

博士学位論文

計測点群を用いた土器表面の推定手法に基づ  
く補間形状のモデリング手法に関する研究

岩手大学大学院工学研究科

電子情報工学専攻

木下 勉

2013年9月

## 概要

遺物である土器は、多くの場合が砕けた状態で遺跡から出土する。よって、土器全体を把握するためには形状の復元作業が必要になる。土器形状の復元には専門的な知識や経験も必要となり、考古学分野では遺物の復元作業は大きな負担となっている。土器を復元する理由の一つに、実測図を作成することがあげられる。実測図の作成者は、計測用の特殊な道具を利用して、土器の大きさや形状の特徴を計測する。しかし、土器のどの部位を計測し記録するかは、作成者の判断に委ねられている。また、土器の分析を行う目的、手法が多岐に渡ってきているため、実測図だけでは、様々な分析要求に対して、十分な情報を提供することが困難であると考えられている。そこで、より多くの情報を提供するために、土器の形状を計測して3次元デジタルデータ化する手法やシステムが開発されている。3次元デジタルデータを生成する場合、形状データの欠落部を修正し、表面形状を完備することが重要である。完全な表面を構築することで、高品質な表面模様の再現や、展開図の作成が可能である。また、博物館でショーケースに入れられて展示されているような、手に触れることができない貴重な土器を、好きな角度から閲覧したり、専用の装置で接触したりすることが可能になる。3次元デジタルデータに対する従来の研究では、土器片の組み立ての補助を目的としているものが多く、欠落部補間を行う手法の研究は少ない。一般的に、欠落部の小さい土器を手作業で復元するには、欠落部の周辺形状を参考にして、滑らかに接続されるように欠落部を補間する。また、欠落部が大きな場合は、出土した土器の年代等による原型の統計情報に基づいて、土器の原型を予想し、欠落部を補間する。欠落補間を支援するため、人手で復元を行う場合の考え方を、3次元デジタルデータを用いた手法に置き換え

る場合、次の2つが課題となる。

(1) 欠落部が小さいときに、周辺の形状を用いて欠落部分を補間する形状を生成すること。

(2) 欠落部が大きいときに、形状の全体を予想して、補間する形状を生成すること。

本研究では、これら2つの課題を解決した、新たな手法を提案する。課題(1)を解決するために、欠落部周辺の土器片から推定可能な、補間形状の生成方法を提案する。欠落部は、土器が断裂した断面で囲まれる部分で構成されるため、複雑な形状となる。そこで、本手法では、一般的なトリム曲面で欠落部を表現し、欠落部を覆う自由曲面を当てはめる。まず、トリム曲面の母曲面を推定するために、土器表面の文様と呼ばれる凹凸模様をノイズとみなし、球面形状を保つ凹凸除去手法を適用する。次に、母曲面の境界線を適切に決定するために、初期値に依存しない境界線を複数定義し、複数の境界線から、最適な境界線を選択する。また、口縁部などに欠落部が存在し、欠落領域が閉領域でない場合には、欠落部を閉領域とする仮想曲線を定義し、境界線を決定する。最後に、周辺部との接続性を高めるために、欠落部に隣接する土器片の表面データを利用して、トリム面の母曲面を欠落部の周辺部にフィッティングを行い、欠落部を覆うような曲面を当てはめる。課題(2)を解決するために、本研究では土器全体を回転体に近い周回する形状と仮定し、断面として、円および楕円の表現が可能な、2次曲面を用いた推定手法を提案する。2次曲面推定で用いられる手法の一つに、非線形の最小二乗法がある。非線形の最小二乗法は、局所的な探索手法のため、大きな誤差を含むデータでは、局所解が求まる可能性が高く、土器のように製造精度の低いものに適用することは困難である。そこで本手法では、2次曲面の当てはめに最小二乗法ではなく、代数的な解法を用いて、土器全体を複数の2次曲面で推定する。まず、2次曲面を推定するために、土器表面の文様と呼ばれる凹凸模様をノイズとみなし、課題(1)と同様に球面形状を保つ凹凸除去手法を適用する。また、土器全体を複数の2次曲面として定義するためには、土器のセグメンテーションが必要となる。そこで、

セグメンテーションの基準線を決定するために、土器全体を一つの 2 次曲面と仮定して当てはめ、当てはめられた 2 次曲面の主軸を仮想主軸とする。次に、仮想主軸を法線とする、複数の平面を定義することで、土器を複数の部位にセグメンテーションする。セグメンテーションは、それぞれの区間が指定許容誤差以内で 2 次曲面を当てはめられるように設定をする。以上の 2 つの課題を解決することで、3 次元デジタルデータに対し、土器の欠落部の補間形状の生成は可能である。

# 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 本研究の背景と目的	1
1.2 本論文の構成	4
<b>第2章 関連研究</b>	<b>6</b>
2.1 まえがき	6
2.2 土器を示す点群データの位置・姿勢あわせ	7
2.3 凹凸除去の比較	8
2.3.1 レリーフ凹凸部の取り出し手法	8
2.3.2 Tabuin のスムージング手法	9
2.4 曲面補間手法	11
2.5 2次曲面当てはめ	14
2.5.1 2次元点群の楕円当てはめ手法	14
2.5.2 3次元点群の2次曲面当てはめ手法	17
2.5.3 2次曲面の主な種類と標準形	22
2.6 Octree を用いた局所曲面当てはめ手法	25
<b>第3章 土器欠落部のトリム曲面による補間</b>	<b>26</b>
3.1 まえがき	26
3.2 関連研究	27
3.2.1 土器片の凹凸除去手法	27
3.2.2 曲面補間手法	27
3.3 文様の除去	27

3.4	穴を覆う補間曲面の生成 . . . . .	28
3.5	開口部に対する補間曲面の生成 . . . . .	38
3.6	トリム曲面の生成 . . . . .	45
3.7	実験結果 . . . . .	51
3.8	あとがき . . . . .	63
<b>第4章</b>	<b>2次曲面を用いた土器表面の推定</b>	<b>64</b>
4.1	まえがき . . . . .	64
4.2	関連研究 . . . . .	64
4.2.1	点群の2次形式へ代数的な当てはめ . . . . .	64
4.2.2	点群の2次曲面への当てはめ . . . . .	65
4.3	文様の除去 . . . . .	65
4.4	仮想の主軸の決定 . . . . .	65
4.5	点群のグループ分割 . . . . .	67
4.6	土器表面に相当する自由曲面の生成 . . . . .	73
4.7	実験結果 . . . . .	76
4.8	あとがき . . . . .	83
<b>第5章</b>	<b>結論</b>	<b>84</b>
5.1	結論 . . . . .	84
5.2	今後の課題 . . . . .	85
<b>付録</b>		<b>87</b>
5.3	ラグランジュの未定乗数法 . . . . .	87
5.4	グラムシュミットの直交化法 . . . . .	87

# 第1章 序論

## 1.1 本研究の背景と目的

遺物である土器は、多くの場合が砕けた状態で遺跡から出土する。よって、土器全体を把握するためには、形状の復元作業が必要になり、出土した土器片は、土器の分類から、組み立て、復元までを手作業で行っている場合が多い。そのため、土器片の数が多いほど復元に時間を要する。また、復元には専門的な知識や経験も必要となり、考古学分野では遺物の復元作業は大きな負担となっている。それに加え、土器の復元作業を人手で行うと、土器片の破損のリスクが高まるといった問題がある。

土器を復元する理由の一つに、実測図を作成することがあげられる。実測図の作成者は、土器の輪郭を図面に写しとる真弧（マコ）や、厚みを計測するキャリパーなど、計測用の特殊な道具を利用して、土器の大きさや形状の特徴を計測する。しかし、土器のどの部位を計測し記録するかは、作成者の判断に委ねられている。また、土器の分析を行う目的、手法が多岐に渡ってきているため、実測図だけでは、様々な分析要求に対して、十分な情報を提供することが困難であると考えられている。そこで、より多くの情報を提供するために、土器の形状を計測して3次元デジタルデータ化する手法やシステムが開発されている。3次元デジタルデータを生成する場合、形状データの欠落部を修正し、表面形状を完備することが重要である。完全な表面を構築することで、高品質な表面模様の再現や、展開図の作成が可能である。また、博物館でショーケースに入れられて展示されているような、手に触れることができない貴重な土器を、好きな角度から閲覧したり、専用の装置で接触したりすることが可能になる。博物館で展示される複製品の作成においても、土器をデジタルデータ

化し完備することで、希少な土器を組み立てる必要がなくなる。

3次元デジタルデータに対する従来の研究として、土器片の組み立ての補助を目的としている研究が行われている。文献 [1,2] は、3次元計測器で破片の表面を計測し、計測点群を解析しながら隣接破片を探索する手法である。また、文献 [3-5] の土器復元手法では、文献 [1,2] と同様に3次元計測器により土器片を計測し、計測点群の表面情報に基づいて隣接する土器片を探索することが可能である。3次元デジタルデータに対する従来の研究では、文献 [1-5] のような土器片の組み立ての補助を目的としているものが多く、欠落部補間を行う手法の研究は少ない。また、土器の複製品の生成において、一般的には3Dスキャナなどの3次元計測器により点群データを生成した後、点群データからポリゴンモデルを生成し、生成されたポリゴンモデルを入力として、3Dプリンタを用いて複製品が作成される。ただし、点群データから作成されるデータはポリゴンデータであり、計測精度が低い場合や、局所的にポリゴンの拡大などを行った場合には、滑らかな形状の再現は不可能である。一方、土器形状を曲面データとして再現を行うと、必要な解像度のポリゴンを任意に生成することが容易であり、周りとの連続性を考慮しつつポリゴンのデータ量を減らすことが可能である。

そこで本論文では、土器表面のデジタルデータ化を目的に、3次元計測器で土器片の表面を計測し、計測点群で表現される複数の土器片のデータを対象として、土器表面の補間形状を曲面データとして表現をするモデリング手法を提案する。一般的に、欠落部の小さい土器を手作業で復元するには、欠落部の周辺形状を参考にして、滑らかに接続されるように欠落部を補間する。また、欠落部が大きな場合は、出土した土器の年代等による原型の統計情報に基づいて、土器の原型を予想し、欠落部を補間する。欠落補間を支援するため、人手で復元を行う場合の考え方を、3次元デジタルデータを用いた手法に置き換える場合、次の2つが課題となる。

(1) 欠落部が小さいときに、周辺の形状を用いて欠落部分を補間する形状を生成すること。



(2) 欠落部が大きいときに、形状の全体を予想して、補間する形状を生成すること。

本研究では、これら 2 つの課題を解決した、新たな手法を提案する。課題 (1) を解決するために、欠落部周辺の土器片から推定可能な、補間形状の生成方法を提案する。欠落部は、土器が断裂した断面で囲まれる部分で構成されるため、複雑な形状となる。そこで、本手法では、一般的なトリム曲面で欠落部を表現し、欠落部を覆う自由曲面を当てはめる。まず、トリム曲面の母曲面を推定するために、土器表面の文様と呼ばれる凹凸模様をノイズとみなし、球面形状を保つ凹凸除去手法を適用する。次に、母曲面の境界線を適切に決定するために、初期値に依存しない境界線を複数定義し、複数の境界線から、最適な境界線を選択する。また、口縁部などに欠落部が存在し、欠落領域が閉じた領域にならない場合には、欠落領域が閉じた領域となるように仮想曲線を定義することで、境界線を決定する。最後に、周辺部との接続性を高めるために、欠落部に隣接する土器片の表面データを利用して、トリム面の母曲面を欠落部の周辺部にフィッティングを行い、欠落部を覆うような曲面を当てはめる。課題 (2) を解決するために、本研究では土器全体を回転体に近い周回する形状と仮定し、主軸を法線とする平面を用いた断面が、円および楕円の表現が可能な、2 次曲面を用いた推定手法を提案する。2 次曲面推定で用いられる手法の一つに、非線形の最小二乗法がある。非線形の最小二乗法は、局所的な探索手法のため、大きな誤差を含むデータでは、局所解が求まる可能性が高く、土器のように製造精度の低いものに適用することは困難である。そこで本手法では、2 次曲面の当てはめに最小二乗法ではなく、代数的な解法を用いて、土器全体を複数の 2 次曲面で推定する。まず、2 次曲面を推定するために、土器表面の文様と呼ばれる凹凸模様をノイズとみなし、課題 (1) と同様に球面形状を保つ凹凸除去手法を適用する。また、土器全体を複数の 2 次曲面として定義するためには、土器のセグメンテーションが必要となる。そこで、セグメンテーションの基準となる基準線を決定するために、土器全体を一つの 2 次曲面と仮定して、一つの 2 次曲面に当てはめ、当てはめられた 2 次曲面の主軸を仮想の

主軸とする。次に、仮想の主軸を法線とする、複数の平面を定義することで、土器を複数の部位にセグメンテーションする。最後に、セグメンテーションされた各部位に対して、指定許容誤差以内となる2次曲面を当てはめる。以上の2つの課題を解決することで、3次元デジタルデータに対し、土器の欠落部の補間形状の生成は可能である。3次元デジタルデータを利用した、欠落部の補間形状生成の有効性を検証するため、本手法を実際の土器から計測した、点群データに適用する。その結果、土器を復元するために、問題のない精度の補間形状の生成を確認し、手法の有効性を示す。

## 1.2 本論文の構成

第1章は序論である。遺物である土器は、多くの場合が砕けた状態で遺跡から出土する。一般的には復元を行い、土器の記録として実測図を作成する。しかし、土器のどの部位を計測し記録するかは、作成者の判断に委ねられており、実測図だけでは、様々な土器の分析要求に対して、十分な情報を提供することが困難であると考えられている。そこで、より多くの情報を提供するために、土器の形状を計測して3次元デジタルデータ化する手法やシステムが開発されている。本論文では、既存の研究が少ない、3次元デジタルデータを用いた、土器の欠落部の補間方法の研究を行う。本章では、土器の欠落部補間の問題点と目的を明確にし、課題の定義と実現方法について述べる。

第2章では、関連研究について述べる。本研究の中で利用している土器を示す点群データの位置あわせ手法、土器表面に存在する文様と呼ばれる凹凸模様の除去手法、欠落部周辺と補間形状の接続性を高めるための曲面フィッティング手法、および点群への2次曲面の当てはめ手法について述べる。また、関連手法ごとの問題点についても明確にする。

第3章では、欠落部に対するトリム曲面の生成法について述べる。第1章で定義した、一つめの課題である、欠落部が小さいときに、周辺の形状を用い

て欠落部分を補間する形状を生成すること，を解決するために，欠落部分の周りの形状から，欠落部分を表す曲面形状をトリム曲面として表現する手法について述べる．

第4章では，2次曲面を用いた全体形状の推定手法について述べる．第1章で定義した，二つめの課題である，欠落部が大きいときに，形状の全体を予想して，補間する形状を生成する，を解決するために，土器は回転体に近い周回する形状で生成されることが多いことに着目し，主軸を法線とする平面を用いた断面が円もしくは楕円になる，2次曲面を用いた表面形状全体の推定手法について述べる．

第5章は結論である．序論で述べた目的の確認と，二つの課題に対して提案した本研究の理論を整理する．また，本研究で提案した各手法について，今後の課題や展望を述べる．

## 第2章 関連研究

### 2.1 まえがき

本章では、本研究の中で利用している手法と、関連している手法について述べる。また、各手法ごとの問題点を明確にする。

まず、本研究の提案手法における、入力データとなる土器を示すデータの生成手法について述べる。点群を用いて土器の位置・姿勢を最適化する手法である。

- ・土器を示す点群データの位置・姿勢あわせ

土器表面には文様と呼ばれる凹凸模様が存在する。凹凸模様を含んだデータから補間形状を推定すると、生成される補間形状の精度が低いものになる。そこで、凹凸模様を除去する必要がある。2種類の凹凸模様の除去手法について述べる。

- ・レリーフ凹凸部の取り出し手法
- ・Tabuinのスージング手法

凹凸模様を除去したデータを用いて、補間形状を生成すると、周辺形状との接続性が低くなる。そこで、周辺形状の接続性を高めるために、曲面を周辺形状を示す点群にフィッティングする手法について述べる。

- ・曲面補間手法

土器を示す点群を2次曲面に当てはめる手法について述べる。一般的には、最小二乗法が用いられるが、土器のような製造精度の低いものには適さない。そこで、点群を2次曲面に当てはめるために、点群の2次形式当てはめ手法

について述べる.

- 2次元点群の楕円当てはめ手法
- 3次元点群の2次曲面当てはめ手法

一般的なモデリングソフトにおいて、2次曲面をそのまま利用可能なものは少ない。そこで、形状操作が容易なパラメトリックな表現に2次曲面を変換して利用する。パラメトリックな表現にするためには2次曲面の種類を知る必要があるため、2次曲面の種類を判定する手法について述べる。

- 2次曲面の主な種類と標準形

## 2.2 土器を示す点群データの位置・姿勢あわせ

コンピュータを利用して土器片などの破片からの形状復元を支援する研究が行われている。土器片の空間姿勢、および位置の最適化を提案する手法として、黄らの手法 [3] や Shoji らの手法 [4], Oikawa らの手法 [5] がある。

Shoji らの手法の概略は以下である。

1. 3次元計測器で土器片を計測することで3次元座標点群を獲得する。
2. 獲得した3次元座標点群から土器片の輪郭線を抽出する。
3. 抽出した輪郭線の形状解析を行い、複数の有意な分割点で輪郭線を分割する。
4. 点群の凹凸を検出して文様のある位置を抽出し、輪郭線に属性情報として追加する。
5. 分割した輪郭線ごとに幾何情報と文様の位置を比較評価することで、土器片をマッチングする。
6. マッチングされた土器片の分割線ペアを取り出し、それぞれの分割線上で接平面を推定する。

7. 接平面が一致するような幾何変換を導出し，隣接する土器片の空間姿勢を最適化する．

本論文において利用している点群データはすべて，黄らの手法 [3]，Shoji らの手法 [4]，Oikawa らの手法 [5] により位置・姿勢を最適化しているものを利用している．図 2.1 は，黄らの手法により最適化された土器を示している．

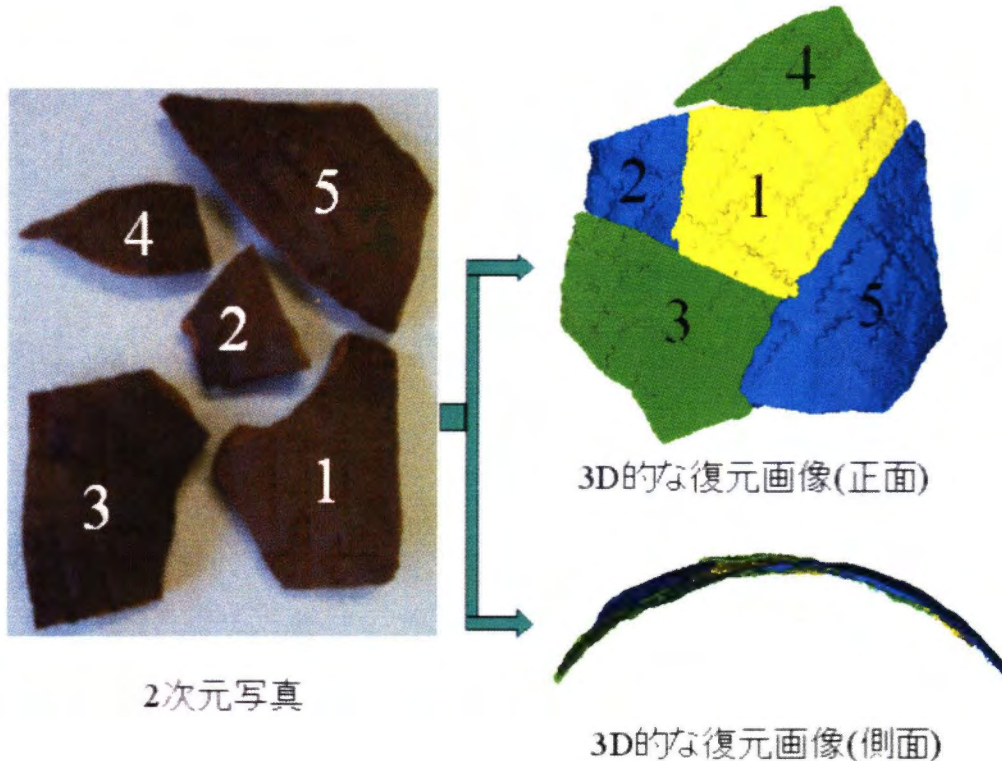


図 2.1: 3 次元的に位置を合わせた土器

## 2.3 凹凸除去の比較

### 2.3.1 レリーフ凹凸部の取り出し手法

スムージング手法には，ポリゴン法線に対しガウシアンフィルタを用いた Ohtake らの手法 [6] や，Ohtake らの手法を基盤とした，彫刻の凹凸を高さ関数で表現する Rony らの手法 [7] がある．文献 [6,7] はヨーロッパのレリーフ

のような深い彫刻や、表面の欠損がない場合には向くが、一般的な土器片のように比較的凹凸が浅く、また欠損した状況で出土する土器にはそのまま適用はできない。

### 2.3.2 Taubinのスージング手法

一般的にスージングの方法としてはローパスフィルタの利用が考えられる。本論文では球面形状を球面としてスージングが可能であり、処理時間も短時間で実行可能な Taubin の手法 [8] を用いてスージングする。Taubin の手法 [8] はラプラス変換を用いたスージング手法である。

なお、Taubin の手法 [8] は、全てのポリゴンの頂点を、隣り合う頂点の平均に近づける操作と、遠ざける操作を交互に行うフィルタリング方法であり、この遠ざける操作の移動スケールファクタと近づける操作の移動スケールファクタを定義する必要がある。図 2.2 は頂点の移動の概要を示している図である。

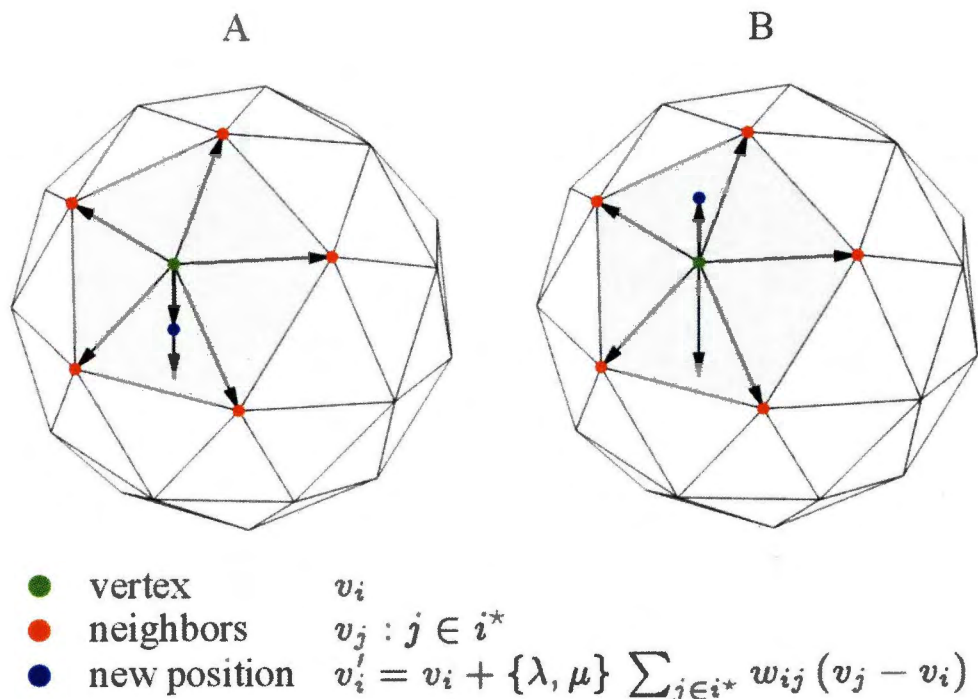


図 2.2: 多面体における頂点移動

ここで、遠ざける移動スケールファクタを  $\lambda$ , 近づける移動スケールファクタを  $\mu$  とすると, ローパスフィルタの伝達関数  $f(\kappa), \kappa \in [0, 2]$  は, 式 (2.1) のように表される. また, パスバンド曲率  $\kappa_{pb}$  には, 式 (2.2) のような条件式があり,  $\kappa_{pb}$  を 0.01 から 0.1 の間で  $\lambda, \mu$  を求めると良い結果が得られることが実験的に分かっている [8]. 図 2.3 は  $f(\kappa)$  と  $f(\kappa)$  を  $n$  回実行したときの変化を示すグラフである.

$$f(\kappa) = (1 - \lambda\kappa)(1 - \mu\kappa) \quad (2.1)$$

$$\kappa_{pb} = \frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} < 1 \quad (2.2)$$

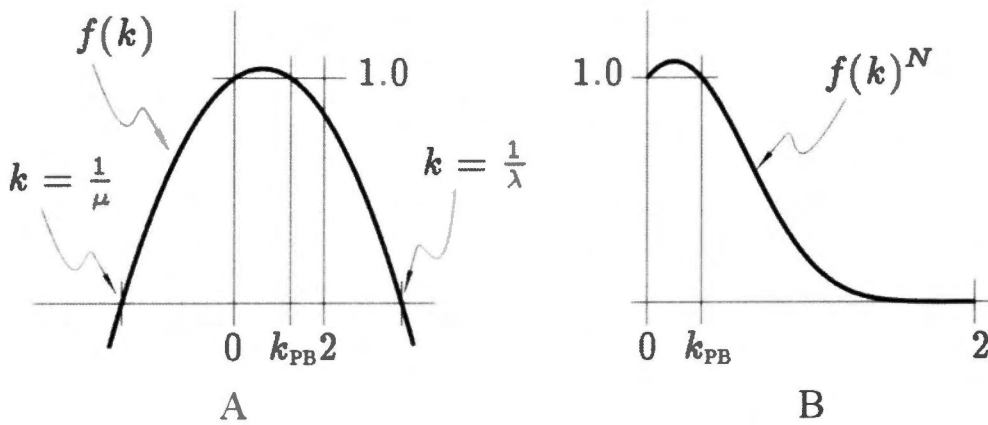


図 2.3: 伝達関数グラフ

本研究では, Taubin らの推奨値である式 (2.3) の方程式の解を利用する.

$$f(1) = -f(2) \quad (2.3)$$

すなわち, 式 (2.3) を解くと式 (2.4) が得られる.

$$(1 - \lambda)(1 - \mu) = -(1 - 2\lambda)(1 - 2\mu) \quad (2.4)$$



式 (2.4) を解くためには、パスバンド曲率  $\kappa_{pb}$  を決定する必要がある。Taubin の手法 [8] では推奨値が 0.1 であるが、本手法では、土器文様を効率よく除去できるかどうかで値を決定する。具体的には、パスバンド曲率  $\kappa_{pb}$  を 0.01 から 0.1 の間で 0.005 刻みに変化させたときに、土器文様を効率よく除去できるかどうかを評価する。本研究では、パスバンド曲率の値を、0.01 とする。

式 (2.2) に  $\kappa_{pb} = 0.01$  を代入すると式 (2.5) が得られる。

$$\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 0.01 \quad (2.5)$$

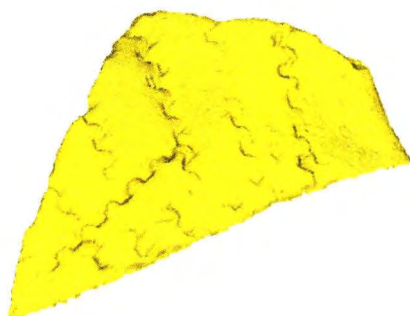
連立方程式 (2.4), (2.5) を解いて

$$\lambda = 0.6324, \mu = -0.6364.$$

が得られる。また、フィルタの適用回数は 1000 回としたが、これは文様がほぼ消える回数を実験結果から求めた実験的数値である。図 2.4 (a) は点群から生成したポリゴンデータである。また、図 2.4 (b) は図 2.4 (a) のポリゴンデータに対して、Taubin の手法をパスバンド曲率 0.1 で適用したものであり、図 2.4 (c) は図 2.4 (a) のポリゴンデータに対して、Taubin の手法をパスバンド曲率 0.01 で適用したものである。パスバンド曲率 0.01 で Taubin の手法を適用したポリゴンデータは、パスバンド曲率 0.1 で Taubin の手法を適用したポリゴンデータに比べ、凹凸模様が効率よく除去できている。

## 2.4 曲面補間手法

工業製品に対して、N 辺形領域を自由曲面で補間する手法に、村木らの手法 [9] がある。村木らの手法の対象は自由曲線を境界とする曲面モデルであるが、曲面補間をする過程では、点群モデルを使用するため、本論文で対象とするモデルと同一である。また、最終的にトリム曲面を生成し、曲線で囲まれた



(a) 点群データから作成したポリゴン



(b) パスバンド曲率 0.1 で Taubin のフィルタを適用したポリゴン



(c) パスバンド曲率 0.01 で Taubin のフィルタを適用したポリゴン

図 2.4: ポリゴンデータ

N 辺形領域を覆うように補間するアプローチも共通している。しかし、対象としている点群データが、工業製品のように精密に設計された部品向けの手法であり、土器などの製造精度が低いものに適用することはできない。

村木らの手法の概略は以下である。

1. トリム曲面の境界曲線を囲む境界箱を生成する。
2. 境界曲線上の点と横断ベクトルから線分を生成し、境界箱との交点から点列を発生させる。
3. 点列を B-spline 曲線で補間し、4 辺で囲まれる閉領域を生成する。
4. 境界稜線上に接平面を想定し、接平面を拘束条件として閉領域の外側に点群を発生する。
5. また、切り欠き形状近傍では、接平面に基づいてオフセット曲線を発生して、オフセット曲線を利用して点群を発生する。
6. 発生した点群と境界稜線を利用して、B-spline 曲面を当てはめ、新たにトリム曲面を生成する。

図 2.5 は村木らの手法にて曲面を当てはめた様子である。

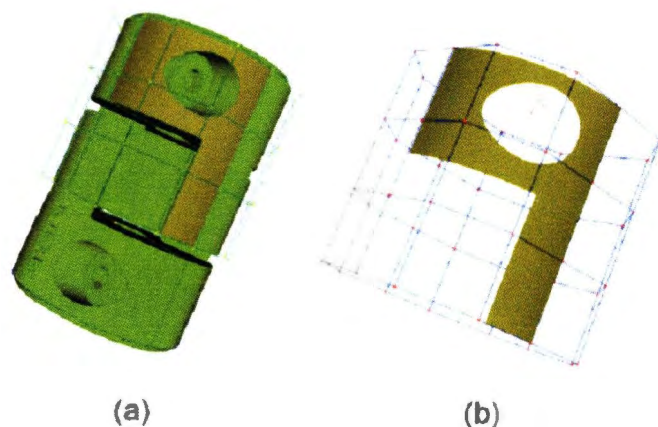


図 2.5: 村木らの N 辺形領域への当てはめの結果

## 2.5 2 次元曲面当てはめ

### 2.5.1 2 次元点群の楕円当てはめ手法

点群を 2 次形式に当てはめる手法には、楕円へ点群を当てはめる、Fitzgibbon らの手法 [10] がある。Fitzgibbon らの手法は 2 次元の点を対象として、点列を 2 次形式に当てはめ、楕円で近似する手法である。具体的には、点列を当てはめる 2 次形式を 2 次元空間の曲線形式で表現し、点群と曲線の距離を最小にする曲線をラグランジュの未定乗数法にて解く。また、Fitzgibbon らの手法ではラグランジュの未定乗数法の拘束条件を楕円とすることで、楕円への当てはめを実現している。

まず、2 次元平面上の点群に対して、最もフィットする楕円を求めるために、2 次元の点  $(x, y)$  の集合に対して、以下の 2 次形式を当てはめる問題を考える。

$$F(X, A) = AX = ax^2 + by^2 + pxy + ux + vy + d = 0 \quad (2.6)$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b & p & u & v & d \end{bmatrix}^T$$

$$X = \begin{bmatrix} x^2 & y^2 & xy & x & y & 1 \end{bmatrix}^T$$

この 2 次形式が楕円になる条件は以下の通りである。

$$p^2 - 4ab < 0 \quad (2.7)$$

ここで、2 次元上の点  $(x_1, y_1)$  に対して、 $X_1 = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \end{bmatrix}^T$  のように  $X_1$  を定義すると、点  $(x_1, y_1)$  が楕円の点であれば、 $F(X_1, A) = 0$  となる。一方、 $(x_1, y_1)$  が楕円上に存在しない場合は、 $F(X_1, A)^2 > 0$  となる。

一般化して考えると、点集合を以下のように定義し、

$$\left\{ X_i = \begin{bmatrix} x_i^2 & x_i y_i & y_i^2 & x_i & y_i & 1 \end{bmatrix}^T \middle| i = 1, 2, \dots, n \right\}$$

点集合と楕円  $F(X, A) = 0$  の距離を以下のように定義する.

$$\sum_{i=1}^n F(X_i, A)^2 \quad (2.8)$$

この距離を最小にする  $A$  を求めることで、楕円が求まることになる。ここで、行列の問題として再定義する。  $D = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_n \end{bmatrix}^T$  とおく。つまり  $D$  は次のようになる。

$$D = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_1 y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2 y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 & x_n y_n & y_n^2 & x_n & y_n & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

式 (2.9) に示す  $D$  を用いると、距離を示す式 (2.8) は以下のように書くことが可能になる。

$$\|DA\|^2 = A^T D^T D A \quad (2.10)$$

したがって 2 次元平面の点の集合に最もフィットする楕円を求める問題を、次のような問題と考えることが可能である。

$p^2 - 4ab < 0$  の条件のもと  $\|DA\|^2$  を最小化する  $A$  を計算する問題

しかし、この条件では、 $\|DA\|^2$  を最小化するのは難しいことが知られている [11]。そこで、 $F(X, A) = A \cdot X = 0$  の両辺を 0 以外の値で定数倍しても楕円を満たす点集合は変化しないため、 $\|DA\|^2$  を最小化する  $A$  も変化しないことに注目し、楕円となる条件を次のように設定する。

$$p^2 - 4ab = -1 \quad (2.11)$$

この条件を行列  $C$  を用いて表現すると以下のようなになる.

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

とすると,

$$A^T C A = \begin{bmatrix} a & p & b & u & v & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ p \\ b \\ u \\ v \\ d \end{bmatrix} = 1 \quad (2.13)$$

と式 (2.11) は書くことが可能である.

以上のことから, 2次元平面上の点群に対して, 最もフィットする楕円を求める問題は, 条件  $A^T C A = 1$  のもと,  $\|DA\|^2 = A^T D^T D A$  を最小化する  $A$  を計算する問題に置き換えることが可能である. つまり, 以下のラグランジュ関数を用いて, ラグランジュ乗数  $\lambda$  を求めることに等しい.

$$L(A, \lambda) = A^T D^T D A - \lambda(A^T C A - 1) \quad (2.14)$$

ただし,  $\lambda \geq 0$  とする.

ラグランジュ乗数  $\lambda$  が求めれば,  $A$  を決定することが可能になり, 楕円を示す式 (2.6) の係数が決定される. 以上が, Fitzgibbon らの手法の概略である.

点群を 2 次形式にフィッティングする処理は本研究と同様であるが, 2 次元の点群を対象とした手法であり, 3 次元の点群で表現される土器にはそのまま適用することが困難である. 図 2.6 は 2 次元の点群を楕円に当てはめた図である.



図 2.6: 楕円当てはめの結果

### 2.5.2 3 次元点群の 2 次曲面当てはめ手法

Fitzgibbon らの手法 [10] を 3 次元に拡張して, 3 次元点群を 2 次曲面に当てはめる Douros らの手法 [12] がある. Douros らの手法では, 2 次形式を一般形として定義し, Fitzgibbon らの手法同様に, ラグランジュの未定乗数法を解くことで, 局所的に 2 次曲面へ当てはめている. 具体的には, 3 次元モデルから点群を生成し, 全点群のなかで 2 次曲面に当てはめが成功した局所的な部分に, 2 次曲面を定義している. Douros らの手法の目的は, 入力点群の各座標における曲率の算出である. 曲率の算出にあたり, 当てはめが成功した部分に対し, 当てはめに利用した点群を面上点とする仮想の曲面を考える. 仮想曲

面上に点を射影して、射影した位置の曲率を、点の曲率として算出する手法である。

Fitzgibbon らの手法で用いられている 2 次元の 2 次形式を一般形の 2 次形式に拡張し、3 次元空間上の点群に対して、最もフィットする 2 次曲面を求める問題とする。点  $(x, y, z)$  の集合に対して、以下の 2 次形式を当てはめる問題を考える。

$$F(X, A) = AX = ax^2 + by^2 + cz^2 + pxy + qyz + rzx + ux + vy + wz + d = 0 \quad (2.15)$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & p & q & r & u & v & w & d \end{bmatrix}^T$$

$$X = \begin{bmatrix} x^2 & y^2 & z^2 & xy & yz & zx & x & y & z & 1 \end{bmatrix}^T$$

また、点  $(x_1, y_1, z_1)$  に対して、 $X_1$  を以下のように定義すると、

$$X_1 = \begin{bmatrix} x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

点  $(x_1, y_1, z_1)$  が 2 次曲面上の点であれば、 $F(X_1, A) = 0$  となる。一方、 $(x_1, y_1, z_1)$  が 2 次曲面上に存在しない場合は、 $F(X_1, A)^2 > 0$  となる。

一般化して考えると、点集合を以下のように定義し、

$$\left\{ X_i = \begin{bmatrix} x_i^2 & y_i^2 & z_i^2 & x_iy_i & y_iz_i & z_ix_i & x_i & y_i & z_i & 1 \end{bmatrix}^T \middle| i = 1, 2, \dots, n \right\}$$

点集合と 2 次曲面  $F(X, A) = 0$  の距離を以下のように定義する。

$$\sum_{i=1}^n F(X_i, A)^2 \quad (2.16)$$



この距離を最小にする  $A$  を求めることで、2次曲面が求まることになる。ここで、行列の問題として再定義する。  $D = \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & \dots & X_n \end{bmatrix}^T$  とおく、つまり  $D$  は次のようになる。

$$D = \begin{bmatrix} x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & z_2^2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^2 & y_n^2 & z_n^2 & x_ny_n & y_nz_n & z_nx_n & x_n & y_n & z_n & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

最後に、拘束条件を設定することで、Fitzgibbon らの手法同様に 2次曲面が決定される。ここで、数学的な最適解を示すための拘束条件は以下である。

$$a^2 + b^2 + c^2 + p^2 + q^2 + r^2 + u^2 + u^2 + w^2 + d^2 = 1 \quad (2.18)$$

式 (2.11) と同様に行列を用いて表現する。行列  $C$  を用いて表現すると以下のようなになる。

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

とすると、

$$\begin{aligned}
A^T C A = & \begin{bmatrix} a & b & c & p & q & r & u & v & w & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ p \\ q \\ r \\ u \\ v \\ w \\ d \end{bmatrix} \\
& = 1 \quad (2.20)
\end{aligned}$$

しかしながら、この拘束条件は大変厳しい条件のため、Dourosらは拘束条件として、原点における2次曲面の偏微分ベクトルの大きさを1とするようにしている。具体的には次のようである。

原点における偏微分ベクトルは以下のように表現される

$$\nabla F = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} \\ \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial F}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2ax + py + rz + u \\ 2by + px + qz + v \\ 2cz + qy + rx + w \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

と定義すると、

$$\nabla F|_{x=y=z=0} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

となる。つまり、以下が拘束条件である。

$$u^2 + u^2 + w^2 = 1 \quad (2.23)$$

数式 (2.11) と同じように表現すると、行列  $C$  を用いて表現すると以下のようになる。

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

とすると、

$$\begin{aligned}
A^T C A = & \begin{bmatrix} a & b & c & p & q & r & u & v & w & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ p \\ q \\ r \\ u \\ v \\ w \\ d \end{bmatrix} \\
& = 1 \quad (2.25)
\end{aligned}$$

Douros らの手法では，形状に欠落部分が存在しないことが前提の手法であり，欠落部を持つ状態で出土した土器にはそのまま適応できない。

### 2.5.3 2 次曲面の主な種類と標準形

2 次曲面を 3 次元データとして利用することを考えた場合，CAD ソフトなどにおいてすべての 2 次曲面に対応しているものは少ない。そのため，2 次曲面を自由曲面に近似変換後，利用することが多い。自由曲面へ変換する場合，2 次曲面の分割処理や，4 辺形領域の作成，および接線ベクトル，法線ベクトルなどの取得の処理が必要である。2 次曲面を自由曲面に変換するための処理は，2 次曲面の種類により処理を分ける必要性があるため，曲面の分類作業が必要となる。2 次曲面を分類するためには，一般的な 2 次形式で表現される 2 次曲面を示す式 (2.15) の形式を，表 2.1 のような 2 次形式の標準形にする必要がある。標準形にする方法は主軸変換を用いる。

2次曲面の一般形式 (2.15) を, 2次形式の標準形に戻すために, 主軸変換を行う. ここで式 (2.15) を以下の行列  $\alpha, \beta$  を用いて代数的表現の式 (2.26) に変形する.

$$F = a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{13}zx + 2b_1x + 2b_2y + 2b_3z + d$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \alpha_{ij} = \alpha_{ji}, \beta = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$F = X^T \alpha X + 2\beta^T + d = 0 \quad (2.26)$$

ここで  $\alpha$  は実対称行列として定義しているため, 直交行列  $P$  を用いることで, 式 (2.27) のように対角化が可能である. 直交基底は主軸変換以外にも, ラグランジュの未定乗数法に利用されているが, 本研究ではグラムシュミットの直行化法を用いて, 直交基底を算出する.

$$P^T \alpha P = P^{-1} \alpha P = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

ここで,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  は  $\alpha$  の固有値とする.

また,  $\alpha X + \beta = 0$  の解を  $X$  とすると,  $X$  は2次曲面を移動するベクトル,  $P$  は2次曲面を回転する行列ということになる.  $\alpha$  の階数が3の場合は有心2次曲面であり, 2もしくは1の場合は無心2次曲面に分類されることが分かっている. 有心であれば移動した後に回転し, 無心であれば回転した後に移動することで, 式 (2.15) を標準形にすることが可能である. 表 2.1 に曲面の種類と階数の関係をまとめている.

表 2.1: 曲面の種類と階数

曲面の名称	階数
錐面	3
楕円面	3
一葉双曲面	3
二葉双曲面	3
楕円放物面	2
双曲放物面	2
楕円柱面	2
双曲柱面	2
放物柱面	1

また，虚数解を持つものや，平面，直線などの特殊なものを含まない一般的な 2 次曲面を標準形にすると，表 2.2 のように分類される．

表 2.2: 一般的な 2 次曲面の種類

曲面の名称	標準形
錐面	$ax^2 + by^2 - cz^2 = 0$
楕円面	$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$
一葉双曲面	$ax^2 + by^2 - cz^2 = 1$
二葉双曲面	$ax^2 - by^2 - cz^2 = 1$
楕円放物面	$ax^2 + by^2 = z$
双曲放物面	$ax^2 - by^2 = z$
楕円柱面	$ax^2 + by^2 = 1$
双曲柱面	$ax^2 - by^2 = 1$
放物柱面	$ax^2 = z$

一般的に，2 次曲面の場合は，面上点の座標を二つの角度パラメータにより，

パラメトリックな表現が可能である。パラメトリック表現は、2次曲面の分類により異なる。以下に2次曲面のパラメトリック表現式(2.28), (2.29)を例として示す。

楕円面：

$$\begin{aligned}x &= A\cos\theta\sin\phi & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= B\sin\theta\sin\phi & 0 \leq \phi \leq 2\pi \\z &= C\sin\phi\end{aligned}\tag{2.28}$$

一葉双曲面：

$$\begin{aligned}x &= A\cos\theta\cosh\phi & 0 \leq \theta \leq 2\pi \\y &= B\sin\theta\sinh\phi & -\pi \leq \phi \leq \pi \\z &= C\sinh\phi\end{aligned}\tag{2.29}$$

一般的な土器の表面形状を考慮すると、錐面、楕円面、一様双曲面、二葉双曲面、楕円法物面、楕円柱面への当てはめが考えられる。

## 2.6 Octree を用いた局所曲面当てはめ手法

点群もしくは、ポリゴンデータに対して、Octree を用いた局所的な領域分割し、分割領域に存在する点群に2次曲面を当てはめる手法に、Ohtake らの手法 [13] がある。Ohtake らの手法は、点群データと当てはめられた曲面との距離が、許容誤差以内に収まるまで Octree の最小単位であるセルを分割していき、分割されたセル単位で2次曲面を生成していく手法である。2次曲面を用いた点群当てはめをしているが、周回する形状として形状全体を表現すること困難であるため、本手法の着目点である、回転体に近い周回する形状を利用した形状生成には、そのままでは適用できない手法である。

# 第3章 土器欠落部のトリム曲面による補間

## 3.1 まえがき

本論文の1章で述べた、課題(1)欠落部が小さいときに、周辺の形状を用いて欠落部分を補間する形状を生成すること、を解決するために、本章では、破損した状況で出土する土器に対し、欠落部を覆うトリム曲面を生成する手法を提案する。

本手法では、破片が欠落している部分に着目して、欠落部分の周りの形状から、欠落部分を表す曲面形状を表現する手法について述べる。縄文土器などには、文様と呼ばれる凹凸模様が存在するが、文様を含むポリゴンデータを対象として、曲面を推定すると、生成される曲面の品質が低いものになる可能性がある。よって、まずは土器表面にスムージングを施し、表面から文様を取り除く。次に、曲面の境界線を適切に決定するために、初期値に依存しない境界線を複数定義し、複数の境界線から、最適な境界線を選択する。また、口縁部などに欠落部が存在し、欠落領域が閉じた領域にならない場合には、欠落領域が閉じた領域となるように仮想曲線を定義することで、境界線を決定する。最後に、周辺部との接続性を高めるために、欠落部に隣接する土器片の表面データを利用して、曲面を欠落部の周辺部にフィッティングし、欠落部を覆うような曲面を当てはめる。



## 3.2 関連研究

### 3.2.1 土器片の凹凸除去手法

縄文土器は、土器表面に文様と呼ばれる凹凸模様が存在するが、土器表面を曲面で近似することを考えた場合、文様の部分はノイズとなる。このようなノイズを除去するためのスムージング手法には、2.3 節で述べたポリゴン法線に対しガウシアンフィルタを用いた Ohtake らの手法 [6] や、Ohtake らの手法を基盤とした、彫刻の凹凸を高さ関数で表現する Rony らの手法 [7] がある。文献 [6,7] はヨーロッパのレリーフのような深い彫刻や、表面の欠損がない場合には向くが、一般的な土器片のように比較的凹凸が浅く、また欠損した状況で出土する土器にはそのまま適用はできない。

### 3.2.2 曲面補間手法

工業製品に対して、 $N$  辺形領域を自由曲面で補間する手法に、2.4 節で述べた村木らの手法 [9] がある。村木らの手法の対象は自由曲線を境界とする曲面モデルであるが、曲面補間をする過程では、点群モデルを使用するため、本手法で対象とするモデルと同一である。また、最終的にトリム曲面を生成し、曲線で囲まれた  $N$  辺形領域を覆うように補間するアプローチも共通している。しかし、対象としている点群データが、工業製品のように精密に設計された部品向けの手法であり、土器などの製造精度が低いものに適用することはできない。ただし、本手法において、周辺形状との接続性を高めるため、村木らの手法の一部を利用している。

## 3.3 文様の除去

縄文土器には、表面に文様と呼ばれる凹凸模様が存在する。凹凸模様を計測した点群から生成したポリゴンデータを境界条件として、欠落部分を覆う曲面

補間を行うと、生成される曲面データが歪んでしまう可能性がある。本手法において、補間曲面の境界曲線は最小二乗法にて補間を行っている。最小二乗法は、評価関数と測定データの誤差が正規分布に従うことを期待する手法であり、誤差が正規分布から外れるような測定値が存在する場合、近似の精度が著しく低下する問題点がある。つまり、文様のような凹凸模様を含むデータに対して、そのまま境界曲線の補間を行うと、境界曲線の近似の精度は低いものになるため、境界曲線を用いて内挿される補間曲面の精度も同じく低くなる。そこで、本手法では文様をノイズとみなし、スムージング処理することで、文様を除去する。一般的にスムージングの方法としてはローパスフィルタの利用が考えられる。しかし、一般的なローパスフィルタを、球面形状に適用すると、球面形状が平坦化してしまうため、土器のような曲面を多く含む形状に適用すると、形状の特徴が大きく損なわれる可能性がある。よって、本手法では球面形状を球面としてスムージングが可能であり、処理時間も短時間で実行可能な Taubin の手法 [8] を用いてスムージングする。Taubin の手法 [8] はラプラス変換を用いたスムージング手法である。

図 3.1 (a) は、土器片を 3 次元計測器で計測して得られた点群データに対して文献 [3] の手法を適用し、位置と姿勢を復元したポリゴンデータである。なお、実験で使用した土器片は、作成した縄文土器の模造品を、われわれが適当に破壊したものである。図 3.1 (b) はこのポリゴンデータに Taubin の手法を 1000 回施したものである。文様がほぼ除去されている様子が分かる。

### 3.4 穴を覆う補間曲面の生成

3.3 節で述べた手法により、文様を除いたポリゴンを得ることができる。本節では、文様を除いたポリゴンを用いて、複数の土器片で囲まれた領域、すなわち欠落した領域を覆うような補間曲面を生成する手法について説明する。本手法は、轆轤成型により製作された土器のような、表面の変化量が緩やかに変化する形状の土器を対象としている。そこで、欠落部分の周りにあるポリゴン



(a) 点群データから作成したポリゴン

[面数 40628]



(b) Taubin のフィルタを 1000 回適用したポリゴン

[面数 40623]

図 3.1: ポリゴンデータ

頂点の空間位置を拘束条件として、欠落部分を補間する曲面を生成する。このとき、文様を表す形状は、滑らかな曲面補間のためにはノイズとなるので、事前にフィルターをかけて取り除いておく。曲面補間のアルゴリズムに関する処理の概要を以下に示す。

## 1. 境界箱の定義

欠落した部分を囲む仮想の境界箱を定義する。まず、3点を通る円に欠落部が含まれるように、ポリゴンの頂点を3点選択する。ここではユーザが手動で選択するものとする。次に3点を通る円の中心点を重心とし、1辺の長さが円の直径となる正方形を考える。つまり、円を内接円とする正方形を決定する。次に、決定した正方形を平面の法線の正・負の両方にオフセットすることで境界箱を定義する。オフセット量については、さらにオフセット量を増加しても、土器との干渉線が変化しないような、十分なサイズを指定する。本手法では頂点の選択順の2点目から1点目に向かうベクトルと、2点目から3点目に向かうベクトルの外積方向を平面の正方向と定める。図3.2は、スムージング後の土器片のモデルと、境界箱を生成するために選択した3点、及び土器片で囲まれた欠落部分に、定義された境界箱を示す。選択順は頂点a、頂点b、頂点cの順であり、平面の正方向は、頂点bから頂点aに向かうベクトルと、頂点bから頂点cに向かうベクトルの外積である。なお、本研究においては、すべての座標系は左手系を用いる。

## 2. 境界箱とポリゴンの干渉線の算出

上下方向を除く境界箱の4つの平面とポリゴンの干渉線をポリラインとして求める。それぞれの平面は有限平面と考え、干渉線となるポリラインも完全にそれぞれの平面上にのみ存在するものとする。ポリゴンデータに、微小な穴や隙間などがあり、1平面に対し干渉線が複数個求まることもあるが、本手法ではすべての頂点を通過する補間法ではなく、最小二乗法を用いた近似法を利用するため、非連続なポリラインは問題に

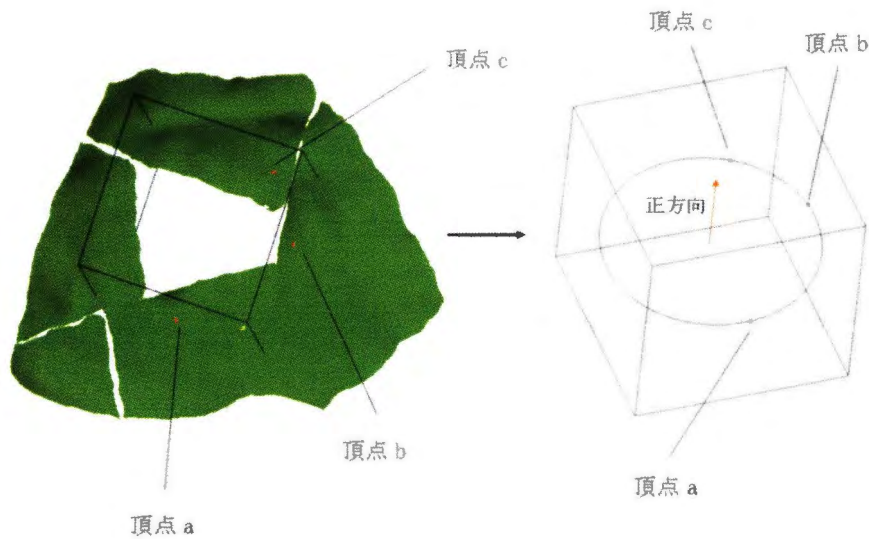


図 3.2: 境界箱の定義

ならない. 図 3.3 は, 境界箱により定義される 4 つの有限平面とポリゴンデータの干渉線を示している. 対辺が同色の領域が, 4 つの有限平面を示す.

### 3. 干渉線 (ポリライン) を 3 次ベジェ曲線で近似

手順 2 の処理で平面ごとに 1 つ以上のポリラインが生成される. 生成されるポリラインについて, 干渉線を算出した平面上の 2 次元座標で再定義する. 図 3.4 は図 3.3 の 4 つの有限平面のうち, 左奥側の有限平面と干渉線を示す図である.

具体的には, 図 3.4 のように有限平面の座標系を, 境界箱の 4 辺を利用した平面上に定義し, 平面上のポリラインに対して 3 次スプライン補間することで, 曲面の境界曲線を生成する. 以下に補間手順を示す. 平面座標系上の頂点数を  $n$  個, 座標を  $(x_i, y_i), (i = 1, \dots, n)$  とし, 求めるスプライン曲線を式 (3.1) のように定義する.

$$F(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \quad (3.1)$$

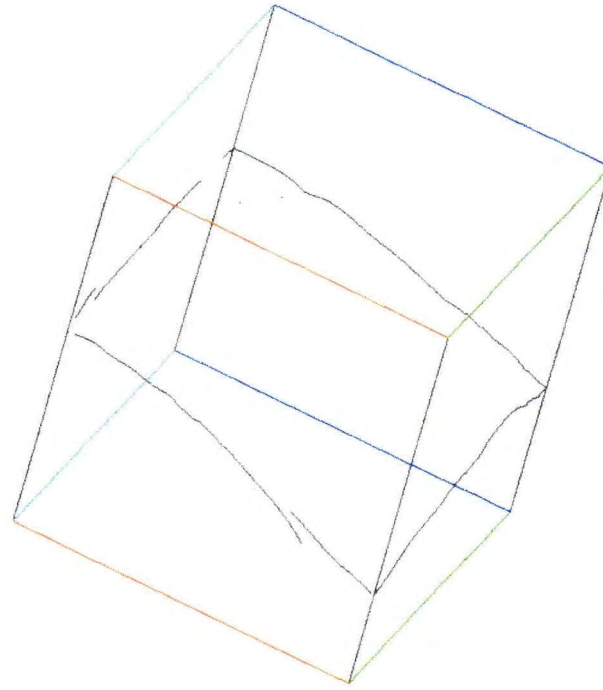


図 3.3: 境界箱の平面とポリゴンの干渉線

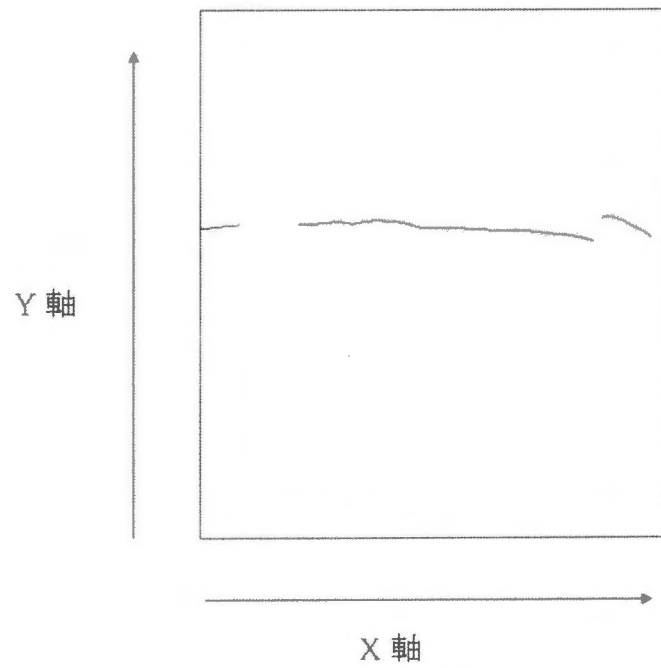


図 3.4: 有限平面とポリライン

式 (3.2), (3.3), (3.4), (3.5) の連立方程式から未知数  $a_0, a_1, a_2, a_3$  を解くことで平面座標系上に 3 次スプライン曲線が定義できる.

$$n \cdot a_0 + \left( \sum_{i=1}^n x_i \right) a_1 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a_2 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^3 \right) a_3 = \sum_{i=1}^n y_i \quad (3.2)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i \right) a_0 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a_1 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^3 \right) a_2 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^4 \right) a_3 = \sum_{i=1}^n (x_i y_i) \quad (3.3)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a_0 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^3 \right) a_1 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^4 \right) a_2 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^5 \right) a_3 = \sum_{i=1}^n (x_i^2 y_i) \quad (3.4)$$

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i^3 \right) a_0 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^4 \right) a_1 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^5 \right) a_2 + \left( \sum_{i=1}^n x_i^6 \right) a_3 = \sum_{i=1}^n (x_i^3 y_i) \quad (3.5)$$

その後、近似したスプライン曲線を 3 次元座標のモデル座標系に座標変換し、ベジエ曲線で表現する。手順 3 の操作をそれぞれの平面に対して行うことで、4 本のベジエ曲線が生成される。図 3.5 は境界箱とポリゴンの干渉線を、4 本の 3 次ベジエ曲線として生成したものである。

#### 4. 4 境界に囲まれたベジエ曲面の生成

手順 3 の処理で生成された曲線をもとに、4 本の曲線で囲まれた領域を 3 次ベジエ曲面で内挿する。曲面の内挿方法としては、境界線から基礎パッチ法を用いて、グレゴリー曲面の内部制御点を算出 [14] し、一部の制御点については平均を取り、ベジエ曲に変換する。図 3.6 は双 3 次のグレゴリー曲面の制御点を示す図である。本手法において、基礎パッチ法より生成したグレゴリー曲面の制御点のうち P110 と P111, P120 と

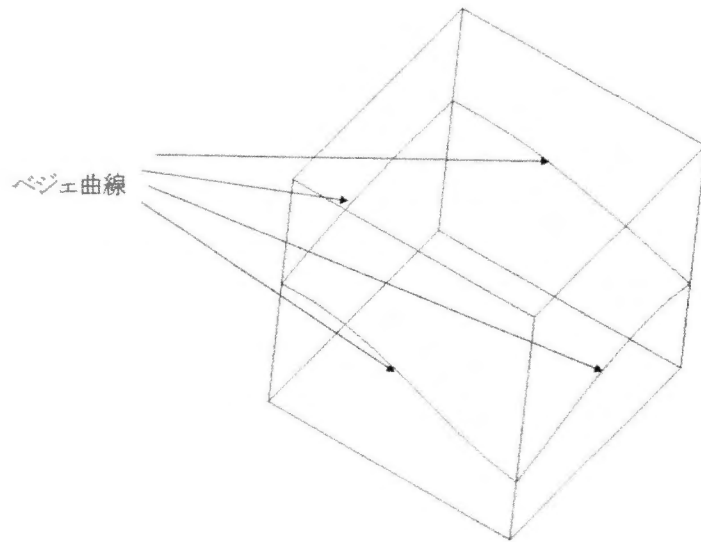


図 3.5: 生成される 4 辺の曲線

P121, P220 と P221, P210 と P211 のそれぞれの平均位置を, ベジエ曲面の該当部の制御点として, ベジエ曲面に変換する.

内挿の前提条件として 4 本のベジエ曲線の端点が一致している必要がある. 手順 3 の処理で求めたベジエ曲線は最小二乗法を利用しているため, 端点が完全に一致していない可能性がある. このような場合, 有限平面を定義している境界線と曲線の交点を求め, その境界線上での平均点を曲線の端点とすることで, 曲線を再生成する. 図 3.7 は 2 本のベジエ曲線の端点が一致していない場合の図を示す. 右の図のように, 一致していない双方のベジエ曲線の端点を, 境界箱の辺上において平均位置に移動する.

図 3.8 は 4 本のベジエ曲線で囲まれる領域を 3 次のベジエ曲面で内挿した例である.

## 5. 境界箱の再定義

手順 4 で生成される曲面の境界曲線は, 3.5 節で述べるトリム曲面の元曲面の境界曲線となる. 境界曲線の形状は, 元曲面の形状の品質に大き



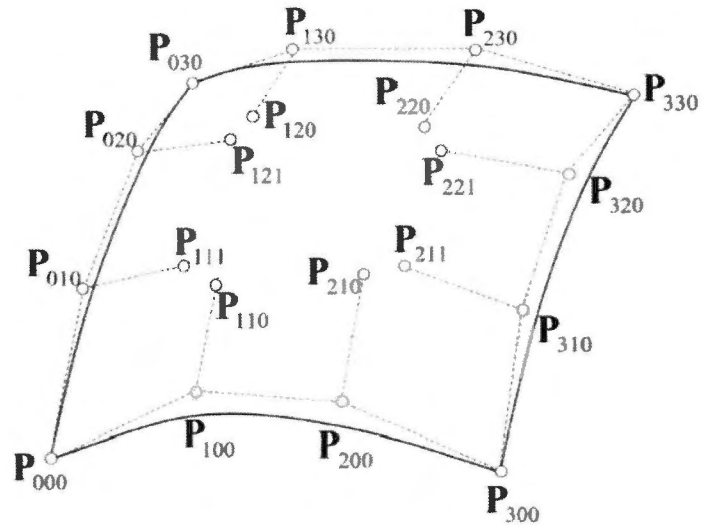


図 3.6: グレゴリー曲面の内部制御点

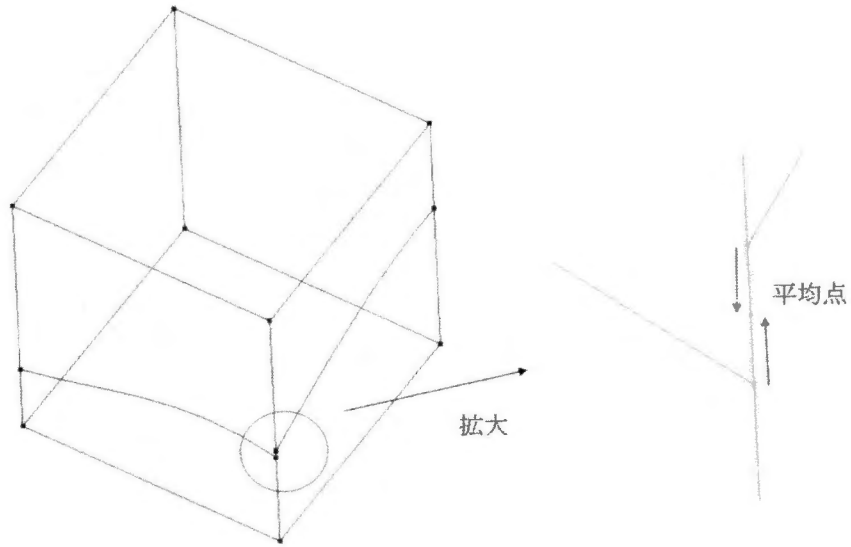


図 3.7: 端点の一致

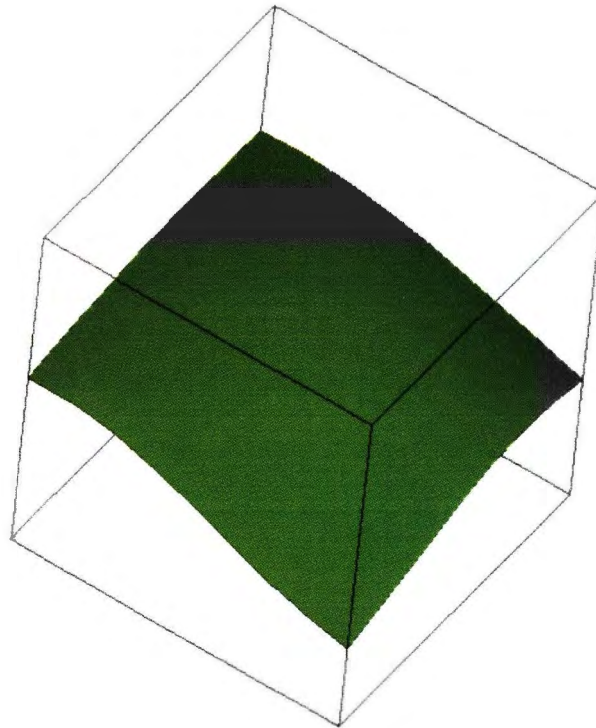


図 3.8: 生成される自由曲面

く影響するため、より良い品質の曲面を生成できる境界曲線を選出することが必要である。手順 4 で生成される曲面は手順 1 の境界箱の定義に依存する。そのため、手順 1 の境界箱の定義で利用した重心点を通り、正方形の法線ベクトルを方向ベクトルとした直線を中心に 1 度ずつ 90 度まで境界箱を回転することで、90 個のベジェ曲面を生成する。図 3.9 は欠落部を含む土器と、本手法にて定義する 90 個の境界箱の位置を示す図である。

境界箱に含まれるポリゴンの頂点との平均距離が最も小さいものを、3.5 節で述べるフィッティング面を算出するときの境界曲線として採用する。図 3.10 は 90 個の境界箱と、生成されるベジェ曲面を示す図である。図の赤いポリゴンが、平均距離を計算するときを利用する評価点である。



図 3.9: 90 個の境界箱の定義

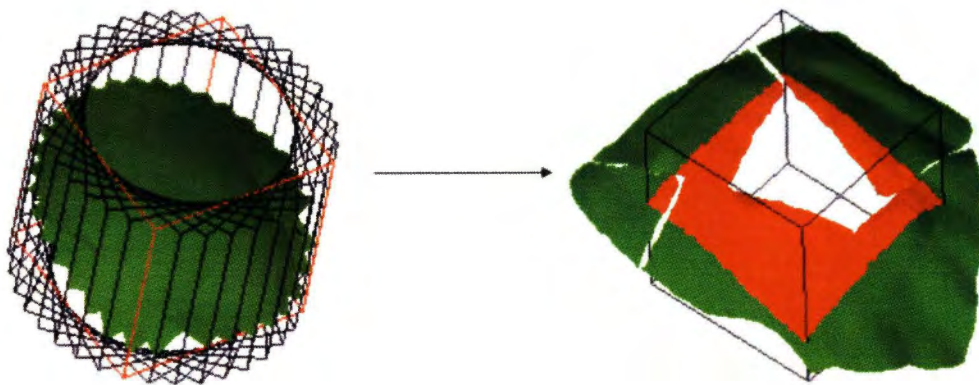


図 3.10: 90 個の曲面と平均距離の評価点

本手法では、曲面の境界曲線の算出が、境界箱の定義に依存するため、曲面と境界箱の定義との依存性を下げるために 90 個の境界箱を定義する手法を用いる。また、フィッティングするサンプル点の多くを、曲面の中心付近に持つ方が良い結果が得られるため、フィッティングのサンプル点の位置を考慮して、平均距離の小さい曲面の中で、最適なものを選択するようにしている。

## 3.5 開口部に対する補間曲面の生成

3.4 節で述べた手法により，閉領域をなす欠落部分に補間曲面を生成することは可能となるが，土器の口縁部の欠損などは閉領域ではない可能性が高い．そのため，閉領域ではない部分を覆うような補間曲面の生成方法も必要である．なお，滑らかな曲面補間を行うためのフィルター処理は，3.3 節で述べた手法と同様に事前に施されていると仮定する．図 3.11 (a) は，口縁部に欠落部が存在する土器片のモデルである．また，図 3.11 (b) は (a) のスムージング後の土器片のモデルと，本手法で生成する仮想曲線の関係を示した図である．

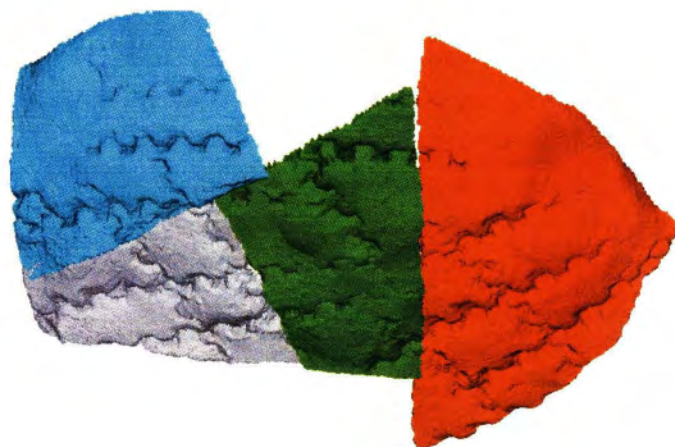
閉領域ではない欠落部に対する曲面補間のアルゴリズムの概要を以下に示す．

### 1. 仮想曲線生成のためのサンプル点の取得

欠落した部分を囲む境界を構成するため，実際には形状の存在しない部分に，仮想の曲線を定義する必要がある．本手法では，欠落部に接する 2 つの土器片について，それぞれの開口部からポリラインを抽出する．まずは，対象となる土器片の境界線上でポリラインの端点を 2 点ずつ選択する．ここではユーザが手動で選択するものとする．そして，それぞれの頂点の間に存在するポリラインを取り出す．図 3.12(a) は，仮想曲線が滑らかに接続されるべき 2 つの土器片の境界曲線であり，図 3.12(b) は仮想曲線の推定に用いられるポリラインの区間を示した図である．赤丸で囲まれた部分に含まれるポリラインの各頂点がサンプル点になる．

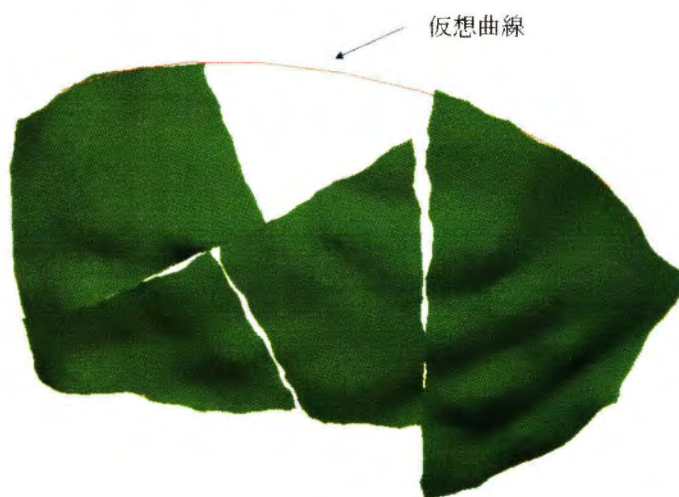
### 2. ポリラインの頂点を正規化

最初に手順 1 で取り出された 2 つのポリラインは不連続なため，最も近い頂点間に線分を挿入することで，連続な 1 つのポリラインを生成する．ポリラインから仮想曲線を生成するために，それぞれの頂点座標にパラメータ  $t$  を割り振る．手順としてはポリラインの全長を 1.0 とした場合に，始点からそれぞれの頂点までのポリラインの長さの比をそれぞれの頂点のもつパラメータ  $t$  の値とする．式で表した場合，式 (3.6) のように



(a) 点群データから作成したポリゴン

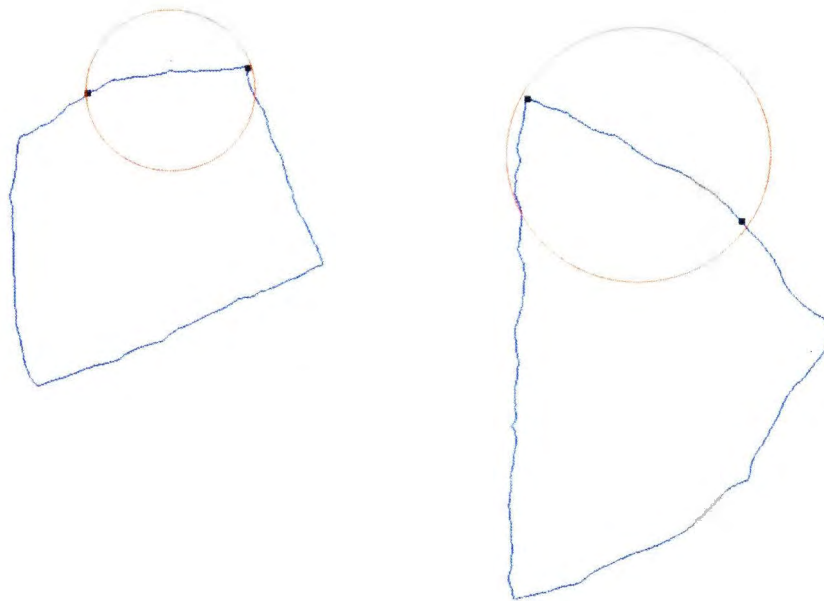
[面数 24426]



(b) スムージング後のポリゴンと仮想曲線

[面数 24422]

図 3.11: 仮想曲線の定義



(a) 仮想曲線が生成される土器片の境界線と選択領域



(b) 選択領域に含まれる2つのポリライン

図 3.12: 仮想曲線が生成される土器片の境界線

定義される。ポリラインの頂点数を  $n$  個、座標  $\mathbf{P}_i(x_i, y_i, z_i) i = (1, \dots, n)$  とすると、求めるパラメータと頂点の関係は以下ようになる。

$$t_i = \left( \sum_{k=1}^{i-1} \|\mathbf{P}_{k+1} - \mathbf{P}_k\| \right) / \left( \sum_{k=1}^{n-1} \|\mathbf{P}_{k+1} - \mathbf{P}_k\| \right) \quad (3.6)$$

### 3. ポリラインを 3 次ベジェ曲線で近似

手順 2 の処理で、頂点ごとに正規化されたパラメータ  $t$  は算出されている。ポリラインの各頂点座標を  $(F_x(t_i), F_y(t_i), F_z(t_i))$  とし、求める 3 次ベジェ曲線を式 (3.7), (3.8), (3.9) のように定義する。

$$F_x(t) = (1-t)^3 a_0 + 3(1-t)^2 t a_1 + 3(1-t) t^2 a_2 + t^3 a_3 \quad (3.7)$$

$$F_y(t) = (1-t)^3 b_0 + 3(1-t)^2 t b_1 + 3(1-t) t^2 b_2 + t^3 b_3 \quad (3.8)$$

$$F_z(t) = (1-t)^3 c_0 + 3(1-t)^2 t c_1 + 3(1-t) t^2 c_2 + t^3 c_3 \quad (3.9)$$

3.4 節の手順 3 と同様の方法で  $a_0, a_1, a_2, a_3, b_0, b_1, b_2, b_3, c_0, c_1, c_2, c_3$  を求めることでポリラインを 3 次ベジェ曲線で近似変換ができる。図 3.13 は 2 つのポリラインと、生成された仮想曲線を示す図である。



図 3.13: ポリラインと仮想曲線

### 4. 仮想曲線以外の境界線の算出

手順 3 の処理で生成された仮想曲線以外の残りの 3 つの曲面境界線を算出する。仮想曲線以外は 3.4 節の手順 3 と同様の算出方法を利用するた



めに、干渉線を求めるための平面を定義することにする。まずは、仮想曲線の始点、終点を通り、それぞれの接線ベクトルを法線とする2つの平面を定義する。図 3.14 は仮想曲線の始点、終点におけるそれぞれの接線ベクトルを法線とする平面を図示したものである。なお、赤い曲線が手順 3 で算出した仮想曲線である。

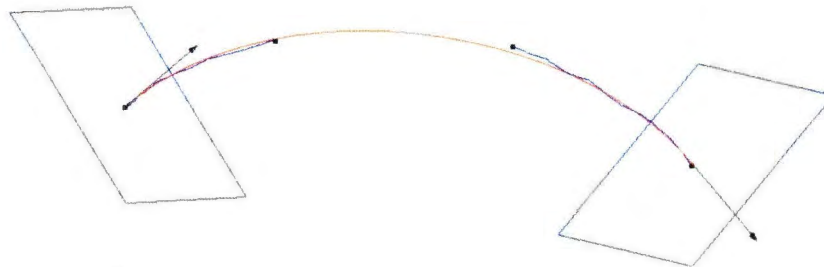


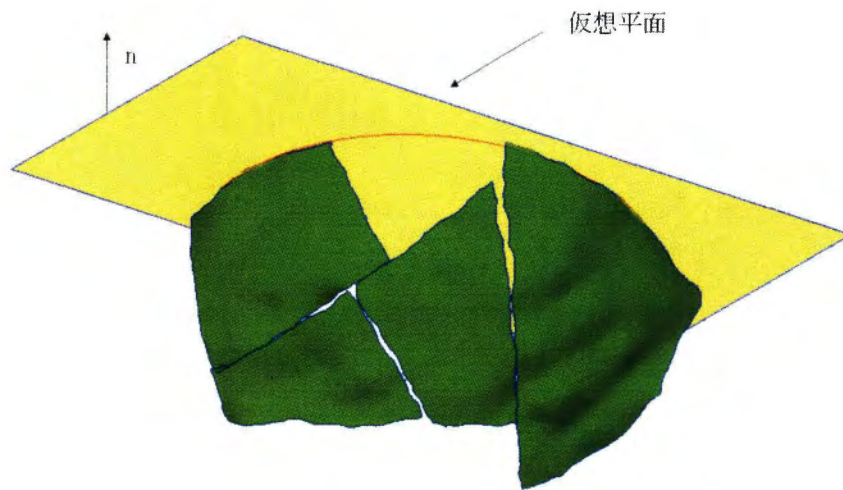
図 3.14: 仮想曲線と始点・終点の平面

次に手順 2 で利用したポリラインの頂点を利用して、仮想平面を算出する。具体的には、最小二乗法を用いて、仮想平面とポリラインの各頂点からの距離が最小になるような仮想平面を算出する。図 3.15 (a) は仮想曲線から算出された仮想平面のイメージ図を示す。算出された仮想平面を、欠落部を完全に覆うことが可能な距離だけ、法線ベクトル  $n$  の負の方向にオフセットし、3 つめの平面を定義する。図 3.15 (b) は仮想平面とオフセット後の平面の関係を示す図である。

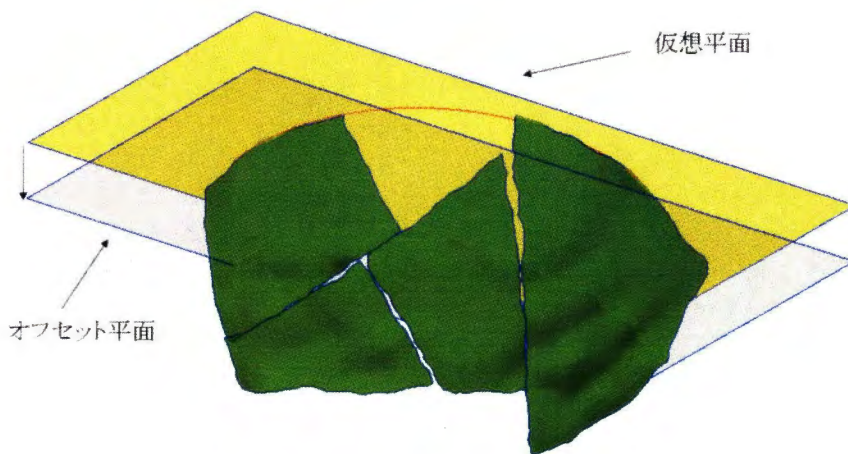
## 5. 干渉線の生成と曲線の定義

手順 4 までに 3 つの平面が定義され、定義される平面ごとにポリゴンとの干渉線が存在する。また、3.4 節の手順 3 を用いることで、それぞれの干渉線は 1 本の 3 次ベジェ曲線となるため、合計 3 つのベジェ曲線が生成される。3 つのベジェ曲線に、仮想曲線を合わせて、4 辺で囲まれる閉領域が生成可能であり、3.4 節の手順 4 を用いることにより、1 枚の 3 次ベジェ曲面が生成される。図 3.16(a) は口縁部を含むポリゴンデータ





(a) 仮想曲線と仮想平面



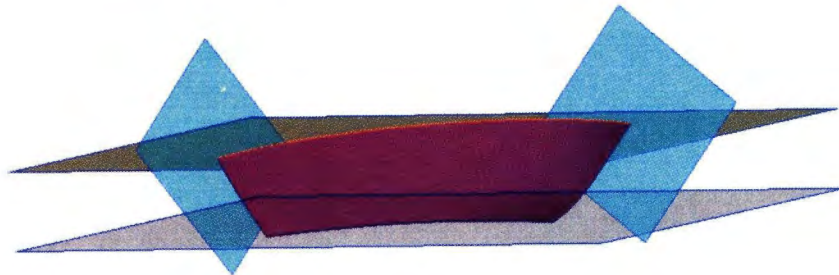
(b) 仮想平面とオフセット方向

図 3.15: 仮想平面のオフセット

と、本手法により生成されるベジエ曲面を示す図であり、図 3.16(b) は干渉線を計算するために求めた 3 つの平面と仮想曲線、および生成されたベジエ曲面を示す図である。マゼンタ色で表現されている曲面は、本手法で生成する母曲面を示している。また、水色で表現されている平面は、仮想曲線の始点、終点における接線ベクトルを法線とする平面であり、灰色で表現されている平面は、仮想曲線から算出される平面をオフセットしたものである。



(a) 口縁部を含むポリゴンデータと生成されるベジエ曲面



(b) 生成されるベジエ曲面と干渉線

図 3.16: 生成されるベジエ曲面と干渉線

## 3.6 トリム曲面の生成

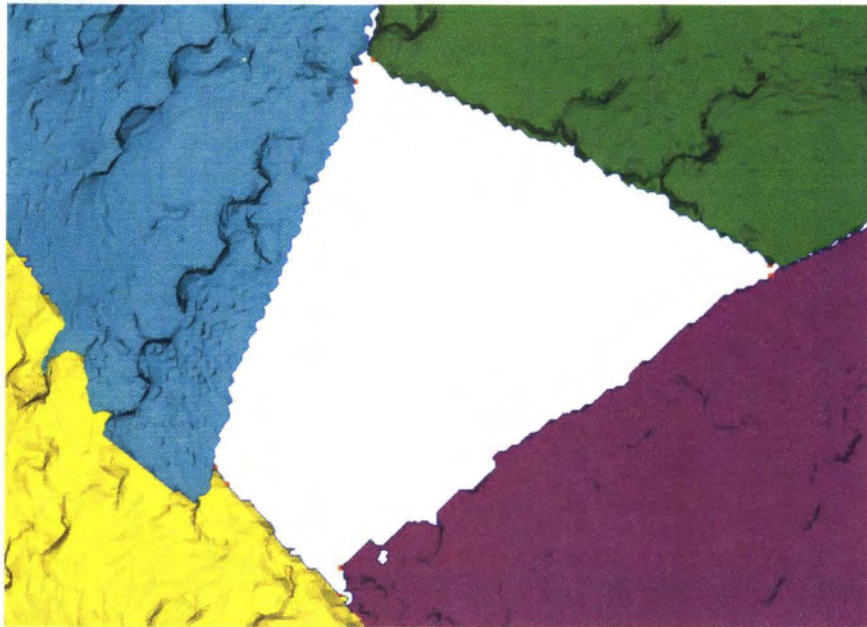
3.4 節, 3.5 節の手法で, 欠落部を覆うトリム面の母曲面の 4 境界の算出は完了している. しかし, 4 境界を用いて内挿される曲面は, 欠落部分の周りの点群を考慮していないので, 欠落部近傍と穴を表す曲面の接続性が良くない場合がある. そこで本手法では, 欠落部の近傍と, 生成されるトリム曲面との接続性を高めるため, 母曲面をフィッティング処理する. 3.4 節, および 3.5 節で生成した曲面を, 欠落部分と土器片の境界近傍の点群を用いて, 再度フィッティング処理を行い, 母曲面を再生成する. その後, 欠落部分の境界線をこのフィッティング曲面に投影し, トリム曲面の境界曲線を算出する. 処理の概要を以下に示す.

### 1. 欠落部分から境界線の算出

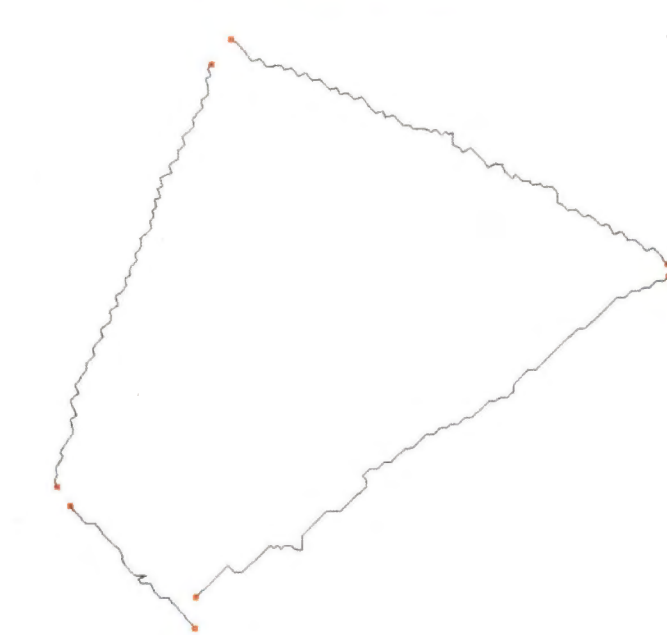
土器片は配置・姿勢を最適化されてはいるが, 連続したポリゴンデータにはなっていない. そのため, 土器の欠落部の周辺の点群情報を取得するために, それぞれの土器片から欠落部分に接している稜線を取り出す必要がある. 本手法では各土器片の境界線から 2 点を手動入力し, その区間を土器片の輪郭線から取り出すことで, 境界線となるポリラインを抽出する. ここでの処理対象はスムージング後のポリゴンデータではなく, 点群から直接生成されたスムージング前のポリゴンデータである. なお, 3.5 節で取り扱ったような 3 方向しか欠落部分の輪郭線が存在しない場合, 3.5 節で算出した仮想曲線を利用して, 境界線を定義した. 図 3.17 (a) は欠落部分近傍の土器片を示したものであり, 図 3.17 (b) はポリラインで生成した欠落部分を示す境界線である. 図 3.18 (a) は 3 方向しか欠落部分が存在しない場合の, 境界線を示す図であり, 図 3.18 (b) はその境界線をポリラインで生成したものである. また, ユーザーにより手動入力した点を赤い頂点で示してある.

### 2. 境界線近傍の点群の算出

土器片の欠落部分近傍の点群座標を取得するために, 図 3.17 (b), 図 3.18

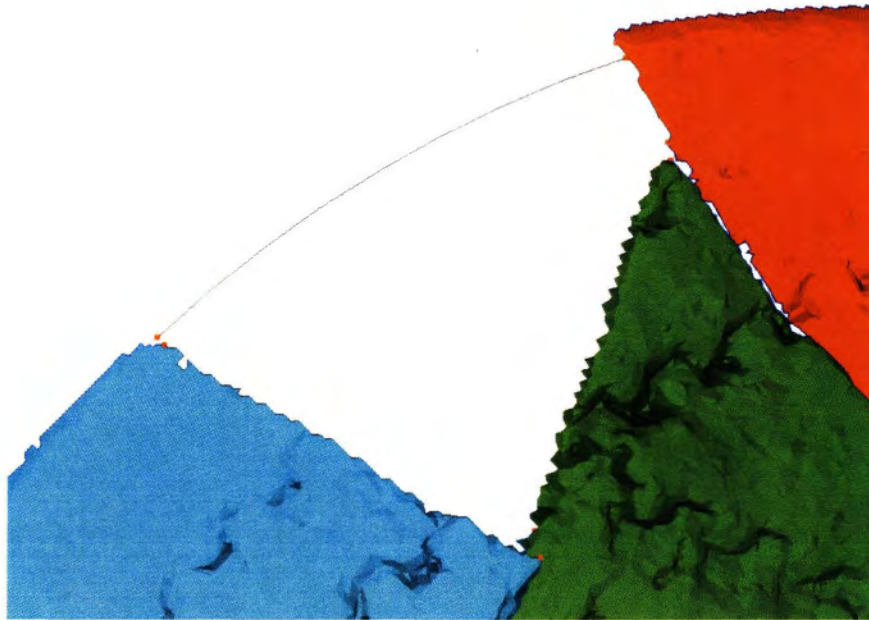


(a) 欠落部分の境界の様子 1

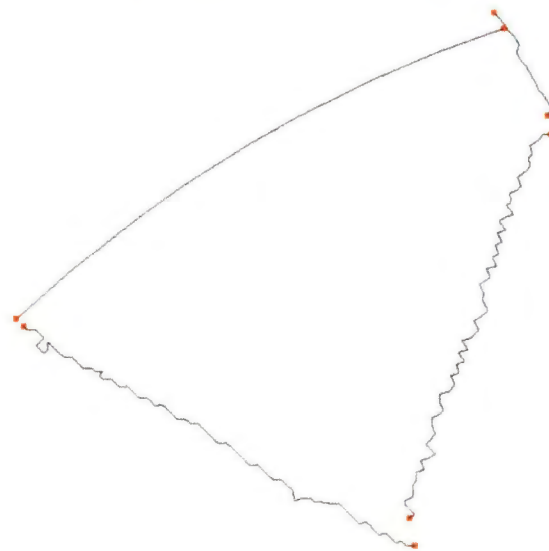


(b) 欠落部分を示す境界線 1

図 3.17: 欠落部分 1



(a) 欠落部分の境界の様子 2



(b) 欠落部分を示す境界線 2

図 3.18: 欠落部分 2

(b)に相当する手順 1 で求めた境界線（ポリライン）の各頂点を中心とした境界球を定義する。境界球の半径を 2.0mm として、球の内部に含まれるポリゴンの頂点座標を、フィッティングのサンプル点として抽出する。また、半径を 2.0mm としたが、これは欠落部分の周辺形状の特徴を、フィッティング後の曲面に反映するとき、周辺形状との接続性が高くなるように定めた実験的数値である。

### 3. 曲面のフィッティング

境界となる 4 つのベジェ曲線から、手順 2 のサンプル点に乗る B-Spline 曲面を算出する。ここでは、2.4 節で述べた村木らの手法 [9] の一部を利用し、曲面をフィッティングする。ただし、村木らの手法では全てのサンプル点が厳しい精度で、曲面に乗っていることが前提になっているため、そのままでは土器片のように製造精度の低いものには適用できない。そのため、サンプル点との平均距離が許容誤差 0.5mm 以内になる面のうち、平均距離が最も小さかったものをフィッティング後の曲面とするようにアルゴリズムを変更する。また、村木らの手法 [9] を用いて、サンプル点に曲面をフィットする際に、1 つのパッチ面よりも複数のパッチを持つ面を生成する方が、よりフィッティングの精度が高まるため、4 つのベジェ曲線を B-Spline 曲線で表現し、さらに各曲線の間接点にセグメントを作成する。具体的には、 $[0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1]$  のノットベクトルを持つ 3 次 B-Spline 曲線を、ノットベクトル  $[0\ 0\ 0\ 0\ 0.5\ 1\ 1\ 1\ 1]$  を持つ 3 次 B-Spline 曲線に変換する。図 3.19 と図 3.20 はフィッティング前後におけるトリム曲面のベース面の変化を示したものである。図 3.21 は、フィッティング前後のトリム曲面を重ね合わせたものである。

### 4. 境界曲線の算出

手順 3 の処理で算出したフィッティング曲面に、手順 1 で得られた境界線の頂点を投影する。手順 1 の境界線は連続していないため、投影後に点列の端点をつなぐ。具体的には、投影後の各点列の端点に着目し、一



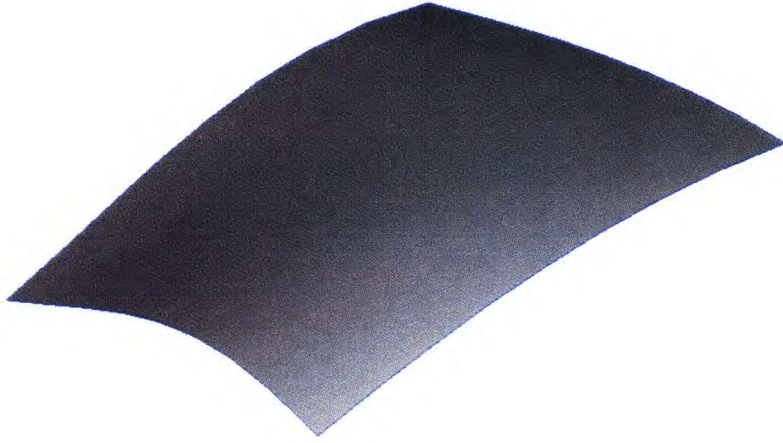


図 3.19: フィッティング前の曲面

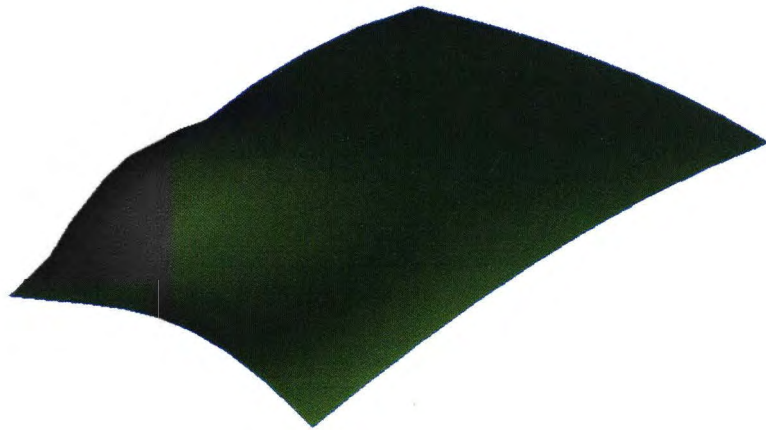


図 3.20: フィッティング後の曲面

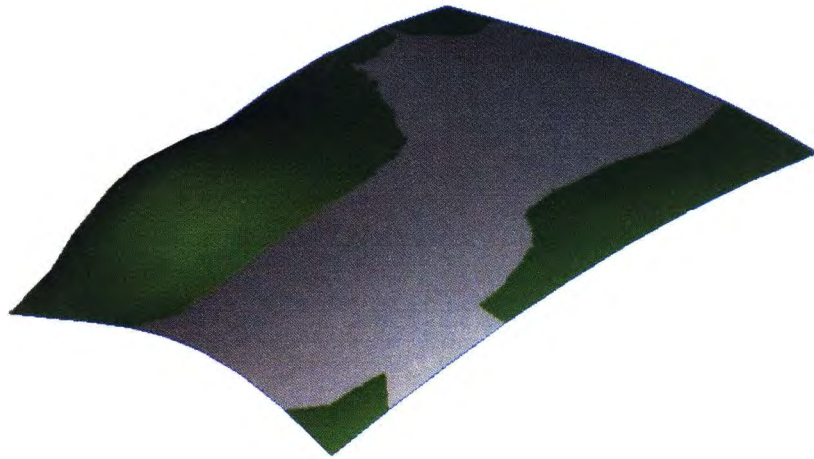


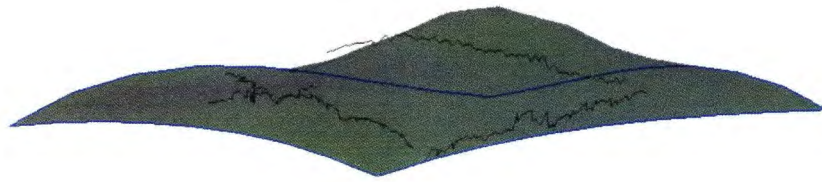
図 3.21: フィッティング後の曲面との重ね合わせ

番近い点列の端点をそれぞれの点列に含めることで、閉ループを構成する。次に、これらの頂点を通る曲線を、曲面上で算出する。図 3.22 (a) は周辺形状を利用してフィッティングを行った母曲面と、手順 1 で求めた境界線 (ポリライン) を示す図である。また、図 3.22 (b) は周辺形状を利用してフィッティングを行った母曲面に、手順 1 で求めた境界線 (ポリライン) を投影し、曲線化した様子を示す図である。

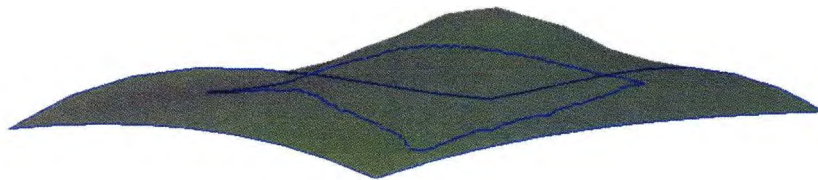
## 5. トリム曲面の生成

手順 3 で生成したフィッティング曲面と、手順 4 で生成した境界曲線を用いて、3 次の B-spline トリム曲面を生成する。図 3.23 (a) は、3.4 節の手法で生成された母曲面をもつトリム曲面である。また、図 3.23 (b) は、3.5 節の手法で生成された母曲面をもつトリム曲面である。赤丸で囲った頂点が、欠落部を示す境界線と最大距離となる部分である。





(a) 曲面へ投影前の境界線



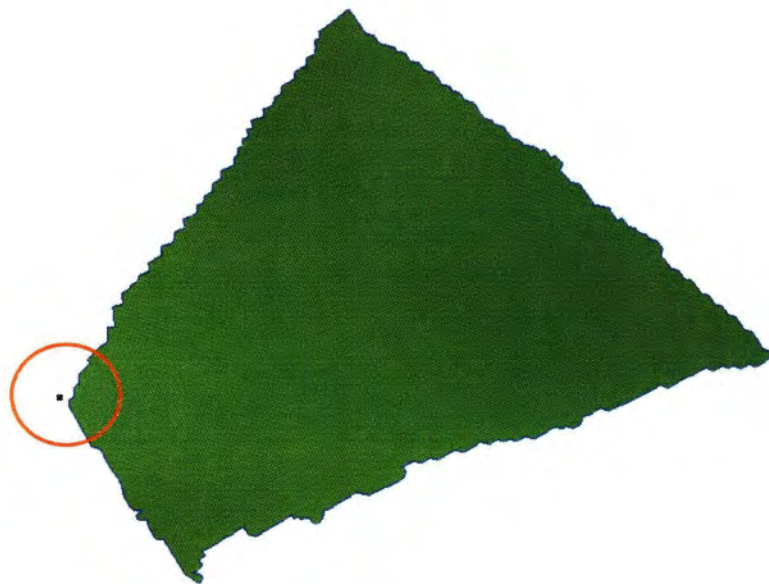
(b) 曲面へ投影後の境界線

図 3.22: 境界線の比較

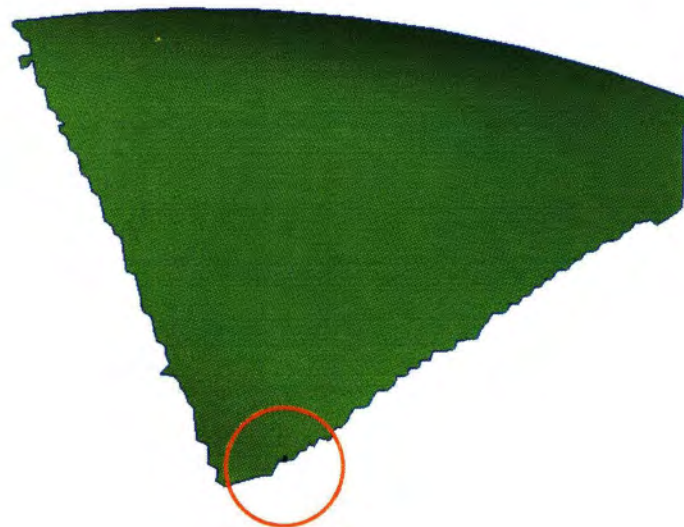
### 3.7 実験結果

本手法をいくつかの土器片に適用した結果を示す。実験に利用する土器片は、岩手県滝沢村埋蔵文化財センターで自作したものを意図的に破壊したもの、および実際に出土した土器片を利用する。なお、実験で利用した PC は CPU Intel Core2 Duo 2.80GHz メモリ 3.48GB である。図 3.24 は、計測点群を用いて 3 次元的に位置・姿勢を決定したポリゴンモデルである。まずは、図 3.24 に示したモデルに本手法を適用する。

3.4 節と 3.5 節で述べた手法で生成したトリム曲面が妥当かどうかを評価するため、土器形状の一部を削除し、削除した形状をトリム曲面として作成する。具体的には、図 3.24 (b) の灰色のモデルと (c) の橙色のモデルを削除し、欠落部分とみなしたモデルを作成する。その後、欠落部分を埋めるトリム曲面を生成する。図 3.23 (a) は灰色のモデルから生成したトリム曲面であり、図 3.23 (b) は橙色のモデルから生成した生成したトリム曲面である。欠落部分の境界



(a) トリム曲面と測定点 1

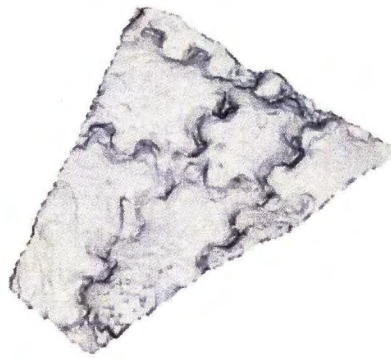


(b) トリム曲面と測定点 2

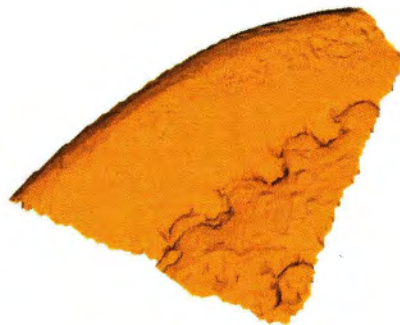
図 3.23: トリム曲面



(a) 点群から生成したポリゴン [面数 44495]



(b) 評価対象の土器片 1 [面数 3867]

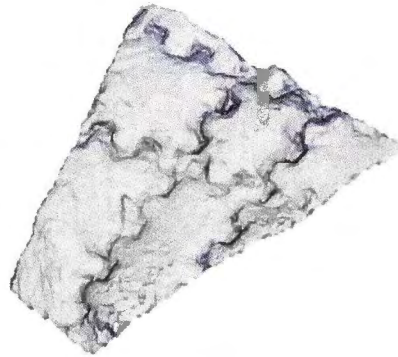


(c) 評価対象の土器片 2 [面数 2413]

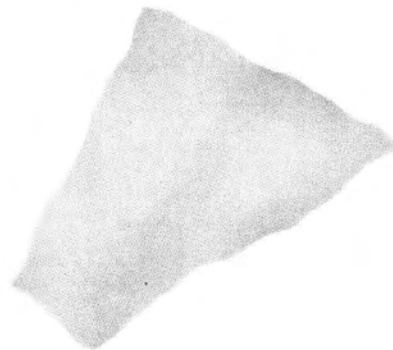
図 3.24: 点群から生成したポリゴンとサイズ

線上のサンプル点と、母曲面の最大距離それぞれは 1.36mm, 1.00mm 程度となり、妥当なトリム曲面が生成されたことが分かる。

次に、生成したトリム曲面が、欠落部分を適切に表現できているのかを評価する。図 3.25, 図 3.26 は実際の欠落部分となる土器片と、それにスムージングを施したものである。



(a) 土器片 1



(b) スムージングを施したポリゴン 1

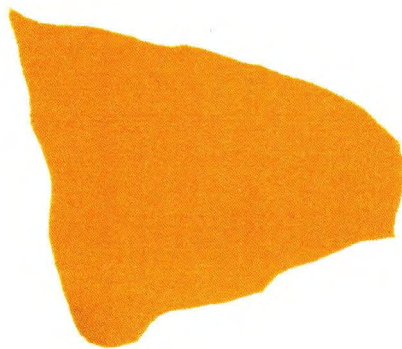
図 3.25: 土器片とスムージングを施したポリゴン 1

図 3.27, 図 3.28 は実際の欠落部分となる土器片にスムージングを施したものと、本手法にて算出した補間曲面を比べたものである。それぞれは上面方向、側面方向、背面方向からの図である。近い形状を生成できたといえる。

実際に出土した土器に対して、本手法を適用した結果を以下に示す。図 3.29 は、計測点群を用いて、万福寺遺跡群から出土した土器 [15] をポリゴン化したものである。ポリゴンモデルの中央部分が欠落部分である。本手法を欠落し



(a) 土器片 2



(b) スムージングを施したポリゴン 2

図 3.26: 土器片とスムージングを施したポリゴン 2





(a) 灰色のモデルと生成されたトリム面 (上面方向)



(b) 灰色のモデルと生成されたトリム面 (側面方向)



(c) 灰色のモデルと生成されたトリム面 (背面方向)

図 3.27: 生成された欠落部分を補間するトリム曲面 1



(a) 橙色のモデルと生成されたトリム面 (上面方向)



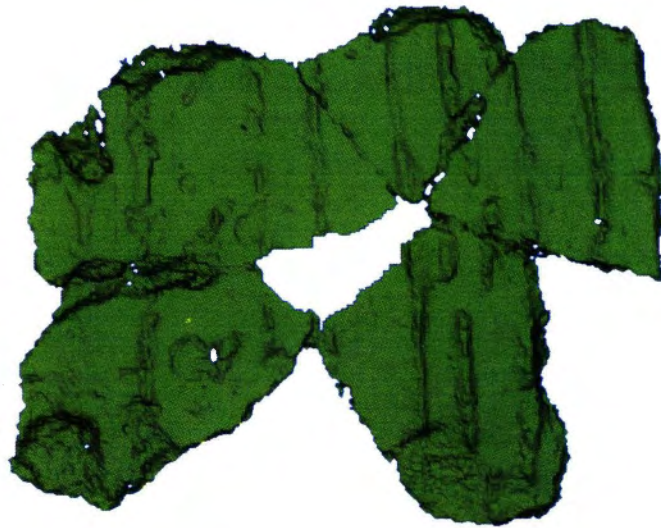
(b) 橙色のモデルと生成されたトリム面 (側面方向)



(c) 橙色のモデルと生成されたトリム面 (背面方向)

図 3.28: 生成された欠落部分を補間するトリム曲面 2

ている部分に適用した結果が、図 3.30 である。図 3.31 は、トリム曲面と元データを合成したものである。また、欠落部分の境界線上のサンプル点と元曲面の最大距離は 1.08mm 程度となり、妥当なトリム曲面が生成されたことが分かる。



[面数 48933]

図 3.29: 万福寺遺跡群から出土した土器のポリゴンモデル

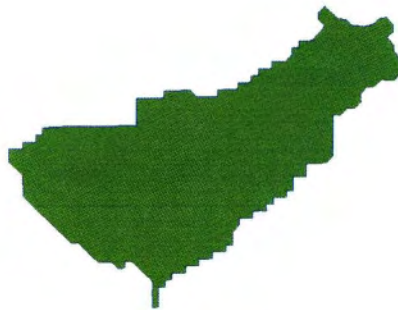


図 3.30: 本手法にて生成したトリム曲面

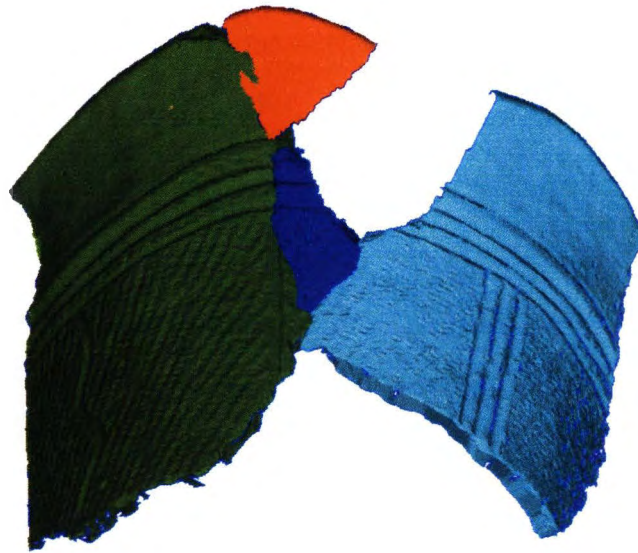
図 3.32 は、盛岡市遺跡の学び館から借用した土器を、計測点群を用いて 3 次元的に位置・姿勢を決定したポリゴンモデルである。このモデルから今回の手法にてトリム曲面を生成するために、一部のデータを取り出して処理を行っ





図 3.31: 元データと生成したトリム曲面の合成

た。ここでは、口縁部を欠落部分とした。本手法を欠落している部分に適用した結果が、図 3.33 である。図 3.34 は、トリム曲面と元データとを合成したものである。また、欠落部分の境界線上のサンプル点と元曲面の最大距離は 2.21mm 程度となり、妥当なトリム曲面が生成されたことが分かる。



[面数 50685]

図 3.32: 点群から生成したポリゴン



図 3.33: 本手法にて生成したトリム曲面

最後に、表 3.1 は、本手法の評価に用いた全てのデータについて、フィルタ



図 3.34: 元データと生成したトリム曲面の合成

を施していないポリゴンから生成した欠落部分の境界線の各頂点と、トリム曲面の元曲面の平均距離を示している。また、表 3.2 は各データの境界箱と本手法にて生成されたトリム曲面の境界箱のサイズを示すものである。この表から、サンプルとなる頂点と元曲面との平均距離、最大距離ともに、期待するトリム曲面が生成されていることが分かる。

表 3.1: 境界線上のサンプル点とフィッティング曲面の距離

対象データ	元データの境界線上の点との平均距離	元データの境界線上の点との最大距離
灰色の土器片	0.23mm	1.36mm
橙色の土器片	0.29mm	1.00mm
万福寺の土器片	0.22mm	1.08mm
遺跡の学び館の土器片	0.64mm	2.21mm

表 3.2: 評価したデータの境界箱サイズ

対象データ	生成されるトリム面	欠落部を含むモデル全体
灰色の土器片	X 19.91mm	X 57.11mm Y 83.50mm Z 21.10mm
	Y 23.70mm	
	Z 5.39mm	
橙色の土器片	X 14.62mm	X 68.29mm Y 88.82mm Z 13.52mm
	Y 20.45mm	
	Z 5.67mm	
万福寺の土器片	X 16.59mm	X 149.26mm Y 147.62mm Z 77.28mm
	Y 23.62mm	
	Z 0.74mm	
遺跡の学び館の土器片	X 52.05mm	X 149.26mm Y 147.62mm Z 77.28mm
	Y 37.90mm	
	Z 7.40mm	

### 3.8 あとがき

本章では、土器表面の文様と呼ばれる凹凸模様をノイズとみなし、球面形状を保つ凹凸除去手法を適用した後、母曲面の境界線を適切に決定するために、初期値に依存しない境界線を複数定義し、複数の境界線から、最適な境界線を選択することで、母曲面を算出した。また、口縁部などに欠落部が存在し、欠落領域が閉じた領域にならない場合には、欠落領域が閉じた領域となるように仮想曲線を定義することで、境界線を決定した。最後に、周辺部との接続性を高めるために、欠落部に隣接する土器片の表面データを利用して、母曲面を欠落部の周辺部にフィッティングし、欠落部を覆うようなトリム曲面を当てはめる手法について述べた。

# 第4章 2次曲面を用いた土器表面 の推定

## 4.1 まえがき

本論文の1章で述べた，課題(2) 欠落部が大きいときに，形状の全体を予想して，補間する形状を生成すること，を解決するために，本章では，土器は回転体に近い周回する形状で生成されることが多いことに着目し，主軸を法線とする平面を用いた断面が，円および楕円の表現が可能な，2次曲面として土器を表現し，複数の2次曲面を用いた表面形状全体を推定する手法について述べる．

本手法は，まず土器表面にスムージングを施し，表面から凹凸模様を取り除く，次に凹凸模様を取り除いた点群をいくつかのグループに区分後，代数的な手法にて点の集合に最もフィットする2次曲面を複数個求め，それらの表面上の点列を補間して，土器表面に相当する形状を自由曲面として再現する．

## 4.2 関連研究

### 4.2.1 点群の2次形式へ代数的な当てはめ

点群を2次形式に当てはめる手法には，2.5節で述べた，楕円に点群を当てはめた，Fitzgibbonらの手法[10]がある．Fitzgibbonらの手法は2次元の点を対象として，点列を2次形式に当てはめ，楕円で近似する手法である．具体的には，点列を当てはめる2次形式を2次元空間の曲線の形式で表現し，点群と曲線の距離を最小にする曲線をラグランジュの未定乗数法にて解いている．

また、ラグランジュの未定乗数法の拘束条件を楕円とすることで、楕円への当てはめを実現している。2次元の点群を対象とした手法であり、3次元の点群にはそのまま適用することが困難である。

#### 4.2.2 点群の2次曲面への当てはめ

Fitzgibbon らの手法 [10] を3次元に拡張して、3次元点群を2次曲面に当てはめる Douros らの手法 [12] がある。Douros らの手法の詳細も、2.5節で述べているが、2次形式を一般形として定義し、Fitzgibbon らの手法同様に、ラグランジュの未定乗数法を解くことで、局所的に2次曲面を当てはめている。具体的には、3次元モデルから点群を生成し、全点群のなかで2次曲面に当てはめが成功した局所的な部分に、2次曲面を定義している。形状に欠落部分が存在しないことが前提の手法であり、欠落部を持つ状態で出土した土器にはそのまま適用できない。

### 4.3 文様の除去

3.2節で文様と呼ばれる凹凸模様を除去したが、本章においても文様は曲面推定のノイズとなるため、同様の手法で凹凸模様を除去する。図 4.1 は、Taubin の手法 [8] にて、スムージングを 1000 回適用したものであり、本手法の実験を行ったデータである。

### 4.4 仮想の主軸の決定

本手法は、点群を複数グループに分割することにより、土器表面を複数個の2次曲面として分割定義する手法である。点群の分割に際し、一つの軸に沿って点群を分割することを検討する。全点群を一つの2次曲面に当てはめ、全点群から当てはめられた2次曲面の主軸に沿って、点群を分割する。2.5.3項の表 2.1 で想定している2次曲面では特別な場合を除き、主軸を最低でも



(a) 点群から生成したポリゴン



(b) Taubin の手法でスムージングをしたポリゴン

図 4.1: 実験に使用するポリゴンデータ



1 つ持つ。つまり、いずれの曲面として算出されても、主軸を特定することは可能ということになる。また、点群からの距離が大きくずれた曲面が算出された場合でも、生成される 2 次曲面は、主軸を法線とする平面を用いた断面が、円もしくは楕円になる形状のため、主軸に関しては大きくずれない。主軸の決定において、2 次曲面の当てはめの拘束条件としては、2.5.2 項の式 (2.18) を用いる。理由は式 (2.23) を用いて主軸を決定した場合、拘束条件が数学的な最適値を求めるように設定されていないため、主軸が点群の中心軸を通るようにならないためである。

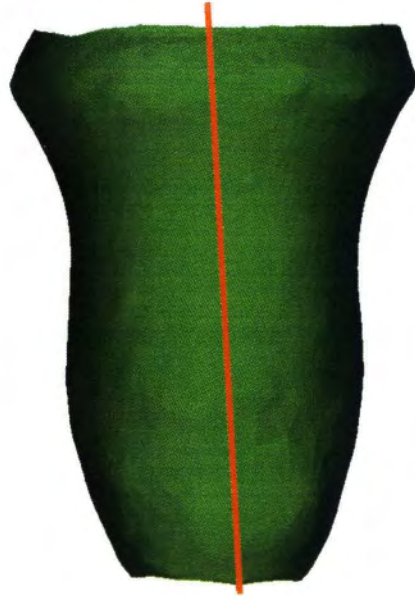
図 4.2 は式 (2.23) を拘束条件として算出された主軸であり、図 4.3 は式 (2.18) を拘束条件として算出された主軸である。それぞれ求めた主軸と、図 4.1 に示す土器ポリゴンを前・後から見た図である。中心の点列が、本節の手法にて算出した主軸を示すポリラインである。式 (2.23) から算出した主軸は、点群を示すポリゴンの中心からずれていることが分かる。

## 4.5 点群のグループ分割

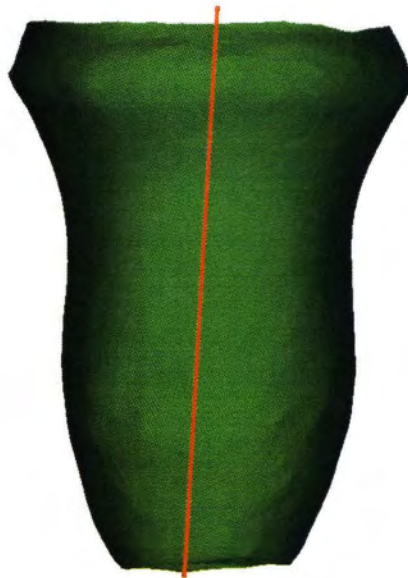
点群を複数グループに分割するために、4.4 節で算出した主軸を利用して、点群を指定許容誤差以下の 2 次曲面に当てはめる。処理の流れは以下のようになる。

1. 主軸に沿って、セグメントの幅を決める。
2. セグメントに含まれる点群に対し、2 次曲面当てはめする。
3. 当てはめられた 2 次曲面と点群との距離を評価する。
4. 許容誤差以内に収まるセグメントごとに点群を分割し、それぞれを 2 次曲面として定義する。

本手法では、2 次曲面の当てはめに、拘束条件として式 (2.23) を用いる。式 (2.18) を拘束条件とすると、解が求まらない場合が多く、求まった場合でも、



(a) 仮想の主軸（前）



(b) 仮想の主軸（後）

図 4.2: 式 (2.23) を拘束条件として計算された主軸



(a) 仮想の主軸（前）



(b) 仮想の主軸（後）

図 4.3: 式 (2.18) を拘束条件として計算された主軸

分割される点群グループ数が大量になる。グループ数が大量になると、大量の 2 次曲面で土器の表面を表わすことになる。2 次曲面の数が大量になると、曲面の取り扱いが複雑になる。そこで、本手法では妥当な分割数が期待できる拘束条件として式 (2.23) を用いる。処理の概要を以下に示す。

## 1. 主軸の長さの決定

4.4 節で算出した主軸は、無限直線で表わされる。そこで、点群の存在する区間にのみ、主軸を限定するために、無限直線を分割する。全点群を主軸に投影して、主軸上において、最大距離をなす 2 点を求め、それぞれを始点、終点とする。図 4.4 は点群と赤く表示された主軸の関係を示す図である。点群の存在する部位にのみ、主軸が限定されている様子を示す。なお、図 4.4 は点群と主軸を見やすくするため、実際の点群の 20 % の密度に点群を調整したものである。



図 4.4: 点群グループと線分化された主軸

## 2. 分割平面の定義と点群の取り出し

式 (2.12) の係数は 10 個なので、2 次曲面への当てはめには、最低でも 10 点が必要である。手順 1 で算出した主軸を法線とした複数の平面を

考える。主軸上に、互いに距離が等しい複数の平面を定義し、点群を分割する。また、各区間に点群が 10 個以上存在するような分割を考える。たとえば、図 4.1 のデータでは、主軸を 100 分割した単位で点群を分割すると、各区間に 50 個程度の点群が存在するため、主軸の長さの 100 分割を移動の単位とする。2.6 節の手法で計算される 2 次曲面と、点群の最大距離、平均距離を用いて評価する。100 分割した長さを  $dz$  とし、主軸の始点、終点を  $s$ ,  $e$  と表現することにする。 $s$ ,  $e$  の 2 点のうちいずれか片側を通り主軸を法線ベクトルとする平面 1 と、平面 1 を距離  $dz$  移動した平面 2 を定義する。平面 1 と平面 2 の 2 平面間で区切られた点群を全点群からサンプリングする。図 4.5 は  $dz$  を実際の利用値の数倍して図示したものである。

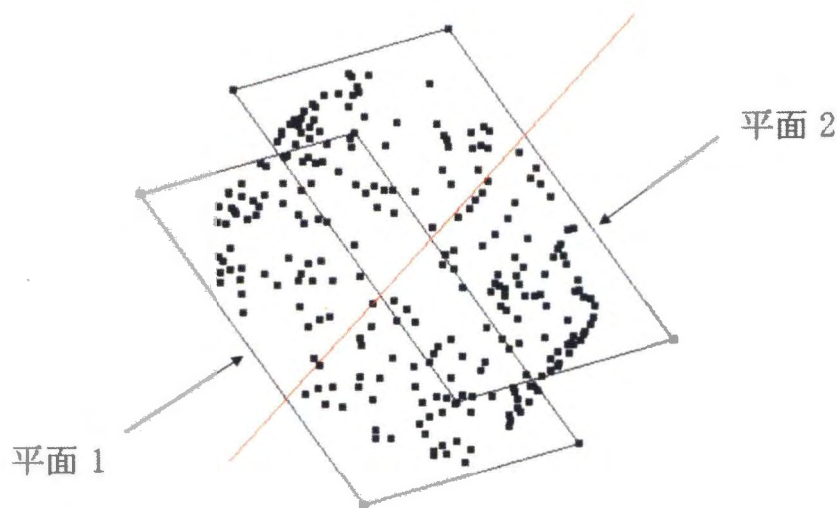


図 4.5: 2 平面に区切られた区間と点群

### 3. 2 次曲面への当てはめと評価

手順 2 で取り出した点群を対象に、2 次曲面へ当てはめる。当てはめる 2 次曲面は、できるだけ広い区間の点群から生成することで、生成される 2 次曲面数を減少させる。よって、指定した許容誤差（平均距離、最大距離）で、点群と 2 次曲面を評価し、許容誤差以内であれば、平面 2

を軸に沿って  $dz$  だけ移動して、平面 1 と平面 2 で区切られた区間を増やし、再度、2 次曲面へ当てはめる。許容誤差を超えた場合は一つ前の許容誤差を超えない区間で 2 次曲面を定義することにする。具体的には、平面 2 を軸に沿って  $-dz$  だけ移動して、平面 1 とで区切られた区間からサンプリングされる点群により 2 次曲面へ当てはめ、2 次曲面情報を保存する。次に平面 1 を平面 2 の位置に移動し、手順 2、3 の処理を繰り返す。平面 1 と平面 2 が一致したところで処理を終える。図 4.6 には赤く表示された頂点が 2 次曲面として確定した点を示す。また同時に平面 1、平面 2 を再定義している様子である。

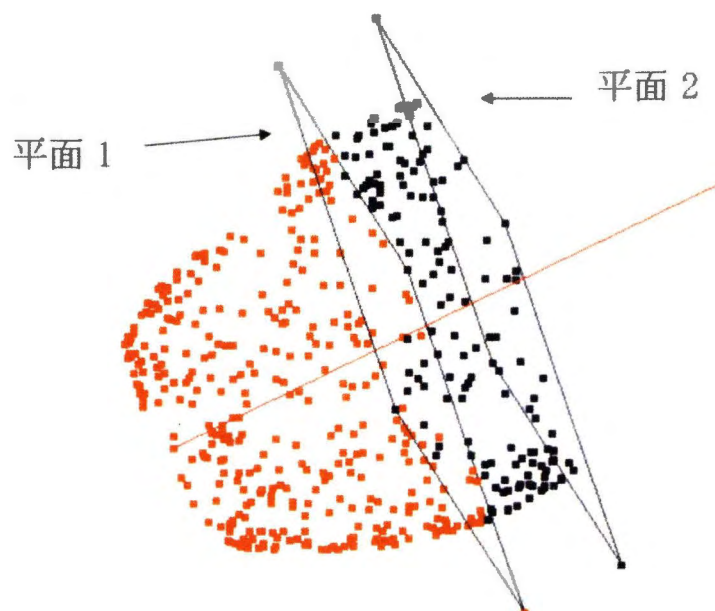


図 4.6: 2 次曲面として確定された点群と新たな平面

#### 4. 各点群グループに相当する 2 次曲面の考察

図 4.7 は主軸と、グルーピングされた点群から生成される 2 次曲面の情報を可視化したものである。これらは 2 次曲面の一部であり、点群の存在する部分にのみ曲面を生成したものである。図 4.7 は許容誤差として、平均距離 1mm 以下、最大距離 4mm 以下でグルーピングした結果であ



る。仮想の主軸に沿って、順に点群を2次曲面に当てはめ、確定した点群を以降の2次曲面当てはめの候補から除いていく。つまり、2次曲面として点群が確定するたびに、次に利用できる点群の数が減少していく。本手法では、最後の図4.7(d)の楕円面については、(a)、(b)、(c)の2次曲面確定後の点群を用いて当てはめるため、点群の選択の自由度が低く、同様の許容誤差では2次曲面への当てはめが不可能であった。そのため、初期設定の許容誤差で2次曲面への当てはめをおこない、当てはめが不可能であった区間については、許容誤差を緩め、平均1.5mm以下、最大距離を6mmとして当てはめた。図4.7の(e)は(a)、(b)、(c)、(d)の2次曲面を同時に描画したものである。

## 4.6 土器表面に相当する自由曲面の生成

4.5節で説明した手法により、土器表面を複数の2次曲面で表現できる。土器表面を2次曲面として表現することが可能になると、さまざまな用途に利用が可能である。たとえば、土器の欠損が激しく、周辺の形状からの補間が無理な場合や、土器片の位置の最適化のための基準となる表面とすること、などが考えられる。本手法では、スムージングした形状を、自由曲面として再現することを考える。まず問題となることは、それぞれの2次曲面が連続していないことである。しかし、許容誤差で平均1.0mm(一部では1.5mm)以下の離れが保障されているため、2次曲面上に曲面補間を行うためのサンプル点を発生させて、それらから自由曲線を生成し、自由曲線で4方を囲む領域ごとに曲面化することで、土器として問題のない精度の曲面が生成できる。また、4方を囲む領域ごとに曲面化する本手法はトリム曲面の生成が不要なため、作成された自由曲面の操作が容易である特徴もある。処理の概要を以下に示す。

### 1. 2次曲面上にサンプル点の発生

各2次曲面は、それぞれの主軸を持っている。主軸を指定数で等分割した点を通り、主軸を法線とする平面との交線上にサンプル点を生成する。

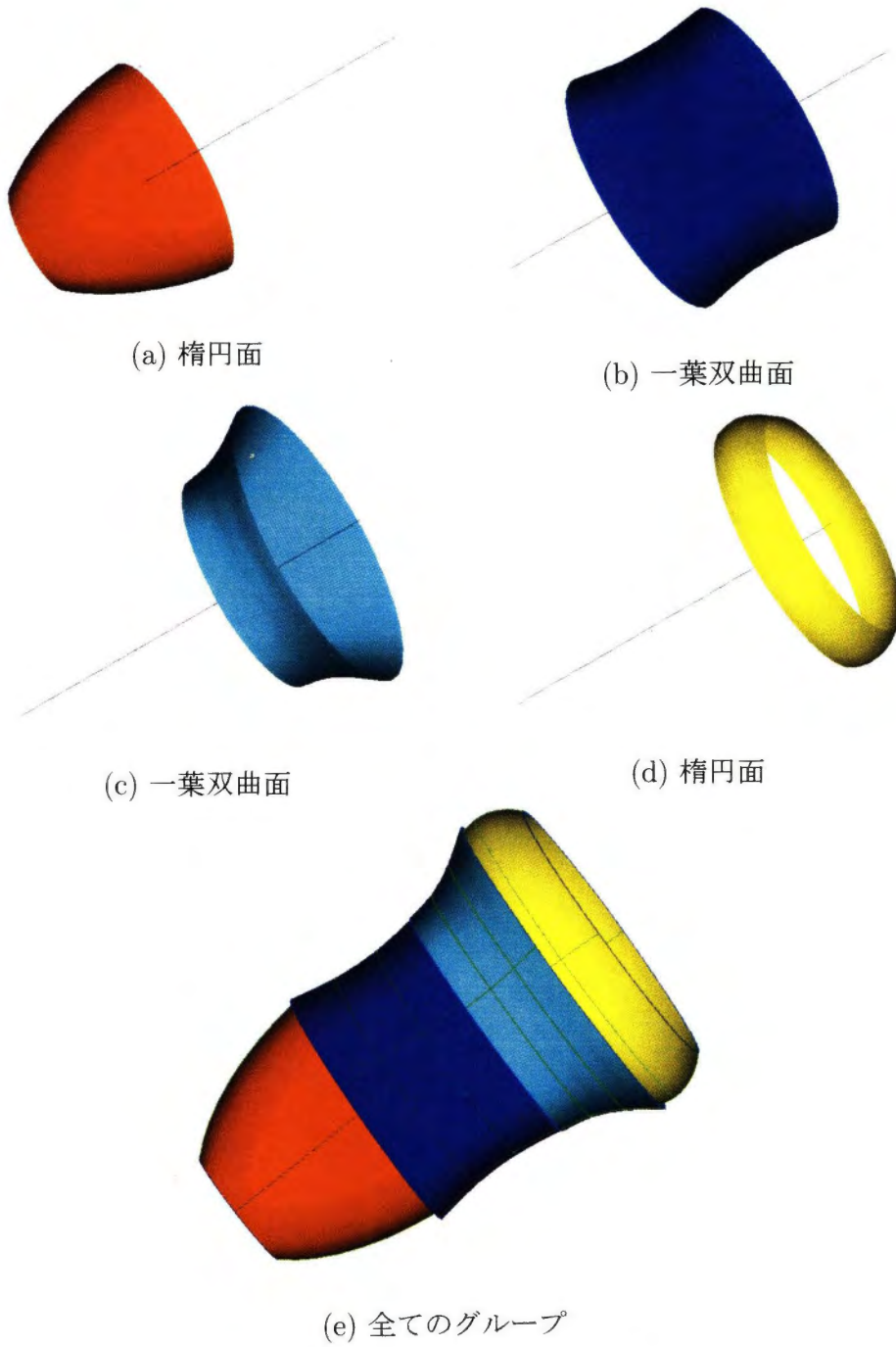


図 4.7: 点群グループごとの 2 次曲面



2.5.3 項で述べた分類により，それぞれはパラメトリックな表現となっているため，主軸の分割数と，交線となる楕円の分割数を設定することで，サンプル点の座標の計算は容易に可能である．図 4.8 はそれぞれの 2 次曲面にサンプル点を生成した様子である．

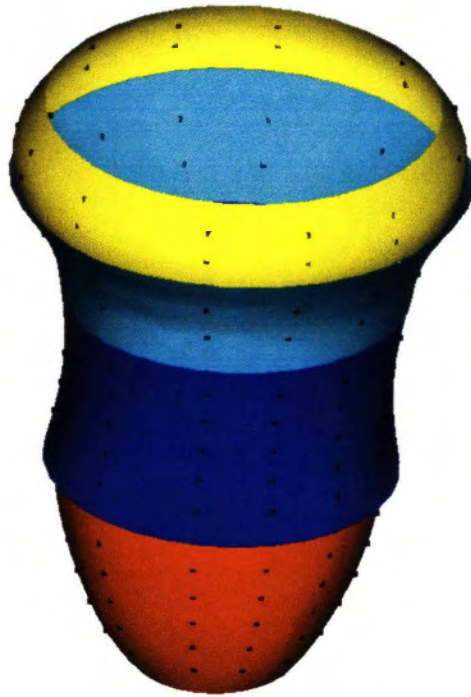


図 4.8: 2 次曲面とサンプル点

## 2. 補間曲線の生成

サンプル点を  $u$  方向,  $v$  方向に補間する．ここでの  $u$  方向とは各 2 次曲面における周回する方向であり,  $v$  方向とは主軸の方向を示す．通過点を通るベジェ曲線を生成 [16] し, 頂点間に必ず一つのベジェ曲線を生成する．本手法では通過点を通る自由曲線を生成するが, 各頂点座標において, 法線ベクトルおよび,  $u$  方向,  $v$  方向の接ベクトルも取得可能なため, 文献 [16] で紹介されている, 点, 法線, 接ベクトルを利用した, 精度の高い自由曲線を生成することも可能である．図 4.9 はサンプル点をベジェ曲線で補間した例である．

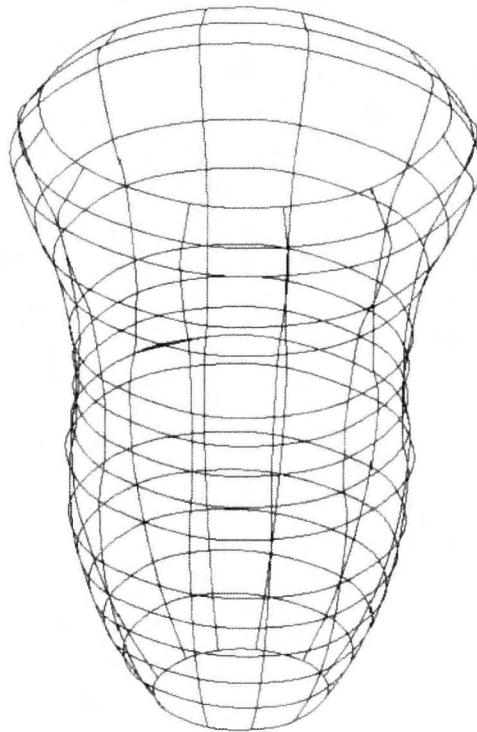


図 4.9: 補間曲線

### 3. 補間曲面の生成

ベジエ曲線はサンプル点を必ず通っているため、すべてのベジエ曲線の端点は、いずれかのベジエ曲線の端点に一致している。そのため、4 辺で囲まれた部分に曲面を生成することは容易である。本手法では、4 本のベジエ曲線から生成が容易な、グレゴリー曲面 [17] を生成した。図 4.10 は 4 本のベジエ曲線で囲まれた部分に、グレゴリー曲面を生成した図である。

## 4.7 実験結果

本手法を土器片に適用したときの結果を示す。実験に利用する土器片は、盛岡市遺跡の学び館から借用したものである。なお、実験で利用した PC は CPU Intel Core2 Duo 2.80GHz メモリ 3.48GB である。図 4.11 は、計測点群を用



図 4.10: 補間曲面

いて 3 次元的に位置・姿勢を決定したポリゴンモデルを 2.3.2 項の手法にてスムージングしたポリゴンである。ポリゴン数は 11726 個である。実験は図 4.11 に示したモデルで行う。図 4.11 のモデルの境界箱のサイズは幅 205.6mm, 高さ 288.1mm, 奥行き 208.1mm である。

まず, 4.5 節で述べた手法で生成した, 2 次曲面が妥当かどうかを評価する。図 4.12 は 2.3.2 項の手法により, スムージングしたポリゴンと, 2 次曲面を重ね合わせて比較したものである。また, 表 4.1 は 4.5 節の図 4.7 の各 2 次曲面とスムージングしたポリゴンの頂点との最大距離を示したものである。平均距離は 1.0mm 以下 (一部の形状では 1.5mm) の条件で生成しているが, 一部の部分で表のと通りの離れとなっている。計測した最大距離をモデルの境界箱における最小辺となる 205.6mm を比較すると 1.9%(一部の形状では 2.6%) 程度のずれであり, 土器の復元という観点では十分な品質と考えられる。

次に, 生成した自由曲面が, 形状全体を適切に表現できているのかを評価す



図 4.11: スムージングしたポリゴン



図 4.12: ポリゴンと 2 次曲面の比較



表 4.1: サンプル点と 2 次曲面の最大距離

2 次曲面の種類	最大距離
(a) 楕円曲面	3.82mm
(b) 一葉双曲面	3.93mm
(c) 一葉双曲面	3.33mm
(d) 楕円曲面	5.40mm

る. 図 4.13 はスムージングをおこなったポリゴンと最終的に作成した自由曲面を重ねたものである. ほぼ一致をしていることが確認できる. 平均離れ距離は 1.31mm 最大離れ距離は 6.01mm の結果になった.



図 4.13: 土器片とスムージングを施したポリゴン

図 4.14 は、図 4.11 のポリゴンからモデル座標系の z 軸を中心として、90 度分のポリゴンを除去したデータであり、図 4.14 は同様な方法で 180 度分のポリゴンを除去したデータである。



図 4.14: スムージングした点群から 90 度分のデータを削除したポリゴン



図 4.15: スムージングした点群から 180 度分のデータを削除したポリゴン

まず、図 4.14 から当てはめた 2 次曲面と、図 4.11 から当てはめた 2 次曲面と比較してみた。図 4.16 は 4.5 節の図 4.7 に相当する部分を当てはめたものである。図 4.14 のポリゴンから生成した 2 次曲面をマゼンタ色で表示している。平均離れ距離は 0.72mm 最大離れ距離は 4.69mm の結果になったことが分かる。計測した最大距離をモデルの境界箱における最小辺となる 205.6mm を比較すると 2.3% 程度のずれであり、土器の復元という観点では十分な品質

と考えられる。



(a) 橢円面



(b) 一葉双曲面



(c) 一葉双曲面



(d) 橢円面

図 4.16: 90 度除去したデータと欠落のないデータから推定した 2 次曲面の比較

次に、図 4.15 から当てはめた 2 次曲面と、図 4.11 から当てはめた 2 次曲面と比較してみた。図 4.17 は 4.5 節の図 4.7 に相当する部分を当てはめたものである。図 4.15 のポリゴンから生成した 2 次曲面をマゼンタ色で表示している。点群のセグメント数が 4 つから 3 つに変わる結果となったが、平均離れ距離は 1.26mm 最大離れ距離は 8.45mm の結果になったことが分かる。計測した最大距離をモデルの境界箱における最小辺となる 205.6mm を比較すると 4.1% 程度のずれであり、土器の復元という観点では十分な品質と考えられる。これらの実験結果から、点群数や点群位置の偏りにより、2 次曲面の当てはめが、大きくは影響されないことを意味する。



(a) 楕円面



(b) 一葉双曲面



(c) 楕円面

図 4.17: 180 度除去したデータと欠落のないデータから推定した 2 次曲面の比較



## 4.8 あとがき

本手法では、計測点群にスムージングを適用し、凹凸模様部分を除去した後、全点群を一つの2次曲面当てはめすることにより、グループ分割を行うための主軸を求め、主軸に沿って点群の分割、および2次曲面の当てはめを繰り返すことで、2次曲面当てはめに最適な点群の分割を行い、複数の2次曲面を用いて土器表面の表現を可能とした。さらに2次曲面上の点を利用して、土器全体を自由曲面として再現する手法について述べた。

# 第5章 結論

## 5.1 結論

本論文では、従来手法では研究がなされていない、土器形状の欠落部を補間する形状を、曲面形状として再現する手法を提案した。

まずは、破片が欠落している場合に、欠落部分の周りの形状から、欠落土器片の表面をトリム曲面として表現した。具体的には、欠落部を覆うような境界箱を定義し、土器片を示すポリゴンとの干渉線を算出した。ポリラインとして算出される干渉線から4本の補間曲線を算出し、4本の曲線に囲まれた部分にベジェ曲面を生成する。一方、口縁部などに欠落部が存在し、欠落領域が閉じた領域にならない場合には、欠落領域を閉じた領域とするように仮想曲線を定義し、仮想曲線の始点・終点におけるそれぞれの接線ベクトルを法線とする平面と、土器片を示すポリゴンとの干渉線を算出する。また、仮想曲線から求まる仮想平面をオフセットした平面と、土器片を示すポリゴンの干渉線を算出する。ポリラインとして算出される干渉線から3本の補間曲線を算出し、仮想曲線をさらに加えることで、4本の曲線に囲まれたベジェ曲面を生成する。その後、周りの形状を利用して曲面をフィッティングする。最後に欠落部を示す境界線でトリムを行いトリム曲面を生成する。本手法を適用することで、土器の欠落部の表面を覆うようなデジタルデータの生成を容易にした。

次に、土器全体を複数の2次曲面として推定する手法について述べた。具体的には、土器を示す点群もしくはポリゴンの頂点に対し、土器を一つの2次曲面として捉えた場合の主軸を生成する。主軸に沿って、点群を空間分割して、空間分割した点群ごとに2次曲面を生成する。土器を2次曲面として推定する手法の応用例として、2次曲面から土器全体を自由曲面の集合として生成し

た。また、大きく欠落した土器に対して、本手法による 2 次曲面推定の有効性を示した。本手法を適用し推定された 2 次曲面を用いて、複製品を作成しても問題のない精度の形状の生成を可能とした。

## 5.2 今後の課題

今後は、トリム曲面上に文様を再現する手法や、欠落部形状に厚みを持たせることで、より精度の高い 3 次元デジタルデータとして、土器を復元する方法を検討する。また、2 次曲面を形状への厚み付けや、土器片の姿勢の最適化などに適用する手法を検討する。

## 謝辞

本研究を行うにあたり，懇切丁寧なるご指導を賜りました，今野晃市教授に心から感謝致します。また，本論文作成にあたり，ご討論いただきました千葉則茂教授，藤本忠博准教授に深く感謝致します。本研究について，貴重なご意見をいただいた岩手県立博物館の八木勝枝氏，ならびに株式会社ラングの千葉史氏に深く感謝致します。本論文で使用した資料の一部を提供していただいた岩手県滝沢村埋蔵文化財センター，および盛岡市遺跡の学び館に感謝致します。最後に，日々様々なご協力を頂いた今野研究室の皆様，ならびに今野研究室の卒業生の皆様に深く感謝致します。

# 付録

## 5.3 ラグランジュの未定乗数法

関数  $f(x, y), g(x, y)$  を領域  $D \subset \mathbb{R}^2$  で  $C^1$  級とし, 点  $(x_0, y_0) \in D$  で以下の条件を満たすとする.

$$g(x_0, y_0) = 0, \quad g_x(x_0, y_0) \neq 0, \quad g_y(x_0, y_0) \neq 0$$

$f(x, y)$  が点  $(x_0, y_0)$  で極値を取るとする. このとき, 実数  $\lambda$  を用いて点  $(x_0, y_0)$  を決定するには,

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) - \lambda g(x, y)$$

に対して,

$$L_x(x, y, \lambda) = 0, \quad L_y(x, y, \lambda) = 0, \quad L_\lambda(x, y, \lambda) = 0$$

となる  $x, y, \lambda$  の組み合わせから見つける.

## 5.4 グラムシュミットの直交化法

内積空間の基底  $a_1, a_2, \dots, a_n$  から, 正規直交系基底  $e_1, e_2, \dots, e_n$  を求める.

(1)  $e_1 = \frac{1}{|a_1|} a_1$  とする.

(2)  $e_2 = \frac{1}{|f_2|} f_2$ , ここで  $f_2$  は次のように定義する.

$$f_2 = a_2 - (a_2, e_1)e_1$$

(3)  $e_3 = \frac{1}{|f_3|}f_3$ , ここで  $f_3$  は次のように定義する.

$$f_3 = a_3 - (a_3, e_1)e_1 - (a_3, e_2)e_2$$

すなわち一般化すると,

$$f_k = a_k - \sum_{i=1}^{k-1} (a_k, e_i)e_i, \quad e_k = \frac{1}{|f_k|}f_k$$

として正規直交化する.

## 参考文献

- [1] QiXing Huang, S.Flory, N.Gelfand, M.Hofer and H.Pottmann,  
“Reassembling Fractured Objects by Geometric Matching”, ACM SIG-  
GRAPH 2006, pp.569-578, 2006.
- [2] B.Brown, C.Toler-Franklin, D.Nehab, M.Burns, A. Vlachopoulos,  
C.Doumas, D.Dobkin, S.Rusinkiewicz and T.Weyrich,  
“A System for High-Volume Acquisition and Matching of Fresco Frag-  
ments: Reassembling Theran Wall Paintings”, ACM Transactions on  
Graphics (Proc. SIGGRAPH) 2008, Vol.27, No.3, 2008.
- [3] 黄海浪, 今野晃市, 金野哲士, 千葉史,  
“3次元座標点群を用いた土器片マッチングと姿勢最適化アルゴリズム”,  
第24回 NICOGRAPH 論文コンテスト 秋季大会, 2008.
- [4] K. Shoji, K. Konno, T. Konno, F. Chiba,  
“An Algorithm of Fracture Matching Based on Measured Point Set of  
Fragment Surface”, IWAIT 2011, CD-ROM, 2011.
- [5] S. Oikawa, C.Li, K.Matsuyama, K.Konno, Y.Tokuyama,  
“An Examination of Matching Algorithm Considering Pattern Flow of  
Cord-Wrapped Stick Pattern for Earthenware Restoration”, IWAIT2013,  
pp.366-371, CD-ROM, 2013.
- [6] Y. Ohtake, A. Belyaev, and H.P. Seidel,  
“Mesh Smoothing by Adaptive and Anisotropic Gaussian Filter Applied  
to Mesh Normals, Vision”, Modeling and Visualization, pp.203-210, 2002.

- [7] R. Zatzarinni, A. Tal, and A. Shamir,  
“Relief Analysis and Extraction”, SIGGRAPH Asia, ACM Transactions  
on Graphics, Vol.28, No.5, 2009.
- [8] G.Taubin,  
“A signal processing approach to fair surface design”, In ACM SIG-  
GRAPH Conference Proceedings, pp.351-358, 1995.
- [9] Y.Muraki, K.Konno, Y.Tokuyama,  
“Curve Mesh Modeling Method of Trimmed Surfaces for Direct Modeling,  
The Journal of Art and Science”, The Journal of Art and Science, Vol.10,  
No.1, pp.12-27, 2011.
- [10] A. Fitzgibbon, M. Pilu, and R.B. Fisher,  
“Direct least square fitting of ellipses”, IEEE trans. Pattern Analysis and  
Machine Intelligence, Vol. 21, No. 5, pp. 476-480, 1999.
- [11] S.S. Rao,  
“Optimization Theory and Applications. (2nd ed)”, Wiley Eastern Lim-  
ited, New Delhi, 1984.
- [12] I.Douros, B.Buxton,  
“Three-Dimensional Surface Curvature Estimation using Quadric Surface  
Patches”, Scanning 2002 Proceedings, 2002.
- [13] Y.Ohtake, A.Belyaev, M.Alexa, Greg Turk,  
“H.Seidel, Multi-level partition of unity implicits”, ACM Transactions on  
Graphics, Vol.22, No. 3, pp. 463-470, 2003.
- [14] 今野晃市,  
“3次元形状処理入門, サイエンス社”, 2003.



- [15] 原田昌幸, 北原賽徳, 今泉克巳,  
“神奈川県川崎市万福寺遺跡群”, 有明文化財研究所万福寺遺跡群発掘調査  
団, 2005.
- [16] H.Chiyokura,  
“Solid modeling with DESIGNBASE: theory and implementation”,  
Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc, 1988.
- [17] H.Chiyokura, F.Kimura,  
“Design of solids with free-form surface”, Computer Graphics, Vol.17,  
pp.289-298, 1983.

# 発表論文

## 学術論文

- [1] 木下 勉, 村木 祐太, 松山 克胤, 今野 晃市, “トリム曲面を用いた土器の欠落形状の表現手法”, 芸術科学会, Vol.11, No.3, pp.47-58, 2012.

## 国際会議予稿集論文

- [1] T. Kinoshita, K. Matsuyama, K. Konno, “An Estimation of Earthenware’s Surface Shape Using Quadric Surfaces”, Proc. of NICOGRAPH International 2013, CD-ROM, 2013.

## 受賞

- 第27回 NICOGRAPH 論文コンテスト 最優秀論文賞受賞