

回轉双曲面型体積インターフェログラムの
計測に基づいた分光立体像取得と
4次元分光結像特性の研究

Coherence three-dimensional imaging spectrometry based on
measurement of rotated-hyperbolic volume interferograms
and four-dimensional spectral imaging characteristics

2014 年

小原 正樹

Masaki Obara

目次

| | |
|-----------------------------------|----------|
| 第 1 章 序論 | 1 |
| 1.1 研究背景 | 1 |
| 1.2 本研究の目的 | 5 |
| 1.3 本論文の構成 | 5 |
| | |
| 第 2 章 光波の干渉とコヒーレンス関数 | 7 |
| 2.1 緒言 | 7 |
| 2.2 光波の数学的記述 | 7 |
| 2.3 光波の干渉 | 9 |
| 2.3.1 2 光波の重ね合わせ | 9 |
| 2.3.2 2 波長光波の干渉 | 10 |
| 2.4 光波の可干渉性 | 11 |
| 2.4.1 多色項の数学的表示 | 12 |
| 2.4.2 相互コヒーレンス関数 | 12 |
| 2.4.3 時間コヒーレンス関数と空間コヒーレンス関数 | 13 |
| 2.4.4 ファンシッタート・ゼルニケの定理 | 14 |
| 2.4.5 フーリエ分光法 | 18 |
| 2.5 干渉計測と信号処理による分光立体像再生 | 19 |
| 2.5.1 3 次元空間コヒーレンス関数の測定 | 19 |
| 2.5.2 相互スペクトル密度からの 3 次元像再生 | 23 |
| 2.5.2.1 フレネル回折積分法(1-FT 法) | 23 |
| 2.5.2.2 角スペクトル法(2-FT 法) | 24 |
| 2.6 結言 | 28 |

| | | |
|--------------|--|-----------|
| 第 3 章 | 2 光波折り畳み干渉計と 体積型インターフェログラムの生成 | 29 |
| 3.1 | 緒言 | 29 |
| 3.2 | 2 光波折り畳み干渉計による空間コヒーレンス関数の測定 | 29 |
| 3.2.1 | 2 光波折り畳み干渉計 | 29 |
| 3.2.2 | 計測される空間コヒーレンス関数の数学的記述 | 30 |
| 3.2.3 | 相互スペクトル密度セットの回復 | 32 |
| 3.3 | 3 次元イメージングを可能とする 体積型インターフェログラムの生成 | 33 |
| 3.3.1 | 合成開口処理 | 34 |
| 3.3.2 | 生成される体積型インターフェログラム | 34 |
| 3.4 | 結言 | 47 |
| 第 4 章 | RH-type 体積インターフェログラムからの 分光立体像再生 | 48 |
| 4.1 | 緒言 | 48 |
| 4.2 | RH-type 体積インターフェログラムの生成 | 48 |
| 4.3 | 物体情報の再生 | 49 |
| 4.4 | RH-type 体積インターフェログラム | 50 |
| 4.5 | 結言 | 51 |
| 第 5 章 | 単色点光源による実験検証 | 52 |
| 5.1 | 緒言 | 52 |
| 5.2 | 実験 | 52 |
| 5.3 | 実験結果 | 53 |
| 5.4 | 考察 | 57 |
| 5.5 | 結言 | 58 |
| 第 6 章 | 3 次元イメージングの分解能 | 59 |
| 6.1 | 緒言 | 59 |
| 6.2 | 線形光学システムの応答特性 | 59 |
| 6.3 | 線形光学システムの分解能 | 60 |

| | | |
|-------------------|---|-----------|
| 6.3.1 | 矩形開口による回折パターンと横方向分解能 | 60 |
| 6.3.2 | デフォーカスと焦点深度 | 62 |
| 6.4 | S-type 法による 4 次元インパルス応答関数 | 64 |
| 6.5 | S-type 法による実験結果と IRF による計算結果の比較 | 67 |
| 6.6 | IRF を用いた奥行き分解能評価 | 68 |
| 6.7 | 結言 | 70 |
| 第 7 章 | 結論 | 71 |
| 謝辞 | | 73 |
| 参考文献 | | 74 |
| Appendix A | コヒーレントモード展開 | 77 |
| Appendix B | 3 次元相互スペクトル密度と 観測面における相互スペクトル密度の関係: Derivation of Eqs. (2.44) and (2.47) | 83 |
| Appendix C | 4 次元インパルス応答関数の解析解の導出: Derivation of Eq. (6.17) | 85 |
| | 本研究に特に関連深い原著論文, 国際会議抄録 及び研究報告 | 90 |

第1章 序論

1.1 研究背景

3次元イメージングの研究は古くから行われており、近年においては天文学、精密製品検査、生体組織・機能の観察など多岐にわたる場面で活用されている。とりわけ、光には振幅、位相、周波数など多くの物理量を含み、その伝搬速度は 2.99×10^8 m/sと最も速いという性質から、光を用いた計測が活用されている。また、非破壊・非接触・非侵襲な計測が可能である点も大きな特徴である。

光を用いた計測技術の1つとして干渉計測技術が挙げられ、これは光の干渉性を利用して測定対象の振幅や位相情報を取得するものである。位相情報には、光波が伝搬した方位や距離の情報などが含まれており、これにより3次元形状を知ることができる。光波の回折と干渉によるホログラフィー¹⁾は3次元イメージングの代表的な技術の1つである。ホログラフィーの原理を簡単に説明すると、光の干渉性を利用して物体から伝搬したすべての波面情報を単一の写真乾板に記録・再生するものである。これは1948年にガボールにより発明されている²⁾。しかし、写真乾板で干渉縞を記録するために現像処理が必要であり、それに記録された情報の定量的な評価や、信号処理などの適用が困難である。ガボールにより写真乾板を用いたアナログ的なホログラフィーが発明されてから60年以上経過した現在では、計算機上でホログラムを生成、再生するもの³⁾や、写真乾板の代わりに撮像素子(CCDやCMOS)で記録する⁴⁾、などのデジタル的なホログラフィー⁵⁾へと変わりつつある。イメージングの代表例として写真が挙げられる。写真は、3次元物体を2次元画像上に投影したものである。それに対し、ホログラムには3次元物体からの光波がそのまま記録されているので、理論上、物体の3次元像がそのまま再生される。また、光の波長はナノオーダーであるから、得られる情報もナノオーダー(技術によってはサブナノオーダー⁶⁾)である。これらのことからデジタルホログラフィーの研究は世界中で活発に行われており、多様な研究進展が見られる。

ホログラフィーは、光学システムの配置や使用する光源の可干渉性により分類され、生成されるホログラムもまた、干渉縞の次元(2次元ホログラム、3次元ホログラム)、記録状態(位相ホログラム、振幅ホログラム、複素振幅ホログラムなど)、物体波面(フレネルホログラム、フーリエ変換ホログラム、イメージホログラムなど)などにより分類される。

光学システムの配置はインライン型²⁾、オフアクシス型⁷⁻⁹⁾に大別される。イン

ライン型は、ホログラム記録時に物体光と参照光の光軸が一致する記録方式である。このホログラムからの再生像は、物体光(1次回折光)、直接光(0次光)、共役光(-1次回折光)の3つの光がすべて同軸上で再生される。したがって、1次回折光が物体像に相当するが、他の2つの光の影響を受け観察しづらいものとなる。それに対して、オフアクシス型は物体光と参照光間に角度をつける記録方式である。これにより再生像は、1次回折光、0次光、-1次回折光はすべて異なる方向に再生される。したがって、所望の物体光のみを抽出することが可能である。しかし、ホログラムに記録される干渉縞の間隔は、参照光の入射角度に依存するため、より画素サイズが小さいCCDを要する。また、インライン型とオフアクシス型のピクセル数が同じとした場合、オフアクシス型は画素サイズが小さいため撮影面積も減少する。

光は電磁波の一種であり、世の中には様々な光が存在する。例えば、レーザー(Light Amplification of Stimulated Emission of Radiation)による光などは、スペクトル幅がきわめて狭く、単一の波長であり、位相は揃っている。このような光をコヒーレント光と言い、干渉性が高いことから干渉計測においてよく用いられる。レーザー光を用いたホログラフィーをコヒーレントホログラフィーという。コヒーレントホログラフィーの特徴は、物体の3次元空間情報を、高速、高い信号対雑音(Signal to noise: S/N)比で測定が可能であるため、広く研究されている手法である。近年では、リアルタイム計測¹⁰⁾や、単一・単色の撮像素子を用いて、複数波長のレーザー光によるホログラムを波長多重記録し、所望の波長成分を選択抽出可能なマルチカラー3次元イメージング¹¹⁾などが提案されている。

対して一般的な光(自然光や白色光など)は、多数のスペクトル成分を含み、位相と振幅は常にランダムに変化する。このような光をインコヒーレント光という。インコヒーレントホログラフィーは、物体からの自己放射光、もしくは自然光照明による反射光を用いて干渉計測を行うものである。インコヒーレントであるということは、干渉性を持たないという意味であるが、光は伝搬・回折を繰り返すことにより部分的なコヒーレントとなる(2.4.4節参照)。したがって、干渉計測は可能であり、このような手法は、コヒーレントホログラフィーよりも使用可能な光源が多く、可視波長帯域だけではなく赤外光や紫外光などの範囲にも適用可能である。

インコヒーレントホログラフィーによるイメージングおよびスペクトル計測についての代表的な手法を表1.1に示す。

表 1.1 インコヒーレントホログラフィーの代表的な手法

| 種類 | 測定対象 | インターフェログラム の次元数 | 信号処理の種類 | 再生される光源 情報と次元数 |
|-----------------------------------|------|--------------------|-------------------------------|-------------------|
| フーリエ 分光法 ¹²⁾ | 多色 | 1次元 | 1次元フーリエ変換 | 空間: 0 分光: 1 |
| マイケルソン 天体干渉計 ¹³⁾ | 準単色 | 2次元 | 2次元フーリエ変換 | 空間: 2 分光: 0 |
| フーリエ 分光映像法 ¹⁴⁾ | 多色 | 3次元 | 3次元フーリエ変換 | 空間: 2 分光: 1 |
| ローゼンと ヤリフの方法 ¹⁵⁻¹⁷⁾ | 準単色 | 3次元 | 2次元フーリエ変換 縦方向コヒーレンス の利用 | 空間: 3 分光: 0 |

マイケルソンは天体干渉計(Michelson stellar interferometer: MSI)を発明し、伝搬した光波の横方向の干渉縞のコントラストから、恒星の角直径を測定した。これは、後に開発されるインコヒーレントホログラフィーと同じ原理である。今日においても、MSIは空間的にインコヒーレントな単色光源により照射された物体の3次元形状を測定するために用いられる。また、マイケルソンは共通の光源から異なる光学距離を伝搬した2つの波面を重ね合わせによって生成される干渉パターンを測定すると、その光源の連続スペクトルが得られることを示唆した。この見識は、フーリエ分光法(2章4.5節参照)の基礎である。

フーリエ分光映像法は上記2つの干渉計測法の原理を組み合わせることで、スペクトル成分ごとの2次元画像セットを取得する手法である。

また、MSIは、横方向のベースラインに沿って空間コヒーレンス関数(横方向コヒーレンス)を測定している。ファンシッター・ゼルニケの定理(2章4.4節参照)によると、この空間コヒーレンス関数は光源の強度分布のフーリエ変換に比例する。したがって、ファンシッター・ゼルニケの定理を一般化し、3次元的に離れた2つの点における光波の3次元空間コヒーレンス関数を測定する。これにより、単色物体の3次元情報を得ることができる(ローゼンとヤリフの方法)。干渉計測による3次元イメージングにおいて最近提案された手法として、サニャックラジアルシアリング干渉計によりインコヒーレントホログラムを記録する手法¹⁸⁾や、多色物体から伝搬した2つの波面の曲率差を比較することで3次元像を得る手法¹⁹⁾などがある。このように、インコヒーレントホログラフィーに関連した光学分野において様々なアイデアによるイメージングがあり、上記以外の手法として、単色3次元

像を得る手法や、RGB カラー像を得る手法、スペクトル成分ごとの2次元像を得る手法などがある²⁰⁻²³⁾。さらに、マークスらは、コーンビームトモグラフィーと回転シアリング干渉計による干渉計測を組み合わせることで、空間的にインコヒーレントな物体の3次元像を得ることが可能であると報告している²⁴⁾。

上記からわかるように、空間的にインコヒーレントな多色物体の連続スペクトルと3次元空間情報を同時取得し、イメージングを行う測定原理の報告は世界的に見ても稀である。そこで、われわれは、コヒーレント照明、分散素子、結像光学素子(例えばレンズなど)を用いることなく、通常の多色物体の連続スペクトルと3次元空間情報を同時に取得する干渉計測法(3次元イメージング分光法)の提案²⁵⁻²⁹⁾を行った。この干渉計測法に関する従来の報告を表1.2に示す。

表 1.2 3次元イメージング分光法

| 種類 | 測定対象 | インターフェログラムの形状 | 信号処理の種類 | 再生される光源情報と次元数 |
|-------------------------|-----------------|---------------|---------------------------------|----------------|
| 吉森の方法 ²⁵⁾ | 多色 | 3次元 | 3次元フーリエ変換 インフォーカス フィルタリング | 空間: 3 分光: 1 |
| S-type 法 ²⁶⁾ | 準単色点光源 (1波長) | 球面波型 | 2次元フーリエ変換 フレネル回折積分法 | 空間: 3 分光: 1 |
| S-type 法 ²⁷⁾ | 準単色点光源 (2波長) | 球面波型 | 2次元フーリエ変換 フレネル回折積分法 | 空間: 3 分光: 1 |
| S-type 法 ²⁸⁾ | 多色面光源 | 球面波型 | 2次元フーリエ変換 角スペクトル法 | 空間: 3 分光: 1 |
| H-type 法 ²⁹⁾ | 多色面光源 | 双曲面型 | 2次元フーリエ変換 フレネル回折積分法 | 空間: 3 分光: 1 |

吉森の方法は、フーリエ分光映像法を拡張し、スペクトル成分ごとの3次元像を取得する手法を提案した。これは、測定対象のスペクトル情報と3次元空間情報を同時取得することが可能であることを示した世界初の計算結果であり、3次元イメージング分光法の基礎となる計測原理である。しかし、この手法は光軸方向に1mm程度の分厚い体積インターフェログラムを必要とした。そこで考案された手法が、2光波折り畳み干渉計による干渉計測と合成開口処理などの信号処理のみを用いた3次元イメージング分光法である。表1.2中のS-type法、H-type法は、5次元空間コヒーレンス関数の計測に基づいているが、信号処理アルゴリズム、つまり合成開口処理を実行する選択律が異なる。1つは、球面波型(Spherical type: S-type)体積インターフェログラムを生成する手法(S-type法)である。これについて、測定対象

を単色点光源^{26, 27)}や、異なる位置にある異なる連続スペクトルを持つ面光源²⁸⁾とした場合のスペクトルと3次元位置を再生した実験結果について報告している。もう1つは、双曲面型(Hyperbolic type: H-type)体積インターフェログラムを生成する手法(H-type 法²⁹⁾)である。H-type 体積インターフェログラムに記録された干渉パターンは、測定対象から伝搬した多数のスペクトル成分の波面形状とは直接対応していない。しかしながら、更なる解析により H-type 法による3次元イメージは S-type 法のものと同等の3次元結像特性を持つことがわかっている。

1.2 本研究の目的

一般的な3次元多色物体の連続スペクトルと3次元空間情報を同時取得する干渉計測法である3次元イメージング分光法において、上記で示したように S-type 法と H-type 法を提案している。この2手法は、合成開口処理で用いる選択律が異なる。そこで本論文では、合成開口処理に適用することが可能な選択律と、それにより生成される体積インターフェログラムの特徴、および3次元イメージングに適しているか、これらについて体系的に検討を行った結果について示す。また、体系的検討により、新規な体積型インターフェログラム(回転双曲面型体積インターフェログラム)の発見に至った。この体積インターフェログラムを用いて、物体の連続スペクトルと3次元空間情報が取得可能かどうか、実験的検証を行った結果について示す。合わせて、S-type 法による実験結果との比較結果についても示す。

そして、回転双曲面型(Rotated Hyperbolic type: RH-type)体積インターフェログラムを用いた3次元イメージング分光法は、S-type 法による実験結果と比較したところ、奥行き方向に関して高い結像特性を有することが確認された。この事実から、一般のホログラムから得られる3次元像の分解能は何によって決定されるのか、という問題が発生した。この疑問への足がかりとして、3次元イメージング分光法において、測定対象を単色点光源とした場合の応答、つまりインパルス応答関数(Impulse response function: IRF)について述べる。そして、実験結果と IRF の計算結果との対応を示す。

1.3 本論文の構成

以下に本論文の構成を示す。

第1章では、本研究の背景として光を用いた計測技術であるホログラフィーについて述べ、測定対象のスペクトルおよび空間情報を取得する干渉計測法の代表的な

手法について紹介し、本研究の目的について述べた。

第2章では、まず光波の数学的記述について述べる。そして、光の波動性に基づいた干渉現象について説明し、光波の空間的・時間的な可干渉性についても述べる。さらに、3次元空間コヒーレンス関数の測定の概念についてふれ、測定対象の3次元空間情報と連続スペクトルを同時取得する方法について説明する。

第3章では、本研究の実験系である2光波折り畳み干渉計について述べ、この実験系により測定される空間コヒーレンス関数の数学的記述について示す。そして、信号処理として用いる合成開口処理について説明し、それにより生成される体積インターフェログラムについて述べる。

第4章では、RH-type 体積インターフェログラムについて、そのあらましを説明し、再生方法およびRH-type 体積インターフェログラムの主な特徴について述べる。

第5章では、RH-type 体積インターフェログラムを用いた3次元イメージング分光法を実証するため、スペクトル成分ごとの3次元像を再生した実験結果について示す。また、従来法であるS-type 法と比較した結果についても示す。

第6章では、S-type 法による分光立体像再生の過程を解析的に導出することで得られた、4次元インパルス応答関数について述べる。また、この4次元インパルス応答関数と分解能の関係について述べ、ホログラムから得られる3次元像の分解能、特に奥行き方向分解能について従来の評価法に関する再検討を行った結果について示す。また、合わせて実験結果とインパルス応答関数による計算結果の比較についても示す。

第7章では、本研究を総括し、総合的な見地から考察を行う。そして、今後の検討課題や展望についてもふれる。

第2章 光波の干渉性と 空間コヒーレンス関数測定の場合

2.1 緒言

本章では、光波の表記法や干渉³⁰⁾という性質について説明し、2つの光波による時間的、空間的な相関関係を示したコヒーレンス関数について述べる。また、このコヒーレンス関数の測定による3次元イメージング分光法の概要を説明する。

2.2 光波の数学的記述

光波は電磁波の1つであり、電場、磁場が振動しながら伝搬する波である。まず、光波の基本的な形である平面波を例に述べる。

光波は、空間に存在し、時間的にも変化する。z軸の正方向に進行する光波を考えると、時刻 t 、位置 z における光波は、

$$V(z,t) = a \exp[i(kz - \omega t + \phi)], \quad (2.1)$$

と表される。ここで、 a は振幅、 \exp 関数内の $kz - \omega t + \phi$ は位相である。 ϕ は初期位相と呼ばれ、基準の時空間点($t=0, z=0$)での位相である。光の波長を λ とすると、 $k = 2\pi/\lambda$ を波数と呼び、 kz は距離 z だけ進行したことによる位相の変化量を表す。また、周波数を f 、周期を T とすると、 $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$ を角周波数と呼び、 ωt は時間 t だけ経過することによる位相の変化量を表す。

光波は空間に静止しているのではなく伝搬する。初期位相を $\phi = 0$ とし、ある時刻 t のとき、 $z=0$ で光波が極大値 Q をとるとする。時刻がわずかに Δt だけ経過したとき、光波は Δz だけ移動し極大値は Q' に移る。光波が移動したとしても極大値を持つ位置では、位相は $k\Delta z - \omega\Delta t = 0$ を常に満足する。時間が経過したとすると Δt は正の符号をとるから、 Δz も正の符号をとる。したがって、式(2.1)で表される光波は、時間の経過とともにz軸の正の方向へ伝搬する進行波となる。また、光波の伝搬速度も表すから、速度は $v_p = \Delta z/\Delta t = \omega/k$ となる。等位相点の移動速度であるので、位相速度と呼ぶ。

一般に、光波は3次元空間のある方向に伝搬する。3次元空間上の任意の場所を位置ベクトル $\mathbf{r} = (x, y, z)$ で表すと、光波は式(2.1)に代わり、

$$V(\mathbf{r}, t) = a \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi)], \quad (2.2)$$

となる。 \mathbf{k} は波数ベクトルであり、 $|\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$ である。この光波の進行方向は波数ベクトル \mathbf{k} が示す向きであり、3次元空間において波面が進行方向に対して、垂直な平面となる光波を平面波という。

次に、球面波について述べる。光波は真空中やレンズを通過するなど特別な場合を除き、球面波として扱われる。

光波は電磁波の1つであり、波動性を示すから波動方程式に従う。光波 $V(\mathbf{r}, t)$ に関する波動方程式は、

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) V(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.3)$$

と表される。ここで ∇^2 はラプラス演算子であり、 c は光波が伝搬する速度(光速)である。式(2.2)で表される平面波は波動方程式のひとつの特解である。すなわち角周波数 $\omega = ck$ であるならば、

$$\left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right) V(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (2.4)$$

となり、式(2.3)は成立する。ここで、 $k = |\mathbf{k}|$ である。したがって式(2.2)は、波動方程式を満たす平面波解であることがわかる。

座標原点に点光源がある場合も、発生する光波は波動方程式を満たしているはずである。ラプラス演算子 ∇^2 を極座標で表すと、

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad (2.5)$$

となる。簡単化のため、3次元空間に広がって行く光波の波面は同心球面上であるとする。この場合、点光源からの光波は中心対象であるから r 方向と直交する方向の変化は考えなくてよく、式(2.5)の右辺の第2項、第3項は省略できる。さらに、観測位置は原点からの距離 r で表せるので、光波の r 方向成分を $V_r(t)$ とすると、

$$\begin{aligned} \nabla^2 V_r(t) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V_r(t)}{\partial r} \right) = \frac{\partial^2 V_r(t)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial V_r(t)}{\partial r} \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} [r V_r(t)], \end{aligned} \quad (2.6)$$

と求められる。したがって波動方程式は、

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}[rV_r(t)] = c^2 \frac{\partial^2}{\partial r^2}[rV_r(t)], \quad (2.7)$$

となる。関数 $rV_r(t)$ が波動方程式を満たしている。関数 $rV_r(t)$ が平面波解と等しいとすると、式(2.2)で表される $V(\mathbf{r}, t)$ は、位置と波数をベクトルで表した平面波であるから、動径方向に進む平面波に書き直す。つまり、スカラー量で位置 r および波数 k を表し、この r 方向に進む平面波を $V(r, t)$ とする。こうして、

$$V_r(t) = \frac{1}{r} V(r, t) = \frac{a}{r} \exp[i(kr - \omega t + \phi)], \quad (2.8)$$

と求められる。座標原点にある点光源から球面状に広がる光波を表す。位相は原点から距離 r により決まり、振幅 a は r に反比例して減衰する。これを球面波という。また、 r 方向に伝搬する球面波の位相速度は平面波と同じである。

2.3 光波の干渉

電磁波の中でも可視光は振動数があまりに高く、波そのものを検出することはできない。検出できるのは光強度であり、光波を最も直接的に観測できるのは波動の干渉効果による。光波が2つあるとして重ね合わせると、光強度は時間的にも空間的にも変化する。これを干渉現象という。干渉現象を用いた測定手法は広く用いられており、現在では光を扱う際に非常に重要な現象として知られている。

本節ではこの干渉現象について述べる。

2.3.1 2光波の重ね合わせ

2つ以上の光波が重なり合うと、強めあったり、弱めあったりする干渉作用が生じる。それぞれの波が平面波であるとする。光の場合は、

$$V(\mathbf{r}, t) = a \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi)], \quad (2.9)$$

と表わされる。互いに直交した振動方向を持つ波は干渉しないため、振幅 a をスカラー量で表した。ここで、 ω は角周波数、 t は時刻、 ϕ は初期位相である。

2光波の重ね合わせは、図2.1のように表せる。位置ベクトル \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 にある点 Q_1 , Q_2 から、初期位相 ϕ_1 , ϕ_2 の平面波が発生しているとする。位置ベクトル \mathbf{r} の点 D で干渉光強度を観測する。ここで $\mathbf{r} - \mathbf{r}_1$ は、点 Q_1 を起点とした点 D までの位置ベクトルである。したがって式(2.9)での \mathbf{r} を $\mathbf{r} - \mathbf{r}_1$ で置き換えることができる。このとき $k_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)$ は、点 Q_1 を通過する平面波が点 D まで伝播したときの位相遅れを表す。

点 Q_2 を通過する平面波に関しても同様におく。

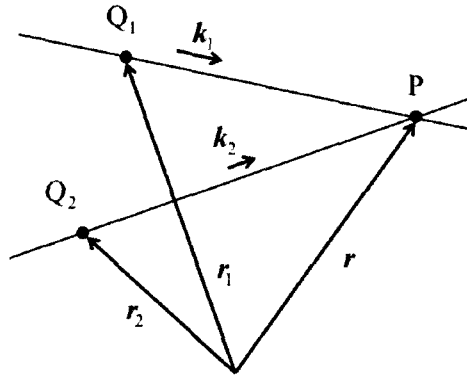


図 2.1 2 光波の重ね合わせ

観測点 D ，時刻 t における 2 つの平面波は，

$$V_1(\mathbf{r}_1, t) = a_1 \exp\{i[k_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) - \omega_1 t + \phi_1]\}, \quad (2.10a)$$

$$V_2(\mathbf{r}_2, t) = a_2 \exp\{i[k_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2) - \omega_2 t + \phi_2]\}, \quad (2.10b)$$

と表される。観測される光強度は，

$$\begin{aligned} I(\mathbf{r}, t) &= |V(\mathbf{r}, t)|^2 \\ &= |V_1(\mathbf{r}, t) + V_2(\mathbf{r}, t)|^2 \\ &= |V_1(\mathbf{r}, t)|^2 + |V_2(\mathbf{r}, t)|^2 + V_1^*(\mathbf{r}, t)V_2(\mathbf{r}, t) + V_1(\mathbf{r}, t)V_2^*(\mathbf{r}, t) \\ &= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos[k_2(\mathbf{r} - \mathbf{r}_2) - k_1(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) - (\omega_2 - \omega_1)t + (\phi_2 - \phi_1)], \end{aligned} \quad (2.11)$$

となる。ここで， $*$ は複素共役を表し， $I_1 = a_1^2$ ， $I_2 = a_2^2$ と置いた。第 1 項と第 2 項はそれぞれの光波が単独で存在したときの光強度であり，第 3 項は干渉項である。干渉光強度は単に光強度の和ではなく第 3 項の干渉項によって強くなったり弱くなったりと変動する。この現象を干渉という。干渉項は 2 光波の位相差によって変化する。

2.3.2 2 波長光波の干渉

1 つの光源からの光波を 2 つに分割し，たがいに平行にして $\mathbf{k}_1 // \mathbf{k}_2$ としたとしても，周波数がわずかにでも異なり $\omega_1 \neq \omega_2$ であるならば，干渉縞は時間的に変動する。周波数は異なるが，連続した光波によって形成された干渉縞を検出する場合について説明する。

2つの光波は振幅が一定の平面波であり、角周波数が ω_1 , ω_2 であるとする。観測される干渉光強度は、ビート現象によって時間的に変化する。観測時間を T とし、平均値を記号 $\langle \dots \rangle$ で表すと、

$$\langle I(\mathbf{r}, t) \rangle = I_1 + I_2 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{T} \int_0^T \cos[-(\omega_2 - \omega_1)t] dt, \quad (2.12)$$

となる。観測時間がビート周波数の変動周期よりも十分長いと、干渉項は平均化され、

$$\langle I(\mathbf{r}, t) \rangle = I_1 + I_2, \quad (2.13)$$

となって、干渉縞は観測されない。したがって光波が干渉するかどうかは、それを観測できるかどうかによる。

2つの波長をもつ可視光を一般に用いられる分光器で分解できるのは、2つの波長の波長差が0.1 nm程度である。波長が接近した2つの光波が、同一方向からやってきたとする。それらの波長を $\lambda_1 = 500.0$ nm, $\lambda_2 = 500.1$ nmであるとする。これらの光波を周波数で表すと、

$$f_1 = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{c}{\lambda}, \quad (2.14)$$

であるから、差周波数は $(\omega_2 - \omega_1)/2\pi = 120$ GHzとなる。干渉項は高い周波数で時間的に変動している。

極端に考えて、観測時間が光検出器の応答時間であるとする。 10^{-9} 秒程度まで高速に応答する検出器であるとしても、時間的に変動する干渉縞は、120周期にわたって平均化されるため、観測されない。一般に十分長い時間の平均強度で評価される。したがって波長が異なる2つの光波は干渉しないとして扱ってもよいことがわかる。

2.4 光波の可干渉性

日常生活において見ることの出来る光のほとんどは、多くの異なる波長を含んでいる。光波は、これらの合成波であり、一般に時間的にも空間的にも変動している。この変動の性質は、可干渉性(コヒーレンス)としてまとめられる。

本節では、これらの光波の時間的可干渉性と空間的可干渉性について述べる。

2.4.1 多色光の数学的表示

光波は時間とともに空間を伝播するので、空間のある1点における時間変化のみ着目する。位相の中の空間に関する項を省略すると、

$$V(t) = a \exp[i(-\omega t + \phi)], \quad (2.15)$$

である。レーザー光は理想的な単色光であり、式(2.15)で表される。

多色光はいろいろな波長(周波数)の光波からなる。周波数ごとの振幅をスペクトルという。角周波数 ω に対する振幅を $A(\omega)$ 、初期位相を $\phi(\omega)$ と表す。合成波の電場は、周波数ごとの電場の和によって得られる。スペクトル $A(\omega)$ が連続であるとき、合成波は ω について積分で与えられる。また、実在する光波は負の角周波数を持たず、正のみであることに注意すると、式(2.15)に対応して、

$$V(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \exp\{i[-\omega t + \phi(\omega)]\} d\omega, \quad (2.16)$$

と表すことができる。ここで $A(\omega)$ は実関数であることに注意する。

2.4.2 相互コヒーレンス関数

一般に存在する光源は、ある有限の大きさを持つ多色光である。この様な光源から放出した光波の振幅や位相は、時間的にも空間的にも不規則に変化している。いま、位置 \mathbf{r} 、時刻 t での光の場 $V(\mathbf{r}, t)$ を考える。この光の場は式(2.3)より波動方程式を満たしている。そこで、位置および時刻の異なる2つの光の場の相関を考えると、

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_2) = \langle V^*(\mathbf{r}_1, t_1) V(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle, \quad (2.17)$$

と表される。ここで、 $\langle \dots \rangle$ は集合平均を、 $*$ は複素共役を表す。ここで、光の場 $V(\mathbf{r}_1, t_1)$ 、 $V(\mathbf{r}_2, t_2)$ が時間的に定常であると考え、このとき、式(2.17)は時間差 $\tau = t_2 - t_1$ のみの関数でなくてはならないから、

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \langle V^*(\mathbf{r}_1, t_1) V(\mathbf{r}_2, t_1 + \tau) \rangle, \quad (2.18)$$

となる。この $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)$ は相互コヒーレンス関数という³¹⁾。式(2.18)の相互コヒーレンス関数を平均強度で規格化すると、

$$\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \frac{\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)}{\sqrt{\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1, 0)} \sqrt{\Gamma(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2, 0)}}, \quad (2.19)$$

と表され、これを複素相互コヒーレンス度という。\$|\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)|=1\$の場合、時空の2点における光の場はコヒーレントであるといい、完全な相関を持つ。また、\$|\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)|=0\$の場合、インコヒーレントであるといい、2点における場の量は相関をもたない。また\$0 < |\gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)| < 1\$の場合を部分的コヒーレントであるという。コヒーレントな光波は干渉現象をはっきりと観測することが可能だが、インコヒーレントな光波においては干渉現象を観測することが出来ない。この2つの光波はどちらも理想的なものであり、多くの光は部分的にコヒーレントな光である。

2.4.3 時間コヒーレンス関数と空間コヒーレンス関数³²⁾

光の場が時間的に定常であると考えると、式(2.17)より \$\langle |V(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle\$ は時刻 \$t\$ によらないため時間積分は無限大となるし、\$V(\mathbf{r}, t)\$ は普通関数としてのフーリエ変換を持たないことを意味する。しかしこの場合でも、ディラックの \$\delta\$ 関数を用いることで形式的に \$V(\mathbf{r}, t)\$ のフーリエ変換を取り扱うことができる(Appendix A 参照)。

そこで、\$V(\mathbf{r}, t)\$ を形式的にフーリエ積分で表すと、

$$V(\mathbf{r}, t) = \int_0^\infty \tilde{V}(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \quad (2.20a)$$

$$\tilde{V}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty V(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t) dt, \quad (2.20b)$$

となる。したがって式(2.18)は、

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) &= \langle V^*(\mathbf{r}_1, t_1) V(\mathbf{r}_2, t_1 + \tau) \rangle \\ &= \int \int_0^\infty \langle \tilde{V}^*(\mathbf{r}_1, \omega_1) \tilde{V}(\mathbf{r}_2, \omega_2) \rangle \exp[i\omega_1 t_1 - i\omega_2(t_1 + \tau)] d\omega_1 d\omega_2, \end{aligned} \quad (2.21)$$

となり、これが \$t_1\$ によらないので \$\omega_1 \neq \omega_2\$ からの寄与はないから、

$$\langle \tilde{V}^*(\mathbf{r}_1, \omega_1) \tilde{V}(\mathbf{r}_2, \omega_2) \rangle = W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \delta(\omega_1 - \omega_2), \quad (2.22)$$

でなければならない。これを式(2.21)に代入すると、

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) = \int_0^\infty W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega, \quad (2.23)$$

となり、\$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)\$ は \$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)\$ のフーリエ変換に一致する。したがって、

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau) \exp(i\omega\tau) d\tau, \quad (2.24)$$

が成り立つ。この $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$ を相互スペクトル密度という。

いま、2つの光波について位置が同じ ($\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2 = \mathbf{r}$) で時間的な差 τ だけあるとする。このとき式(2.18)は、式(2.23)および式(2.24)から、

$$\Gamma(\mathbf{r}, \tau) = \int_0^{\infty} S(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega, \quad (2.25a)$$

$$S(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(\mathbf{r}, \tau) \exp(i\omega\tau) d\tau, \quad (2.25b)$$

となり、互いにフーリエ変換の関係にある。式(2.25a)の $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \tau) \equiv \Gamma(\mathbf{r}, \tau)$ は、位置 \mathbf{r} における光波の時間的な相関を示している。これを時間領域での自己相関関数あるいは時間コヒーレンス関数という。また、 $S(\mathbf{r}, \omega)$ をスペクトル密度といい、 $W(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega) \equiv S(\mathbf{r}, \omega)$ である。式(2.25)の関係をウィナー・ヒンチンの定理³³⁾という。また、式(2.23)および式(2.24)の関係を一般化されたウィナー・ヒンチンの定理と呼ばれることがある。

次に、式(2.18)の相互コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \tau)$ において、2つの光の場の時間差 τ (コヒーレンス時間) が、スペクトル密度 $S(\omega)$ の広がりである $\Delta\omega$ とくらべて、

$$|\Delta\tau| \ll \frac{2\pi}{\Delta\omega}, \quad (2.26)$$

を満足すると考える。このとき、時間差 $\tau = 0$ とみなすことができる。これより、式(2.18)において位置が異なり ($\mathbf{r}_1 \neq \mathbf{r}_2$)、時間的な差がない ($t_1 = t_2 = t$) とした場合は、

$$\Gamma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle V^*(\mathbf{r}_1, t) V(\mathbf{r}_2, t) \rangle, \quad (2.27)$$

となる。式(2.27)は、異なった位置 $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ における光の場の空間的な相関を表しており、空間相関関数あるいは空間コヒーレンス関数という。

2.4.4 ファンシッター・ゼルニケの定理³⁴⁾

2.4.3 節では、ある時空の2点における光の場の相関関係について述べた。そこで、光源が有限の大きさであるとき、空間的な3次元広がりを考えて、この内部にある同時刻の2点における相関をもつ領域について考える。

図2.2に示すように、大きさが有限でインコヒーレントな光源 σ は $\xi\eta$ 平面にあり、互いに独立な微小光源の集合であるとする。そして距離 R だけ離れた xy 平面にお

ける2点 P_1, P_2 の位置での光波が互いに相関があるかどうかを求める. 簡単のために, 光源 σ は準単色で, xy 平面と平行な平面の一部であり, 大きさは, 距離 R にくらべて十分小さいとする. また, 光源上の任意の点 h と P_1, P_2 を結ぶ直線と R のなす角は小さいと仮定する.

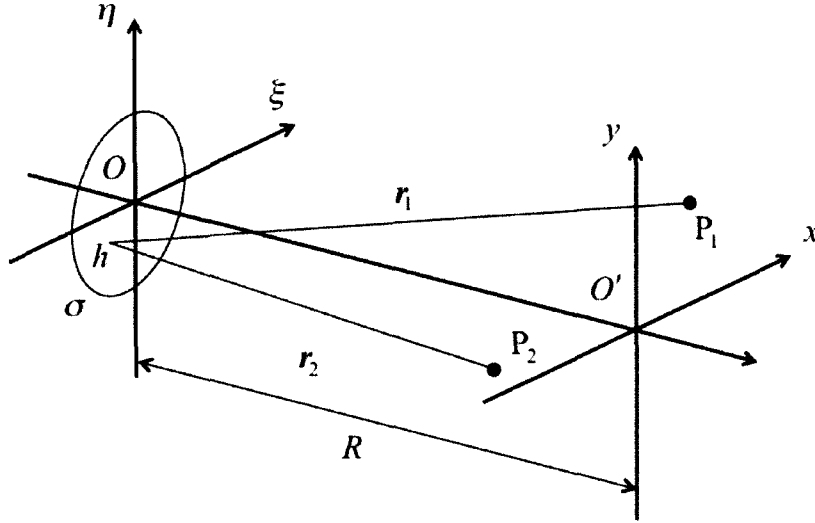


図 2.2 光波の空間相関

まず, 光源を微小領域 $d\sigma_1, d\sigma_2, \dots, d\sigma_m, \dots$ に分割し, それぞれの中心を $h_1, h_2, \dots, h_m, \dots$ とし, その大きさは平均波長 λ にくらべて小さいとする. そして, $\mathbf{r}_{m1}, \mathbf{r}_{m2}$ を微小光源の中心 h_m から P_1, P_2 までの位置ベクトルとする. また, $d\sigma_m$ から P_1, P_2 に伝搬する光の場をそれぞれ $U_\omega(\mathbf{r}_{m1}, t), U_\omega(\mathbf{r}_{m2}, t)$ とする. ここで, 光源は準単色であると考えているから, その平均角周波数 $\omega = 2\pi c/\lambda$ を下付き添字で表す. また, c は光速である. このとき, P_1, P_2 の位置における光源全体からの光の場の寄与は,

$$U_\omega(P_1, t) = \sum_m U_\omega(\mathbf{r}_{m1}, t), \quad (2.28a)$$

$$U_\omega(P_2, t) = \sum_m U_\omega(\mathbf{r}_{m2}, t), \quad (2.28b)$$

で与えられる. これより P_1, P_2 の位置における相互スペクトル密度 W_ω は, 2点 P_1, P_2 における光の場の相関として定義され,

$$\begin{aligned} W_\omega(P_1, P_2) &= \langle U_\omega^*(P_1, t) U_\omega(P_2, t) \rangle \\ &= \sum_m \langle U_\omega^*(\mathbf{r}_{m1}, t) U_\omega(\mathbf{r}_{m2}, t) \rangle + \sum_{m \neq n} \sum_n \langle U_\omega^*(\mathbf{r}_{m1}, t) U_\omega(\mathbf{r}_{n2}, t) \rangle, \end{aligned} \quad (2.29)$$

と表わされる. ここで, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_{m1} = \mathbf{r}_{m2}$ のとき, $W_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \langle U_\omega^*(\mathbf{r}) U_\omega(\mathbf{r}) \rangle = \langle |U_\omega|^2 \rangle = S(\omega)$

である。式(2.29)において第2項は異なる微小光源からの寄与であり、それぞれは統計的に独立な光源であるから、

$$\langle U_{\omega}^*(\mathbf{r}_{m1}, t) U_{\omega}(\mathbf{r}_{n2}, t) \rangle = 0 \quad (m \neq n), \quad (2.30)$$

とおける。次に、微小光源から伝搬する光波は球面波であり、観測される光の場 $U_{\omega}(\mathbf{r}_{m1}, t)$, $U_{\omega}(\mathbf{r}_{m2}, t)$ は、振幅を A_m とし、

$$U_{\omega}(\mathbf{r}_{m1}, t) = \frac{A_m \left(t - \frac{r_{m1}}{c} \right)}{r_{m1}} \exp[i(kr_{m1} - \omega t + \phi_m)], \quad (2.31a)$$

$$U_{\omega}(\mathbf{r}_{m2}, t) = \frac{A_m \left(t - \frac{r_{m2}}{c} \right)}{r_{m2}} \exp[i(kr_{m2} - \omega t + \phi_m)], \quad (2.31b)$$

と表わされる。ここで $r_{m1} = |\mathbf{r}_{m1}|$, $r_{m2} = |\mathbf{r}_{m2}|$ であり、 $k = 2\pi/\lambda$ は準単色光の平均波数、 ϕ_m は初期位相である。したがって、

$$\begin{aligned} \langle U_{\omega}^*(\mathbf{r}_{m1}, t) U_{\omega}(\mathbf{r}_{m2}, t) \rangle &= \left\langle A_m^* \left(t - \frac{r_{m1}}{c} \right) A_m \left(t - \frac{r_{m2}}{c} \right) \right\rangle \frac{\exp[ik(r_{m2} - r_{m1})]}{r_{m1} r_{m2}} \\ &= \left\langle A_m^*(t) A_m \left(t - \frac{r_{m2} - r_{m1}}{c} \right) \right\rangle \frac{\exp[ik(r_{m2} - r_{m1})]}{r_{m1} r_{m2}}, \end{aligned} \quad (2.32)$$

が得られる。ここで、距離の差 $r_{m2} - r_{m1}$ が光源のコヒーレンス長より十分に短いとすると振幅 A_m の引数における時間遅れ $(r_{m2} - r_{m1})/c$ は無視できるため、式(2.29)は、式(2.30)および式(2.32)より、

$$W_{\omega}(P_1, P_2) = \sum_m \left\langle A_m^*(t) A_m(t) \right\rangle \frac{\exp[ik(r_{m2} - r_{m1})]}{r_{m1} r_{m2}}, \quad (2.33)$$

が得られる。 $\langle A_m^*(t) A_m(t) \rangle / (r_{m1} r_{m2})$ は、微小光源からの光強度であるから光源の強度分布を $S(h_m) d\sigma_m = \langle A_m^*(t) A_m(t) \rangle / (r_{m1} r_{m2})$ とおくと、式(2.33)は、

$$W_{\omega}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int_{\sigma} S(h) \exp[ik(r_2 - r_1)] dh, \quad (2.34)$$

と表わされる。また、 O, O' を原点とするたがい平行な2組の直交座標系を考え、点 h を (ξ, η) , P_1, P_2 をそれぞれ $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ とし、 R が十分に大きいと仮定のもと、

$$r_2 - r_1 = \frac{(x_2^2 + y_2^2) - (x_1^2 + y_1^2)}{2R} - \frac{(x_2 - x_1)\xi + (y_2 - y_1)\eta}{R}, \quad (2.35)$$

と近似される。また、

$$\alpha = \frac{(x_2 - x_1)}{R}, \quad \beta = \frac{(y_2 - y_1)}{R}, \quad \phi_0 = \frac{k[(x_2^2 + y_2^2) - (x_1^2 + y_1^2)]}{2R}, \quad (2.36)$$

とおけば、測定される相互スペクトル密度は、平均強度で規格化することで、以下に示すように表すことができる：

$$\begin{aligned} \mu_\omega(r_1, r_2) &= \frac{W_\omega(r_1, r_2)}{\sqrt{W_\omega(r_1, r_1)}\sqrt{W_\omega(r_2, r_2)}} \\ &= \frac{\exp(i\phi_0) \int_\sigma S_\omega(\xi, \eta) \exp[-ik(\alpha\xi + \beta\eta)] d\xi d\eta}{\int_\sigma S_\omega(\xi, \eta) d\xi d\eta}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

ここで、 α 、 β は光源から見た点 P_1 、 P_2 を見込む角度を表す。式(2.37)の左辺は複素数で表され、 $|\mu_\omega(r_1, r_2)|$ を複素スペクトルコヒーレンス度という。単色場の空間コヒーレンスを扱うときに便利である。

式(2.37)より、光源 σ の大きさおよび α 、 β が十分小さければ、複素スペクトルコヒーレンス度 $|\mu_\omega(r_1, r_2)|$ は、光源の強度分布 $S_\omega(\xi, \eta)$ をフーリエ変換し、それを平均光強度で規格化したものの絶対値に等しい。これを、ファンシッター・ゼルニケの定理という。したがって、複素スペクトルコヒーレンス度を測定し逆フーリエ変換を行えば光源分布の空間情報を求めることができる。また、 $|\mu_\omega(r_1, r_2)|=1$ のとき2点間の光波は空間的にコヒーレント、 $|\mu_\omega(r_1, r_2)|=0$ のとき空間的にインコヒーレントであるという。

最後に、光源の大きさと横方向のコヒーレンス領域の大きさの関係について考える。光源が半径 a の円であると仮定すると、

$$\mu_\omega(r_1, r_2) = \frac{2J_1(kad/R)}{kad/R}, \quad (2.38)$$

となる。ここで、 $J_1(\dots)$ は1次の第1種ベッセル関数であり、ベッセル関数の性質から $kad/R=3.833$ のとき $\mu_\omega(r_1, r_2)=0$ となる。光源から距離 R だけ離れた平面上の間隔

$$d = 0.61 \frac{\lambda R}{a}, \quad (2.39)$$

以内での光の場は相関を持つ。これを空間コヒーレンス長という。また、半径 d の相関領域の広がりをもコヒーレンスエリア(可干渉領域)と呼ぶ。

2.4.5 フーリエ分光法³⁵⁾

ここでは、光波の連続スペクトルを取得する手法であるフーリエ分光法について説明する。図 2.2 はマイケルソン干渉計と呼ばれる、干渉計測において代表的な干渉計である。このマイケルソン干渉計に幅広い連続スペクトルを持つ白色光を入射させ、干渉光強度を測定する。この場合、2.3.2 項で述べた異なる波長を持つ光波は互いに干渉しない、という性質から、観測される干渉縞は同一波長による光波の干渉縞のみである。したがって検出器 D では、波長ごとの干渉光強度が和として観測される。

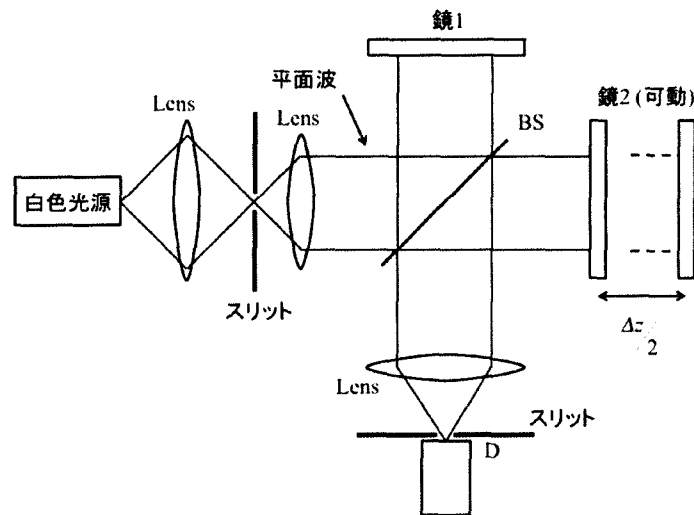


図 2.3 マイケルソン干渉計

図 2.3 において一方の鏡を光軸方向に動かし、分割 2 光波間に光路差 Δz を与え、干渉光強度を測定する。測定される干渉縞のしま間隔は、波長 λ によって異なるが、BS(ビームスプリッター)から鏡までの光路長が互いに等しい場合、すべての波長について干渉縞は同位相である。重ね合わせると最大の干渉光強度が得られ、白色の縞となる。これは光路差 Δz が 0 のときの干渉縞であり、0 縞(または白色干渉縞)という。光路差が大きくなるにつれて、各波長による干渉縞の発生位置がずれ、やがて干渉縞が一様に混在するようになり、縞は消滅する。

インコヒーレント光などの連続スペクトルを、このマイケルソン干渉計によって

求めることができる。干渉計の光路差 Δz を変え、干渉光強度を測定する。この光路差は時間差 $\tau = \Delta z/c$ に等しい。したがって、測定された干渉光強度の干渉項は、

$$\Gamma(\tau) = \langle V^*(0)V(\tau) \rangle, \quad (2.40)$$

であり、式(2.25a)の時間コヒーレンス関数と等しい。したがって、この測定値をフーリエ変換することにより、光源のスペクトル密度 $S(\omega)$ を求めることができる。このスペクトル測定法をフーリエ分光法という。また、式(2.40)において時間差の関数ではなく光路差の関数と見れば、これは空間コヒーレンス関数と見なすことができる。また、フーリエ変換の性質によりスペクトル分解能 δk は光路差 Δz の逆数により決定される。したがって、 $\delta k/2\pi = 1/\Delta z$ となる。

次に干渉縞が観測できる2光波間の時間差、つまり光軸方向に相関関係をもつ距離範囲について考える。光源は、中心角周波数 $\omega_c = 2\pi c/\lambda_c$ であるとし、そのスペクトル形状はスペクトル幅 $\Delta\omega = 2\pi c/\Delta\lambda$ をもつガウス型であるとする。2光波間の時間差を τ とすると $\tau = 2\pi/\Delta\omega$ であるから、

$$\tau = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{\lambda_c^2}{c\Delta\lambda}, \quad (2.41)$$

となる。この時間差 τ をコヒーレンス時間という。光波は光速 c で伝搬するので、コヒーレンス時間 τ を空間の長さに換算すると、 $l_c = c\tau$ となる。この l_c を時間コヒーレンス長もしくは単に、コヒーレンス長(可干渉距離)という。

2.5 干渉計測と信号処理による分光立体像再生

この節では、光波がもつ物体情報のうち、3次元空間情報と連続スペクトルを同時取得する方法について説明する。この方法は、3次元空間コヒーレンス関数の測定と信号処理による分光再生処理に基づくものである。

2.5.1 3次元空間コヒーレンス関数の測定

図 2.4 に3次元空間コヒーレンス関数を測定する光学システム概念図を示す。測定対象である、空間的にインコヒーレントな多色光源分布から伝搬した光波は、2つのピンホール P, P' をそれぞれ通過し、観測点 D において重ね合わされる。多色光源分布は空間的に3次元的な広がりを持ち、座標系 (x_s, y_s, z_s) 上にある。ピンホール P, P' は3次元空間を自由に移動可能で、座標系 (x, y, z) 上にある。また、 PD 間および $P'D$ 間の距離はそれぞれ調整が可能で、これら光路において2つの光

波間に時間差は導入されないように2つの直角鏡の位置を調整するものとする。

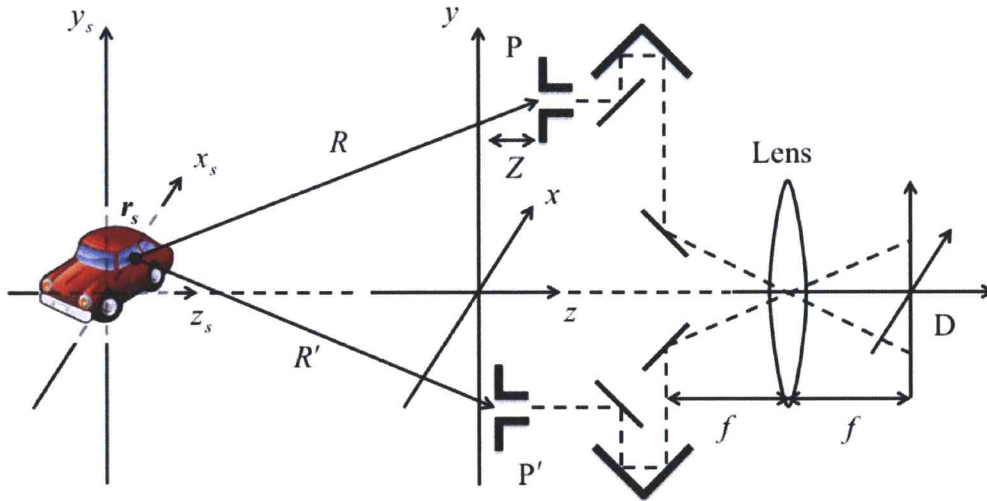


図 2.4 空間コヒーレンス関数を測定する光学システム の概念図 (I)

図 2.4 の 3 次元空間コヒーレンス関数を測定する光学システム の概念図は、2.4.4 節で説明したファンシッター・ゼルニケの定理による空間相関の測定と、2.4.5 節で説明したフーリエ分光法による空間相関(時間差ではなく、光路差の関数として見ているため、空間相関といえる)の測定 の 2 つの特徴を含んでいる。まず、2.4.4 節で説明したファンシッター・ゼルニケの定理では、 x - y 平面内における 2 点間の空間相関は光源の強度分布をフーリエ変換したものに比例し、空間相関の逆フーリエ変換は、光源分布の空間情報を与えるものであった。図 2.4 では、ピンホール間の相関を測定することでこれを実現している。さらに、フーリエ分光法では、2 光波間に光軸方向の光路差を導入し、相関をとることで光源分布の連続スペクトルを得ていた。図 2.4 では、ピンホール P を光軸方向に移動させることで、これを実現している。したがって、これら 2 つの特徴を含んだ図 2.4 の光学システムにおいて測定される干渉信号(干渉縞あるいはインターフェログラムという)からは、光源分布の 3 次元空間情報及び連続スペクトルを同時に含んだ空間コヒーレンス関数が取得可能であると考えられる。

次に、光源分布上の 1 点を $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ 、ピンホール P, P' の位置ベクトルを \mathbf{r}, \mathbf{r}' とし、 \mathbf{r}_s からピンホール P, P' までの距離を $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|$ 、 $R' = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_s|$ とする。ピンホールはそれぞれ 3 次元空間を自由に移動することができるので、測定量の次元は 6 次元である。ここで、 z_s と z は同一軸上にあるとし、物体座標系 (x_s, y_s, z_s) とピンホール座標系 (x, y, z) が一定距離 z_0 だけ離れているとする。このとき、 z 方向に関して変数は光路差のみになるから、一般性を失うことなく、自由度を 1 つ下げることができる。次に、各ピンホールの位置ベクトルを $\mathbf{r} = (x, y, z_0 + Z)$ 、 $\mathbf{r}' = (0, 0, z_0)$

とする(図 2.5 参照). ここで, Z は物体座標の原点からみたピンホール P の光軸方向の距離であり, ピンホール P を通る光波には光路差分の位相差が導入される.

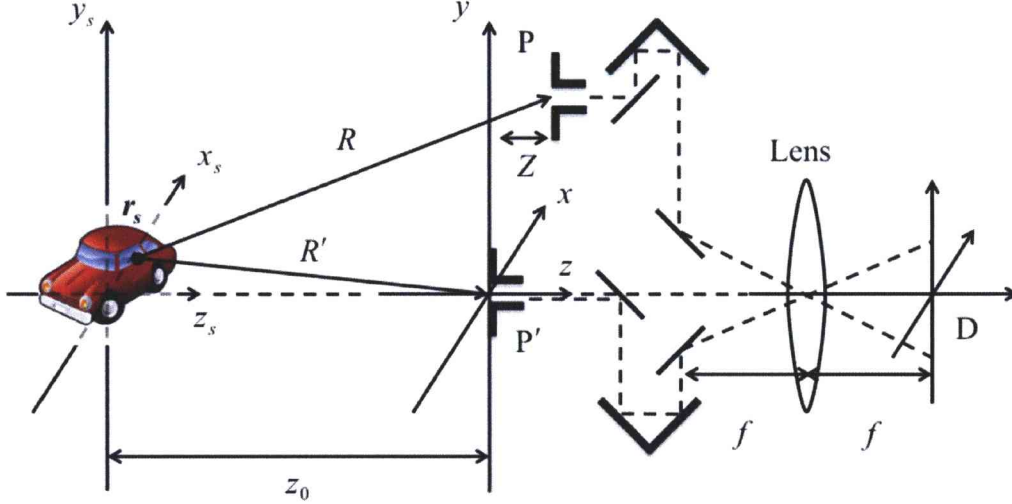


図 2.5 空間コヒーレンス関数を測定する光学システム概念図(II)

\mathbf{r}_s からピンホール P, P' に伝搬する光の場をそれぞれ $V(\mathbf{r}, t)$, $V(\mathbf{r}', t)$ とすと, 観測面 D において測定されるインターフェログラムは,

$$\begin{aligned} I(D) &= \langle |V(\mathbf{r}', t) + V(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle \\ &= \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}') + \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) + \Gamma^*(\mathbf{r}', \mathbf{r}), \end{aligned} \quad (2.42)$$

となる. ここで, $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \langle V^*(\mathbf{r}', t)V(\mathbf{r}, t) \rangle$ は位置 \mathbf{r} , \mathbf{r}' における光の場の空間コヒーレンス関数を表し, $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}') = \langle |V(\mathbf{r}', t)|^2 \rangle$ および $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \langle |V(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle$ は位置 \mathbf{r} , \mathbf{r}' における光強度である. また, $\langle \dots \rangle$ は集合平均を, $*$ は複素共役を表す. 時間的に定常であると考えているので, 空間コヒーレンス関数 Γ において時間 t は省略した.

この空間コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ は, 時間差 $\tau = 0$ として式(2.23)から角周波数 $\omega = ck$ とした相互スペクトル密度 W_ω の重ね合わせとして表される:

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) &= \langle V^*(\mathbf{r}', t)V(\mathbf{r}, t) \rangle \\ &= \int_0^\infty W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) d\omega. \end{aligned} \quad (2.43)$$

ここで, 式(2.43)から時間的に定常な光の場において, 異なる角周波数をもつ光の成分は互いに相関を持たないことを意味する(2.4.3 節式(2.30)参照). 一方, 相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ は近軸領域内かつ $z_0 \gg Z$ の仮定のもと,

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \exp(ikZ), \quad (2.44)$$

と近似することができる(Appendix B 参照). ここで, $\mathbf{r}'' = (x, y, z_0)$ は位置ベクトル \mathbf{r} を $Z=0$ にシフトしたものであり, $R'' = |\mathbf{r}'' - \mathbf{r}_s|$ である. これにより, 光路差 Z により導入される 2 光波間の光軸方向に関する位相差は単に, 相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ との積として表すことができる. 式(2.44)を式(2.43)に代入することにより,

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = c \int_0^\infty W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \exp(ikZ) dk, \quad (2.45)$$

を得る. これは, 式(2.23)および式(2.24)のウィナー・ヒンチンの定理と同様であるから, $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ に関して解くと,

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi c} \int_0^\infty \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \exp(-ikZ) dZ, \quad (2.46)$$

と表すこともできる. 測定した空間コヒーレンス関数を光路差 Z に関してフーリエ変換を行うと, 異なるスペクトルを有する相互スペクトル密度のセットが一挙に得られることを意味する.

次に, 式(2.46)の相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ は 2 つの位置 \mathbf{r}' , \mathbf{r}'' における光の場のある単色成分 $U_\omega(\mathbf{r}) \equiv U(\mathbf{r}, \omega)$ を用いて,

$$\begin{aligned} W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') &= \langle U^*(\mathbf{r}', \omega) U(\mathbf{r}'', \omega) \rangle \\ &= \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[ik(R'' - R')] d^3r_s, \end{aligned} \quad (2.47)$$

と表される(Appendix B 参照). ここで, $S_\omega(\mathbf{r}_s)$ は \mathbf{r}_s における測定対象のスペクトル密度である. また, $R'' - R'$ は $z_0 \gg Z$ と仮定し近軸近似を利用することにより,

$$\begin{aligned} R'' - R' &= \sqrt{(z_0 - z_s)^2 + (x - x_s)^2 + (y - y_s)^2} - \sqrt{(z_0 - z_s)^2 + x_s^2 + y_s^2} \\ &\equiv \frac{xx_s + yy_s}{z} + \frac{x^2 + y^2}{2z}, \end{aligned} \quad (2.48)$$

と近似される. ここで, $z = z_0 - z_s$ は光源分布の奥行きを表す. 式(2.44)を式(2.43)に代入することにより最終的には,

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(k_x x + k_y y)] \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) d^3r_s, \quad (2.49)$$

となる. 式(2.49)はフレネル領域に空間的にインコヒーレントな物体がある場合のファンシッタート・ゼルニケの定理を 3 次元に拡張したものである. ここで,

$$k_x = -k \frac{x_s}{z}, \quad k_y = -k \frac{y_s}{z}, \quad (2.50)$$

であり、測定対象上の1点の \mathbf{r}_s から観測面の原点へ伝搬する波数ベクトル \mathbf{k} の横方向(x, y 方向)成分である。また、式(2.49)の第2因子は、観測面におけるスペクトル密度 $S_\omega(\mathbf{r}_s)$ の光源の方位に関する空間情報(1次位相因子という)であり、第3因子は、奥行き方向の空間情報(2次位相因子という)である。したがって、相互スペクトル密度に対し、適切な再生処理を施すことでスペクトル成分ごとの3次元像、つまり分光立体像を取得することができる。

最後に、インターフェログラム $I(D)$ と空間コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ の関係について説明する。測定されるインターフェログラムは式(2.42)に示している。このインターフェログラムを光路差 Z に関してフーリエ変換(分光処理)を行うと、 $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r})$ 、 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}')$ はゆっくり変化しているため、ほとんどDC成分として検出される。また、 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ は正の周波数領域に現れ、その共役である $\Gamma^*(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ は負の周波数領域に表れるため、分光処理により4成分は分離される。正の波数成分のみを取り出せば、 $I(D)$ の測定によって $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ が測定されると考えても差し支えない。

2.5.2 相互スペクトル密度からの3次元像再生

式(2.49)で与えられる相互スペクトル密度 W_ω は、観測面上の光の場のある単色成分に関する相関関数である。このことからわかるように、相互スペクトル密度 W_ω は各スペクトル成分に関する複素ホログラムと同等な情報を有する。ホログラムの再生処理として広く使われているものとして、フレネル回折積分法³⁶⁾と角スペクトル法³⁷⁾がある。この2つの再生法の違いは、光波の伝搬を実空間で扱うか、波数空間(2次元フーリエ領域)で扱うかである。本節では、相互スペクトル密度から3次元像を取得する2つの再生処理について説明する。

2.5.2.1 フレネル回折積分法(1-FT法)

フレネル回折積分法は、光の伝搬をホイヘンスの原理に基づいて球面波を単位として扱う。この方法は、レンズの公式に従って測定対象のインフォーカス像を生成する、通常の薄いレンズによる位相変換関数と似た作用を持ち、光波の伝搬を実空間で扱ったものである。再生の計算式は次のように表される。

$$O_\omega(x, y, z') = \int W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \exp\left(-ik \frac{\rho_\perp^2}{2z'}\right) \exp[-i(\mathbf{k}'_\perp \cdot \boldsymbol{\rho}_\perp)] d\rho_\perp, \quad (2.51)$$

ここで、 $O_\omega(x, y, z')$ は角周波数 ω における再生像であり、 $\mathbf{k}'_\perp = (k'_x, k'_y)$ は再生像の方位と波数を示すパラメーターである。また、 $\rho_\perp = (x, y)$ であり、 $\exp(-ik\rho_\perp^2/2z')$ は相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ に含まれる2次元位相因子をキャンセルする位相因子関数である。ホログラムには測定対象からある距離 z だけ伝搬した情報が記録されている。よって、ホログラムに記録された光の場の情報を任意の距離 z' だけ逆伝搬させ、2次元フーリエ変換を適用することにより物体の再生が可能である。このとき、 $z=z'$ ならばインフォーカス像が得られるわけである。再生に関してフーリエ変換を1度用いているので、1回フーリエ変換法(1-FT法)ともいう。

次に、フレネル回折積分法で得られる再生像の空間分解能について説明する。横方向分解能は $\delta x = \delta y = \lambda F$ である。ここで、 $F = z'/l$ は測定系のF値であり、ホログラムの横方向の全幅 l と、再生距離 z' に依存する。縦方向の分解能は $\delta z = \lambda F^2$ と見積もられている。また、再生像の大きさ(視野)は $x_{\max} = y_{\max} = \lambda z'/\Delta l$ である。ここで、 Δl はホログラムの分解能である。したがって、フレネル回折積分法で得られる再生像の分解能および視野は、再生する距離により変化することがわかる。

2.5.2.2 角スペクトル法(2-FT法)

角スペクトル法は、光の伝搬を平面波を単位として扱う。まず一般的な場合について説明する。いま、半空間 $z > 0$ における伝搬を考える。以下、 z を参照面の位置を指定するパラメーターと考え、 $\mathbf{r} = (x, y, z) = (\mathbf{r}_\perp, z)$ 、 $\mathbf{r}' = (x', y', z) = (\mathbf{r}'_\perp, z)$ と書くことにする。このとき、ある参照面における相互スペクトル密度は、

$$W_\omega^{(z)}(\mathbf{r}'_\perp, \mathbf{r}_\perp) = \langle U_\omega^*(\mathbf{r}'_\perp, z) U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z) \rangle, \quad (2.52)$$

と表される。ここで、参照面の位置は上付き添字()で記した。式(2.52)において $\mathbf{r}'_\perp = \mathbf{r}_\perp$ とすると、

$$W_\omega^{(z)}(\mathbf{r}_\perp, \mathbf{r}_\perp) \equiv \langle |U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z)|^2 \rangle = S_\omega(\mathbf{r}), \quad (2.53)$$

と表され、これは点 \mathbf{r} におけるスペクトル密度である。次に、光の場の単色成分 $U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z)$ を \mathbf{r}_\perp に関するフーリエ積分で書いて、

$$U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z) \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) d\mathbf{k}_\perp^2, \quad (2.54a)$$

$$\tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z) = \frac{1}{2\pi} \int U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z) \exp(-i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) d\mathbf{r}_\perp^2, \quad (2.54b)$$

と表す. ここで, $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (\mathbf{k}_\perp, k_z)$ である. 光の場の単色成分 $U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z)$ はヘルムホルツの方程式,

$$(\nabla^2 + k^2)U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z) = 0, \quad (2.55)$$

を満たしている(Apendix A 式(A-22)参照). 式(2.54a)を式(2.55)に代入すると, フーリエ振幅 $\tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z)$ の満たす方程式,

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_z^2 \right) \tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z) = 0, \quad (2.56a)$$

$$k_z = \begin{cases} \sqrt{k^2 - k_\perp^2} & (k_\perp \leq k) \\ i\sqrt{k_\perp^2 - k^2} & (k_\perp > k) \end{cases}, \quad (2.56b)$$

が得られる. よって, z の正の方向に進行する式(2.56a)の解は, z' における参照面上のフーリエ振幅を $\tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z')$ として,

$$\tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z) = \exp[ik_z(z - z')] \tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z'), \quad (2.57)$$

と表される. 式(2.57)はフーリエ振幅の伝搬則である. また, 式(2.56b)から $k_\perp > k$ の場合, k_z は純虚数となることがわかる. これはエバネッセント波といい, 正の方向に進むにしたがって指数関数的に振幅が減少する波である. ここでは, このエバネッセント波は無視する. したがって, 式(2.57)から

$$\tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z - z') = \exp[-ik_z z'] \tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z), \quad (2.58)$$

を得る. 式(2.58)はフーリエ振幅の逆伝搬則である. これは, z におけるフーリエ振幅 $\tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z)$ に対して, 距離 z' だけ逆伝搬させる光伝達関数 $\exp[-ik_z z']$ を乗算することにより, 任意の距離におけるフーリエ振幅 $\tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z - z')$ が得られることを意味する.

次に, ある参照面上の光の場に対し, 波数空間で定義される相互スペクトル密度を式(2.52)の4次元フーリエ変換により,

$$\tilde{W}_\omega^{(z)}(\mathbf{k}'_\perp, \mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int W_\omega^{(z)}(\mathbf{r}'_\perp, \mathbf{r}_\perp) \exp[-i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'_\perp)] d^2 r_\perp d^2 r'_\perp, \quad (2.59)$$

と定義する. 式(2.59)は式(2.54a)を利用して,

$$\tilde{W}_\omega^{(z)}(\mathbf{k}'_\perp, \mathbf{k}_\perp) = \langle \tilde{U}_\omega^*(\mathbf{k}'_\perp, z) \tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z) \rangle, \quad (2.60)$$

が得られる. これに式(2.58)を代入することにより, 波数空間で定義される相互スペクトル密度 $\tilde{W}_\omega^{(z)}$ の伝搬則は,

$$\tilde{W}_\omega^{(z)}(\mathbf{k}'_\perp, \mathbf{k}_\perp) = \exp[-i(k_z - k'_z)(z - z')] \tilde{W}_\omega^{(z')}(\mathbf{k}'_\perp, \mathbf{k}_\perp), \quad (2.61)$$

と表され, 逆伝搬則は,

$$\tilde{W}_\omega^{(z-z')}(\mathbf{k}'_\perp, \mathbf{k}_\perp) = \exp[-i(k_z - k'_z)z'] \tilde{W}_\omega^{(z)}(\mathbf{k}'_\perp, \mathbf{k}_\perp), \quad (2.62)$$

と表される. したがって, 波数空間で定義される相互スペクトル密度 $\tilde{W}_\omega^{(z-z')}$ を 4次元逆フーリエ変換することにより,

$$\begin{aligned} W_\omega^{(z-z')}(\mathbf{r}'_\perp, \mathbf{r}_\perp) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int \tilde{W}_\omega^{(z-z')}(\mathbf{k}'_\perp, \mathbf{k}_\perp) \\ &\quad \times \exp[i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp - \mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}'_\perp) - (k_z - k'_z)z'] d^2 k_\perp d^2 k'_\perp \\ &= \langle U_\omega^*(\mathbf{r}'_\perp, z - z') U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z - z') \rangle, \end{aligned} \quad (2.63)$$

が得られる.

この角スペクトル法を用いて, 式(2.49)で表される相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ からの 3次元像再生について考える. 図 2.6 に角スペクトル法による再生の流れを示す.

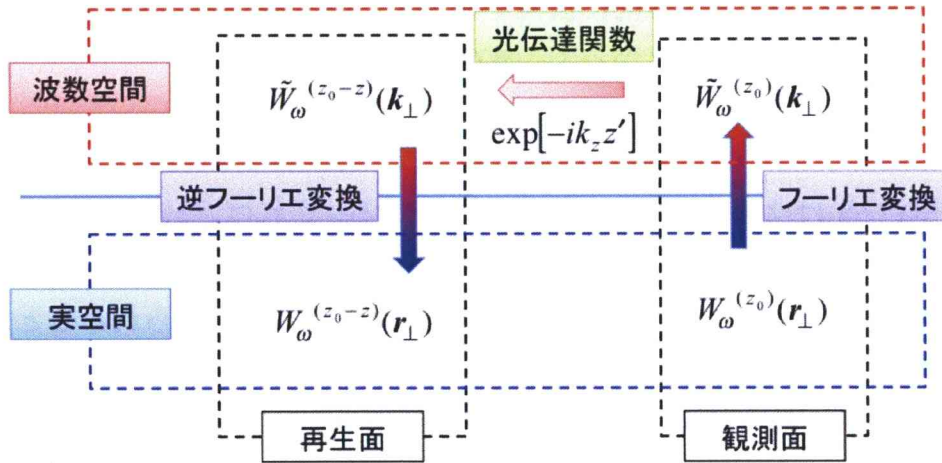


図 2.6 角スペクトル法による再生の流れ

2.5.1 節より, $\mathbf{r}' = (0, 0, z_0)$, $\mathbf{r}'' = (x, y, z_0)$ であるから, 式(2.49)は式(2.52)の表記法にしたがって,

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \equiv W_\omega^{(z_0)}(0, 0; \mathbf{r}_\perp) = \langle U_\omega^*(0, 0, z_0) U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z_0) \rangle = W_\omega^{(z_0)}(\mathbf{r}_\perp), \quad (2.64)$$

と表すことにする. ここで, $\mathbf{r}'' = \mathbf{r} = (\mathbf{r}_\perp, z_0)$ と置き換えた. よって, 式(2.64)の相互

スペクトル密度 $W_\omega^{(z_0)}(\mathbf{r}_\perp)$ のフーリエ変換は、式(2.59)を利用して、

$$\begin{aligned}\tilde{W}_\omega^{(z_0)}(\mathbf{k}_\perp) &= \frac{1}{2\pi} \int W_\omega^{(z_0)}(\mathbf{r}_\perp) \exp[-i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp)] d^2r_\perp \\ &= \langle U_\omega^*(0, 0, z_0) \tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z_0) \rangle,\end{aligned}\quad (2.65)$$

と表される。両辺に対して光伝達関数 $\exp[-ik_z z']$ を乗算すると式(2.58)より、

$$\exp[-ik_z z'] \tilde{W}_\omega^{(z_0)}(\mathbf{k}_\perp) = \langle U_\omega^*(0, 0, z_0) \tilde{U}_\omega(\mathbf{k}_\perp, z_0 - z') \rangle,\quad (2.66)$$

を得る。式(2.65)の光伝達関数乗算後の相互スペクトル密度を逆フーリエ変換すると、式(2.62), (2.63)を利用して、

$$\begin{aligned}W_\omega^{(z_0 - z')}(\mathbf{r}_\perp) &= \frac{1}{2\pi} \int \exp[-ik_z z'] \tilde{W}_\omega^{(z_0)}(\mathbf{k}_\perp) \exp[i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp)] d^2k_\perp \\ &= \frac{1}{2\pi} \int \tilde{W}_\omega^{(z_0 - z')}(\mathbf{k}_\perp) \exp[i(\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp)] d^2k_\perp \\ &= \langle U_\omega^*(0, 0, z_0) U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z_0 - z') \rangle,\end{aligned}\quad (2.67)$$

が得られる。式(2.67)の絶対値を取ると、

$$\begin{aligned}|W_\omega^{(z_0 - z')}(\mathbf{r}_\perp)| &= \left| \langle U_\omega^*(0, 0, z_0) U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z_0 - z') \rangle \right| \\ &\propto |U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z_0 - z')|,\end{aligned}\quad (2.68)$$

であり、この $|U_\omega(\mathbf{r}_\perp, z_0 - z')|$ は距離 $z_0 - z'$ での光源の振幅分布に比例する。したがって、 $z_0 - z' = z_s$ ならばインフォーカス像が得られる。再生に関してフーリエ変換を2度用いているので、2回フーリエ変換法(2-FT法)ともいう。

次に、角スペクトル法で得られる再生像の空間分解能について説明する。横方向分解能はフレネル回折積分法と同じであるが、再生像の大きさ(視野)は、フーリエ変換を2回用いているためホログラムの大きさと等しい。

2.6 結言

本章では、2.2 節で光波の数学的記述について述べた。2.3 節では、光波の干渉について述べた。2.4 章では、光波の可干渉性について時間的な相関、空間的な相関について説明し、本手法に深く関連するものとしてファンシッター・ゼルニケの定理と、フーリエ分光法の原理であるウィナー・ヒンチンの定理について述べた。2.5 節では、空間的にインコヒーレントな多色光源分布の3次元空間情報と連続スペクトルを同時取得するための方法として、1. 3次元空間コヒーレンス関数の測定概念。2. 3次元空間コヒーレンス関数と相互スペクトル密度の関係。3. 相互スペクトル密度からの3次元像再生手法である、フレネル回折積分法と角スペクトル法。の3項目について述べた。

次章では、3次元空間コヒーレンス関数を測定するための実験系である2光波折り畳み干渉計について述べる。

第3章 2光波折り畳み干渉計と 体積型インターフェログラムの生成

3.1 緒言

2章2.5節で述べた3次元空間コヒーレンス関数を測定する光学システムは実験的に実現するのが困難である。本章では、3次元空間コヒーレンス関数を測定する為に考案された、比較的単純な光学設計により構築できる2光波折り畳み干渉計について説明する。また、この干渉計により測定される空間コヒーレンス関数の数学的記述についても示す。そして、空間コヒーレンス関数に対する信号処理として合成開口処理について説明し、生成される体積インターフェログラムと3次元イメージングの関連性について述べる。

3.2 2光波折り畳み干渉計による 空間コヒーレンス関数の測定

本節では、まず2光波折り畳み干渉計について説明する。この2光波折り畳み干渉計は、回転シア体積干渉計のシア角を 90° としたものであり、比較的単純な信号処理により3次元イメージングを可能としている。

3.2.1 2光波折り畳み干渉計

2光波折り畳み干渉計の概要図を図3.1に示す。

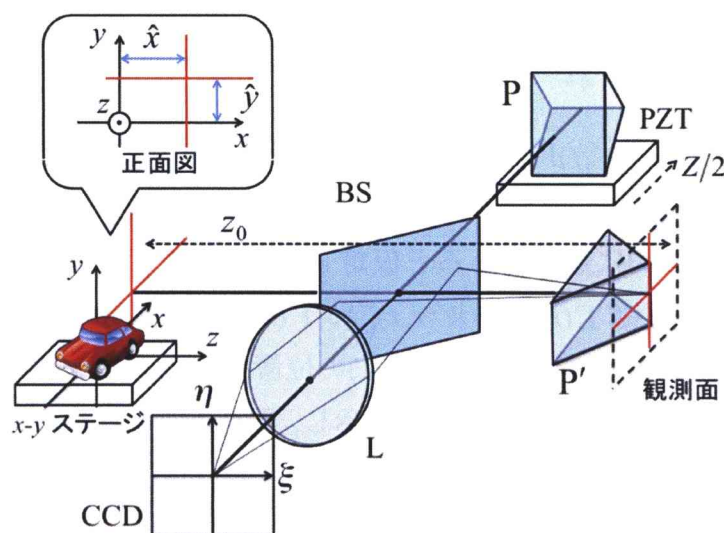


図3.1 2光波折り畳み干渉計

まず、時間的に定常であり空間的にインコヒーレントな多色光源分布(測定対象)は x - y ステージ上に配置されている。この x - y ステージは、光源面座標 (x, y) 上を x 軸方向および y 軸方向に自由に移動可能である。測定対象から自由伝搬した光波はビームスプリッター(BS)で2つの光波に分割され、エッジが互いに直交するように配置された2つの直角プリズム P, P' へと伝搬する。伝搬した分割2光波はそれぞれの直角プリズムのエッジに対して上下または左右に反転反射し、BSにて再び重ね合わされる。これにより生成された干渉パターン(基本干渉縞画像)を2次元アレイセンサー(CCD)にて測定する。加えて、レンズ(L)は CCD の表面をプリズム P' のエッジを含む平面上に投影しており、この平面を観測面とする。それゆえ、測定対象の奥行き距離 z はこの観測面からの光学距離として測定される。また、一方の直角プリズムはピエゾトランスレータ(PZT)上に配置されており、 z 軸(光軸)方向に動かすことで、分割2光波間に光路差 Z を導入する。次に、 x - y ステージと PZT を3軸走査することにより、各位置における分割2光波の相関を多数の基本干渉縞画像として測定する。これにより、この実験系で取得される生データは、2次元基本干渉縞画像が (\hat{x}, \hat{y}, Z) 空間に3次元的に配置された、全体として5次元の配列をなすデータセットである。これを5次元インターフェログラムと呼ぶ。ここで、 \hat{x} と \hat{y} はプリズム P および P' のエッジの x 座標と y 座標である。次節では、2光波折り畳み干渉計で測定される空間コヒーレンス関数の数学的記述について示す。

3.2.2 測定される空間コヒーレンス関数の数学的記述

2光波折り畳み干渉計を用いた干渉計測にて測定される光強度(5次元インターフェログラム)は光源面座標系 (x, y) を用いて、以下のように表される：

$$I(x, y, \hat{x}, \hat{y}, Z) = \frac{1}{4} [\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}') + \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) + \Gamma^*(\mathbf{r}', \mathbf{r})]. \quad (3.1)$$

ここで、 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \langle V^*(\mathbf{r}', t) V(\mathbf{r}, t) \rangle$ は位置ベクトル \mathbf{r}, \mathbf{r}' における光の場 $V(\mathbf{r}, t), V(\mathbf{r}', t)$ の空間コヒーレンス関数を表す。また、 $\langle \dots \rangle$ は集合平均を、 $*$ は複素共役を表す。光の場は時間的に定常であると仮定しているため、 Γ において時間項 t は省略した。式(3.1)において $\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \langle |V(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle$, $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}') = \langle |V(\mathbf{r}', t)|^2 \rangle$ はそれぞれ位置ベクトル \mathbf{r}, \mathbf{r}' における光強度である。式(3.1)の位置ベクトル \mathbf{r}, \mathbf{r}' は直角プリズム P, P' により反転反射した光の場の到達点を示し、図 3.2 にそれぞれのプリズムによる入射光と反射光の関係を示す。

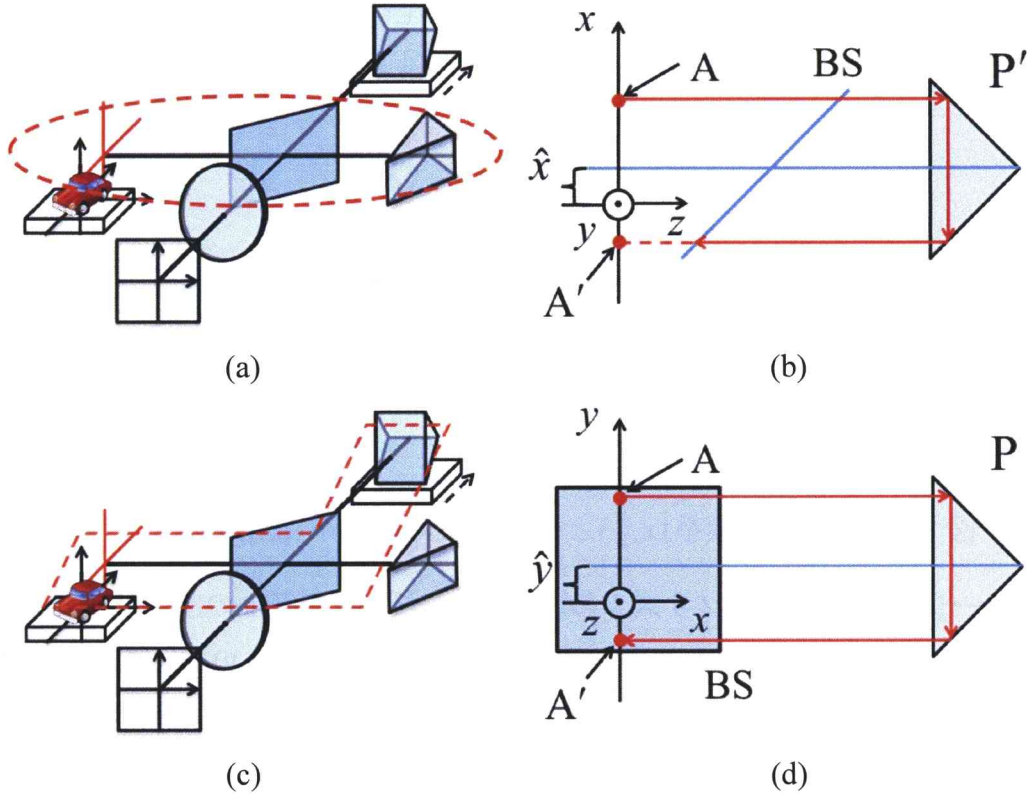


図 3.2 それぞれのプリズムによる入射光と反射光の関係
 (a)(b) プリズムP' (c)(d) プリズムP

まず，図 3.2(a)において，プリズムP'のエッジが光源面座標系 (x, y, z) からみて \hat{x} の位置にあるとする．図 3.2(b)は図 3.2(a)の赤破線部分の俯瞰図である．A 点から光線が伝搬する場合，プリズムP'のエッジによって x 軸に対して反転され，BS 上ではA'に到達する．これにより (x, y) から出た光波は $(2\hat{x} - x, y)$ に到達する．次に，図 3.2(c)において，プリズムPのエッジが光源面座標系 (x, y, z) からみて \hat{y} の位置にあるとする．図 3.2(d)は図 3.2(c)の赤破線部分を右側面から見た図である．A 点から光線が伝搬する場合，プリズムPのエッジによって y 軸に対して反転され，BS 上ではA'に到達する．これにより (x, y) から出た光波は $(x, 2\hat{y} - y)$ に到達する．

以上のことから，位置ベクトル \mathbf{r} ， \mathbf{r}' はそれぞれ，

$$\mathbf{r} = (x, 2\hat{y} - y, z_0 + Z), \quad \mathbf{r}' = (2\hat{x} - x, y, z_0), \quad (3.2)$$

と表される．ここで， z_0 は x - y ステージと一致した光源面座標系の原点と観測面間の光学距離である．しかし，2光波折り畳み干渉計において， x - y ステージの移動のために光源面座標系 (x, y) の原点と観測面上の座標系 (ξ, η) の原点は，常に一致しているわけではない．したがって，光源面座標系で記述された式(3.1)の5次元イン

ターフェログラムは、実際に測定を行っている座標系(観測面上の座標系)にて記述する必要がある。2つの座標系間の対応関係を図 3.3 に示す。

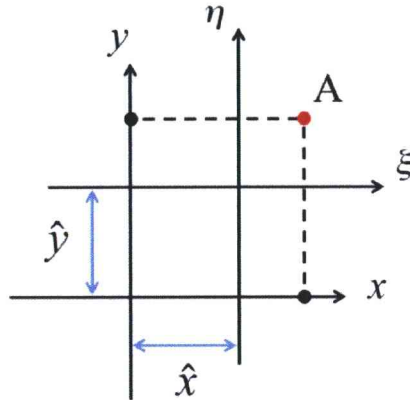


図 3.3 光源面座標系 (x, y) と観測面上の座標系 (ξ, η) 間の対応関係

x - y ステージの移動によりプリズムのエッジ(つまり観測面上の座標系)が \hat{x} , \hat{y} の位置にあるとする。このとき、光源面座標系における A 点 (x, y) は、観測面上の座標系を用いて $(\xi + \hat{x}, \eta + \hat{y})$ と表すことができる。したがって、2つの座標系の関係は、

$$x = \xi + \hat{x}, \quad y = \eta + \hat{y}, \quad (3.3)$$

となる。式(3.3)を式(3.2)に代入することにより、式(3.1)の 5 次元インターフェログラムは (ξ, η) 座標系による表現として、

$$I(\xi, \eta, \hat{x}, \hat{y}, Z) = \frac{1}{4} [\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}) + \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}') + \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) + \Gamma^*(\mathbf{r}', \mathbf{r})], \quad (3.4)$$

と表される。ここで、位置ベクトル \mathbf{r} , \mathbf{r}' はそれぞれ、

$$\mathbf{r} = (\xi + \hat{x}, -\eta + \hat{y}, z_0 + Z), \quad \mathbf{r}' = (-\xi + \hat{x}, \eta + \hat{y}, z_0), \quad (3.5)$$

と表される。

2.5.1 節で述べたように、式(3.4)の 4 つの成分は分光処理により分離されるため、5 次元インターフェログラムの測定により空間コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ が測定されると考えても差し支えない。

次節では、測定した空間コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ から相互スペクトル密度セットの回復について示す。

3.2.3 相互スペクトル密度セットの回復

測定された空間コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ は、相互スペクトル密度 $W_{\omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ を用いて、式(2.45)と同様に、

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = c \int_0^\infty W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \exp(ikZ) dk, \quad (3.6)$$

と表される．ここで， $\mathbf{r}'' = (\xi + \hat{x}, -\eta + \hat{y}, z_0)$ であり，位置ベクトル \mathbf{r} を $Z=0$ にシフトしたものである．式(3.6)は，近軸領域内かつ $z_0 \gg Z$ の仮定のもと，式(2.47)より相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ は，

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp\left[ik \frac{2\xi(\hat{x} - x_s) - 2\eta(\hat{y} - y_s)}{z} \right] d^3r_s, \quad (3.7)$$

となる．ここで，2.5.1節と同様に $S_\omega(\mathbf{r}_s)$ は測定対象上の1点 $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ におけるスペクトル密度であり，測定対象上の1点 \mathbf{r}_s と位置ベクトル \mathbf{r} ， \mathbf{r}' 間の距離をそれぞれ $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|$ ， $r' = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_s|$ とした．

式(3.4)からもわかるように，2光波折り畳み干渉計により測定されるインターフェログラムは5次元であった．なぜ5次元データセットを測定する必要があるか，であるが，この干渉計は測定対象から伝搬した球面波を分割し干渉させている．それゆえ，分割2光波それぞれの波面の曲率は打ち消し合いキャンセルされる．その結果，基礎干渉縞画像には直線の干渉パターンのみが測定される．このキャンセルされる波面の曲率とは，測定対象の奥行き情報にはかならない．したがって，このままでは奥行き情報は再生できないため，5次元データセットから3次元イメージングを可能とする体積型インターフェログラムを生成する必要がある．次節では，3次元イメージングを可能とする体積型インターフェログラムを生成する処理である合成開口処理について述べる．

3.3 3次元イメージングを可能とする 体積型インターフェログラムの生成

2光波折り畳み干渉計により測定されるインターフェログラムは5次元であり，2.5節で示した概念図から測定される空間コヒーレンス関数とは等価なデータではない．本節では，5次元インターフェログラムに次元圧縮(3次元空間への射影)を行う処理である合成開口処理について説明する．そして，合成開口処理で用いることが可能なルールとそれにより生成される体積インターフェログラムの形状，および3次元イメージングに適しているか，これらについて体系的に検討を行った結果について述べる．

3.3.1 合成開口処理

レンズを用いた物体計測において、使用するレンズの口径と焦点距離により像の明るさと分解能が決まる。したがって、レンズの口径のみを大きくすれば高い分解能を得ることができるが、それには物理的な制約が伴う。レンズの口径を大きくするという事は、広い範囲において測定することと同義であるが、これをレンズというハードウェアで実現する代わりにソフトウェア的に達成する方法がある。これが合成開口処理である。これは小さなレンズを用いて、小さな範囲の測定を行い、それをある大きさ L の範囲で走査させる。そして、得られた複数のデータを合成することにより、口径 L の大きなレンズを用いた場合とほぼ同等なデータを得るものである。一般に、合成開口処理とは上記のことを指すが、本研究における合成開口処理とは、得られた複数のデータを合成し、体積型インターフェログラムを生成することを指す。

体積型インターフェログラムを生成するために、2光波折り畳み干渉計によって得られた5次元インターフェログラムに対して、合成開口処理を適用することで、次元圧縮(3次元空間への射影)を行う。具体的には、各々の基本干渉縞画像からある条件(選択律)にしたがって1ピクセルのデータを選び、新たに定義した3次元空間(X, Y, Z)に再配列するものである。次節では、選択律ごとに生成される体積型インターフェログラムについて詳しく述べる。

3.3.2 生成される体積型インターフェログラム

2光波折り畳み干渉計により取得される空間コヒーレンス関数は式(3.6)、式(3.7)から、

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp\left[ik \frac{2\xi(\hat{x} - x_s) - 2\eta(\hat{y} - y_s)}{z} \right], \quad (3.8)$$

と表される。基本的な考え方は、2.5.1節で説明した概念図で取得される空間コヒーレンス関数と等価なデータを取得できるように選択律を設定することである。そのように考えた場合、選択律を $\xi = \hat{x}$, $\eta = -\hat{y}$ とし、再配列条件を $X = 2\hat{x}$, $Y = 2\hat{y}$ とすれば両者の空間コヒーレンス関数は一致する。以下に、選択律と生成される3次元空間コヒーレンスの数学的記述、および図3.4 - 図3.13にその形状を示す。再配列条件はすべて $X = 2\hat{x}$, $Y = 2\hat{y}$ としている。また、 $k_x = -kx_s/z$, $k_y = -ky_s/z$ である。測定対象を単色点光源とし、光源面座標系の第1象限にあると想定している。

1. 選択律： $(\xi, \eta) = (\hat{x}, -\hat{y})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(0, 0, z_0; X, Y, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(k_x X + k_y Y)] \exp\left(ik \frac{X^2 + Y^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.9)$$

式(3.9)は2.5.1節の3次元空間コヒーレンス関数を測定する概念図より得られる空間コヒーレンス関数と等価であり、2.5.2節で示した再生法によりスペクトルごとの3次元像が再生可能である。また、この体積インターフェログラムは測定対象から伝搬した光波の全波長成分の波面形状が記録されたものである。この体積インターフェログラムを球面波型(Spherical type: S-type)体積インターフェログラムと呼び、S-type体積インターフェログラムを用いた3次元イメージング分光法をS-type法と呼ぶ。形状を図3.4に示す。

2. 選択律： $(\xi, \eta) = (-\hat{x}, \hat{y})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(X, Y, z_0; 0, 0, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[-i(k_x X + k_y Y)] \exp\left(-ik \frac{X^2 + Y^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.10)$$

これは、式(3.9)と比較して、位相の回転する方向が反対である。したがって、式(3.9)の共役像と見なすことができる。形状を図3.5に示す。

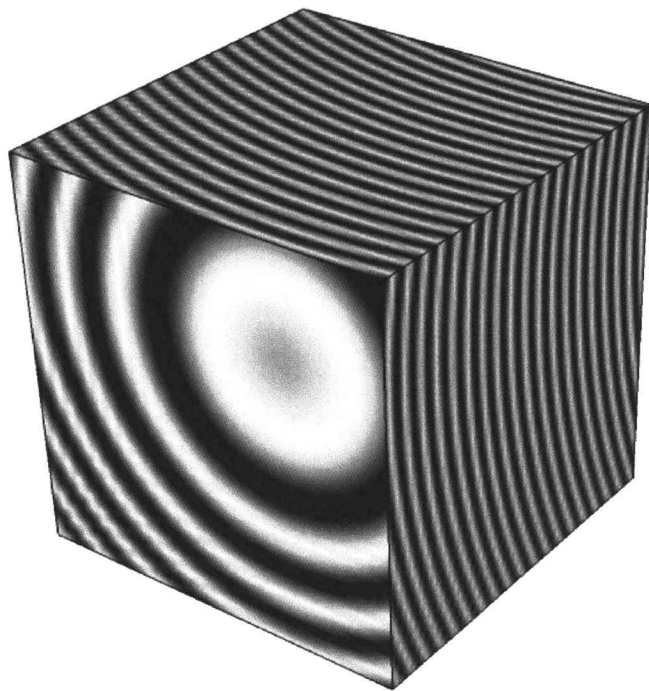


図 3.4 選択律 1 から生成される体積インターフェログラム

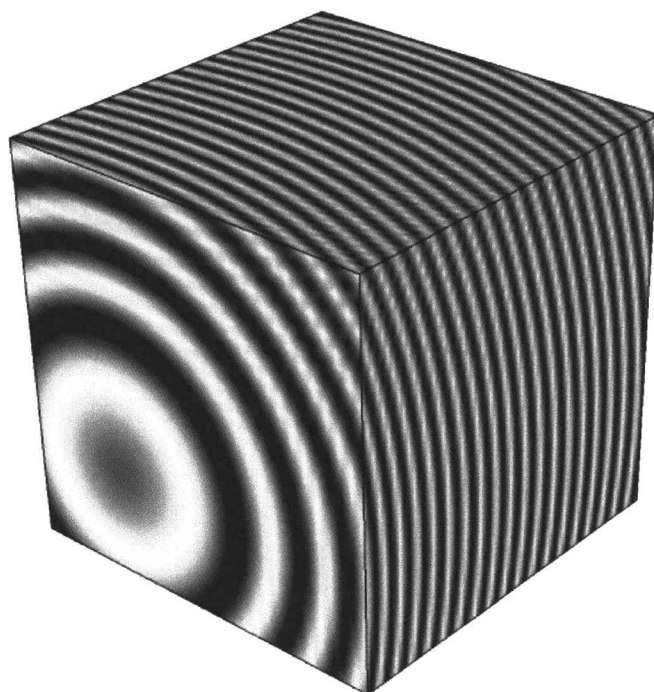


図 3.5 選択律 2 から生成される体積インターフェログラム

3. 選択律： $(\xi, \eta) = (-\hat{x}, -\hat{y})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(X, 0, z_0; 0, Y, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(-k_x X + k_y Y)] \exp\left(ik \frac{-X^2 + Y^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.11)$$

2 次位相因子を構成する要素が $-X^2 + Y^2$ であるから、双曲面型(Hyperbolic type: H-type)体積インターフェログラムと呼ばれる。体積インターフェログラムに記録された波面形状は、光源から伝搬した光波の波面形状とは異なるが、1 次および2 次位相因子を含むため、3 次元イメージングが可能である。この体積インターフェログラムを用いた手法を H-type 法という。形状を図 3.6 に示す。

4. 選択律： $(\xi, \eta) = (\hat{x}, \hat{y})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(0, Y, z_0; X, 0, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(k_x X - k_y Y)] \exp\left(ik \frac{X^2 - Y^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

これは、式(3.11)と比較して、位相の回転する方向が反対である。したがって、式(3.11)の共役像と見なすことができる。形状を図 3.7 に示す。

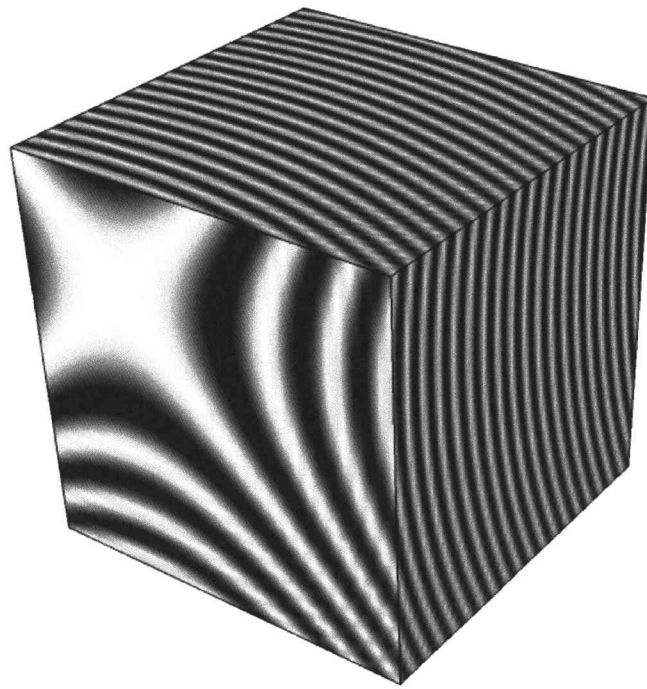


図 3.6 選択律 3 から生成される体積インターフェログラム

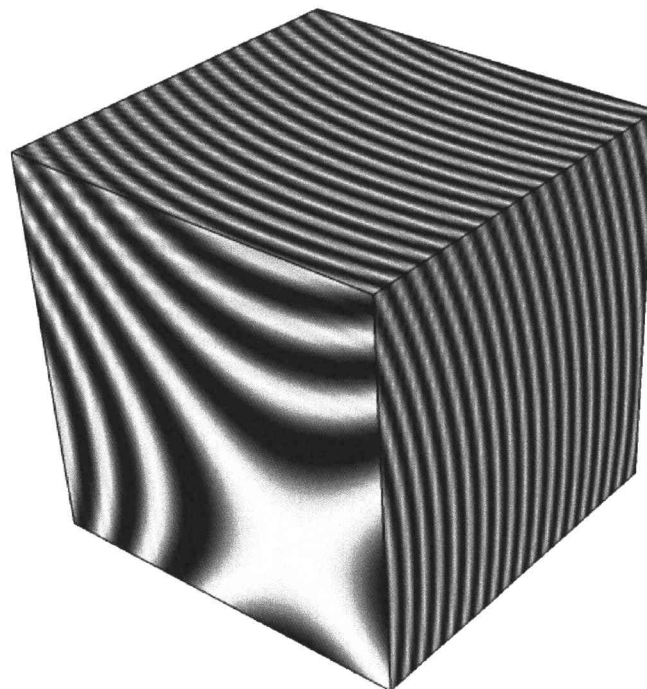


図 3.7 選択律 4 から生成される体積インターフェログラム

5. 選択律： $(\xi, \eta) = (\hat{x}, 0)$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(0, Y/2, z_0; X, Y/2, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp(ik_x X) \exp\left(ik \frac{X^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

6. 選択律： $(\xi, \eta) = (-\hat{x}, 0)$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(X, Y/2, z_0; 0, Y/2, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp(-ik_x X) \exp\left(-ik \frac{X^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.14)$$

7. 選択律： $(\xi, \eta) = (0, -\hat{y})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(X/2, 0, z_0; X/2, Y, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp(ik_x Y) \exp\left(ik \frac{Y^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.15)$$

8. 選択律： $(\xi, \eta) = (0, \hat{y})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma(X/2, Y, z_0; X/2, 0, z_0 + Z) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp(-ik_x Y) \exp\left(-ik \frac{Y^2}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.16)$$

式(3.13)-式(3.16)は、1次位相因子および2次位相因子に x 軸方向もしくは y 軸方向どちらか一方の位相情報しか含まれていない。このことから、位相因子に含まれていない方向の情報は再生することができず、それぞれの選択律により生成される体積インターフェログラム単体では、3次元イメージングには適さないと考えられる。しかし、これら体積インターフェログラムからの位相情報を複合させることで、他とは異なる特徴・メリットを示すのではないかと考えられる。これらの形状を図3.8(a)-3.8(d)に示す。

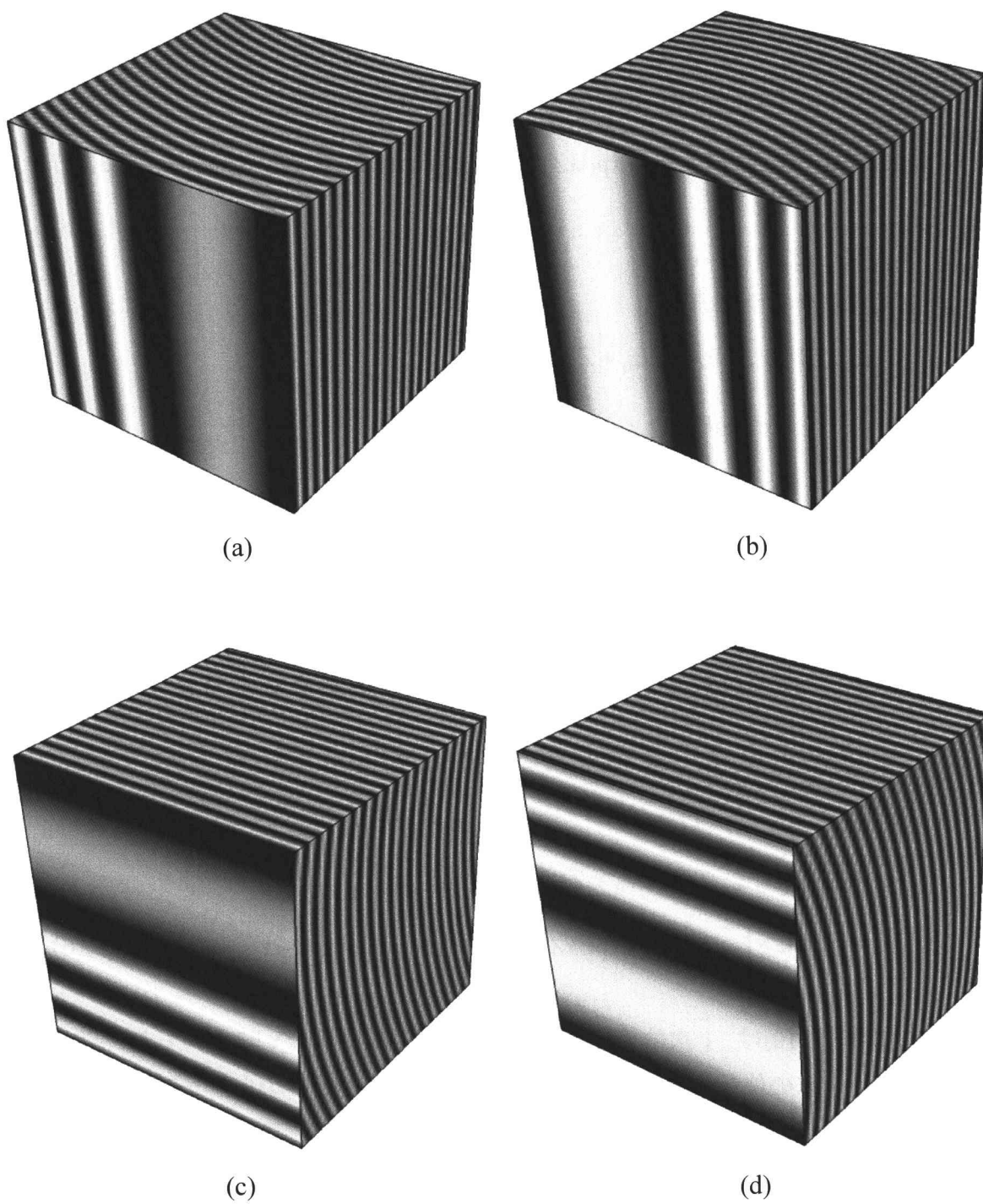


図 3.8 選択律 5 - 8 から生成される体積インターフェログラム
(a) 選択律 5 (b) 選択律 6
(c) 選択律 7 (d) 選択律 8

9. 選択律： $(\xi, \eta) = (\hat{y}, -\hat{x})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma\left(\frac{X-Y}{2}, \frac{-X+Y}{2}, z_0; \frac{X+Y}{2}, \frac{X+Y}{2}, z_0+Z\right) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(k_x Y + k_y X)] \exp\left(ik \frac{XY}{z}\right), \end{aligned} \quad (3.18)$$

これまでとは異なり，2次位相因子を構成する要素が XY という積の形で含まれている．これも2次位相因子であり奥行き情報を有すると考えられる．また，1次位相因子も x 軸方向， y 軸方向両方が含まれていることから，3次元イメージングが可能であると考えられる．この体積インターフェログラムは，従来の研究では知られていないものであり，今回の合成開口処理に関する体系的検討により新たに発見されたものである．この体積インターフェログラムについては，次節で詳しく説明する．また，体積インターフェログラムに記録された干渉パターンは双曲面であり，H-type 体積インターフェログラムのように見えるが，記録された干渉パターンの漸近面は 45° 回転している．よって，この体積インターフェログラムを回転双曲面型(Rotated Hyperbolic type: RH-type)体積インターフェログラムと呼び，RH-type 体積インターフェログラムを用いた3次元イメージング分光法をRH-type 法と呼ぶ．形状を図3.9に示す．

10. 選択律： $(\xi, \eta) = (-\hat{y}, \hat{x})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} & \Gamma\left(\frac{X+Y}{2}, \frac{X+Y}{2}, z_0; \frac{X-Y}{2}, \frac{-X+Y}{2}, z_0+Z\right) \\ &= c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[-i(k_x Y + k_y X)] \exp\left(-ik \frac{XY}{z}\right), \end{aligned} \quad (3.19)$$

これは，式(3.18)と比較して，位相因子の回転する方向が反対である．したがって，式(3.18)の共役像と見なすことができる．形状を図3.10に示す．

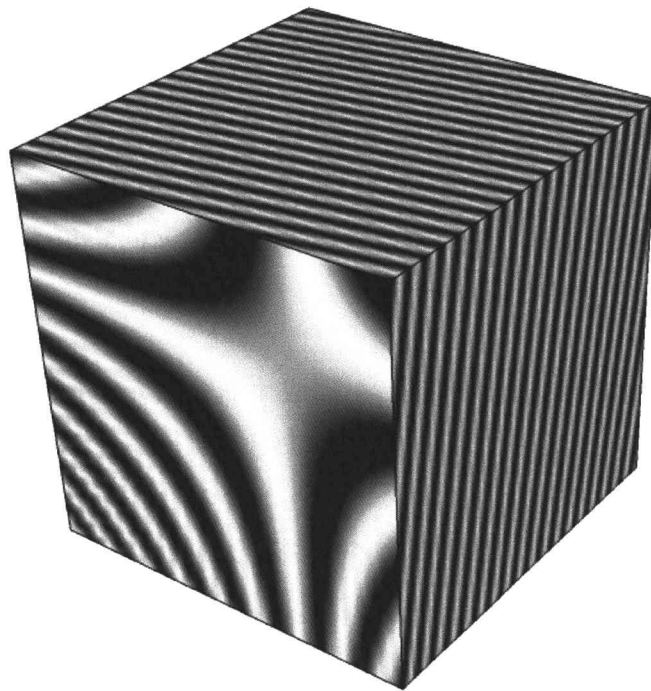


図 3.9 選択律 9 から生成される体積インターフェログラム

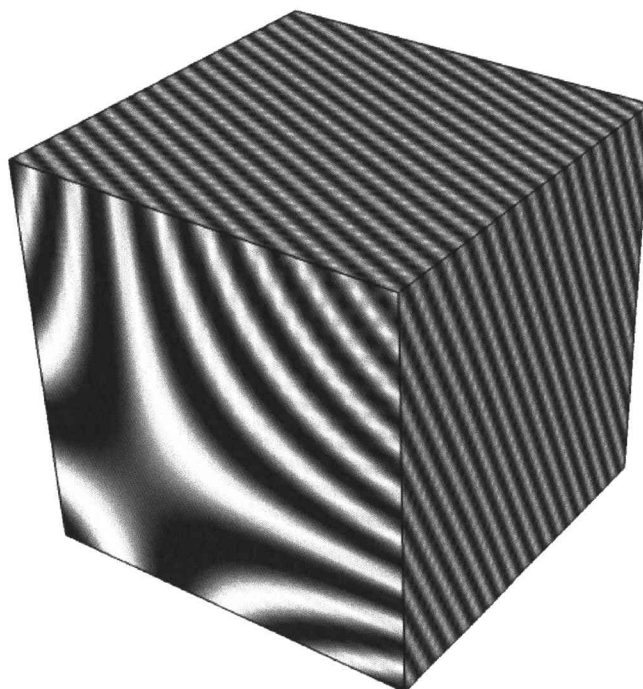


図 3.10 選択律 10 から生成される体積インターフェログラム

11. 選択律 : $(\xi, \eta) = (\hat{y}, \hat{x})$

空間コヒーレンス関数 :

$$\Gamma\left(\frac{X-Y}{2}, \frac{X+Y}{2}, z_0; \frac{X+Y}{2}, \frac{-X+Y}{2}, z_0+Z\right) \\ = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(k_x Y - k_y X)], \quad (3.20)$$

12. 選択律 : $(\xi, \eta) = (-\hat{y}, -\hat{x})$

空間コヒーレンス関数 :

$$\Gamma\left(\frac{X+Y}{2}, \frac{-X+Y}{2}, z_0; \frac{X-Y}{2}, \frac{X+Y}{2}, z_0+Z\right) \\ = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(-k_x Y + k_y X)], \quad (3.21)$$

式(3.20)および式(3.21)は、1次位相因子は含まれているが、2次位相因子は含まれていない。したがって、無限遠方からの光波(平面波)が記録されていることと同様であるから、奥行き情報は再生することができない。形状を図3.11に示す。

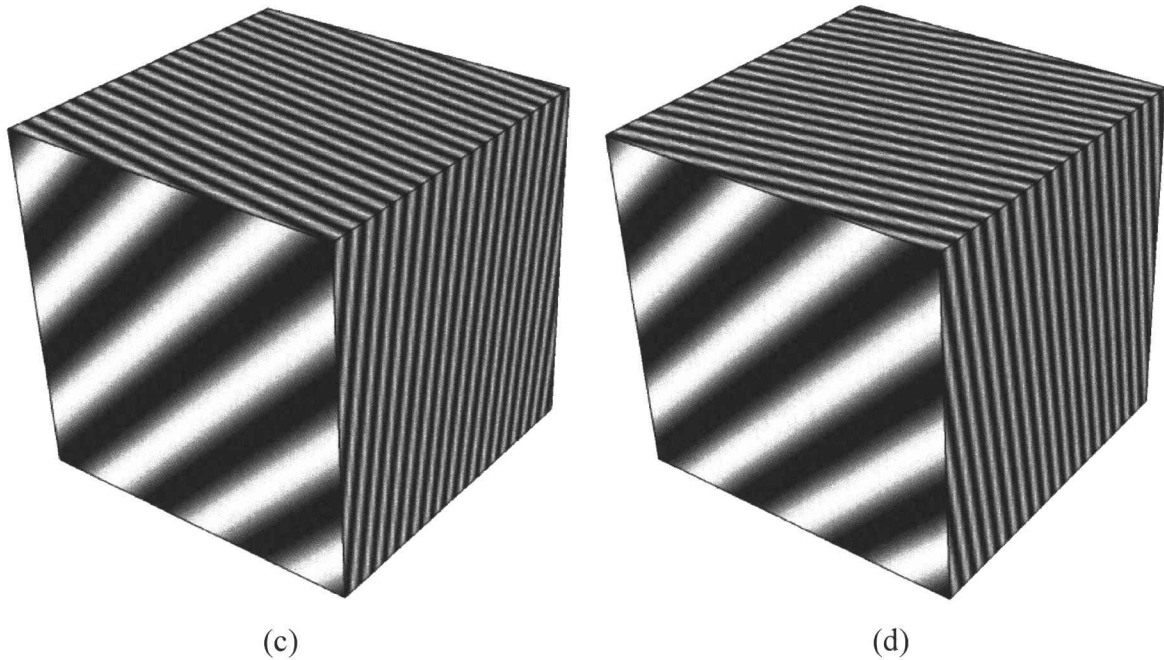


図 3.11 選択律 11, 12 から生成される体積インターフェログラム
(a) 選択律 11 (b) 選択律 12

13. 選択律： $(\xi, \eta) = (0, -\hat{x})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} \Gamma\left(\frac{X}{2}, \frac{-X+Y}{2}, z_0; \frac{X}{2}, \frac{X+Y}{2}, z_0+Z\right) \\ = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[ik_y X] \exp\left(ik \frac{XY}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.22)$$

14. 選択律： $(\xi, \eta) = (0, \hat{x})$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} \Gamma\left(\frac{X}{2}, \frac{X+Y}{2}, z_0; \frac{X}{2}, \frac{-X+Y}{2}, z_0+Z\right) \\ = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[-ik_y X] \exp\left(-ik \frac{XY}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.23)$$

15. 選択律： $(\xi, \eta) = (\hat{y}, 0)$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} \Gamma\left(\frac{X-Y}{2}, \frac{Y}{2}, z_0; \frac{X+Y}{2}, \frac{Y}{2}, z_0+Z\right) \\ = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[ik_x Y] \exp\left(ik \frac{XY}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.24)$$

16. 選択律： $(\xi, \eta) = (-\hat{y}, 0)$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} \Gamma\left(\frac{X-Y}{2}, \frac{Y}{2}, z_0; \frac{X+Y}{2}, \frac{Y}{2}, z_0+Z\right) \\ = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[-ik_x Y] \exp\left(-ik \frac{XY}{2z}\right), \end{aligned} \quad (3.25)$$

式(3.22)-式(3.25)は、1次位相因子に x 軸方向もしくは y 軸方向どちらか一方の位相情報しか含まれていない。このことから、位相因子に含まれていない方向の情報は再生することができない。形状を図 3.12 に示す。

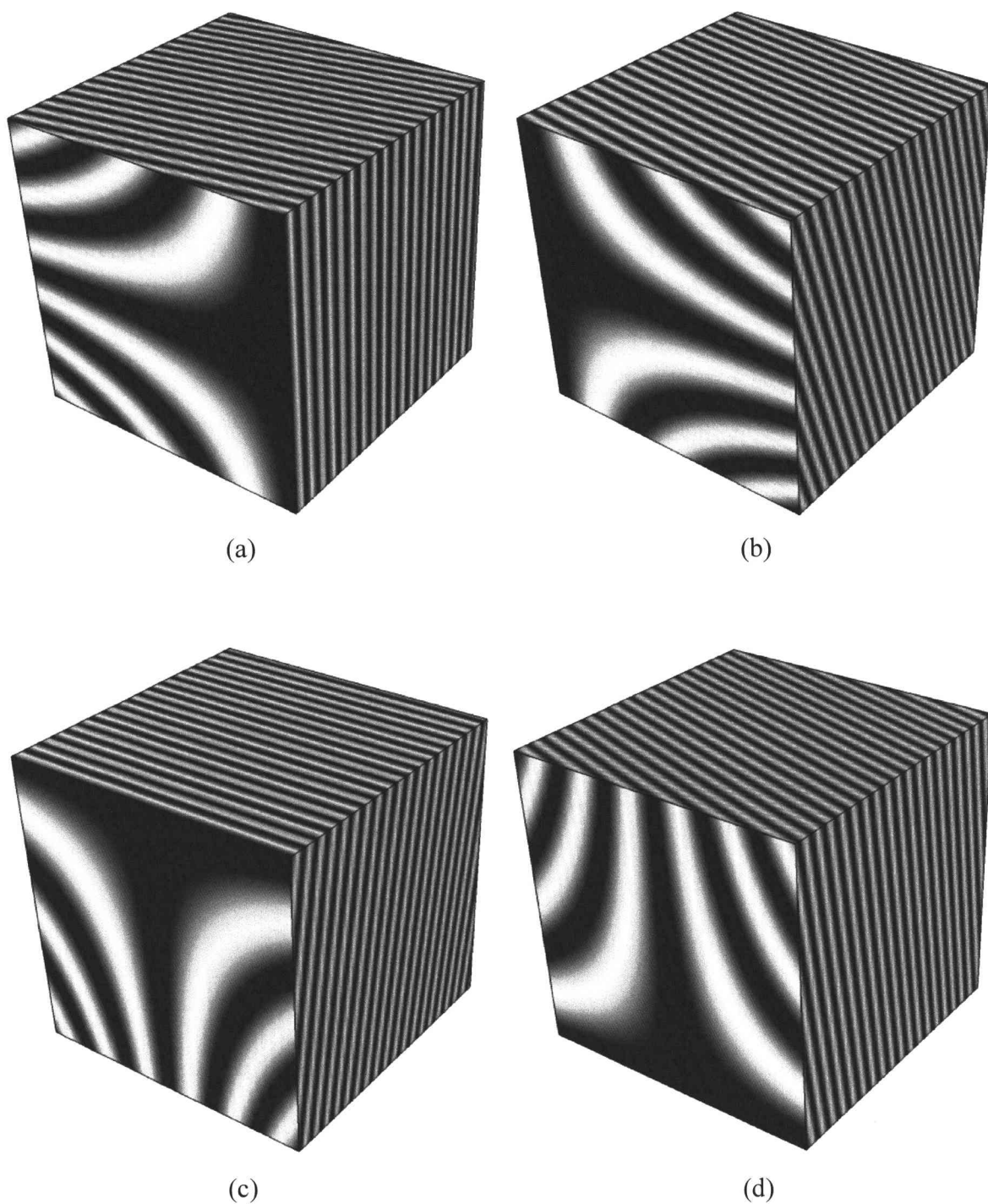


図 3.12 選択律 13 - 16 から生成される体積インターフェログラム
(a) 選択律 13 (b) 選択律 14
(c) 選択律 15 (d) 選択律 16

17. 選択律： $(\xi, \eta) = (0, 0)$

空間コヒーレンス関数：

$$\begin{aligned} \Gamma(X/2, Y/2, z_0; X/2, Y/2, z_0 + Z) \\ = c \int_0^\infty dk \int d^3r_s \exp(ikZ) S_\omega(\mathbf{r}_s), \end{aligned} \quad (3.17)$$

空間コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ において、位置ベクトルが $\mathbf{r}_\perp = \mathbf{r}'_\perp = (X/2, Y/2)$ であるから、位置 \mathbf{r} における強度である。また、1次位相因子および2次位相因子が含まれていないことから、体積インターフェログラムの X - Y 平面の断面図は一様な分布であり、空間情報を再生することはできない。しかし、この体積インターフェログラムの X - Y 平面の断面図に干渉縞が確認された場合、それは光学システムもしくは大気の擾乱などの外的要因が反映されたものと考えられる。したがって、この体積インターフェログラムから得られる位相分布は干渉計の残留位相分布を補正する目的に利用できると思われる。形状を図 3.13 に示す。

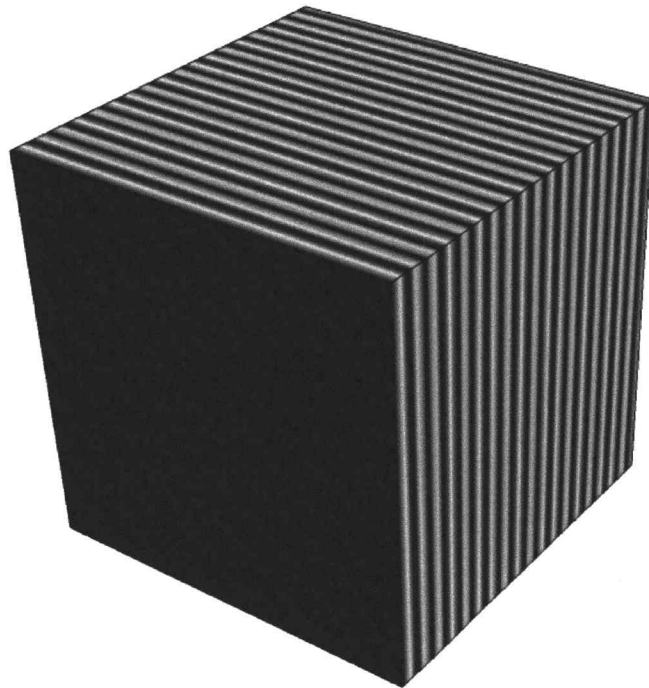


図 3.13 選択律 17 から生成される体積インターフェログラム

以上が今回、体系的に検討を行ったことにより導きだされた選択律の全 17 パターンである。式(3.8)の 5 次元インターフェログラムは観測面上の座標系で表されたものであり、選択律および生成される体積型インターフェログラムもまた観測面上の座標系で表している。もし、光源面座標系と観測面上の座標系が一致するように適切に設計された干渉光学システムを構築した場合、測定される 5 次元インターフェログラムは光源面座標系で表されることになる。この場合は、式(3.3)で表される 2 つの座標系の対応関係から選択律を変更することで、上記 17 パターンと同等の結果が得られる。

また、今回の検証により新規な RH-type インターフェログラムの発見に至った。これまでの研究では知られていないものであり、1 次位相因子および 2 次位相因子を含むことから 3 次元イメージングが可能であると考えられる。また、この体積インターフェログラムを 3 次元イメージングに用いることで、これまでの手法とは異なる特徴・メリットがあるのではないかと考えられる。次節では、この RH-type 体積インターフェログラムについて詳しく述べる。

3.4 結言

本章では、3.2 節で空間コヒーレンス関数を測定する干渉計として、本手法の実験系でもある 2 光波折り畳み干渉計について述べ、この干渉計により測定される空間コヒーレンス関数の数学的記述についても述べた。2 光波折り畳み干渉計で取得される空間コヒーレンス関数は 5 次元であり、5 次元データセットから 3 次元イメージングを可能とする体積型インターフェログラムを生成する必要がある。そこで、3.3 節では、3 次元空間への射影を取る処理として合成開口処理について述べ、用いることが可能な選択律と、それにより生成される体積型インターフェログラムが 3 次元イメージングに適しているか、体系的に検討を行った結果について述べた。その結果、RH-type 体積インターフェログラムという新たな体積インターフェログラムの発見に至った。

次章では、この体積インターフェログラムについて詳しく述べる。

第4章 RH-type 体積インターフェログラムからの分光立体像再生

4.1 緒言

本章では、回転双曲面型(RH-type)体積インターフェログラムを用いてスペクトル成分ごとの3次元像(分光立体像)を再生する方法について説明する。

4.2 RH-type 体積インターフェログラムの生成

式(3.8)で表された2光波折り畳み干渉計により測定された5次元空間コヒーレンス関数に対し、選択律 $(\xi, \eta) = (\hat{y}, -\hat{x})$ で合成開口処理を行い $X = 2\hat{x}$, $Y = 2\hat{y}$ で再配列することで生成される体積インターフェログラムに含まれる空間コヒーレンス関数は、

$$\Gamma(\mathbf{R}_0 + \Delta\boldsymbol{\rho}; \mathbf{R}_0 + \hat{\boldsymbol{\rho}}) = c \int_0^\infty W_\omega(\mathbf{R}_0 + \Delta\boldsymbol{\rho}_\perp; \mathbf{R}_0 + \hat{\boldsymbol{\rho}}_\perp) \exp(ikZ) dk, \quad (4.1)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{R}_0 = (0, 0, z_0)$ は観測面の中心であり、2つのベクトル $\hat{\boldsymbol{\rho}}$, $\Delta\boldsymbol{\rho}$ は、位置ベクトル $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\rho}'$ の間の平均位置と半距離である。図4.1に代表的なRH-type体積インターフェログラムを示す。これは光源面座標系の原点に単色点光源を配置した場合のRH-type体積インターフェログラムである。

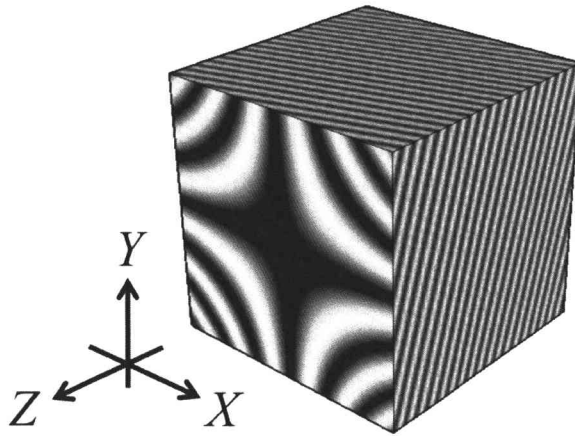


図4.1 RH-type 体積インターフェログラムの例:
光源面座標系の原点に単色点光源を配置

また、位置ベクトル $\boldsymbol{\rho}$, $\boldsymbol{\rho}'$ は、

$$\boldsymbol{\rho} = (X, Y, Z) = (\boldsymbol{\rho}_\perp, Z), \quad \boldsymbol{\rho}' = (Y, X, Z) = (\boldsymbol{\rho}'_\perp, Z), \quad (4.2)$$

であり, $\boldsymbol{\rho}$ は \mathbf{R}_0 からみた 3 次元位置ずれ(シア)であり, $\boldsymbol{\rho}'$ は $X=Y$ に対して $\boldsymbol{\rho}$ の対称な位置にある. 平均位置と半距離は,

$$\hat{\boldsymbol{\rho}} = \frac{\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}'}{2} = \left(\frac{X+Y}{2}, \frac{X+Y}{2}, Z \right) = (\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\perp}, Z), \quad (4.3a)$$

$$\Delta\boldsymbol{\rho} = \frac{\hat{\boldsymbol{\rho}} - \boldsymbol{\rho}'}{2} = \left(\frac{X-Y}{2}, \frac{-X+Y}{2}, 0 \right) = (\Delta\boldsymbol{\rho}_{\perp}, 0), \quad (4.3b)$$

である. それゆえ, 式(4.1)の右辺の相互スペクトル密度 $W_{\omega}(\mathbf{R}_0 + \Delta\boldsymbol{\rho}_{\perp}; \mathbf{R}_0 + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\perp})$ は,

$$\begin{aligned} W_{\omega}(\mathbf{R}_0 + \Delta\boldsymbol{\rho}_{\perp}; \mathbf{R}_0 + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\perp}) &= \int S_{\omega}(\mathbf{r}_s) \exp[i(\mathbf{k}_{\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_{\perp})] \exp\left[ik \frac{\hat{\boldsymbol{\rho}}_{\perp}^2 - \Delta\boldsymbol{\rho}_{\perp}^2}{2z} \right] d^3r \\ &= \int S_{\omega}(\mathbf{r}_s) \exp[i(k_x Y + k_y X)] \exp\left[ik \frac{XY}{z} \right] d^3r, \end{aligned} \quad (4.4)$$

となる. ここで, $\mathbf{k}_{\perp} = (k_x, k_y)$ は測定対象上の 1 点の \mathbf{r}_s から観測面の原点へ伝搬する波数ベクトル \mathbf{k} の横方向 (x, y 方向) 成分であり, $k_x = -kx_s/z$, $k_y = -ky_s/z$ である. 式(4.4)において, 1 次位相因子のパラメーター X, Y が式(3.9)の S-type 体積インターフェログラムとは逆に配置されていることに注意する.

4.3 物体情報の再生

物体情報の再生のため, ここではフレネル回折積分法による再生処理について説明する. 式(4.4)で表される相互スペクトル密度に対して, 以下に示す関数 Y_{ω} を再生距離 z' と再生波数 $k = \omega/c$ を指定して乗算する:

$$Y_{\omega}(\Delta\boldsymbol{\rho}_{\perp}, \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\perp}, z') = \exp\left[-ik \frac{XY}{z'} \right]. \quad (4.5)$$

これにより, 単色成分における再生像 $O(x, y, z')$ は,

$$O(x, y, z') = \int W_{\omega}(\mathbf{R}_0 + \Delta\boldsymbol{\rho}_{\perp}; \mathbf{R}_0 + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\perp}) Y_{\omega}(\Delta\boldsymbol{\rho}_{\perp}, \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\perp}, z') \exp[-i(\mathbf{k}'_{\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}'_{\perp})] d^2\rho'_{\perp}, \quad (4.6)$$

と表される. ここで, $k'_x = -kx_s/z'$, $k'_y = -ky_s/z'$, $\mathbf{k}'_{\perp} = (k'_x, k'_y)$ である. 式(4.6)の再生像は $z = z'$ 面にフォーカスが合っており, それ以外の奥行きに位置する物体はデフォーカスである. この現象は通常ホログラフィー技術による 3 次元イメージングではよく知られていることである. また, RH-type 法のスペクトル分解能 δk は,

2.4.5 節のフーリエ分光法と同等であり、体積インターフェログラムの厚さ l_z の逆数で決まり、 $\delta k/2\pi = 1/l_z$ である。横方向分解能は、フレネル回折積分法による再生処理を用いていることから体積インターフェログラムの幅 $l_x = l_y = l$ とインフォーカス距離 z' により決まり、 $\delta x = \delta y = \lambda z'/l$ である。縦方向の分解能については、次章にて実験結果と合わせて議論する。

4.4 RH-type 体積インターフェログラム

この節では、RH-type 体積インターフェログラムの主な特徴について議論する。

通常、ホログラムには測定対象から伝搬した波面の位相分布が記録されている。S-type 法において、体積インターフェログラムに記録された干渉パターンは、測定対象から伝搬した多くのスペクトル成分の波面形状による位相分布と直接対応している。したがって、S-type 体積インターフェログラムから得られる相互スペクトル密度は、通常のインライン位相シフトホログラフィーで得られる複素ホログラムに近いものである。一方 RH-type 法において、体積インターフェログラムに記録された干渉パターンは測定対象からの波面とは単純に対応していない。なぜなら、光の場の相関を測定している場所が2つの手法間で異なるためである。S-type 法における相互スペクトル密度は、 $W_{\omega}(0,0,z_0; X,Y,z_0)$ と表された。これは、観測面の原点と観測面上の2次元的なシアを持つ ρ_{\perp} における光の場の単色成分に関する相関関数である。対照的に、RH-type 法における相互スペクトル密度は、 $W_{\omega}((X-Y)/2, (-X+Y)/2, z_0; (X+Y)/2, (X+Y)/2, z_0)$ (式(4.1)参照) であり、観測面上の2点 $\hat{\rho}_{\perp}$, $\Delta\rho_{\perp}$ における光の場の単色成分に関する相関関数で表されていることを意味する。相互スペクトル密度のこの差は、体積インターフェログラムに記録された干渉パターンの形状の違いをもたらす。

それにも関わらず、4.2 節で述べたように、RH-type 法における相互スペクトル密度は、1次および2次位相因子を含み、測定対象の方位と奥行き情報を有する。結果として、RH-type 型体積インターフェログラムから分離された相互スペクトル密度は、複素ホログラムの一種であると見なすことができる。したがって、適切な位相関数(式(4.5)参照)を乗算することにより、2次位相因子はインフォーカス面においてキャンセルされる。このことが、RH-type 体積インターフェログラムを基にした3次元イメージングが可能とする理由である。

4.5 結言

本章では, 回転双曲面型体積インターフェログラムを用いた分光立体像再生として, まず体積インターフェログラムの形状と含まれる空間コヒーレンス関数の数学的記述について述べた. また, 再生方法および回転双曲面型体積インターフェログラムの主な特徴についても述べた.

次章では, RH-type 法による3次元イメージングを行った実験とその結果について述べる.

第5章 単色点光源による実験検証

5.1 緒言

本章では、第4章で述べた RH-type 体積インターフェログラムを用いた3次元イメージング分光法を実証するため、スペクトル成分ごとの3次元像を再生した実験的検証について説明する。また、RH-type 法による実験結果を従来法である S-type 法と比較した結果についても示す。

5.2 実験

本節では、測定対象と実験条件、パラメーターについて説明する。本実験における測定対象を、4次元空間 (x, y, z, ω) 上で定義されるインパルス応答関数に対応した再生像を得るために、単色点光源とした。この単色点光源は、He-Ne レーザーからの光波をシングルモードの光ファイバーに導波することで作成し、 x - y ステージ上に配置している。このレーザー光の波長は 543.5 nm である。レーザー光は本来位相の整った平面波であるが、ファイバー中を導波させ微小な口径の先端から射出させることで、光波の回折が起こり球面波となる。測定対象と観測面間の距離 z は 93 mm である。 x - y ステージと PZT は一定の間隔で段階的に動かす。 x - y ステージにおいてステップ数を 32、移動間隔を 12.9 μm とし、PZT においてステップ数を 64、移動間隔を 80 nm とした。それゆえ、この実験により測定される5次元インターフェログラムは $32 \times 32 \times 64$ の基本干渉縞画像から構成される。これら基本干渉縞画像のピクセル数は 32×32 、1つのピクセルサイズは $12.9 \mu\text{m} \times 12.9 \mu\text{m}$ である。これらのパラメーターにより RH-type 体積インターフェログラムの幅 $l_x = l_y = l$ と厚さ l_z 、ピクセルサイズ Δl_x 、 Δl_y 、 Δl_z が特徴づけられる。よってこの実験において、 $l_x = l_y = l = 825.6 \mu\text{m}$ 、 $\Delta l_x = \Delta l_y = 25.8 \mu\text{m}$ 、 $l_z = 10.08 \mu\text{m}$ 、 $\Delta l_z = 0.16 \mu\text{m}$ である。これらのパラメーターがスペクトル分解能と空間分解能を決める。表 5.1 - 表 5.3 に各パラメーターをまとめて表記する。

表 5.1 ステージパラメーター

| ステージ | ステップ数 | 移動距離 |
|------|-------|--------------------|
| x | 32 | 12.9 μm |
| y | 32 | 12.9 μm |
| z | 64 | 80 nm |

表 5.2 基本干渉縞画像パラメーター

| | 構成数 | ピクセルサイズ |
|---------|----------|---------|
| 基本干渉縞画像 | 32×32×64 | 12.9 μm |

表 5.3 体積インターフェログラムパラメーター

| | 幅 | ピクセルサイズ |
|-----|-------------------------------------|--|
| 横方向 | $l_x = l_y = l = 825.6 \mu\text{m}$ | $\Delta l_x = \Delta l_y = 25.8 \mu\text{m}$ |
| 縦方向 | $l_z = 10.08 \mu\text{m}$ | $\Delta l_z = 0.16 \mu\text{m}$ |

次節では、RH-type 法による測定対象のスペクトル形状と 3 次元空間情報の再生結果について述べる。合わせて S-type 法による結果との比較も行っている。また、次節以降で示す 2 つの手法による再生結果は、同じ 5 次元インターフェログラムデータセットから生成したものである。

5.3 実験結果

以下に、RH-type 法による実験結果について示す。

本実験により生成された RH-type 体積インターフェログラムを図 5.1 に示す。

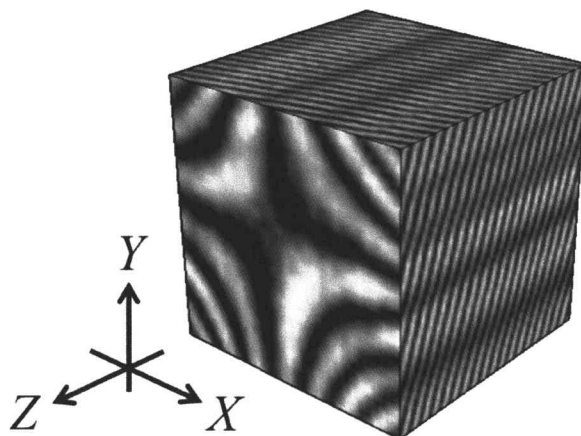


図 5.1 本実験により得られた RH-type 体積インターフェログラム

実験により得られた体積インターフェログラムに記録された干渉パターンは、図 4.1 に示した理論予測による干渉パターンと類似している。そして、図 5.2 に $X = 0 \text{ mm}$ における Y-Z 平面の断面図を示す。このインターフェログラムの中心を光路差 Z に関してフーリエ変換することにより、観測面における光の場のスペクト

ル形状が得られ、そのスペクトル形状を図 5.3(a)に示す。本実験のパラメーターにおいてスペクトル分解能は $\delta k/2\pi = 992.06 \text{ cm}^{-1}$ であり、波長 $\lambda = 531 \text{ nm}$ において $\delta\lambda = 29.25 \text{ nm}$ である。図 5.3(a)において、スペクトルピークは 531 nm 付近に現れており、スペクトル分解能を考慮すると、測定対象の波長と一致している。また、図 5.3(b)は S-type 法によるスペクトル形状であり、2つの手法により得られたスペクトル形状は一致した。これらのことから、RH-type 法においても測定対象のスペクトル形状を再生できることが示された。

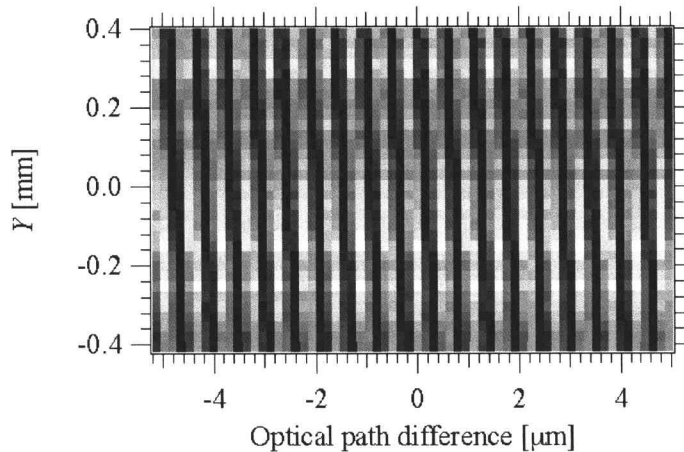


図 5.2 本実験により得られた体積インターフェログラムの $X = 0 \text{ mm}$ における $Y-Z$ 平面の断面図

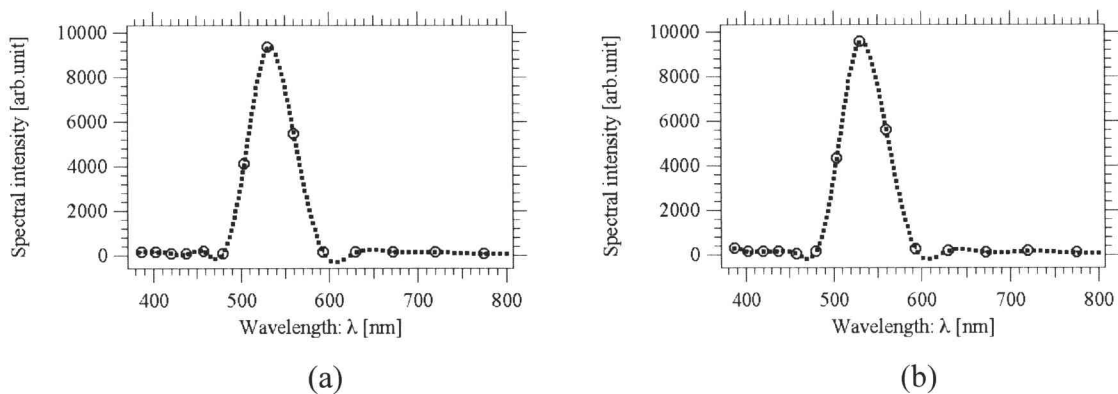


図 5.3 体積インターフェログラムより得られたスペクトル形状
(a) RH-type 法 (b) S-type 法

次に、3次元空間情報の再生結果について示す。図 5.4 にスペクトルピーク $\lambda = 531 \text{ nm}$ における相互スペクトル密度の位相分布を示す。図 5.4(a)が RH-type 法による位相分布であり、図 5.4(b)が S-type 法によるものである。S-type 体積インターフェログラムに記録されているのは、単色点光源から伝搬した球面波の正確な位相分布である。予想されるように、インライン位相シフトホログラフィーにより得

られる位相分布と同じものである。しかしながら、S-type 体積インターフェログラムとは異なり、RH-type 体積インターフェログラムの等位相面は、位相漸近線が水平および垂直な線に沿って存在する双曲面の構成を持つ。この配置は、位相漸近線が $\pm 45^\circ$ 方向の線と平行に現れる H-type 体積インターフェログラムからの相互スペクトル密度とは異なっている。

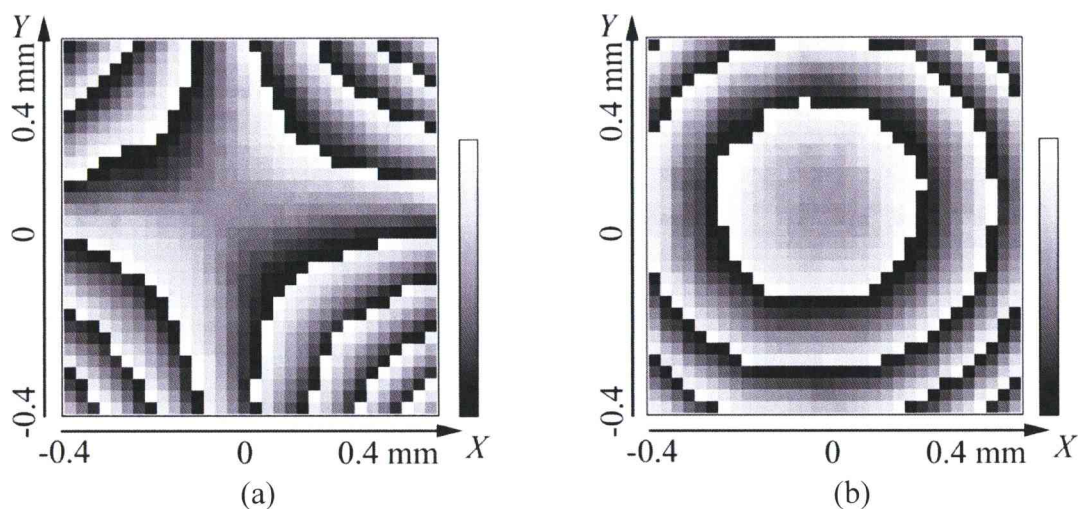


図 5.4 $\lambda = 531 \text{ nm}$ における相互スペクトル密度の位相分布
(a) RH-type 法 (b)S-type 法

そして、図 5.5 に再生距離 $z' = 93 \text{ mm}$ とした際の x - y 平面における再生像(インフォーカス像)を示す。図 5.5(a)は、RH-type 法による 2 次元再生像であり、4.2 節で述べた測定対象の x , y 方向の情報が逆に配置されている点を考慮して再生を行ったものである。また、カラーバーは強度を表している。

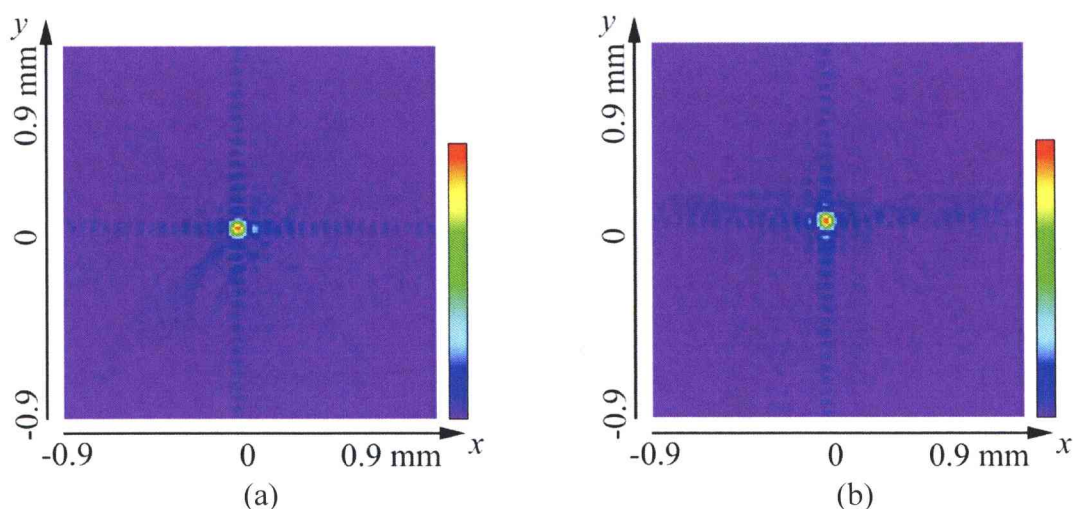


図 5.5 再生距離 $z' = 93 \text{ mm}$ における 2 次元再生像
(a) RH-type 法 (b)S-type 法

横方向分解能は、 $\delta x = \delta y = 59.81 \mu\text{m}$ であり、再生像の大きさは 1.91 mm 四方である。これらの横方向における結像特性は、図 5.5(b)に示す S-type 法の値と同じである。この一致は、2つの手法の横方向の開口、すなわち相互スペクトル密度の測定された範囲(体積インターフェログラムの幅と同義)が同じサイズの矩形であることに由来する。

RH-type 法と S-type 法のもっとも注目すべき違いは、奥行き分解能にある。図 5.6 に x - z 平面における強度プロファイルを示す。図 5.6(a)は RH-type 法、図 5.6(b)は S-type 法による結果である。

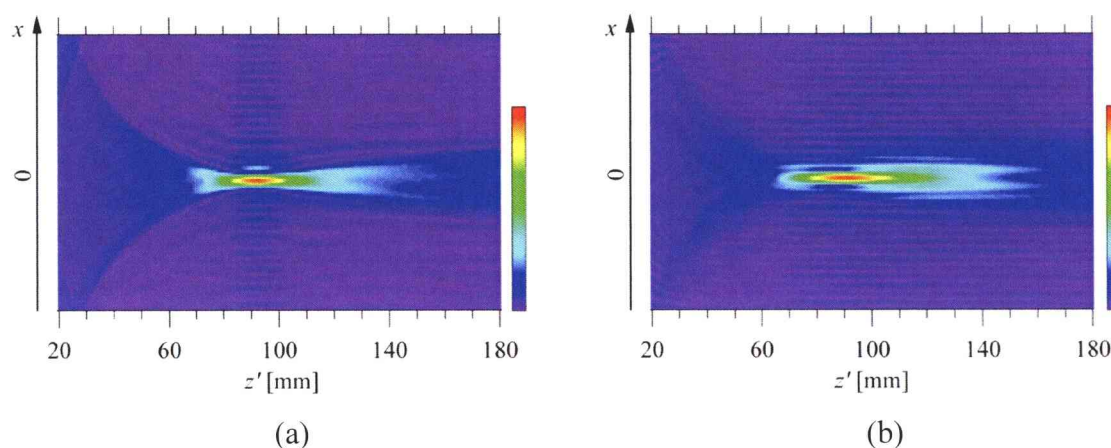


図 5.6 x - z 平面における強度プロファイル
(a) RH-type 法 (b) S-type 法

強度ピークは $(x, y, z) = (0 \text{ mm}, 0 \text{ mm}, 93 \text{ mm})$ 付近に現れているが、詳細が少し異なるのが見て取れる。この違いは、図 5.7 に示すように強度プロファイルを比較することで顕著に現れる。

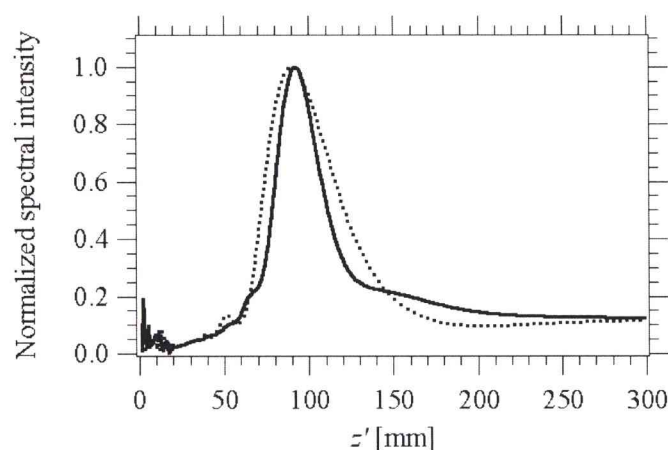


図 5.7 z 軸(奥行き)方向の強度プロファイルの比較
実線: RH-type 法 破線: S-type 法

RH-type 法による奥行き方向の強度プロファイルを実線で示しており、S-type 法による強度プロファイルを破線で示している。2つの手法による結果を比較すると、RH-type 法による結果は光源距離においてより狭い強度ピークを示しており、RH-type 法による結果の方が奥行き方向の分解能においてよい結果が得られていると言える。また、デジタルホログラフィーにおいて奥行き分解能 δz は経験則により $\delta z = \lambda F^2$ と見積もられている。そこで、RH-type 法、S-type 法、経験則による見積もり、それぞれの分解能について定量的な比較を行った。表 5.4 に RH-type 法、S-type 法、経験則について、前方半値半幅(Half width at half maximum: HWHM)、後方 HWHM、半値全幅(Full width at half maximum: FWHM)を調べ、それらについて数値比較を行った結果を示す。

表 5.4 RH-type 法、S-type 法、経験則による HWHM、FWHM の数値比較

| | RH-type | S-type | Empirical formula |
|-------------------------------|---------|---------|-------------------|
| HWHM (前方) /2 | 7 mm | 9.5 mm | |
| HWHM (後方) /2 | 10 mm | 16 mm | |
| FWHM /2 | 17 mm | 25.5 mm | 6.46 mm |
| Ratio (FWHM/ $2\lambda F^2$) | 2.63 | 3.95 | 1 |

RH-type 法による結果は、前方 HWHM、後方 HWHM の両方において S-type 法より優れた分解能を持つことがわかる。また、 λF^2 として計算された奥行き分解能 δz は2つの手法による結果に対してあまりにも小さい。これらの結果は、経験則により得られる奥行き分解能は、単に推定値であることを示唆している。

最後に、3.3.2 節式(3.11)で示した H-type 法による再生結果との比較であるが、この手法により得られる再生像の横方向および縦方向結像特性は、S-type 法のそれと同等である。それゆえ、RH-type 法による再生結果は、S-type 法および H-type 法による再生結果より、奥行き方向の分解能に優れ、横方向分解能は同等である。

5.4 考察

レンズを用いた結像システムの場合、像の分解能はレンズの口径と焦点距離に依存する。つまり用いたレンズの F 値である。ホログラフィーの場合、再生像の分解能は光波の干渉を記録した範囲、つまりホログラムの開口と再生距離に依存する。よって、こちらも F 値に依存する。したがって、レンズの有効径を矩形とすれば、

両者は同じ分解能を持つと考えられている。次節で詳しく述べるが、再生結果の横方向の広がり、 λF と一致している。しかし、縦方向においては表 5.4 に示すように大きな隔りがある。それぞれを用いたイメージングを考えた場合、レンズは3次元物体を2次元画像上へ投影を行う。それに対して、ホログラムには3次元物体からの光波がそのまま記録されているので、理論上、測定対象の3次元物体がそのまま再生される。ホログラムの奥行き分解能として用いられている経験則 λF^2 を利用すると言うのは、レンズを用いた結像システムにおける奥行き方向の分解能(正確には焦点深度という)と同様の考え方であるから、ある距離にある2次元物体を2次元画像上へ投影して評価したものである。したがって、3次元物体を3次元イメージとして再生するデジタルホログラフの奥行き分解能を正確に評価するためには、従来の経験則とは異なる評価法が要請されると考えられる。

5.5 結言

本章では、回転双曲面型(RH-type)体積インターフェログラムを用いた3次元イメージング分光法を実証するため、単色点光源を測定対象とした実験的検証について述べた。その結果、測定対象のスペクトル形状と3次元空間情報の再生に成功した。空間的にインコヒーレントな多色物体は、無相関な点光源の集合として表されるため、光強度に関する測定系の線形性からみてRH-type法は、原理的には通常が多色物体にも適用可能である。そして、S-type法との比較の結果、RH-type法はスペクトル分解能と横方向分解能を劣化させることなく、奥行き分解能を向上させることが確認された。在来の同様な手法と比べて、奥行き方向において結像特性に優れることから、高分解能な形状計測や生体試料の3次元分光計測などの応用分野において有用と考えられる。

また、奥行き分解能を定量的に評価した結果、3次元イメージング分光法と経験則 λF^2 には大きな隔りがあった。経験則は、3次元物体を2次元画像上へ投影するレンズによる結像システムの分解能と同様の考え方であるから、将来的には3次元イメージングのための新規な分解能評価法の確立が必要であると考えられる。この評価法確立へのアプローチとして次節では、3次元イメージング分光法の測定の流れを解析的に導出することで得られたインパルス応答関数の解析解と、その一般的性質、およびこの解析解を利用して奥行き分解能を評価する試みについて述べる。

第6章 3次元イメージングの分解能

6.1 緒言

本章では、ホログラムによる3次元イメージングの分解能を評価する方法へのアプローチとして、3次元イメージング分光法において測定対象を点光源とした場合の応答、つまりインパルス応答関数について述べる。

6.2 線形光学システムの応答特性³⁸⁾

システムの特性は、入力を与えてその出力から調べられる。線形光学システムの便利な表現として、出力関数を生成するための入力関数を制御する算術演算子として $\mathcal{S}\{\}$ を用いる。それゆえ、入力関数を $g_1(x_1, y_1)$ 、出力関数を $g_2(x_2, y_2)$ とすると、

$$g_2(x_2, y_2) = \mathcal{S}\{g_1(x_1, y_1)\}, \quad (6.1)$$

となる。もし、すべての入力関数 p と q および複素定数 a と b が以下のような関係にある場合、このシステムは線形であるという：

$$\mathcal{S}\{ap(x_1, y_1) + bq(x_1, y_1)\} = a\mathcal{S}\{p(x_1, y_1)\} + b\mathcal{S}\{q(x_1, y_1)\}. \quad (6.2)$$

線形システムでの出力は、複素定数の大きさおよび入力関数の形に無関係に、重ね合わせの原理が成り立つ。さらに、システムを特徴づける重要な性質に、線形不変性がある。これは、入力を定数 (x_0, y_0) だけ移動したとき、出力も同じように (x_0, y_0) だけ移動する。入力の関数形に無関係であり、入力の位置によって応答が変わらない。

入力関数の与え方は、システムの特性を知る上で重要である。できるだけ単純で、しかもそれらの線形和によって、任意の入力関数を完全に表せることである。そのような分離は、デルタ関数 δ によって与えられる：

$$g_1(x_1, y_1) = \iint g_1(\xi, \eta) \delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta) d\xi d\eta. \quad (6.3)$$

この式は、重み g_1 とシフト量をつけたデルタ関数の線形重ね合わせとして見なすことができる。

入力 g_1 におけるシステムの応答を見るには、式(6.3)を式(6.1)に代入し、

$$g_2(x_2, y_2) = \mathcal{S}\left\{\iint g_1(\xi, \eta) \delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta) d\xi d\eta\right\}, \quad (6.4)$$

を得る. 数値 g_1 に関して, これはデルタ関数に適用される重み因子であるから, 線形性の性質から,

$$g_2(x_2, y_2) = \iint g_1(\xi, \eta) \mathcal{S}\{\delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta)\} d\xi d\eta, \quad (6.5)$$

となる. ここで, 入力空間の座標系 (ξ, η) におけるデルタ関数と出力空間の点 (x_2, y_2) を結ぶシステムの応答を,

$$h(x_2, y_2; \xi, \eta) = \mathcal{S}\{\delta(x_1 - \xi, y_1 - \eta)\}. \quad (6.6)$$

と定義する. この関数 h はシステムのインパルス応答関数(Impulse Response Function: IRF)と呼ばれ, システムの入出力は式(6.7)のように表すことができる:

$$g_2(x_2, y_2) = \iint g_1(\xi, \eta) h(x_2, y_2; \xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (6.7)$$

たたみ込み積分として知られる, この基本的な式は, 線形システムを単位インパルスの応答として完全に特徴づけることができるという事実を示す. 異なった振幅を持つ点光源が入力面にわたって分布しているとすると, 重み付き点光源による出力を入力面全体について求め, それらの出力の総和を取ればよいことを示している.

イメージングにおいて, この IRF を点広がり関数(Point Spread Function: PSF)という.

6.3 線形光学システムの分解能

6.3.1 矩形開口による回折パターンと横方向分解能

ホログラムは一般的に矩形であるから, ホログラムからの再生像は矩形開口による回折パターン³⁹⁾と一致する.

いま, 開口面の座標系を (X, Y) として矩形開口を次のような矩形関数で表す:

$$\text{rect}\left(\frac{X-d}{a}\right) = \begin{cases} 1 & (d-a/2 \leq x \leq d+a/2) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (6.8)$$

この関数は, $X=d$ を中心として幅 a の区間だけ関数の値が 1 であり, 他の区間は 0 である. この関数を開口の振幅透過関数として用い, 光軸に平行な平面波を照射する. 簡単化のため, 振幅 1, 初期位相 0 の平面波とする. したがって, 矩形開口を通過した直後の複素振幅 $g(X, Y)$ は $d=0$ として,

$$g(X, Y) = \text{rect}\left(\frac{X}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{Y}{b}\right). \quad (6.9)$$

と表される。したがって、回折パターンは、式(6.9)のフーリエ変換として表されるから、観測面の座標系を観測面 (x, y) ，開口から観測面までの距離を R として、

$$u(x, y) = c_{xy} \iint \text{rect}\left(\frac{X}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{Y}{a}\right) \exp\left[-i \frac{k}{R}(xX + yY)\right] dXdY, \quad (6.10)$$

と表される。ここで、 c_{xy} は観測面における2次位相因子であり、

$$c_{xy} = \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2R}\right), \quad (6.11)$$

と表される。したがって、式(6.10)は、

$$u(x, y) = abc_{xy} \text{sinc}\left(\frac{ak}{2R}x\right) \text{sinc}\left(\frac{bk}{2R}y\right), \quad (6.12)$$

となる。ここで、 sinc 関数は $\text{sinc} x = \sin x/x$ で定義されていることに注意する。これより、観測される光強度分布は、

$$I(x, y) = (ab)^2 \text{sinc}^2\left(\frac{ak}{2R}x\right) \text{sinc}^2\left(\frac{ak}{2R}y\right), \quad (6.13)$$

となる。図 6.1 に示すように $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ とすると、 $x = m\lambda R/a$ ， $y = m\lambda R/b$ の位置で $I(x, y) = 0$ となる。これより矩形開口による回折パターンは、波長 λ が長くなるとともに、また開口のサイズ a ， b が小さくなるとともに、回折パターンが広がることがわかる。ここで、図 6.1 中の破線で示す振幅分布 $u(x)$ において、 c_{xy} は無視した。

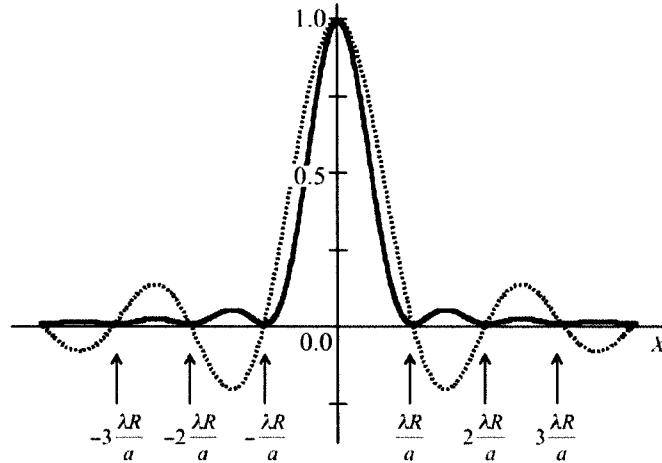


図 6.1 矩形開口による回折パターン
破線：振幅分布 $u(x)$ ，実線：強度分布 $I(x)$

この矩形開口をホログラムに置き換えた場合を考える。いま、ホログラムには波長 λ の単色点光源からの位相分布が記録されているとする。このとき得られる再生像は、再生距離を z' とすると式(6.13)において $R=z'$ としたときの回折パターンとなる。

次に、ホログラムには波長 λ の2つの単色点光源からの位相分布が記録されている場合を考える。このとき再生像には、それらの回折パターンが現れる。光源は空間的にインコヒーレントであるとする、たがいに干渉しないから、回折パターンは2つの強度分布の単純和で与えられる。2つの点光源の間隔が小さい場合、2つの強度分布は重なり、2点であるとは判別がつかない。

レイリー規範⁴⁰⁾によれば、1つの点光源から生成された回折パターンの中心に、もう1つの点光源により生成された回折パターンの最初のゼロ点が重なった場合、このときの2点間の間隔を最小分離距離として定義する。

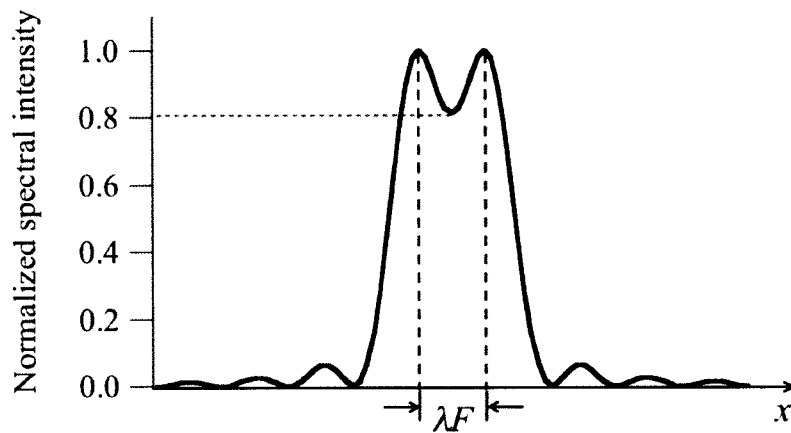


図 6.2 レイリー分解能距離だけ離れた2つの光源による強度分布

したがって横方向の最小分解距離(横方向分解能)は、開口のサイズを $a=b=l$ とし $\delta x = \delta y = \lambda z' / l = \lambda F$ と表される。ここで、 F は測定系の F 値である。また、回折パターンの強度を1に規格化したとき、2つのピーク間に現れる最小値の強度は0.81である(図6.2)。

6.3.2 デフォーカスと焦点深度⁴¹⁾

次に、奥行き分解能について考える。図6.3に示すように距離 d_1 の物点に焦点を合わせ、それを距離 d_2 の結像位置で観測するとする。他の物点の結像位置はその観測位置からずれるため、デフォーカスとなる。観測像は、6.3.1節で示したように、ある広がりをもった像となるが、一定範囲内であればインフォーカスとみなしてもさしつかえない。

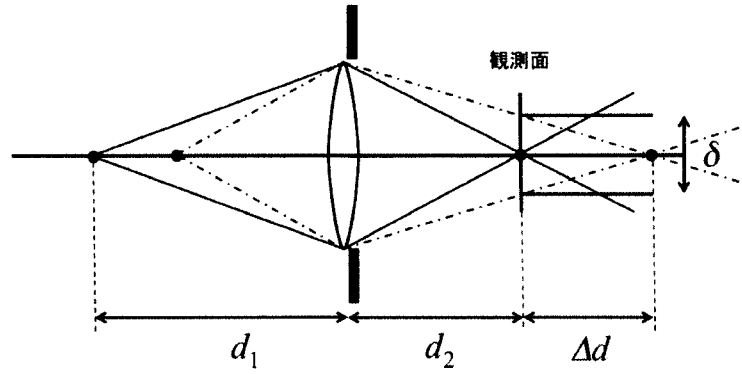


図 6.3 インフォーカス像と焦点深度の関係

ある物点の結像位置が、観測位置から距離 Δd だけずれているとする。このずれがわずかであるとして $\Delta d \ll d_2$ と近似し、観測位置での広がり全幅を δ とする。レンズの口径を D とすると相似関係から、

$$\Delta d = \frac{d_2}{D} \delta, \quad (6.14)$$

となる。この許容できる Δd の範囲を焦点深度といい、奥行き分解能に相当する。また許容できる Δd の範囲は、観測位置より前方と後方では距離が異なり、それぞれの範囲を前方焦点深度、後方焦点深度という。

次に、観測面での広がり幅の許容範囲を回折広がり以下であるとする。用いるレンズは理想的なレンズであり、焦点距離を f 、F 値を $F_N = f/D$ とする。レンズによる回折広がり全幅は、6.3.1 節で示した矩形開口の回折パターンと同様な計算により、

$$\delta = \alpha \lambda \frac{d}{D} = \alpha \lambda F_N, \quad (6.15)$$

となる。ここで定数 α はレンズのひとみが円形であるなら $\alpha = 1.22$ であり、矩形開口であるなら $\alpha = 1$ である。したがって、結像位置をレンズの後焦平面とし、 $d_2 = f$ とすれば、

$$\Delta d = \alpha \lambda \left(\frac{d}{D} \right)^2 = \alpha \lambda F_N^2, \quad (6.16)$$

となる。焦点深度 Δd は F 値の 2 乗に比例することがわかる。

レンズによるインフォーカスとみなせる範囲について述べたが、6.3.1 節と同様にレンズをホログラムに置き換えても、式(6.16)は成り立つ。そのとき、矩形開口

であるから $\alpha=1$ である。2.5.2.1 節および 5.3 節で述べたように、デジタルホログラフイーにおける奥行き分解能 δz は経験則により $\delta z = \lambda F^2$ と推定されていると紹介した。これは、本節で示した焦点深度の考え方を基としたものである。

6.4 S-type 法における 4次元インパルス応答関数

前節では、IRF とシステムの関係について述べた。IRF は、入力関数に依存せず、システム固有の特性を表す。したがって、3次元イメージング分光法において、測定対象を単色点光源とした場合の応答(再生像)は、4次元 (x, y, z, ω) 空間上で定義された 4次元 IRF に対応しており、これは 3次元イメージング分光法の分光特性と 3次元結像特性を同時に指定するものと考えられる。

ここでは、S-type 法による測定の流れを解析した。S-type 法で用いている S-type 体積インターフェログラムには、光源から伝搬した光波の波面形状がそのまま記録されており、また、得られる位相分布は、通常のインライン位相シフトホログラフイーと同じものであるから解析に適している。S-type 法による 3次元イメージングの流れを図 6.4 に示す。

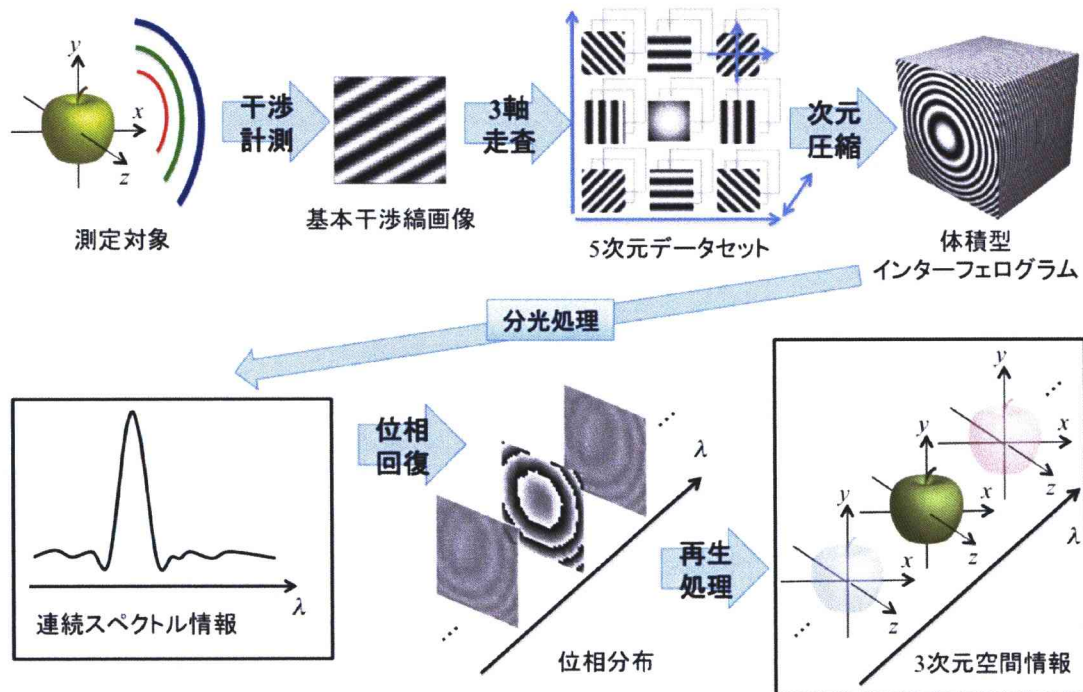


図 6.4 S-type 法による 3次元イメージングの計測の流れ

いま、 r_s の位置にある波長 λ_s の単色点光源を考える。ここで、下付き添字 s は測定対象に依存したパラメーターであることを示している。このとき、観測面から測

った点光源までの奥行き距離を z とすると、S-type 法により得られる単色点光源の 3次元像，すなわち IRF は次式のような閉形式(Closed-form expression)で表される：(Appendix C 参照)

$$\begin{aligned}
 h(\mathbf{r}_i, \omega_i; \mathbf{r}_s, \omega_s) &= \frac{l_x l_y l_z z z_i}{\omega_i |z_i - z|} \exp^{(*)} \left(i \frac{\pi}{2} \right) \\
 &\times \exp \left\{ -i \frac{z z_i}{2 k_i (z_i - z)} \left[(k_{sx} - k_{ix})^2 - (k_{sy} - k_{iy})^2 \right] \right\} \\
 &\times \text{sinc} \left[\frac{l_z}{2} (k_s - k_i) \right] \\
 &\times \text{sinc} \left[\frac{l_x}{2} (k_{sx} - k_{ix}) \right] \text{sinc} \left[\frac{l_y}{2} (k_{sy} - k_{iy}) \right] \\
 &\times \left[\mathcal{F}^{(*)}(\alpha^+) - \mathcal{F}^{(*)}(\alpha^-) \right] \left[\mathcal{F}^{(*)}(\beta^+) - \mathcal{F}^{(*)}(\beta^-) \right]. \quad (6.17)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ は角周波数 $\omega_i = ck_i = 2\pi c/\lambda_i$ における再生像の位置を指定する 3次元空間ベクトルであり、下付き添字 i は、再生像に関するパラメータであることを示し、式(6.1)中の上付き添字(*)は $z_i - z < 0$ のとき現れる。また、体積インターフェログラムのサイズと厚みは $l_x \times l_y \times l_z$ と仮定されており、光源と再生像に関する波数ベクトルの横方向の成分である k_{sx} 、 k_{sy} および k_{ix} 、 k_{iy} は近軸近似の範囲で次のように表される：

$$k_{sx} = -\frac{k_s}{z} x_s, \quad k_{sy} = -\frac{k_s}{z} y_s, \quad k_{ix} = -\frac{k_i}{z_i} x_i, \quad k_{iy} = -\frac{k_i}{z_i} y_i. \quad (6.18)$$

この 4次元 IRF は再生距離 z_i のすべての面における再生像を指定するものであり、 $z = z_i$ のときインフォーカス像が得られ、 $z \neq z_i$ のときデフォーカス像となる。

式(6.17)の第 1, 2 因子は光源と再生像の位置に依存する位相と係数である。1つの sinc 関数で表される第 3 因子は S-type 法のスペクトル領域における応答を表している。フーリエ変換による分光処理を行っていることから、フーリエ分光法による応答と同じであることがわかる。したがって、スペクトル分解能 δk は体積インターフェログラムの厚み l_z の逆数に比例し、 $\delta k = 2\pi/l_z$ となる。2つの sinc 関数の積で表された第 4 因子は横方向(x 方向, y 方向)の応答を表しており、 $z = z_i$ のときインフォーカス像の 2次元点広がり関数(Point Spread Function : PSF)が得られる。また、体積インターフェログラムは矩形であるから矩形開口 $l_x \times l_y$ を有する回折パターンと一致する。したがって、横方向分解能は、開口のサイズ $l_x \times l_y$ とインフォーカス距離 z_i によって決定され、 $\delta x = \delta y = \lambda F$ となる。ここで、 $F = z_i/l_x = z_i/l_y$ は測定

系の F 値である。そして、関数 F により表される第5因子は、特に関心がある奥行き方向(z 方向)の応答を表している。ここで、式(6.17)の第5因子に現れる関数 F は、フレネル積分⁴²⁾ $C(a)$, $S(a)$ を利用して次のように表される⁴³⁾：

$$F(a) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \left\{ \frac{1}{2} + C(a) + i \left[\frac{1}{2} + S(a) \right] \right\}. \quad (6.19)$$

これは、図6.5に示すような半空間 $a > 0$ における、無限に長いエッジによる回折波の複素振幅を表している：

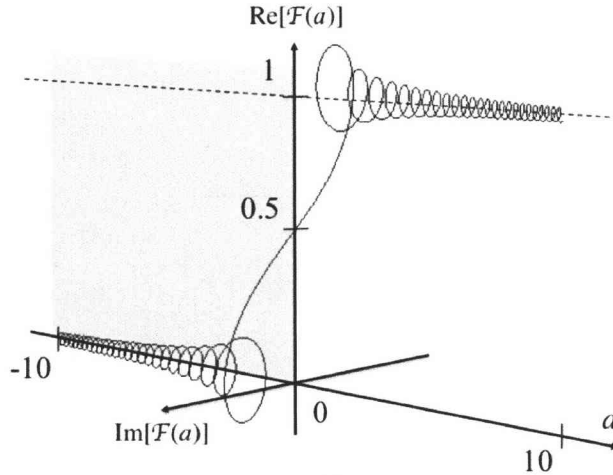


図 6.5 関数 F のふるまい

また、 α および β は、式(6.20)のように表され、インターフェログラムのサイズ l_x , l_y はこれら α , β を通して式(6.17)の IRF に取り込まれる：

$$\alpha^{(\pm)} = \sqrt{\frac{k_i |z_i - z|}{\pi z z_i}} \left[\pm \frac{l_x}{2} + \frac{z_i z (k_{sx} - k_{ix})}{k_i (z_i - z)} \right], \quad (6.20a)$$

$$\beta^{(\pm)} = \sqrt{\frac{k_i |z_i - z|}{\pi z z_i}} \left[\pm \frac{l_y}{2} + \frac{z_i z (k_{sy} - k_{iy})}{k_i (z_i - z)} \right]. \quad (6.20b)$$

次に、図6.6に式(6.17)の IRF を用いて計算した結果について示す。図中の(a)はホログラムと再生像間が近距離の場合であり、(b)は中距離の場合、(c)は遠距離にある場合の奥行き方向の応答を示している。ホログラムと再生像間が近距離の場合、鋭いピークが得られるが離れるにつれて応答の裾は広がり、最終的には裾の強度は低くなることはなく、ピーク位置を特定することはできない。これは、ホログラムと再生像間がある距離よりはなれると、光波は無限遠方(フラウンホーファー領域)から伝搬していると見なせるようになる。よって、無限遠方からの光波は平面波であるので、曲率を持たないわけだから測定対象の奥行き情報を特定することは

できない。これらのことから、式(6.17)の4次元 IRF はスペクトル領域における応答とホログラムから再生された3次元像の応答を示していることわかる。最後に、空間的にインコヒーレントな物体は、一般に光強度に関する線形性を有するという事実から、この4次元 IRF は自然照明下の一般的な多色物体に適用可能であると言える。

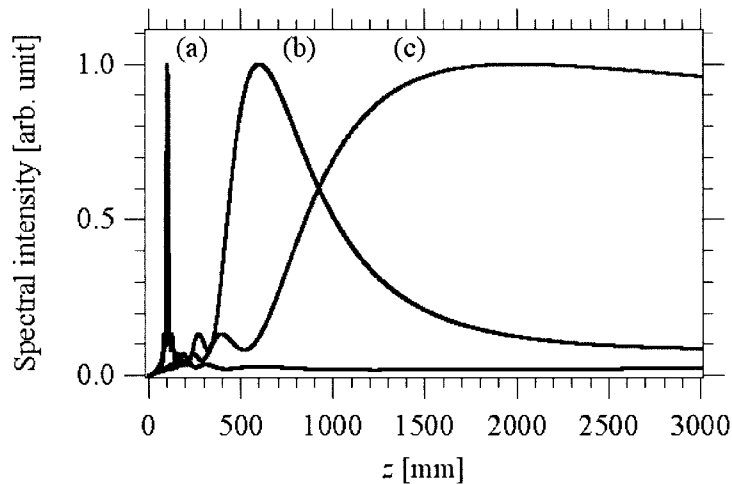


図 6.6 式(6.17)の IRF による奥行き方向の強度分布。
ホログラムと再生像間が(a)近距離、(b)中距離、(c)遠距離の場合。

6.5 S-type 法による実験結果と

IRF による計算結果の比較

本節では、式(6.17)の4次元 IRF と S-type 法による実験結果との対応について述べる。測定対象は、波長 $\lambda_s = 543.5 \text{ nm}$ の単色点光源であり、 $z = 93 \text{ mm}$ に配置している。比較として用いる S-type 法による実験条件および結果は、すでに5章に示しており、IRF による計算結果は同じ条件を仮定している。

図 6.7 に S-type 法による得られた再生像の点像の強度分布と、式(6.17)の4次元 IRF から計算した強度分布を示す。実線は S-type 法による実験結果であり、破線は IRF による計算結果である。これらの結果から、IRF による計算結果は、理論予測及び実験結果とよく一致する。特に、図 6.7(c) は奥行き方向の強度分布を表している。実験結果において、近距離領域に現れているノイズは再生距離が近すぎるために生じた位相のアンダーサンプリングに起因するアーティファクトである。この点をのぞくと、両者の間にはよい一致が見られる。以上のことより、解析的に導出した4次元 IRF は S-type 法の分光特性及び3次元結像特性を同時に指定していることが実験的にも確認された。

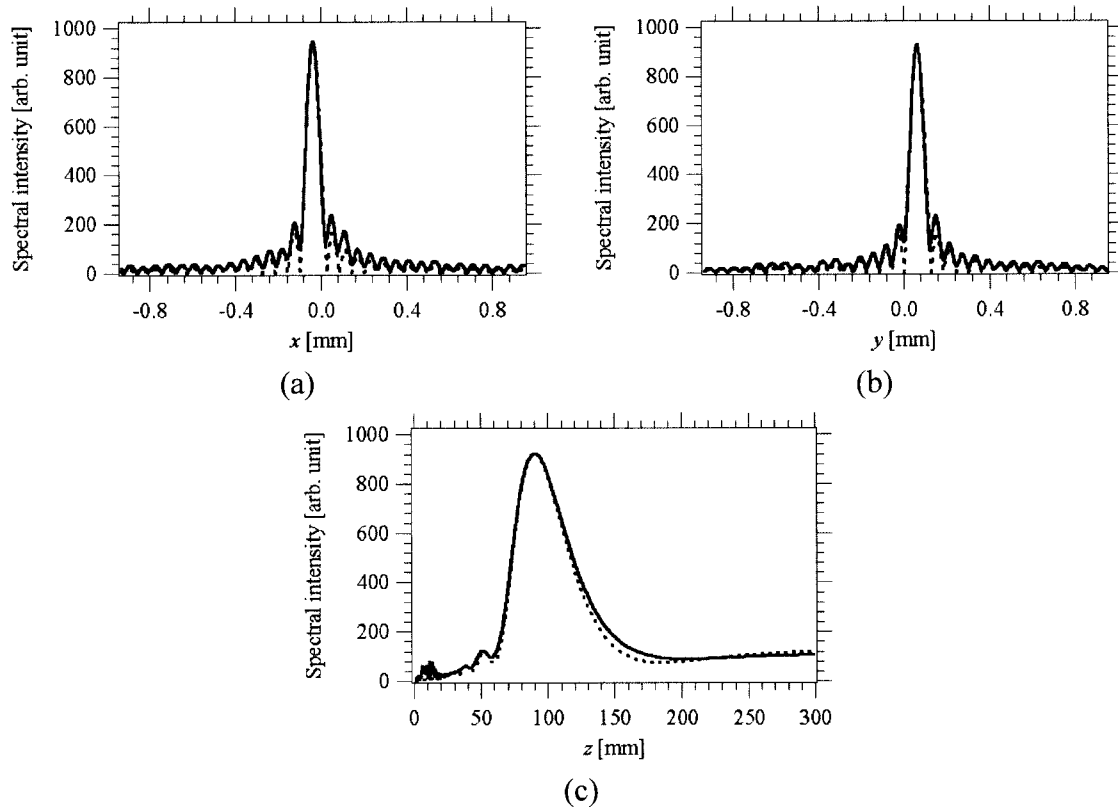


図 6.7 (a)x 方向, (b)y 方向, (c)z 方向に関する点像の強度分布.
 実線 : S-type 法による実験結果 破線 : IRF による計算結果

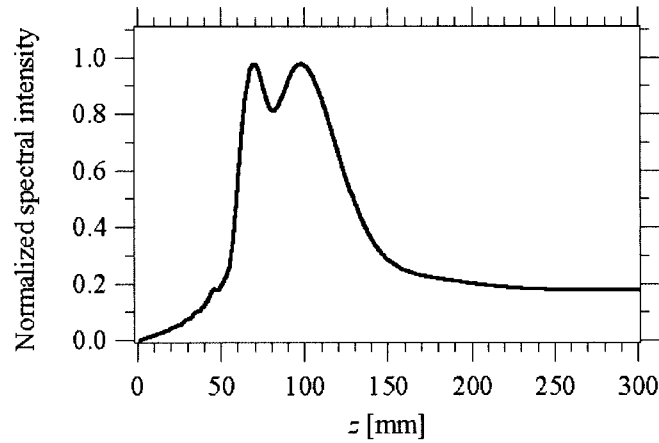
6.6 IRF を用いた奥行き分解能評価

前節では, S-type 法による 3 次元イメージングの計測の流れを解析することで導出した IRF を用いて, 同じ実験条件を仮定し, 実際に行った実験結果と IRF による計算結果は, よい一致が見られることを示した.

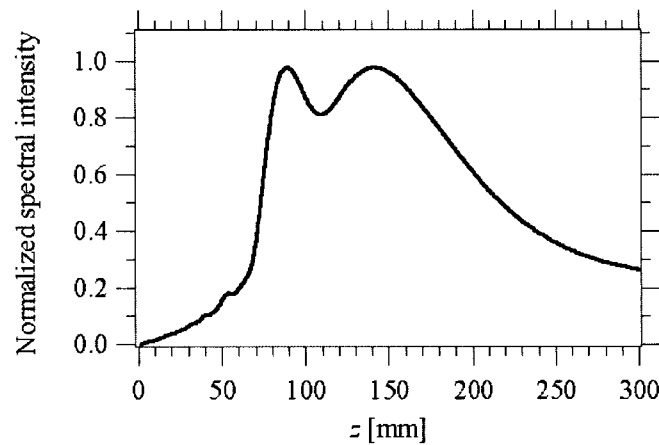
そこで, この IRF を用いて奥行き分解能の評価を行った結果について示す. 測定対象を同一波長の 2 つの点光源とし, 光軸上の異なる奥行きに配置した場合した. このときの奥行き方向の強度分布を IRF により計算する. 分解能を評価するため, 6.3.1 節で述べたレイリー規範による分解能評価の考え方を採用し, 奥行き方向の最大強度を 1 で規格化したとき, 2 つのピーク間に現れる最小値が 0.81 であれば, 2 つの点光源は分離できていると考えることにする.

本解析では, 基準となる光源 S_1 を配置し, S_1 より前方に光源 S_2 がある場合と S_1 より後方に光源 S_3 がある場合を想定した. これらの場合の強度分布を IRF により計算し, 2 つのピーク間に現れる最小値が 0.81 となる間隔を調べる. また, 点光源の波長は, $\lambda = 543.5 \text{ nm}$ とし, 基準となる光源 S_1 は $z_1 = 93 \text{ mm}$ に配置している. 他のパラ

メーターは5章で示した実験と同じ条件を想定している. 図6.8にこれらの解析結果を示す.



(a)



(b)

図6.8 奥行き異なる2つの点光源による奥行き方向の強度分布.

$z_1 = 93 \text{ mm}$ にある基準光源 S_1 より

(a)前方に光源を想定した場合, (b)後方に想定した場合

まず, 図6.8(a)は, 基準光源 S_1 より前方に光源がある場合の奥行き方向の強度分布である. 光源 S_2 を $z_2 = 71.9 \text{ mm}$ に配置したとき2つのピーク間に現れる最小値は0.81となった. したがって, 2点間の距離差は21.1 mmである. 次に, 図6.8(b)は, 基準光源 S_1 より後方に光源がある場合の奥行き方向の強度分布である. 光源 S_3 を $z_3 = 131.6 \text{ mm}$ に配置したとき2つのピーク間に現れる最小値は0.81となった. したがって, 2点間の距離差は38.6 mmである. また, 5章で示した実験結果からもわかるように, 1つの点光源を測定した場合, 光源を配置した場所と最大強度が得られる奥行き距離は一致していた. 今回の解析において, 最大ピークは, 想定した光源位置よりずれた場所に現れた. 例えば, 図6.8(a)では, 基準光源 S_1 は98 mmの

位置にピークが現れた。これは、他の光源によるデフォーカス成分の影響を受けていると考えられる。

3次元イメージング分光法は、空間的にインコヒーレントな光源を測定対象としていることから、インコヒーレントホログラフィーである。しかし、分光処理の過程で直接、複素ホログラムが得られ、この複素ホログラムは位相シフト法を用いて得られるインラインホログラムと一致する。また、フレネル回折積分により再生が可能であることから、コヒーレントホログラフィーの再生と同様である。したがって、奥行き方向に2つの点光源が並んでいる場合は、それらのピークはインコヒーレントな重ね合わせではなく、コヒーレントな重ね合わせとなる。

6.7 結言

本章では、3次元イメージング分光法の計測の流れを解析し導出したインパルス応答関数について述べた。この関数は、4次元 (x, y, z, ω) 空間上で定義されたインパルス応答関数であるから、本干渉計測法の分光特性と3次元結像特性を同時に指定するものである。スペクトル分解能はフーリエ分光法と同様に、体積インターフェログラムの厚みにより指定される。横方向分解能は、レイリー規範と同様に、ホログラムのサイズにより指定される。そして、奥行き分解能はインフォーカス像とデフォーカス像が同時に再生されるため、コヒーレントな重ね合わせによって強度分布が決定される。また、この4次元インパルス応答は、本干渉計測法だけでなく在来のデジタルホログラフィーにも適用しうると考えられる。

このインパルス応答関数によって、奥行き分解能の定量的な議論が可能となった。在来の様々な3次元イメージング法では、奥行き分解能は2次元画像のデフォーカスを基礎とした評価法であり、3次元物体を3次元イメージとして評価する方法は確立していない。したがって、本論文で得られた知見は3次元イメージングの研究分野の新たな進展に寄与すると考えられる。

第7章 結論

3次元イメージング分光法における合成開口処理について、体系的な検討により新たに発見した、回転双曲面型体積インターフェログラムを用いた3次元イメージング法の提案および実験的検証を行った。そして、3次元イメージング分光法の分光特性と3次元結像特性を同時に指定する4次元インパルス応答関数を解析的に導出し、それを用いて分解能について定量的な評価を行った。

第2章では、光波の一般的な性質とその数学的記述について示し、物体の連続スペクトルを得る代表的な手法であるフーリエ分光法、空間コヒーレンス関数から測定対象の空間情報を再生するファンシッター・ゼルニケの定理について述べた。また、干渉計測と信号処理による分光立体像再生のプロセスとして、3次元空間コヒーレンス測定概念及び分光立体像再生法についても述べた。

第3章では、3次元イメージング分光法の実験系である2光波折り畳み干渉計についてふれ、この干渉計により測定される空間コヒーレンス関数について説明し、そして、合成開口処理により生成される体積型インターフェログラムと3次元イメージングの関連性について述べた。体系的な検討の結果、生成される体積型インターフェログラムには個別の異なる有用性があることが確認された。

第4章では、回転双曲面型体積インターフェログラムを用いて分光立体像を再生する方法(RH-type 法)について述べ、またこの体積インターフェログラムがもつ主な特徴について議論した。

第5章では、RH-type 法による実験的検証のため、測定対象を単色点光源とした場合の実験結果について述べた。その結果、単色点光源のスペクトルと3次元空間情報の実験的再生に成功した。また、従来法による実験結果と比較したところ、RH-type 法は他の分解能を劣化させることなしに、奥行き分解能が向上することが確認された。

第6章では、S-type 法の測定の流れを数学的に解析し、測定対象を単色点光源とした場合の応答、つまり4次元インパルス応答関数の解析解を導出した過程について述べた。この4次元インパルス応答関数は、S-type 法による実験結果と比較したところ、両者によい一致が見られ、S-type 法の分光特性及び3次元結像特性を同時に指定していることが実験的にも確認された。また、この4次元インパルス応答関数を用いて、3次元イメージング分光法による再生像の分解能、特に奥行き分解能の評価を行った。今回の解析から奥行き方向の再生像は、インフォーカス像とデフ

フォーカス像が同時に再生されるため、2つの光源からの再生波面はコヒーレント加算によって再生像の強度分布が決定されることがわかった。

本論文で新たに提案した RH-type 法は、他の分解能を劣化させることなしに奥行き方向に関して高い分解能を有するという事実から、光学計測や生体医療顕微鏡など高い分解能を必要とするアプリケーションにより有用であると考えられる。また、3次元イメージング分光法自体、測定の際に特別な分散素子や結像素子等を用いないという特徴をもつため、原理的には可視波長帯域以外にも赤外域、紫外域、テラヘルツ光など幅広い波長帯域に対して適用可能である。そのため、様々な分野での応用可能であると考えられる。

また、解析的に導出した4次元インパルス応答は、本干渉計測法だけでなく従来のデジタルホログラフィーにも適用しうると考えられる。したがって、奥行き分解能の定量的な議論が可能となった。従来の様々な3次元イメージング法では、奥行き分解能は2次元画像のデフォーカスを基礎とした評価法であり、3次元物体を3次元イメージとして評価する方法は確立していない。したがって、本論文で得られた知見は3次元イメージングの研究分野の進展に大きく寄与すると考えられる。

今後の課題として、実験系の単純化および高速化が挙げられる。これは RH-type 法に限らず、3次元イメージング分光法に言えることであるが、実験系においてステージを3軸走査し5次元インターフェログラムを測定しているため、測定に時間を要する。また、分解能は体積インターフェログラムの大きさに依存する。つまり、取得する5次元インターフェログラムの枚数を多くすれば再生像の分解能や再生範囲が向上する。しかし5次元インターフェログラムの枚数は、測定時間とトレードオフの関係にあるため、増やすことが困難である。したがって、現在測定時の行っている3軸走査を、レンズアレイや位相の空間多重記録により走査軸を減らすことができれば、大幅に測定時間の短縮が見込める。

また、今回紹介した4次元インパルス応答関数は、本干渉計測法の分光特性と3次元結像特性を指定していることは述べた。スペクトルおよび横方向分解能は実験パラメーターに依存したある値として表現できるが、奥行き方向分解能はインパルス応答関数の強度分布から定義したものである。評価する上では、実験パラメーターに依存した経験則による推定値のような値として得られる方が望ましい。したがって、今回述べた4次元インパルス応答関数をもとに、分解能が決定される仕組みおよび評価法について更なる研究が要請される。

謝辞

本学位論文は、筆者が岩手大学大学院 工学研究科 電気電子・情報システム工学専攻 博士後期課程在学中に情報フォトニクス研究室において行った研究をまとめたものである。

本研究を遂行し学位論文をまとめるにあたり、多くのご指導ご鞭撻を頂きました本学 吉森久准教授には心より感謝致します。また、本論文をご精読頂き有用なコメントを頂きました本学西山清教授、安倍正人教授に深謝致します。

本論文の執筆にあたっては、日々の議論を通じて、多くの知識や示唆を頂いた本研究室の卒業生である笹本益民博士(現東芝テリー(株))や同じ博士後期課程である橋本哲弥君、シラウイットティーラヌタラーノン君に感謝しております。データの解析にあたって、博士前期課程である齋藤崇浩君にご協力いただきました。ありがとうございました。

また、研究を進めるにあたり、ご支援、ご協力を頂きながらここにお名前を記すことができなかつた多くの方々に心より感謝申し上げます。

最後に、これまで自分の思う道を進むことに対し、温かく見守りそして辛抱強く支援して下さった両親、祖父母、叔母達に深い感謝の意を表して謝辞と致します。

参考文献

- 1). P. Hariharan (著), 吉川浩, 羽倉弘之 (訳), 「ホログラフィーの原理」, 第1版, pp.1-14, オプトロニクス社 東京, (2004).
- 2). D. Gabor, “A new microscope principle,” *Nature* **161**, 777-778 (1948).
- 3). See, for example: K. Matsushima and S. Nakahara, “Extremely high-definition full-parallax computer-generated hologram created by the polygon-based method,” *Appl. Opt.* **48**, H54-H63 (2009).
- 4). See, for example: J. Rosen and G. Brooker, “Digital spatially incoherent Fresnel holography,” *Opt. Lett.* **32**, 912-914 (2007).
- 5). J. W. Goodman and R. W. Lawrence, “Digital image formation from electronically detected holograms,” *Appl. Phys. Lett.* **11**, 77-79 (1967).
- 6). T. Yokoyama, S. Yokoyama, K. Yoshimori, and T. Araki, “Sub-nanometer double sharing heterodyne interferometry for profiling large scale planar surfaces,” *Meas. Sci. Technol.* **15**, 2435-2443 (2004).
- 7). E. N. Leigh and J. Upatnieks, “Wavefront reconstruction and communication theory,” *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 1123-1130 (1962).
- 8). E. N. Leith and J. Upatnieks, “Wavefront reconstruction with continuous-tone objects,” *J. Opt. Soc. Am.* **53**, 1377-1381 (1963).
- 9). E. N. Leith and J. Upatnieks, “Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects,” *J. Opt. Soc. Am.* **54**, 1295-1301 (1964).
- 10). T. Kakue, R. Yonesaka, T. Tahara, Y. Awatsuji, K. Nishio, S. Ura, T. Kubota, and O. Matoba, “High-speed phase imaging by parallel phase-shifting digital holography,” *Opt. Lett.* **36**, 4131-4133 (2011).
- 11). 田原樹, 菊池修平, 新井泰彦, 高木康博, “波長情報の選択的抽出可能な位相シフト干渉法と単一単色撮像素子を用いたカラー3次元イメージングへの応用,” *Optics and photonics Japan 2013 講演予稿集*, 13aE9 (2013).
- 12). A.A Michelson, “On the application of interference method to spectroscopic measurements,” *Philos. Mag.* **531**, 338-346 (1891).
- 13). A.A Michelson, “On the application of interference method to astronomical measurement,” *Astrophs. J.* **51**, 257 (1920).

- 14). K. Itoh and Y. Ohtsuka, "Fourier-transform spectral imaging; retrieval of source information from three-dimensional spatial coherence," *J. Opt. Soc. Am. A* **3**, 93-100 (1986).
- 15). J. Rosen and A. Yariv, "General theorem of spatial coherence: application to three-dimensional imaging," *J. Opt. Soc. Am. A* **13**, 2091-2095 (1996).
- 16). J. Rosen and A. Yariv, "Three-dimensional imaging of random radiation sources," *Opt. Lett.* **21**, 1011-1013 (1996).
- 17). J. Rosen and A. Yariv, "Reconstruction of longitudinal distributed incoherent sources," *Opt. Lett.* **21**, 1803-1805 (1996).
- 18). D. N. Naik, G. Pedrini, and W. Osten, "Recording of incoherent-object hologram as complex spatial coherence function using Sagnac radial shearing interferometer and a Pockels cell," *Opt. Express* **21**, 3990-3996 (2013).
- 19). M. K. Kim, "Full color natural light holographic camera," *Opt. Express* **21**, 9636-9642 (2013).
- 20). H. Arimoto, K. Yoshimori, and K. Itoh, "Retrieval of the cross-spectral density propagating in free space," *J. Opt. Soc. Am. A* **16**, 2447-2452 (1999).
- 21). H. Arimoto, K. Yoshimori, and K. Itoh, "Passive interferometric 3-D imaging and incoherent gating," *Opt. Commun.* **170**, 319-329 (1999).
- 22). H. Arimoto, K. Yoshimori, and K. Itoh, "Interferometric three-dimensional imaging based on retrieval generalized radiance distribution," *Opt. Rev.* **7**, 25-33 (2000).
- 23). D. L. Marks, R. A. Stack, and D. J. Brady, "Three-dimensional coherence imaging in the Fresnel domain," *Appl. Opt.* **38**, 1332-1342 (1999).
- 24). D. L. Marks, R. A. Stack, D. J. Brady, D. C. Munson Jr., and R. B. Brady, "Visible cone-beam tomography with a lensless interferometric camera," *Science* **284**, 2164-2166 (1999).
- 25). K. Yoshimori, "Interferometric spectral imaging for three-dimensional objects illuminated by a natural light source," *J. Opt. Soc. Am. A* **18**, 765-770 (2001).
- 26). M. Sasamoto and K. Yoshimori, "First experimental report on fully passive interferometric three-dimensional imaging spectrometry," *Jan. J. Appl. Phys.* **48**, 09LB03-1-09LB03-4 (2009).

- 27). M. Sasamoto and K. Yoshimori, "Three-dimensional imaging spectrometry by fully passive interferometry," *Opt. Rev.* **19**, 29-33 (2012).
- 28). S. Teeranutrannont and K. Yoshimori, "Digital holographic three-dimensional imaging spectrometry," *Appl. Opt.* **52**, A388-A296 (2013).
- 29). T. Hashimoto, A. Hirai, and K. Yoshimori, "Fully interferometric three-dimensional imaging spectrometry using hyperbolic-type volume interferogram," *Appl. Opt.* **52**, 1497-1504 (2013).
- 30). 吉村武晃, 「光情報工学の基礎」, 初版, pp.1-48, コロナ社 東京, (2000).
- 31). M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*, 4th ed., pp. 499-503, Cambridge Univ. Press, Cambridge U.K., (1970).
- 32). 伊東一良(編著), 「分光画像入門」, 初版, pp.112-114, 朝倉書店 東京, (2013).
- 33). See, for example: pp.503-505 in Ref. 31).
- 34). See, for example: pp.508-513 in Ref. 31).
- 35). See, for example: pp.21-24 in Ref. 32).
- 36). J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 3rd ed., pp. 66-68, Roberts and Co. Publishers, Colorado U.S.A., (2005).
- 37). See, for example: pp.117-119, in Ref. 32).
- 38). See, for example: pp.18-22 in Ref. 36).
- 39). See, for example: pp.393-395 in Ref. 31).
- 40). See, for example: pp.158-160 in Ref. 36).
- 41). See, for example: pp.152-153 in Ref. 30).
- 42). M. Abramowitz and I. A. Stegun, eds., *Handbook of mathematical functions: with formulas, graphs, and mathematical tables*, 1972 edition, pp.300-301, Dover publications, New York U.S.A., (1972).
- 43). K. Yoshimori, A. Hirai, T. Inoue, K. Itoh, and Y. Ichioka, "Effects of a linear edge on optical imaging," *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 981-990 (1995).

Appendix A コヒーレントモード展開

時間的に定常な光の場において、ある時空の2点における時空間相関関数は、

$$\Gamma(\mathbf{r}', t', \mathbf{r}, t) = \langle V^*(\mathbf{r}', t') V(\mathbf{r}, t) \rangle, \quad (\text{A-1})$$

と表される(2.4.2節式(2.17)参照). ここでは、 $(\mathbf{r}_1, t_1) \rightarrow (\mathbf{r}', t')$ 、 $(\mathbf{r}_2, t_2) \rightarrow (\mathbf{r}, t)$ と置き換えている. 光の場 $V(\mathbf{r}, t)$ は次の波動方程式、

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) V(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (\text{A-2})$$

を満たすから、式(A-1)の Γ は次の2重波動方程式を満たす：

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \Gamma(\mathbf{r}', t', \mathbf{r}, t) = 0, \quad (\text{A-3a})$$

$$\left(\nabla'^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \right) \Gamma(\mathbf{r}', t', \mathbf{r}, t) = 0. \quad (\text{A-3b})$$

光の場が時間的に定常な場合、式(A-3)は、

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau) = 0, \quad (\text{A-4a})$$

$$\left(\nabla'^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau) = 0, \quad (\text{A-4b})$$

と表される. ここで、 $\tau = t - t'$ である. 式(A-4a)に式(2.23)を代入すると、

$$0 = \left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right) \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau) = \int_0^\infty \left[\nabla^2 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right] W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega\tau) d\omega, \quad (\text{A-5})$$

が得られる. これが任意の時間差 τ に関して成り立つから、

$$(\nabla^2 + k^2)W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (\text{A-6})$$

でなければならない. 式(A-6)をヘルムホルツの方程式という. 同様に、式(A-4b)から、

$$(\nabla'^2 + k^2)W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (\text{A-7})$$

も導かれる。式(A-6), 式(A-7)から相互スペクトル密度は, \mathbf{r}' , \mathbf{r} に関する 2 重ヘルムホルツ方程式を満たすことがわかる。

次に, 式(A-1)の時空間相関関数は一般に,

$$[\Gamma(\mathbf{r}', t', \mathbf{r}, t)]^* = \langle V^*(\mathbf{r}, t) V(\mathbf{r}', t') \rangle = \Gamma(\mathbf{r}, t, \mathbf{r}', t'), \quad (\text{A-8})$$

を満たす。時間的に定常な場では, この関係は $[\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau)]^* = \Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}', -\tau)$ となるから式(2.24)より,

$$[W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega)]^* = W(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega), \quad (\text{A-9})$$

が成り立つ。そこで, この相互スペクトル密度 W を連続的な添字 \mathbf{r}' , \mathbf{r} をもつ無限次元の行列と見なすと, これはエルミート行列である(エルミート行列とは, 要素が複素数である正方行列であり, 自身の転置共役と一致する行列をいう)。したがって, あるユニタリー行列 L を用いて対角化(ユニタリー変換)できるはずである。この関係はシンボリックに,

$$LWL^\dagger = \mathcal{O}^\dagger, \quad (\text{A-10a})$$

$$LL^\dagger = L^\dagger L = 1, \quad (\text{A-10b})$$

と書かれる。ここで † はエルミート共役(転置共役)を表し, $L^\dagger = L^*$ である。また, W は式(A-9)よりエルミートのであるから $W^\dagger = W$ を満たしている。そこで, W , L , および対角行列 \mathcal{O}^\dagger の行列要素をそれぞれ,

$$(W)_{\mathbf{r}', \mathbf{r}} = W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega), \quad (\text{A-11a})$$

$$(L)_{m, \mathbf{r}} = \psi_m(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{A-11b})$$

$$(\mathcal{O}^\dagger)_{m', m} = w_m \delta_{m', m}, \quad (\text{A-11c})$$

と書くことにする。ここで, $\delta_{m', m}$ はクロネッカーのデルタ記号である。連続的な添字に関する和は積分となることに注意すると, 式(A-10a)の行列要素は,

$$\begin{aligned} (LWL^\dagger)_{m', m} &= \int (L)_{m', \mathbf{r}'} (W)_{\mathbf{r}', \mathbf{r}} (L^\dagger)_{\mathbf{r}, m} d^3 r d^3 r' \\ &= \int \psi_{m'}(\mathbf{r}', \omega) W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \psi_m^*(\mathbf{r}, \omega) d^3 r d^3 r' \\ &= (\mathcal{O}^\dagger)_{m', m} = w_m \delta_{m', m}, \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

と書かれる。ここで、式(A-11)を用いた。したがって、

$$\int \psi_{m'}(\mathbf{r}', \omega) W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \psi_m^*(\mathbf{r}, \omega) d^3 r d^3 r' = w_m \delta_{m', m}, \quad (\text{A-13})$$

が成り立つ。また、同様に式(A-10b)の行列要素を調べると、

$$(LL^\dagger)_{m', m} = \int (L)_{m', r} (L^\dagger)_{r, m} d^3 r = \int \psi_{m'}(\mathbf{r}, \omega) \psi_m^*(\mathbf{r}, \omega) d^3 r = \delta_{m', m}, \quad (\text{A-14a})$$

$$(L^\dagger L)_{r', r} = \sum_m (L^\dagger)_{r', m} (L)_{m, r} = \sum_m \psi_m^*(\mathbf{r}', \omega) \psi_m(\mathbf{r}, \omega) = \delta^3(\mathbf{r}' - \mathbf{r}), \quad (\text{A-14b})$$

が成り立つ。そこで、式(A-13)の両辺に $\psi_m(\mathbf{r}'', \omega)$ を乗算し m に関する和をとり、式(A-14b)の第2表式を利用して \mathbf{r}' に関する積分を実行すると、左辺(Left-Hand-Side: LHS)、右辺(Right-Hand-Side: RHS)はそれぞれ、

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sum_m \int \psi_{m'}(\mathbf{r}', \omega) W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \psi_m^*(\mathbf{r}, \omega) \psi_m(\mathbf{r}'', \omega) d^3 r d^3 r' \\ &= \int \psi_{m'}(\mathbf{r}', \omega) W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \sum_m \psi_m^*(\mathbf{r}, \omega) \psi_m(\mathbf{r}'', \omega) d^3 r d^3 r' \\ &= \int \psi_{m'}(\mathbf{r}', \omega) W(\mathbf{r}', \mathbf{r}'', \omega) d^3 r', \end{aligned} \quad (\text{A-15a})$$

$$\text{RHS} = \sum_m w_m \delta_{m', m} \psi_m(\mathbf{r}'', \omega) = w_{m'} \psi_{m'}(\mathbf{r}'', \omega), \quad (\text{A-15b})$$

を得る。ここで、改めてパラメーターを $\mathbf{r}'' \rightarrow \mathbf{r}$ 、 $m' \rightarrow m$ と置き換えると、 $\psi_m(\mathbf{r}, \omega)$ の満たす第2フレドホルム積分方程式、

$$\int W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \psi_m(\mathbf{r}', \omega) d^3 r' = w_m \psi_m(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{A-16})$$

が得られる。次に、式(A-16)の両辺に $\psi_m^*(\mathbf{r}'', \omega)$ を乗算し m に関する和をとり、再び式(A-14b)を利用して \mathbf{r}' に関する積分を実行すると、

$$\begin{aligned} \text{LHS} &= \sum_m \int W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \psi_m(\mathbf{r}', \omega) \psi_m^*(\mathbf{r}'', \omega) d^3 r' \\ &= \int W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) \sum_m \psi_m(\mathbf{r}', \omega) \psi_m^*(\mathbf{r}'', \omega) d^3 r' \\ &= W(\mathbf{r}'', \mathbf{r}, \omega), \end{aligned} \quad (\text{A-17a})$$

$$\text{RHS} = \sum_m w_m \psi_m(\mathbf{r}, \omega) \psi_m^*(\mathbf{r}'', \omega), \quad (\text{A-17b})$$

を得る．そして，パラメーターを $\mathbf{r}'' \rightarrow \mathbf{r}'$ とおくと，

$$W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) = \sum_m w_m \psi_m^*(\mathbf{r}', \omega) \psi_m(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{A-18})$$

が得られる．式(A-18)を相互スペクトル密度 $W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega)$ のコヒーレントモード展開といい，式(A-16)を満たす $\psi_m(\mathbf{r}, \omega)$ を $W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega)$ のコヒーレントモードという．

コヒーレントモードは式(A-14)より正規直交基底の条件を満足すると考えられるから，角周波数 ω を持つ任意の光の場における単色成分 $U(\mathbf{r}, \omega)$ を $\psi_m(\mathbf{r}, \omega)$ で展開することができる：

$$U(\mathbf{r}, \omega) = \sum_m a_m \psi_m(\mathbf{r}, \omega). \quad (\text{A-19})$$

ここで a_m は展開係数である．いま，ある光の場における単色成分 $U(\mathbf{r}, \omega)$ を考え，これを $\psi_m(\mathbf{r}, \omega)$ で展開したときの展開係数 a_m が $m \neq m'$ のとき独立で，

$$\langle a_m, a_m \rangle = w_m \delta_{m', m}, \quad (\text{A-20})$$

を満たすものを考える．ここで， w_m は式(A-16)で与えられる積分方程式の固有値である．このような $U(\mathbf{r}, \omega)$ を利用すると，コヒーレントモード展開された相互スペクトル密度(A-18)は次のように書き換えられる：

$$\begin{aligned} W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) &= \sum_m w_m \psi_m^*(\mathbf{r}', \omega) \psi_m(\mathbf{r}, \omega) \\ &= \sum_{m, m'} \langle a_{m'}, a_m \rangle \psi_{m'}^*(\mathbf{r}', \omega) \psi_m(\mathbf{r}, \omega) \\ &= \left\langle \sum_{m'} a_{m'}^* \psi_{m'}^*(\mathbf{r}', \omega) \sum_m a_m \psi_m(\mathbf{r}, \omega) \right\rangle \\ &= \langle U^*(\mathbf{r}', \omega) U(\mathbf{r}, \omega) \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A-21})$$

時間的に定常な光の場は普通の関数としてフーリエ変換 $\tilde{V}(\mathbf{r}, \omega)$ をもたなかった．しかし，式(A-19)の $U(\mathbf{r}, \omega)$ は 2.4.3 節式(2.20b)の $\tilde{V}(\mathbf{r}, \omega)$ とは異なり普通の関数である．また，式(A-6)，(A-7)，(A-21)から $U(\mathbf{r}, \omega)$ はヘルムホルツ方程式，

$$(\nabla^2 + k^2)U(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (\text{A-22})$$

を満たすから，単色光成分における通常の複素振幅と解釈される．そこで，式(2.22)によると相互スペクトル密度は δ 関数を用いて形式的に，

$$W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) = \frac{\langle \tilde{V}^*(\mathbf{r}', \omega) \tilde{V}(\mathbf{r}, \omega) \rangle}{\delta(0)}, \quad (\text{A-23})$$

と表される。

最後に、式(A-18)におけるコヒーレントモード $\psi_m(\mathbf{r}, \omega)$ とコヒーレンス度(2.4.2節および2.4.4節参照)との関係について考える。

時間的に定常な光の場 $V(\mathbf{r}, t)$ において、時空の2点における相関係数は、複素相互コヒーレンス度として、

$$\gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau) = \frac{\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau)}{\sqrt{\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}', 0)} \sqrt{\Gamma(\mathbf{r}, \mathbf{r}, 0)}}, \quad (\text{A-24})$$

と表される(2.4.2節式(2.19)参照)。また、光の場における単色成分 $U(\mathbf{r}, \omega)$ に関しての相関係数をスペクトル領域で扱うと、複素スペクトルコヒーレンス度として、

$$\mu_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \frac{W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r})}{\sqrt{W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}')} \sqrt{W_\omega(\mathbf{r}, \mathbf{r})}}, \quad (\text{A-25})$$

と表される(2.4.4節式(2.37)参照)。いま、光の場 $V(\mathbf{r}, t)$ において、ある角周波数 ω をもつ単色成分からの寄与が支配的で、他の角周波数成分からの寄与がほとんどない場合、その場は単色と見なすことができ、 $V(\mathbf{r}, t)$ はよい近似で、

$$V(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r}, \omega) \exp(-i\omega t), \quad (\text{A-26})$$

と表される。また、相互コヒーレンス関数 $\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau)$ と相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r})$ は、おのおのの定義から、次の関係で結ばれていることが容易に示される：

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau) = W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \exp(-i\omega\tau). \quad (\text{A-27})$$

すなわち、相互コヒーレンス関数 Γ と相互スペクトル密度 W は、時間差 τ に関する位相因子に係ることを除くと等しい。したがって、式(A-24)、(A-25)、(A-27)から、

$$\gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, 0) = \mu_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}), \quad (\text{A-28})$$

である。また、光の場が常にコヒーレントであるための条件は $|\gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau)| = 1$ または $|\mu_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r})| = 1$ であった。つまり、このための必要十分条件は、相関関数がある関数 $v(\mathbf{r}, t)$ とその複素共役との積に因数分解されることである：

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \tau) = v^*(\mathbf{r}', t') v(\mathbf{r}, t). \quad (\text{A-29})$$

と表される。この条件をスペクトル領域で書けば、

$$W_{\omega}(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = u^*(\mathbf{r}', \omega)u(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{A-30})$$

となる。ここで、 $u(\mathbf{r}, \omega)$ は単色成分に関する複素振幅である。そこで、式(A-21)の第1表式において、 $m=0$ のとき $w_0 > 0$ であり、かつ $m \neq 0$ のときすべて $w_m = 0$ であると仮定する。そのとき、光の場には1つのコヒーレントモード $\psi_0(\mathbf{r}, \omega)$ のみが励起されている。このとき相互スペクトル密度は、

$$W(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) = w_0 \psi_0^*(\mathbf{r}', \omega) \psi_0(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{A-31})$$

と表される。そこで、

$$u(\mathbf{r}, \omega) = \sqrt{w_0} \psi_0(\mathbf{r}, \omega), \quad (\text{A-32})$$

とおくと、式(A-31)の相互スペクトル密度は式(A-30)の相互スペクトル密度と一致するから、光の場はコヒーレントである。すなわち、コヒーレントモード展開で現れるコヒーレントモードは、それが単独に現れると光の場は常にコヒーレントである。しかし、光の場に2つ以上のコヒーレントモードが同時に存在すると、相互スペクトル密度は式(A-30)の表式のように表すことはできない。この場合の光の場は、一般に部分コヒーレントとなる。

Appendix B 3次元相互スペクトル密度と 観測面における相互スペクトル密度の関係： Derivation of Eqs. (2.44) and (2.47)

2.5.1 節図 2.5 より測定される空間コヒーレンス関数は、角周波数 $\omega = ck$ とした相互スペクトル密度 W_ω の重ね合わせとして、

$$\begin{aligned} \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) &= \int_0^\infty W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) d\omega \\ &= \langle U^*(\mathbf{r}', \omega) U(\mathbf{r}, \omega) \rangle, \end{aligned} \quad (\text{B-1})$$

と表される(2.5.1 節式(2.43 参照)). このとき、位置 \mathbf{r} , \mathbf{r}' における光の場の単色成分を $U(\mathbf{r}, \omega)$, $U(\mathbf{r}', \omega)$ とし、次のように表すとする：

$$U(\mathbf{r}, \omega) = \frac{A(\mathbf{r}_s)}{R} \exp(ikR), \quad U(\mathbf{r}', \omega) = \frac{A(\mathbf{r}'_s)}{R'} \exp(ikR'). \quad (\text{B-2})$$

ここで、 $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|$, $R' = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_s|$ であり、 A は位置 \mathbf{r} , \mathbf{r}' における振幅を表す。また、 $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$, $\mathbf{r}'_s = (x'_s, y'_s, z'_s)$ である。したがって、式(B-1)の相互スペクトル密度 W_ω は、2.4.4 節式(2.29) - (2.33)を利用して、

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \int \frac{\langle A^*(\mathbf{r}'_s) A(\mathbf{r}_s) \rangle}{RR'} \exp[ik(R - R')] d^3r_s d^3r'_s, \quad (\text{B-3})$$

と表される。光源が空間的にインコヒーレントな場合、異なる位置における振幅 $A(\mathbf{r}_s)$, $A(\mathbf{r}'_s)$ は相関を持たないから、

$$\frac{\langle A^*(\mathbf{r}'_s) A(\mathbf{r}_s) \rangle}{RR'} = S_\omega(\mathbf{r}_s) \delta(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}'_s), \quad (\text{B-4})$$

と書かれる。したがって、式(B-4)を式(B-3)に代入することにより、

$$\begin{aligned} W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) &= \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[ik(R - R')] \delta(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}'_s) d^3r_s d^3r'_s \\ &= \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[ik(R - R')] d^3r_s, \end{aligned} \quad (\text{B-5})$$

と表される。ここで、 $S_\omega(\mathbf{r}_s)$ は \mathbf{r}_s における測定対象のスペクトル密度である。また、 R , R' は、 $z_0 \gg Z$ と仮定し近軸近似を利用することにより、

$$\begin{aligned}
 R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s| &= \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z_0 + Z - z_s)^2} \\
 &= z + Z + \frac{1}{2Z} [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2],
 \end{aligned} \tag{B-6a}$$

$$\begin{aligned}
 R' = |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_s| &= \sqrt{(0 - x_s)^2 + (0 - y_s)^2 + (z_0 - z_s)^2} \\
 &= z + \frac{1}{2z} (x_s^2 + y_s^2),
 \end{aligned} \tag{B-6b}$$

と近似される。これを式(B-5)に代入すると、

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = \exp(ikZ) \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp\left\{ \frac{ik}{2Z} [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 - x_s^2 - y_s^2] \right\} d^3r_s, \tag{B-7}$$

が得られる。また、 $z = z_0 - z_s$ は測定対象の奥行きを表す。ここで、式(B-7)に対して位置ベクトル \mathbf{r} を $Z = 0$ にシフトした $\mathbf{r}'' = (x, y, z_0)$ を導入する。このとき、 \mathbf{r}_s から \mathbf{r}'' までの距離は、 $R'' = |\mathbf{r}'' - \mathbf{r}_s|$ であるから、

$$\begin{aligned}
 R'' = |\mathbf{r}'' - \mathbf{r}_s| &= \sqrt{(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2 + (z_0 - z_s)^2} \\
 &= z + \frac{1}{2z} [(x - x_s)^2 + (y - y_s)^2],
 \end{aligned} \tag{B-8}$$

と表される。したがって、式(B-7)は、

$$\begin{aligned}
 W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}) &= \exp(ikZ) \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[ik(R'' - R')] \\
 &= \exp(ikZ) W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}''),
 \end{aligned} \tag{B-9}$$

と表される(2.5.1 節式(2.44))。これにより、光路差 Z により導入される2光波間の光軸方向に関する位相差は単に、相互スペクトル密度 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ との積として表せることがわかる。式(B-9)を式(B-1)に代入すると、

$$\Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) = c \int_0^\infty W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') \exp(ikZ) dk, \tag{B-8}$$

を得る(2.5.1 節式(2.45))。また、 $W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'')$ に関して解くと、

$$W_\omega(\mathbf{r}', \mathbf{r}'') = \frac{1}{2\pi c} \int_0^\infty \Gamma(\mathbf{r}', \mathbf{r}) \exp(-ikZ) dZ, \tag{B-9}$$

と表すこともできる(2.5.1 節式(2.46))。

Appendix C 4次元インパルス応答関数の 解析的導出: Derivation of Eq. (6.17)

S-type 法により測定される空間コヒーレンス関数は,

$$\begin{aligned}
 \Gamma(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}) &= c \int_0^\infty \exp(ik_s Z) dk \int S_\omega(\mathbf{r}_s) \exp[i(k_{sx}X + k_{sy}Y)] \exp\left(ik_s \frac{X^2 + Y^2}{2z}\right) d^3r_s \\
 &= c \int_0^\infty \exp(ik_s Z) W(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}_\perp; \omega_s) dk, \quad (\text{C-1})
 \end{aligned}$$

と表される(3.3.2 節式(3.9)参照). ここで, $\mathbf{R}_0 = (0, 0, z_0)$ は観測面 ($z = z_0$) の原点である. また, $\boldsymbol{\rho} = (X, Y, Z) = (\boldsymbol{\rho}_\perp, Z)$ であり, これは \mathbf{R}_0 からみた 3 次元的なシアであり, 体積インターフェログラム中の位置を指定する座標でもある. また, 体積インターフェログラムのサイズと厚みは $l_x \times l_y \times l_z$ と仮定されている.

測定対象を $\mathbf{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ の位置にある, 角周波数 $\omega_s = ck_s$ をもつ単色点光源とする. また, 下付き添字 s は測定対象に依存したパラメーターであることを示す. そして, ある角周波数 $\omega_i = ck_i$ における再生像の位置を指定する 3 次元空間ベクトルを $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$ とし, 下付き添字 i は, 再生像に関するパラメーターであることを示す.

以下に, 4次元インパルス応答関数の導出の過程について示す. S-type 法による測定の流れはすでに 6.4 節にて示している. 分光立体像再生のためにまず, 測定された体積インターフェログラムを Z に関してフーリエ変換を行う. よって, 式(C-1) の Γ のフーリエ変換を $\mathcal{F}[\Gamma]$ とすると,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}[\Gamma] &= \frac{1}{2\pi c} \int_{-l_z/2}^{l_z/2} \Gamma(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}) \exp(-ik_i Z) dZ \\
 &= \frac{1}{2\pi c} W(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}_\perp; \omega_s) \int_{-l_z/2}^{l_z/2} \exp[i(k_s - k_i)Z] dZ \\
 &= \frac{l_z}{2\pi c} \text{sinc}\left[\frac{l_z}{2}(k_s - k_i)\right] W(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}_\perp; \omega_s), \quad (\text{C-2})
 \end{aligned}$$

と表される. 式(C-2)の第 3 表式中に表れる sinc 関数は, スペクトル領域における応答を表す. ここで, $\text{sinc } x = (\sin x)/x$ と定義されていることに注意する.

次に、式(C-2)において再生角周波数を $\omega_s = \omega_i$ とすると、

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[\Gamma] \Big|_{\omega_s = \omega_i} &= \frac{l_z}{2\pi c} W(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}_\perp; \omega_s) \\ &= \frac{l_z}{2\pi c} \exp\{i(\mathbf{k}_{s\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}_\perp)\} \exp\left\{ik_s \frac{\boldsymbol{\rho}_\perp^2}{2z}\right\}, \end{aligned} \quad (\text{C-3})$$

と表される。ここで、再生角周波数を $\omega_s = \omega_i$ としているため、 $\mathbf{k}_{s\perp} = (k_{sx}, k_{sy})$ は近軸近似の範囲で次のように表される：

$$k_{sx} = -\frac{k_s}{z} x_s = -\frac{k_i}{z} x_s, \quad k_{sy} = -\frac{k_s}{z} y_s = -\frac{k_i}{z} y_s. \quad (\text{C-4})$$

次に、相互スペクトル密度から3次元像を再生するわけであるが、ここではフレネル回折積分法を用いている。よって、再生像は式(2.51)から、

$$\begin{aligned} O(\mathbf{r}_i; \omega_i) &= \frac{l_z}{2\pi c} \int W(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_0 + \boldsymbol{\rho}_\perp; \omega_s) \exp\left(-ik_i \frac{\boldsymbol{\rho}_\perp^2}{2z_i}\right) \exp[-i(\mathbf{k}_{i\perp} \cdot \boldsymbol{\rho}_\perp)] d\rho_\perp \\ &= \frac{l_z}{2\pi c} \int_{-l_x/2}^{l_x/2} \int_{-l_y/2}^{l_y/2} \exp\{i(k_{sx}X + k_{sy}Y)\} \exp\left\{ik_i \frac{X^2 + Y^2}{2z}\right\} \\ &\quad \times \exp\{-i(k_{ix}X + k_{iy}Y)\} \exp\left\{-ik_i \frac{X^2 + Y^2}{2z_i}\right\} dXdY, \end{aligned} \quad (\text{C-5})$$

と表される。ここで、 $\mathbf{k}_{i\perp} = (k_{ix}, k_{iy})$ は、

$$k_{ix} = -\frac{k_i}{z_i} x_i, \quad k_{iy} = -\frac{k_i}{z_i} y_i, \quad (\text{C-6})$$

である。式(C-5)は z と z_i の値により3つの場合に分けられる。

まず、 $z = z_i$ の場合を考える。この場合、

$$O(\mathbf{r}_i; \omega_i) = \frac{l_x l_y l_z}{2\pi c} \text{sinc}\left\{\frac{l_x}{2}(k_{sx} - k_{ix})\right\} \text{sinc}\left\{\frac{l_y}{2}(k_{sy} - k_{iy})\right\}, \quad (\text{C-7})$$

が得られる。 $z = z_i$ であるから、 $O(\mathbf{r}_i; \omega_i)$ はインフォーカス像である。したがって、式(C-7)中に現れる2つのsinc関数は、横方向(x , y 方向)の応答を表す。

次に、 $z \neq z_i$ の場合を考える。式(C-5)において X に関する因子を取り出すと、

$$\int_{-l_x/2}^{l_x/2} \exp\{i(k_{sx} - k_{ix})X\} \exp\left\{i \frac{k_i}{2} \left(\frac{1}{z} - \frac{1}{z_i}\right) X^2\right\} dX, \quad (\text{C-8})$$

と表される．式(C-8)を完全平方形に変形すると，

$$\int_{-l_x/2}^{l_x/2} \exp\left\{i \frac{k_i(z_i - z)}{2zz_i} \left[X + \frac{zz_i(k_{sx} - k_{ix})}{k_i(z_i - z)} \right]^2\right\} \exp\left[-i \frac{zz_i(k_{sx} - k_{ix})^2}{2k_i(z_i - z)}\right] dX, \quad (\text{C-9})$$

と表される．ここで，

$$\sqrt{\frac{k_i(z_i - z)}{2zz_i}} \left[X + \frac{zz_i(k_{sx} - k_{ix})}{k_i(z_i - z)} \right] = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \tau, \quad (\text{C-10})$$

とおくと，

$$\tau = \sqrt{\frac{k_i(z_i - z)}{\pi zz_i}} \left[X + \frac{zz_i(k_{sx} - k_{ix})}{k_i(z_i - z)} \right], \quad (\text{C-11})$$

$$d\tau = \sqrt{\frac{\pi zz_i}{k_i(z_i - z)}} dX, \quad (\text{C-12})$$

である．

ここで， $z_i - z$ のとりうる符号について考慮する．まず $z_i < z$ の場合， $z_i - z$ は負の値をとるから， $z_i - z = -|z_i - z|$ が成り立つ．このとき，式(C-11)，(C-12)は純虚数になることに注意する必要がある．したがって，式(C-11)，(C-12)を用いて式(C-9)を変形すると，

$$i \sqrt{\frac{\pi zz_i}{k_i|z_i - z|}} \exp\left[-i \frac{zz_i(k_{sx} - k_{ix})^2}{2k_i(z_i - z)}\right] \int_{i\alpha^-}^{i\alpha^+} \exp\left(i \frac{\pi}{2} \tau^2\right) d\tau, \quad (\text{C-13})$$

が得られる．ここで，積分範囲に表れる $\alpha^{(\pm)}$ は，

$$\alpha^{(\pm)} = \sqrt{\frac{k_i|z_i - z|}{\pi zz_i}} \left[\pm \frac{l_x}{2} + \frac{z_i z (k_{sx} - k_{ix})}{k_i(z_i - z)} \right], \quad (\text{C-14})$$

である．また，式(C-13)中の積分は，

$$\begin{aligned} \int_{i\alpha^-}^{i\alpha^+} \exp\left(i \frac{\pi}{2} \tau^2\right) d\tau &= \int_0^{i\alpha^+} \exp\left(i \frac{\pi}{2} \tau^2\right) d\tau - \int_0^{i\alpha^-} \exp\left(i \frac{\pi}{2} \tau^2\right) d\tau \\ &= S(\alpha^+) + iC(\alpha^+) - \{S(\alpha^-) + iC(\alpha^-)\}, \end{aligned} \quad (\text{C-15})$$

と表される．ここで， $C(x)$ ， $S(x)$ はフレネル積分であり，

$$C(x) = \int_0^x \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt, \quad S(x) = \int_0^x \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right) dt, \quad (\text{C-16})$$

と定義されている。さらに、式(C-16)を利用して、

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \left\{ \frac{1}{2} + C(x) + i \left[\frac{1}{2} + S(x) \right] \right\}, \quad (\text{C-17})$$

と表される関数 F を定義する。それにより式(C-15)の左辺は、

$$\int_{i\alpha^-}^{i\alpha^+} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau = i\sqrt{2} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \left[F^*(\alpha^+) - F^*(\alpha^-) \right], \quad (\text{C-18})$$

と表される。したがって、式(C-13), (C-18)より、

$$(-1) \sqrt{\frac{2\pi z z_i}{k_i |z_i - z|}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \exp\left[-i\frac{z z_i (k_{sx} - k_{ix})^2}{2k_i (z_i - z)}\right] \left[F^*(\alpha^+) - F^*(\alpha^-) \right], \quad (\text{C-19})$$

を得る。

次に、 $z_i > z$ の場合を考える。この場合、 $z_i - z$ は正であるから、 $z_i - z = |z_i - z|$ である。このとき、式(C-9)は、式(C-11), (C-12)を用いて、

$$\sqrt{\frac{\pi z z_i}{k_i |z_i - z|}} \exp\left[-i\frac{z z_i (k_{sx} - k_{ix})^2}{2k_i (z_i - z)}\right] \int_{\alpha^-}^{\alpha^+} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau, \quad (\text{C-20})$$

と表される。また、式(C-20)中の積分は、

$$\begin{aligned} \int_{\alpha^-}^{\alpha^+} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau &= \int_0^{\alpha^+} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau - \int_0^{\alpha^-} \exp\left(i\frac{\pi}{2}\tau^2\right) d\tau \\ &= C(\alpha^+) + iS(\alpha^+) - \{C(\alpha^-) + iS(\alpha^-)\}, \end{aligned} \quad (\text{C-21})$$

と表される。したがって、式(C-20)は、式(C-17), (C-21)より、

$$\sqrt{\frac{2\pi z z_i}{k_i |z_i - z|}} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \exp\left[-i\frac{z z_i (k_{sx} - k_{ix})^2}{2k_i (z_i - z)}\right] \left[F(\alpha^+) - F(\alpha^-) \right], \quad (\text{C-22})$$

を得る。

同様に、式(C-5)において Y に関する因子を取り出すと、 $z_i - z < 0$ の場合は、

$$(-1) \sqrt{\frac{2\pi z z_i}{k_i |z_i - z|}} \exp\left(-i\frac{\pi}{4}\right) \exp\left[-i\frac{z z_i (k_{sy} - k_{iy})^2}{2k_i (z_i - z)}\right] \left[F^*(\beta^+) - F^*(\beta^-) \right], \quad (\text{C-23})$$

また, $z_i - z > 0$ の場合は,

$$\sqrt{\frac{2\pi z z_i}{k_i |z_i - z|}} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \exp\left[-i\frac{z z_i (k_{sy} - k_{iy})^2}{2k_i (z_i - z)}\right] \left[\mathcal{F}(\beta^+) - \mathcal{F}(\beta^-) \right], \quad (\text{C-24})$$

が得られる. ここで,

$$\beta^{(\pm)} = \sqrt{\frac{k_i |z_i - z|}{\pi z z_i}} \left[\pm \frac{l_y}{2} + \frac{z' z (k_{sy} - k_{iy})}{k_i (z_i - z)} \right], \quad (\text{C-25})$$

である. 以上のことをふまえ, ある広がりを持った多色物体からの再生像は, 式(C-19)および式(C-22) - (C-24)より,

$$O(\mathbf{r}_i; \omega_i) = \int S(\mathbf{r}_s; \omega_s) h(\mathbf{r}_i, \omega_i; \mathbf{r}_s, \omega_s) d^3 r_s d\omega_s, \quad (\text{C-26})$$

と表される. ここで, $h(\mathbf{r}_i, \omega_i; \mathbf{r}_s, \omega_s)$ は S-type 法における 4次元インパルス応答関数であり,

$$\begin{aligned} h(\mathbf{r}_i, \omega_i; \mathbf{r}_s, \omega_s) &= \frac{l_x l_y l_z z z_i}{\omega_i |z_i - z|} \exp^{(*)} \left(i\frac{\pi}{2} \right) \\ &\quad \times \exp \left\{ -i\frac{z z_i}{2k_i (z_i - z)} \left[(k_{sx} - k_{ix})^2 - (k_{sy} - k_{iy})^2 \right] \right\} \\ &\quad \times \text{sinc} \left[\frac{l_z}{2} (k_s - k_i) \right] \text{sinc} \left[\frac{l_x}{2} (k_{sx} - k_{ix}) \right] \text{sinc} \left[\frac{l_y}{2} (k_{sy} - k_{iy}) \right] \\ &\quad \times \left[\mathcal{F}^{(*)}(\alpha^+) - \mathcal{F}^{(*)}(\alpha^-) \right] \left[\mathcal{F}^{(*)}(\beta^+) - \mathcal{F}^{(*)}(\beta^-) \right]. \end{aligned} \quad (\text{C-27})$$

と表される. ここで, 上付き添字(*)は $z_i - z < 0$ のとき現れ, 複素共役を意味する.

本研究に特に関連深い

原著論文，国際会議抄録および研究報告

【本人発表分】

1. 学術論文

- 1). M. Obara and K. Yoshimori, "Coherence three-dimensional imaging spectrometry based on measurement of rotated-hyperbolic volume interferograms," Opt. Rev. **21**, (in press) (2014).

2. 国際会議抄録 (Oral)

- 1). M. Obara and K. Yoshimori, "Digital holographic three-dimensional imaging spectrometry based on rotated-hyperbolic type volume interferogram," Proceedings of the international society for optics and photonics (SPIE) **8883**, International Conference on Photonics Solutions 2013 (ICPS2013), Pattaya, Thailand, 26-28 May, 888319-1-888319-4 (2013).

3. 解説論文

- 1). 小原正樹, 吉森久, 「ホログラムによる再生像の3次元点広がり関数～3次元イメージングの分解能とは～」, 『O plus E』第36巻 第5号, pp. 538-544, アドコム・メディア株式会社 東京, (2014).

3. 口頭発表 (本人発表分)

- 1). 小原正樹, 吉森久, "3次元干渉分光イメージングにおける像再生法," 計測自動制御学会東北支部 第272回研究集会, 272-1 (2012. 5. 30).
- 2). 小原正樹, 吉森久, "回転双曲面型体積インターフェログラムを利用したデジタルホログラフィック分光立体映像法," 日本光学会年次学術講演会 Optics and Photonics Japan 2012 講演予稿集, 23aD7 (2012. 10. 23-25).
- 3). 小原正樹, 斎藤崇浩, 澤田圭菜, 吉森久, "デジタルホログラフィック分光立体映像法における4次元インパルス応答関数の厳密解," 第60回応用物理学会春期学術講演会 講演予稿集, 28a-A2-4 (2013. 3. 27-30).

- 4). 小原正樹, シラウイットティーラヌタラーノン, 吉森久, “全干渉型 3 次元イメージング分光法における解析的な 4 次元インパルス応答,” 日本光学会年次学術講演会 Optics and Photonics Japan 2013 講演予稿集, 13aE7 (2013. 11. 12-14).
- 5). 小原正樹, シラウイットティーラヌタラーノン, 橋本哲弥, 吉森久, “3 次元イメージング分光法: 空間的にインコヒーレントな多色物体の分光立体像再生,” 日本光学会年次学術講演会 Optics and Photonics Japan 2014, (2014. 11. 5-7) (invited).

【共著】

- 1). K. Yoshimori, M. Obara, T. Hashimoto, and S. Teeranutranton, “Interferometric hyper-multispectral three-dimensional imaging,” Proceedings of the International Seminar Optics and Photonics, Issyk-Kul, Kyrgyzstan, 12-14 September, 82-84 (2012) (invited).
- 2). シラウイットティーラヌタラーノン, 小原正樹, 吉森久, “デジタル分光ホログラフィーにおける奥行き分解能と結像特性,” 日本光学会年次学術講演会 Optics and Photonics Japan 2013 講演予稿集, 14aE5 (2013. 11. 12-14)
- 3). 斎藤崇浩, 小原正樹, 吉森久, “RH 型 3 次元干渉分光イメージング法: 白色面光源への適用,” 第 61 回応用物理学会春期学術講演会 講演予稿集, 18a-E4-10 (2014. 3. 17-20).
- 4). シラウイットティーラヌタラーノン, 小原正樹, 吉森久, “デジタル分光ホログラフィーの 3 次元分解能に関する考察,” 日本光学会年次学術講演会 Optics and Photonics Japan 2014, (2014. 11. 5-7) (submitted).