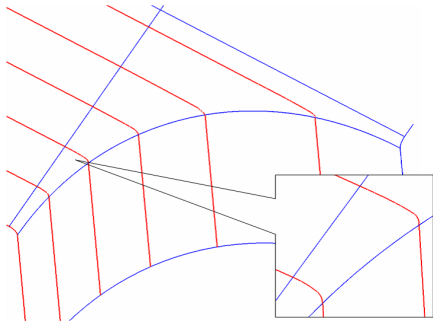


図6 張力パラメータの導入

続な曲面を自動生成できるが、歪んだ曲面が生成される。T-spline を用いた手法は、隣接面との連続性は維持されるが、細分割する際に生成する内部曲線の形状に影響され、生成される曲面が歪んでしまう場合がある。N-Side Filling 法は、図1のような従来手法では歪みが発生する形状に対して歪みのない曲面を自動生成できるが、隣接面と不連続である。Garcia らの手法は、任意の N 辺形領域に対して良好な曲面形状が得られ、パッチ間も連続であるが、生成される曲面は隣接面との連続性を維持するのは困難である。張力パラメータによる手法は、従来手法では歪みが発生する形状に対して隣接面と G^1 連続な曲面を生成できるが、手動でパラメータ値を設定する必要がある。従来手法では、3 項目を同時に解決することは困難である。

表1 内挿法の比較

	曲面形状	連続性	自動化
曲面内挿法	×		
T-spline	×		
N-Side Filling 法		×	
Garcia らの手法		×	
張力パラメータ			×

3 提案手法

本章では、2 章で述べた従来技術の問題点を解決する新たな手法を提案する。

本手法は、従来手法で歪みが発生する領域において内部に曲線を生成し、正 N 辺形の領域と 4 辺形領域に分割し、分割した各領域に曲面を内挿する手法である。本論文では、閉領域を正 N 辺形と 4 辺形に分割する曲線を分割曲線と呼び、分割曲線の両端点を分割点と呼ぶ。N 辺形領域を正 N 辺形領域へと狭めることで、中心点の位置が領域の内側に生成される。また、本手法は、トリム曲面による表現ではなく、 G^1 連続性を維持した曲面内挿法により曲面形状を生成するため、隣接面との連

続性を維持した形状変形が可能である。また、張力パラメータの設定のようにユーザーへの負担のない曲面生成が可能である。

本手法は、従来手法を完全に置き換えるものではなく共存可能である。本手法は、境界曲線上に複数の T ノード [2] を生成するため、従来手法と比較して、滑らかな曲面を生成するための手順は複雑になる。そこで、どのような場合に本手法を適用するべきかを判断し、生成手順の複雑さを軽減する必要がある。まずはじめに、本手法の適用条件について述べる。つまり、従来の曲面内挿法で表現可能かを判別する。次に、本手法を適用する場合、分割する最適な稜線とパラメータの決定法について述べる。そのあとで、分割曲線の生成法について述べ、最後に T ノードを含んだ曲面生成について述べる。

領域分割手法の概要を以下に示す。

1. 従来手法 [2] と提案手法のどちらを適用するかの判断をする。従来手法で歪みが発生する形状に対しては提案手法を適用する。
2. 分割する稜線を決定し、正 N 辺形となるような、稜線の分割パラメータを算出する。
3. 領域を分割する曲線を生成し、N 辺形領域を 4 辺形領域と N 辺形領域に分割する。
4. 各領域を曲面で内挿する。

3.1 本手法の適用条件

はじめに、本手法を適用する条件について記述する。3 辺形、5 辺形どちらの場合も中心点位置により判定する。

従来手法で歪みが発生する 3 辺形の場合、従来手法を適用すると、図7に示すように中心点 c_1 が形状表面より上の盛り上がった位置に生成されてしまうため、曲面形状も盛り上がってしまう。そこで、図8のように、まず従来の曲面内挿法により中心点 $a(i)$ を生成し、長さ最小となる稜線 C と両隣の稜線 A, B に射影して射影点 $b(i)$, $c(i)$ を得る。その後、 $b(i)$, $c(i)$ を両端点とする分割曲線を生成する。分割曲線の生成法については 3.3 節で述べる。次に、中心点 $a(i)$ を分割曲線に射影する。このときの、中心点 $a(i)$ と分割曲線へ射影した点を結んだ直線の長さが閾値以上の場合、つまり、分割曲線に対し中心点が離れすぎている場合に本手法を適用する。本論文では、閾値を最小となる稜線の長さの $1/50$ とし、中心点と分割曲線へ射影した点を結んだ直線の長さが閾値以上となる 3 辺形形状に対し、本手法を適用する。閾値が小さければ小さいほど分割曲線は上へと上がり、分割により生成される N 辺形領域は狭くなる。

従来手法で歪みが発生する 5 辺形の場合は、従来手法を適用すると、図7に示すように中心点 c_2 が領域からはみ出して生成されてしまうため、曲面形状も領域外に生

成されてしまう．本論文では，中心点が領域をはみ出すような L 字型の 5 辺形形状に対し，本手法を適用する．適用条件に当てはまらない場合は，従来の曲面内挿法 [2] で曲面を内挿する．

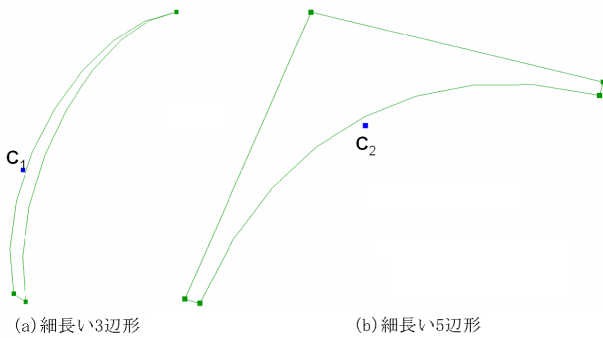


図 7 従来手法の中心点位置

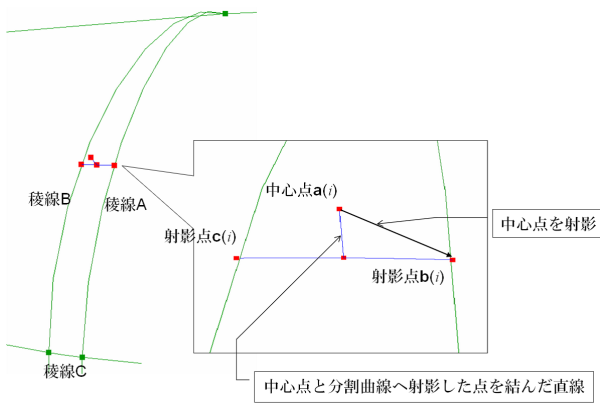


図 8 接平面との距離を求める

3.2 分割する稜線とパラメータの決定

分割点を生成する最適な稜線とパラメータの決定法について記述する． N 辺形領域の中心点位置を制御するために，3 辺形は領域を狭めるように，5 辺形は正 N 辺形を生成するように稜線を分割する．3 辺形の場合，以下の手順で求める．

1. 図 8 のように，長さが最小となる稜線 C と両隣の稜線 A, B を，分割点を生成する稜線とする．
2. 稜線 A をパラメータ $i (i=0, 1/n, 2/n, \dots, (n-1)/n, 1)$ で n 等分し，パラメータ i に対応する点を $a(i)$ とする．稜線 B も同様に分割する．
3. 分割点を $a(i)$ と仮定して分割曲線を生成し，3 辺形領域を得る．
4. 3 で得た 3 辺形領域において，3.1 節で述べた判別法を実行し，閾値以下であった場合は，分割パラメータ i を決定する．

5 辺形の場合，以下の手順で求める．

1. 図 9 のように，最も長い稜線 C の 2 つ前後の隣の稜線 A, B を，分割点を生成する稜線とする．
2. 分割点を生成する稜線を n 等分する．生成した分割点を $a(i)$ とする．
3. 分割点 $a(i)$ を最も長い稜線 C へ射影し，射影点 $b(i)$ を求める．
4. 点 $a(i)$ と点 C を端点とする直線と，点 $a(i)$ と点 $b(i)$ を端点とする直線の差分が最も小さくなるような点のパラメータ i を決定する．
5. 稜線 B に対しても，同様に実行する．

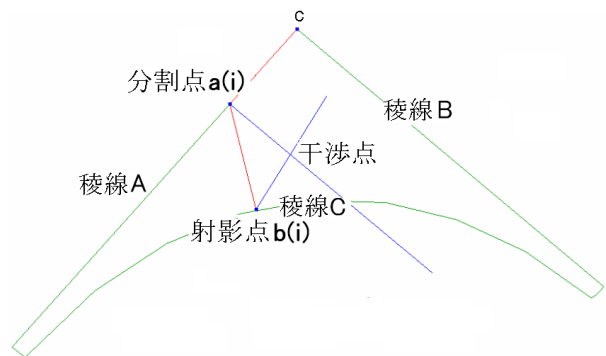


図 9 パラメータの決定

3.3 分割曲線の生成

分割点が決定したので，次に分割曲線の生成法について記述する．

3 辺形の場合，3.2 節で求めた分割点における横断ベクトルを抽出し，稜線 A, B を分割した分割点を始点とした直線をそれぞれ発生させる．その後で，2 本の直線の干渉点を計算し，領域分割する曲線の制御点とする．最後に，生成した 2 次の Bezier 曲線を 3 次に次数上げし，これを分割曲線とする．

5 辺形の場合，図 9 における，分割点 $a(i)$ と射影点 $b(i)$ から出る横断ベクトルをそれぞれ抽出し，稜線 A の分割点 $a(i)$ と射影した点 $b(i)$ を始点とした直線をそれぞれ発生させる．図 9 に示すように 2 本の直線の干渉点をそれぞれ計算し，領域分割する曲線の制御点とする．3 辺形と同様に，生成した 2 次の Bezier 曲線を 3 次に次数上げし，これを領域分割する曲線とする．

3.4 接続方法と曲面生成

ここで隣接面との接続と曲面生成について記述する．本手法により稜線を分割することで， T ノードが発生する． T ノードとは，分割点近傍に発生する T 字型の節点であり，図 10 の丸で囲まれた部分が T ノードの例で

ある．隣接面との G^1 連続性を考慮するため，2 曲面間を接続するために境界曲線上に生成する仮想的なパッチである基礎パッチ (付録を参照) を分割する．図 10 の 5 辺形面を例にすると，分割して生成した 4 辺形，5 辺形領域を内挿するために，基礎パッチ a_0, a_2 を分割したパラメータ値により分割し， a_1 を得る．4 辺形領域には a_0, a_1 を用い，基礎パッチ a_3 を生成する．5 辺形領域には a_1, a_2 を用い，T ノードの部分で分割し a_4 を得る．そして，各 4 辺形領域に曲面を内挿する．

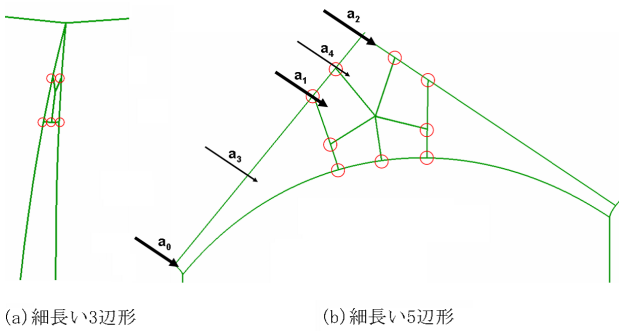


図 10 分割曲線表示

4 実験結果と考察

本手法を従来手法では歪んだ曲面が生成される 3 辺形面，5 辺形面 A, B, C へ適用した結果を示す．図 11, 12, 13, 14 にシェーディング結果を示す．3 辺形面においては，3 辺形領域を狭めることで，形状の盛り上りを抑制できていることが確認できる．また，5 辺形面においては，正 5 辺形となる曲面を内部に生成することによって中心点位置を制御し，曲面が領域外へはみ出すことなく生成されていることが確認できる．

図 15, 16, 17, 18 は生成した曲面を平面で切断した，断面線を表示したものである．これらの図からもわかるように，滑らかな曲面が生成されていることがわかる．また，形状が折れることなく接続されていることも確認できる．

図 19, 20, 21, 22 はそれぞれ境界曲線上に法線ベクトルを発生させた結果である．隣接する 2 曲面の共有する境界曲線上の法線ベクトルが一致することから，2 曲面間が G^1 連続に接続されていることが確認できる．

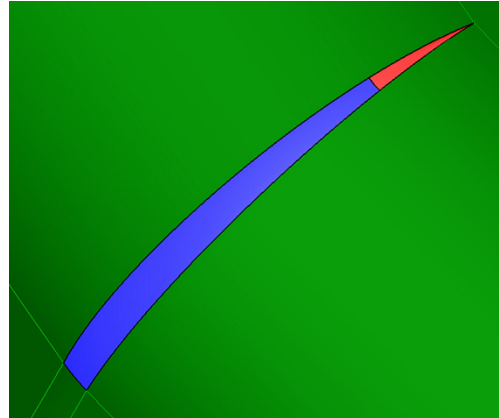


図 11 シェーディング表示 (3 辺形面)

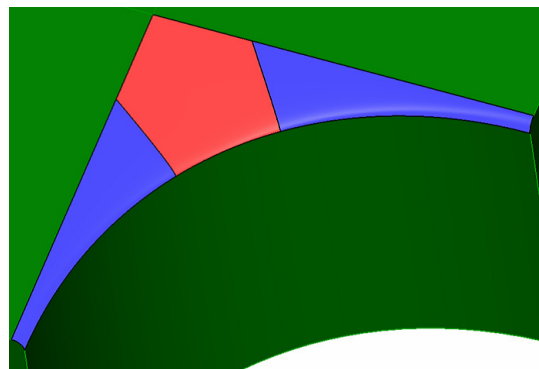


図 12 シェーディング表示 (5 辺形面 A)

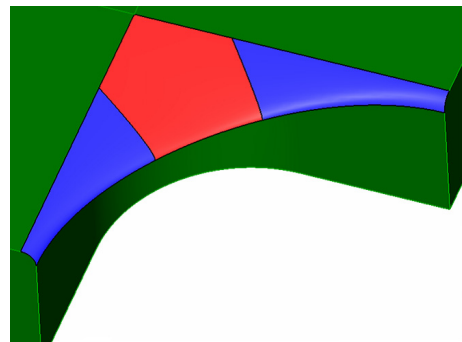


図 13 シェーディング表示 (5 辺形面 B)

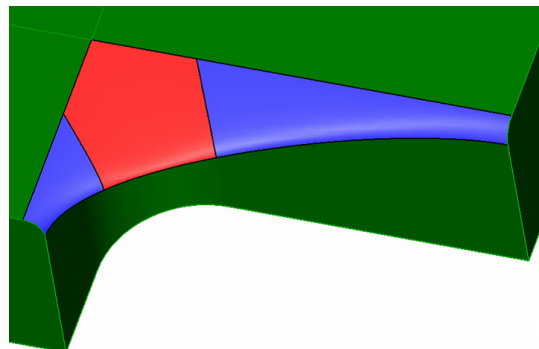


図 14 シェーディング表示 (5 辺形面 C)

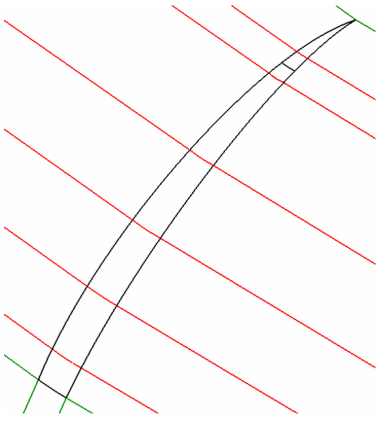


図 15 断面線表示 (3 辺形面)

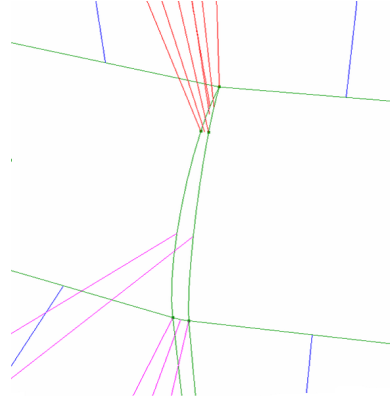


図 19 法線ベクトル表示 (3 辺形面)

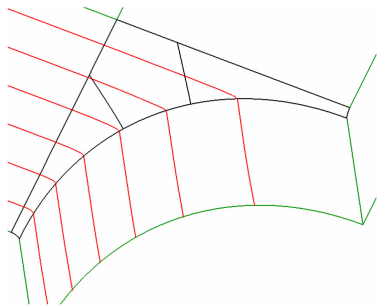


図 16 断面線表示 (5 辺形面 A)

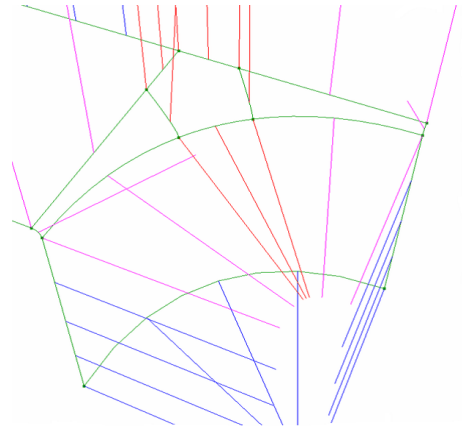


図 20 法線ベクトル表示 (5 辺形面 A)

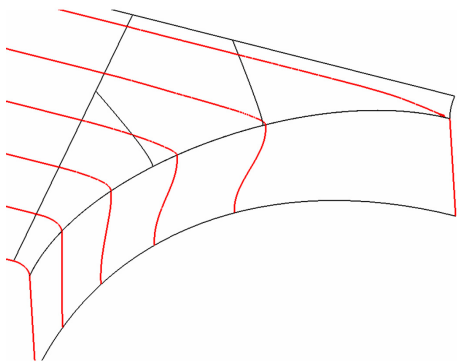


図 17 断面線表示 (5 辺形面 B)

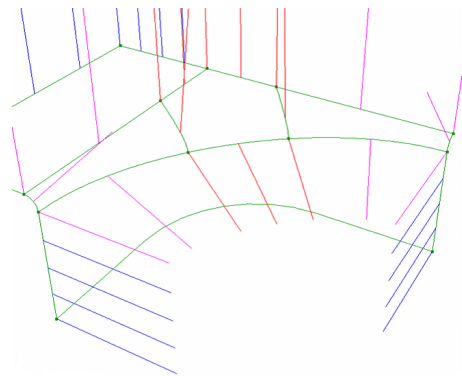


図 21 法線ベクトル表示 (5 辺形面 B)

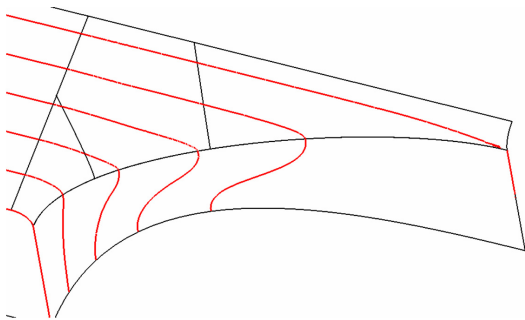


図 18 断面線表示 (5 辺形面 C)

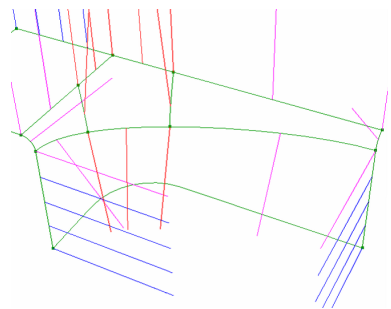


図 22 法線ベクトル表示 (5 辺形面 C)

5 まとめと今後の課題

本論文では，正 N 辺形に基づいた領域分割による内挿法について提案した．曲面分割により， N 辺形領域を N 辺形領域と 4 辺形領域に分割することによって中心点位置を制御し，生成する曲面の歪みを解消した．分割時に発生する T ノードに対して基礎パッチを分割し用いることで，隣接面と G^1 連続である曲面を生成した．隣接面と共有する境界曲線上の法線ベクトルを表示することで，隣接面との G^1 連続性を証明した．また，本手法はユーザー入力の必要のない曲面生成法である．以上のことから，生成される曲面の歪み，隣接面との不連続，手法の自動化の 3 つの問題を同時に解決する手法を提案した．

今後の課題として，3, 5 辺形以外の N 辺形領域への適用が挙げられる．

参考文献

- [1] 徳山喜政, 今野晃市: “ N 角形領域を覆うような B-spline 曲面の生成方法”, 情報処理学会論文誌, Vol.43, No.10, pp.3209-3218, (2002)
- [2] 鳥谷浩志, 千代倉弘明: 3 次元 CAD の基礎と応用, 共立出版株式会社, (1991)
- [3] G., Farin: Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design A Practical Guide, Academic Press, (1996)
- [4] P. Charrot, and J. A. Gregory: “A Pentagonal Surface Patch for Computer Aided Geometric Design”, Computer Aided Geometric Design, Vol.1, No.1, pp.87-94, (1984)
- [5] Miura, K.T., Adachi, M., Chiyokura, H.: “Patch Interpolation Using Edge-based Blending Function”, Pacific Graphics'96, (1996)
- [6] Piegl LA, Tiller W.: “Filling n-sided regions with NURBS patches”, The Visual Computer, Vol.2, No.15, pp.77-89, (1999)
- [7] Yi-Jun Yang, Jun-Hai Yong, Hui Zhang, Jean-Claude Paul, Jia-Guang Sun: “A rational extension of Piegl’s method for filling n-sided holes”, Computer Aided Design, Vol.38, No.11, pp.1166-1178, (2006)
- [8] 村木祐太, 今野晃市, 徳山喜政: “ N 辺形領域に対する歪みのない自由曲面生成法”, NICOGRAPH 秋季大会, pp.61-66, (2006)
- [9] N. Pla-Garcia, M. Vigo-Anglada, J. Cotrina-Navau: “N-sided patches with B-spline boundaries”, Computers & Graphics, Vol.30, No.6,

pp.959-970, (2006)

- [10] T. W. Sederberg, D. L. Cardon, G. T. Finnigan, N. S. North, J. Zheng, and T. Lyche: “T-spline Simplification and Local Refinement”, SIGGRAPH 2004, Vol.23, No.3, pp.276-283, (2004)
- [11] Catmull, E. and Clark J. “Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes”, Computer Aided Design, Vol.10, No.6, pp.350-355, (1978)
- [12] Piegl, L. and Tiller, W.: The NURBS Book, Springer-Verlag, (1995)

付録

2 曲面間の接続について

ここでは，隣接する 2 曲面間の接続について述べる．図 23 に示すように，曲面 F_1 と F_2 が G^1 連続に接続される場合，曲面 F_1 によって定義される境界横断導関数 $g_1(t)$ と，曲面 F_2 によって定義される境界横断導関数 $g_2(t)$ の関係は， $g_1(t) = -g_2(t)$ となる．2 曲面を接続する場合，境界横断導関数を 2 次の有理 Bezier で表し，式 (1) で定義される．

$$g_1(t) = \sum_{i=0}^2 B_i^2(t)\omega_i a_i \quad (1)$$

a_0, a_2 は基礎パッチであり，式 (2) で定義される．

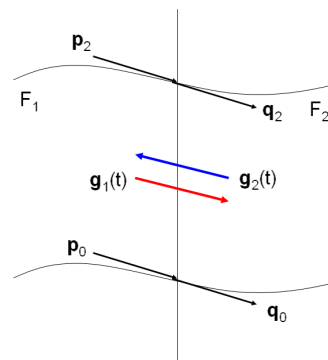


図 23 2 曲面間の接続

$$a_0 = \frac{p_0 + q_0}{|p_0 + q_0|}, a_2 = \frac{p_1 + q_1}{|p_1 + q_1|} \quad (2)$$

次に， T ノードを含む 2 曲面間の接続について述べる．稜線 E のパラメータ t_0 に T ノードとなる T 節点 V があり，稜線 E_0 と E_1 に分割していると仮定する．図 24 に示すように，稜線 E_0 と E_1 の境界横断導関数は，点 V に接続する稜線 E_2 に拘束される．境界曲線の微分ベ

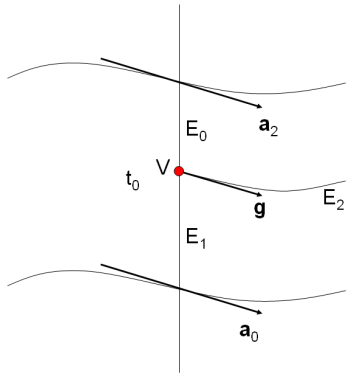


図 24 T ノードを含む 2 曲面間の接続

クトルは既知であるため，点 V での境界横断導関数を定義する．式 (1) により，式 (3) が算出できる．

$$\mathbf{a}_1 = \frac{\mathbf{g} - (B_0(t_0)\mathbf{a}_0 + B_2(t_0)\mathbf{a}_2)}{B_1(t_0)} \quad (3)$$

このように，パラメータ t_0 での境界横断導関数を定義し基礎パッチを算出したあとで，各曲面の内部制御点を算出することによって，T ノードを含む 2 曲面間を G^1 連続に接続できる．