

無段変速機用四節リンク機構の運動解析

Movement analysis of four linkage mechanism for CVT

○ 佐藤 悠貴*, 高橋泰輔*, 湯川 俊浩*

○ Y.Sato*, T.takahashi*, T.Yukawa*

*岩手大学工学部機械システム工学科

Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Iwate University

キーワード：無段変速機 (Continuously Variable Transmission), 四節リンク機構 (Four Linkage mechanism), てこ・クランク機構 (Lever-Crank Mechanism)

連絡先：〒019-621-6403, FAX：019-621-6403, E-mail：yukawat@iwate-u.ac.jp

1. 緒言

自動車の変速機の一つ、CVT (無段変速機: Continuously Variable Transmission) は MT や AT と異なり無段階に変速が可能であることから理論上効率のよい変速機とされている。しかし、現在のベルト式 CVT といった形式の CVT は歯車を用いない摩擦伝動方式であるため、動力損失、磨耗、騒音などが生じたり、高トルクの制御が難しいといった問題がある。

そこで、本論文では、大排気量車や大型船舶¹⁾などのような高トルク負荷のかかる状態での無段変速を実現するための、摩擦伝動方式を用いない無段変速機として、四節リンク機構を用いた CVT (以下、L-CVT とする) を開発している²⁻⁵⁾。本論文では、CVT に用いるための四節リンク機構について解析を行い、無段変速を実現するためのリンク伸縮制御法について考察する。

2. CVT の特徴

現在主流となっている CVT はベルト式 CVT である⁶⁾。ベルト式 CVT の長所は主に以下の二つである。i) 減速比の連続可変が可能であり、エンジン効率の良い回転域のみで運転でき、特に減速比の変化が大きい停止・発進を繰り返す市街地走行などに適していること。ii) 有段変速機に存在するような変速時のクラッチを繋ぐ際の衝撃がないことである。

ベルト式 CVT の短所は主に以下の二つである。i) プーリーとベルトの摩擦力によって動力が伝達される摩擦伝動方式であるため、許容トルクが低く、大トルクが発生する大排気量車やターボ車、4WD 車には採用が難しいこと。ii) ベルトとプーリー間のスリップによる伝達ロス、油圧機構のロスなどにより、伝達効率が低いことである。

3. L-CVT の基本構造

本論文で提案する L-CVT の概略図を図 1 に示す。L-CVT は、二つの四節リンク機構と呼ばれる機構 $abcd$, $a'b'c'd$ によって構成されている。エンジン側から回転運動が

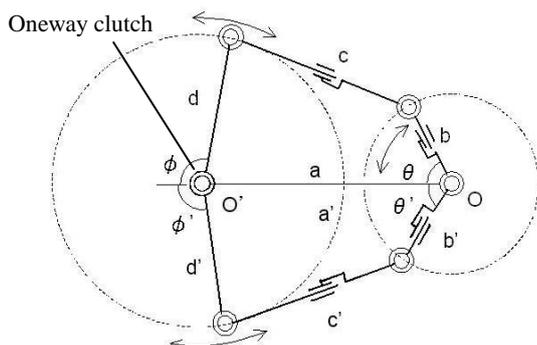


Fig. 1 The fundamental mechanism of L-CVT

直接入力される入力軸は O で、最終的に車輪軸側へ動力を伝達する出力軸は O' である。入出力軸で得られる入力角度 θ 、出力角度 ϕ より、回転数 (角速度) または入出力トルクの比を取ることで、L-CVT の系全体の減速比が決定される。

四節リンク機構とは、歯車などと同様に運動を伝達するためなどに用いられる機構である。四節リンク機構は、四つのリンクと、各リンク同士を連結する回り対偶によって構成されている。四つのリンク a , b , c として d は、各々の役割によって a : 固定リンク, b : 入力リンク, c : 連結リンク, d : 出力リンクと呼ばれる。本研究では、四節リンク機構の中でも特に、四つのリンク長さの条件により限定された、てこ・クランク機構 (早戻り機構) と呼ばれる機構を用いる。てこ・クランク機構の特徴は、入力軸 O' の回転によって入力リンク b が完全に回転するのに対して、出力リンク d は揺動することである。

てこ・クランク機構は、各リンク長さを連続的に変化させることで、出力リンク d の揺動角速度が変化し、それに伴って減速比も変化する。本研究では特に、連結リンク c の伸縮によって出力リンク d の揺動を等角速度に制御し、入力リンク b の伸縮によって出力リンク d の揺動速度を増減させることで連続的な変速 (無段変速) を目指している。

出力リンク d は往復運動をすることから、復路において逆回転の出力を伝達してしまう。ここで、ワンウェイクラッチ機構を出力軸部に搭載することで、逆回転時の出力を空転させ、順回転する往路のみを出力する方式を取っている。L-CVT に四節リンク機構を対称的に二つ配置したのは、各リンク機構の空転時の出力を、互いの順回転時の出力で補完し合うためである。

L-CVT はベルト式 CVT と異なり、摩擦伝動方式ではないことから、伝達効率の改善、許容トルクの向上などが期待できると考えられる。

4. 四節リンク機構の成立条件 / 角度 / 力 / 減速比

4-1. てこ・クランク機構の成立条件

四節リンク機構は入力リンクと出力リンクの運動によって、てこ・てこ機構、てこ・クランク機構、クランク・クランク機構の三つに大別される。この三つの機構は各リンク長さの条件による。本論文では、この中でてこ・クランク機構についての成立条件を以下に示す。

てこ・クランク機構であるためには、最短リンクが他のリンクに対して完全に回転できればよい。すなわち、最短リンクと他の一つのリンクの和は残りの二つのリンクの和より常に小さいことが必要条件となる。回転するリンクは入力リンク b であることから、リン

ク b を最短リンクとして以下の不等式が成立条件となる。

$$b+a < c+d \quad (1)$$

$$b+c < a+d \quad (2)$$

$$b+d < a+c \quad (3)$$

この三つの不等式は、四つのリンクの中で最長リンク長さを L_M とおくと一つの不等式で表すことができる⁷⁾。

$$b+L_M < a+c+d-L_M \quad (4)$$

(4)式より、最短リンク b の上限値 b_{\max} が得られる。

$$b_{\max} = a+c+d-2L_M \quad (5)$$

4-2. 四つのリンクがなす角度

てこ・クランク機構において、図2のように四つのリンクがなす角度 θ , θ' , θ'' , θ''' を定義する。また、四節リンク機構の入力リンク b と連結リンク c が直線をなすときのリンク配置を死点とよび、てこ・クランク機構においては、 θ''' が最大と最小の値をとるとき、 θ の二つの死点が存在する。 θ''' が最大値をとるとき θ を θ_1 、最小値をとるとき θ を θ_2 とする。 $\theta = \theta_1, \theta_2$ のとき、(死点のとき) 出力リンク d の往復が切り替わる。以下、出力リンク d の運動の様子から便宜的に、 $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ のときを往路、 $0 \leq \theta \leq \theta_1$ または $\theta_2 \leq \theta \leq 2\pi$ のときを復路と呼ぶことにする。

四節リンク機構は、自由度が1であることから、四つのリンク長さの一つの角度が決まれば、機構全体のリンク配置は決定される。したがって、四つのリンク長さ a, b, c, d と入力角度 θ によって、残りの三つの角度 θ' , θ'' , θ''' を決定できる。 θ' , θ'' , θ''' は余弦定理を用いて以下のように表すことができる

$$L = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta} \quad (6)$$

$$\alpha_1 = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 - b^2 + L^2}{2aL} \right) \quad (7)$$

$$\alpha_2 = \cos^{-1} \left(\frac{d^2 - c^2 + L^2}{2dL} \right) \quad (8)$$

$$\beta_1 = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 - a^2 + L^2}{2bL} \right) \quad (9)$$

$$\beta_2 = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 - d^2 + L^2}{2cL} \right) \quad (10)$$

$$\theta_2 = \pi + \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + (c-b)^2 - d^2}{2a(c-b)} \right) \quad (11)$$

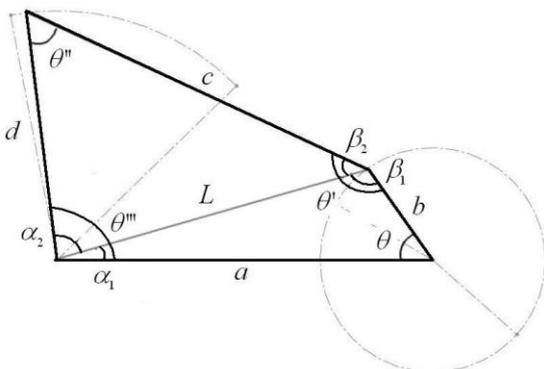


Fig. 2 Angle relationships in the lever crank mechanism

$$\theta' = \beta_1 + \beta_2 \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \quad (12)$$

$$\theta' = 2\pi - (\beta_2 - \beta_1) \quad (\pi \leq \theta \leq \theta_2) \quad (13)$$

$$\theta' = 2\pi - (\beta_1 - \beta_2) \quad (\theta_2 \leq \theta \leq 2\pi) \quad (14)$$

$$\theta'' = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 + d^2 - a^2 - b^2}{2cd} + \frac{ab}{cd} \cos\theta \right) \quad (15)$$

$$\theta''' = \alpha_1 + \alpha_2 \quad (0 \leq \theta \leq \pi) \quad (16)$$

$$\theta''' = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (\pi \leq \theta \leq 2\pi) \quad (17)$$

4-3. 入出力リンクにかかる力

てこ・クランク機構において、図3に示すように、連結リンク c を介して入力リンク b から出力リンク d へ伝達される力の関係について考える。入力リンク d が連結リンク c に伝達する力を F_i (F_i は常に入力リンク b に対して直交している)、連結リンク c にかかる内力を f (図のような向きを正とする)、最終的に出力リンク d に伝達される力を F_o (F_o は常に出力リンク d に対して直交している) とする。連結リンク c にかかる内力 f の中の、入力 F_i と対抗する方向の成分が、入力 F_i とつりあっていると考えると、(18)式が成り立つ。

$$f = \frac{F_i}{\cos\left(\theta' - \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{F_i}{\sin\theta'} \quad (18)$$

連結リンク c によって伝達された内力のうち、出力リンク d に垂直な方向の成分が最終的な出力と考えると、 F_o について (19)式が成り立つ。

$$F_o = f \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta''\right) = f \sin\theta'' \quad (19)$$

これらの力の関係式は、 $0 \leq \theta' \leq 2\pi$, $0 < \theta'' < \theta''_{\max}$ の全範囲で常に成り立つ。

4-4. 減速比

てこ・クランク機構における減速比は入出力におけるトルク、または角速度の比の二通りで表すことができる。減速比を R とし、まず入出力トルクについて考える。

入出力トルクをそれぞれ T_i , T_o とおくと、減速比 R は (20)式のように表せる。

$$R = \frac{T_o}{T_i} = \frac{dF_o}{bF_i} = \frac{d \sin\theta''}{b \sin\theta'} \quad (20)$$

つぎに入出力角速度をそれぞれ ω_i , ω_o とおくと、減速比 R は (21)式のようにも表現できる。

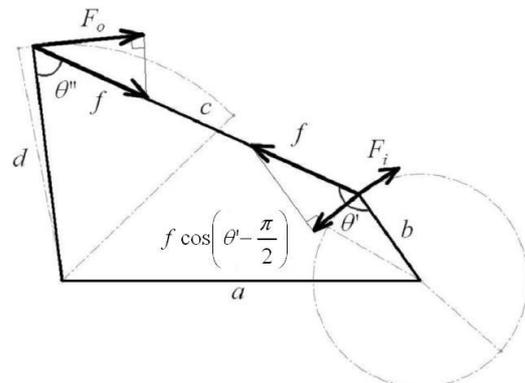


Fig. 3 Force relationships in the lever crank mechanism

$$R = \frac{\omega_i}{\omega_o} \quad (21)$$

この式は、各リンク長さや入力角速度が未知でも、入出力角速度の計測が可能であれば減速比 R を求めることができることを示している。

5. てこ・クランク機構の運動解析

5-1. 減速比と入力角度の関係

てこ・クランク機構のリンク長さと減速比との関係調べる。ここではまず、減速比に与える影響を見る前にリンク長さを固定したときの減速比 R と入力角度 θ の関係について考察する。 θ と R の関係を図4に示す(MATLABを用いた)。 R は周期関数であるが、グラフでは一周分のみ描いた。各リンク長さは、 $a=1, b=0.4, c=0.8, d=1$ の値をとった。

このグラフから読み取れたことは以下の三つである。一つ目は、 $\theta=\theta_1$ 、 $\theta=\theta_2$ において、減速比は正または負の無限大に発散し、その付近の減速比の変化率が激しいことである。減速比が無限大になるのは、(21)式より、 ω_o がゼロの点、すなわち出力リンク d の往復が切り替わる点で、減速比が無限大になることがわかる。

二つ目は $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ の範囲(往路)で減速比は下に凸かつ常に正の曲線を描き、その範囲の外(復路)では上に凸かつ常に負の曲線を描くことである。

三つ目は、 θ における往路($\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$)と復路($0 \leq \theta \leq \theta_1$ と $\theta_2 \leq \theta \leq 2\pi$)の大きさは等しくないことである。したがって、分割された二つの範囲で描かれる正と負の二つの曲線は対称なものではなく、異なった曲線であると考えられる。ゆえに、往路と復路での時間の長さや出力リンクの挙動は異なる。これがてこ・クランク機構が「早戻り機構」と呼ばれる理由である。

5-2. 入力リンクの伸縮が減速比に与える影響

つぎに入力リンク長さ b の伸縮が減速比 R にどのように影響を与えるかをみるために、入力角度 θ と入力リンク長さ b によって決まる減速比 $R(\theta, b)$ について三次元のグラフを描いた。描いたグラフのうち、斜め上、正面(b 軸方向視点)、上面(R 軸方向視点)から見た図を図5に示す。リンク b 長さ以外は値を固定し、 $a=1, c=0.8, d=1$ とし、リンク b の長さは、てこ・クランク

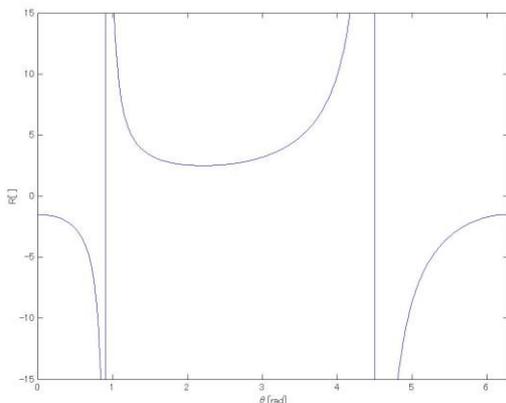


Fig. 4 The relationship between the input angle and the reduction ratio

機構の成立条件を常に満たすような範囲、0から $b_{\max}=0.8$ の間で値を変化させた。

この三次元のグラフの、 $b=0.4$ (正確には $b=0.39\sim 0.41$ の領域)における断面図を図6に示す。この断面図が図4とほぼ一致していることから、この三次元グラフは、図4の $R-\theta$ グラフにおいて長さ b を変化させて得られた $\theta-b-R$ グラフであることがわかる。

$\theta-b-R$ グラフからわかることは以下の三つである。一つ目は、リンク長さ b がゼロに近づくに従って減速比 R は正または負の無限大へ発散することである。これは b の減少に伴って出力リンク d の揺動角速度 ω_o が減少していることを示している。

二つ目はリンク長さ b の増加に伴って往路($\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$)の領域が増加していることである。これは、 b の増加に伴って往路時間が増加していることを示している。

三つ目は、往路($\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$)において減速比 R はリンク長さ b の増加とともに曲線的に単調減少していく領域(図7)と、双曲線的に減少から増加へ転じる領域(図8)が存在することである。したがって、往路において、リンク b を増加させれば必ずしも減速比が減少するとは限らない。

5-3. 出力角速度等速化のための連結リンク伸縮制御

出力角速度を一定にするため(入力角度によらず一定の減速比を得るため)に、連結リンク c の長さをどのように制御すればよいかを考える。復路($0 \leq \theta \leq \theta_1$ 、 $\theta_2 \leq \theta \leq 2\pi$)は空転するので考慮せず、往路

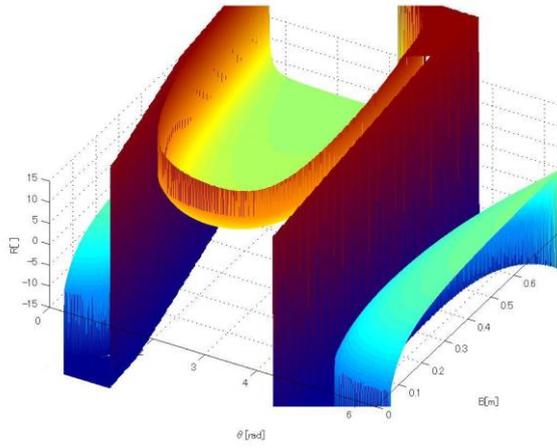
($\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$)についてのみ考える。まず、目標とする減速比 R があるとすると、入力角度 θ が一定の割合で増加しているとき、 θ によらず一定な減速比 R を得るためには、出力角度 ϕ が、 θ の増加量の $1/R$ の割合で変化すればよいと考えられる。いいかえれば、 θ で微分した値が $1/R$ となればよい。したがって、減速比 R を得るためには、出力角度 ϕ が以下の等式を満たせばよい。ただし θ_1 、 ϕ の最小値 ϕ_{\min} を決定するために c の初期値 c_0 を決める必要がある。

$$\phi(\theta, R, c_0) = \phi_{\min} + \frac{\theta - \theta_1}{R} \quad (\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2) \quad (22)$$

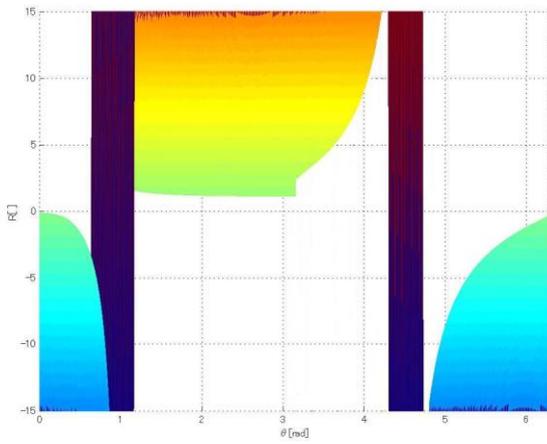
出力角度 ϕ が(22)式を満たすとき減速比が θ によらず一定となることを図9に示す(図9では $R=1.5$ として制御した)。

出力角度 ϕ がこの等式を満たしている状態の入力リンク先端と、出力リンク先端間の距離を求めれば、出力角速度を等角速度に制御するためのリンク c 長さの条件式が得られる。三平方の定理を用いて、入力角度 θ 、減速比 R 、初期長さ c_0 についての c は以下のように表せる。

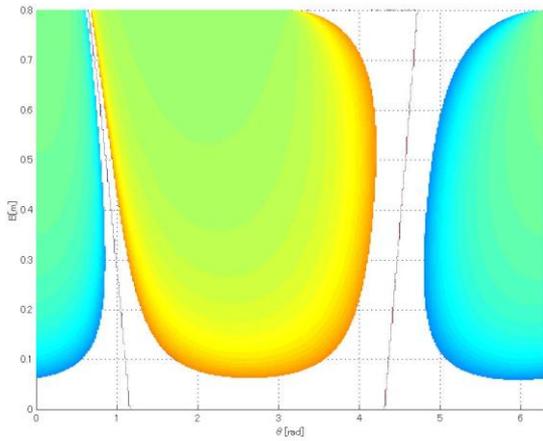
$$c(\theta, R, c_0) = \sqrt{(a + d \cos \phi - b \cos \theta)^2 + (d \sin \phi - b \sin \theta)^2} \quad (23)$$



(a) Overall view



(b) Front view



(c) Top view

Fig. 5 The relationship between the input angle and the length of link b and the reduction ratio

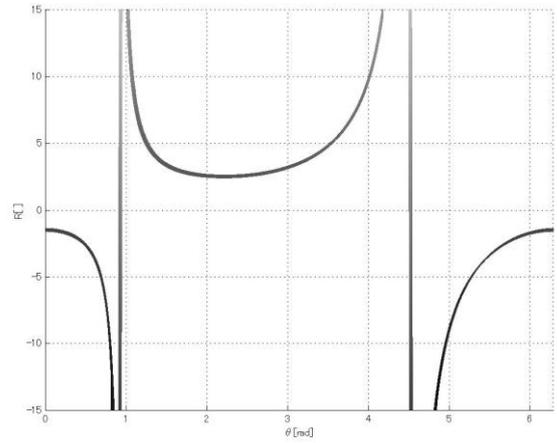


Fig. 6 The cross section in case of $b=0.4$

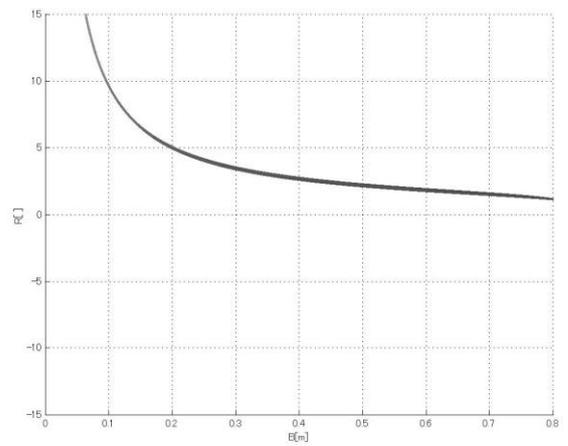


Fig. 7 The cross section in case of $\theta = 2.6[\text{rad}]$

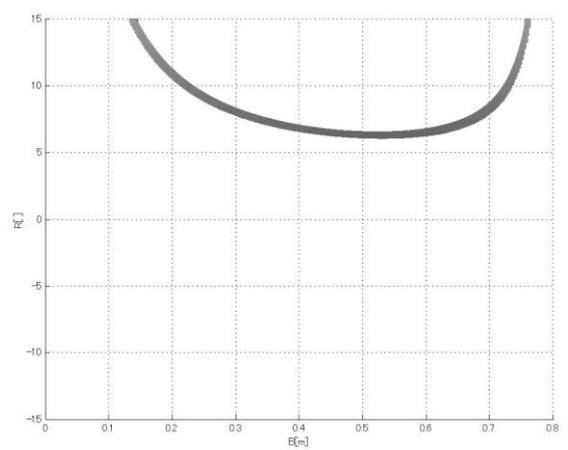


Fig. 8 The cross section in case of $\theta = 3.8[\text{rad}]$

各リンク長さを $a=1$, $b=0.4$, $c_0=0.8$, $d=1$ として θ - R - c グラフを描いたものを図10に示す。(往路 $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ のみ)

このグラフから読み取れることは以下の三つである。一つ目は減速比 R が 0~2 付近の低減速比域において、大きく谷となっている部分を境に、リンク長さ c の変動が激しくなっており、逆にそれ以上の高減速比域においては比較的リンク長さ c の変動は小さいことである。

二つ目は、目標の減速比 R を増加させていくと、 c がほぼ同じ波形に近づいていくことである。これは、減速比を大きくするほど出力リンク d の出力角速度 ω_o が減少し、最終的にはほぼ揺動せずに初期位置 ϕ_{\min} に静止させるようなリンク c の制御状態に収束するからだと考えられる。

三つ目は、ある減速比 R の値を得るために、このグラフの通りに連結リンク c を伸縮できれば、無段階変速が実現することである。つまりリンク c の伸縮のみで無段階変速が達成できる。

6. 解析結果をふまえたL-CVTの制御法についての考察

解析で得た結果を元に、CVTとして利用するための四節リンク機構のリンク長さの制御法について考察する。まず、従来の制御コンセプトの一つである「入力リンク b 伸縮による変速」については、リンク b の伸縮が直接減速比の減増に対応していない θ 領域が存在しており、変速方法の見直しが必要だと考えられる。つぎに、「連結リンク c 伸縮による出力の等速制御」については (22) 式、(23) 式のようなリンク長さ c を制御可能であれば、リンク c の伸縮のみで出力角速度を等速に制御しながら、無段階変速が可能であると考えられ、これは CVT として必要な機能を満たしていると考えられる。ただし、低減速比域では c の伸縮域が増大

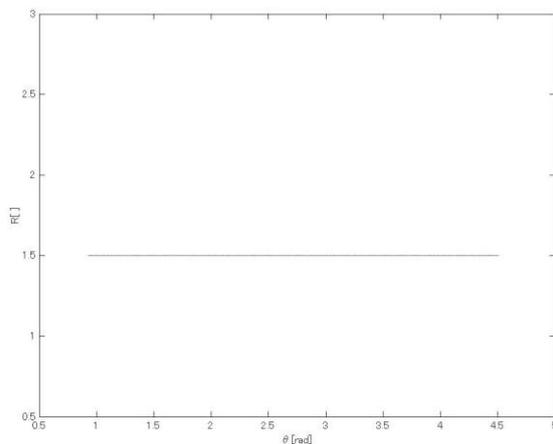


Fig. 9 The response of reduction ratio when output angle is controlled ($R=1.5$)

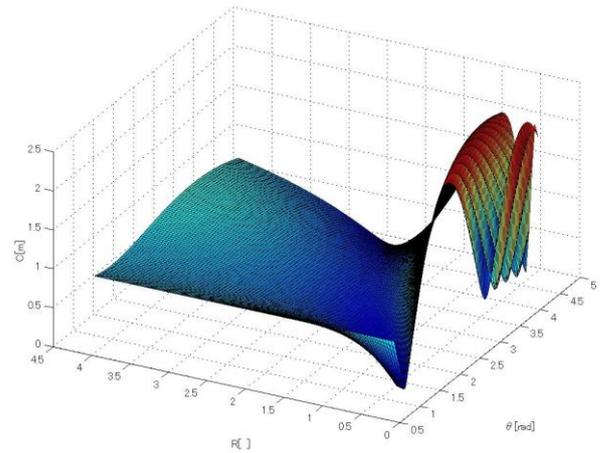


Fig. 10 The relationship between the input angle and the reduction ratio and the length of link c

し、制御が困難であることと、リンクの伸縮に大きくエネルギーを消費してしまうと考えられる。それを解決する方法として、リンク c 長さが比較的安定している高減速比域でリンク c を制御した上で、出力部に固定減速比の減速機を取り付け、目標値 $R=0.427\sim 2.561$ ⁸⁾ における無段階変速を達成する、という方法なども今後検討する。

7. 結言

本研究では、四節リンク機構（てこ・クランク機構）を無段階変速機として利用するために、入力角度 θ 、リンク長、 c と減速比 R との関係性を考察し、無段階変速を実現する連結リンク長さ c の制御式を示した。

謝辞

本研究は造船学術研究推進機構（平成22年度～平成23年度）の助成を受けて実施されたものである。

参考文献

- 1) 瀧澤宗人：“船舶を変えた先端技術”，交通研究協会，初版1995，ISBN4-425-77051-X
- 2) 湯川俊浩：“四節リンク機構を用いた無段階変速機の検討”，日本機械学会，ロボティクスメカトロニクス講演会2008，2P1A21，2008.06.
- 3) 熊田哲也，湯川俊浩：“四節リンク機構を用いた無段階変速機のシミュレーション”，計測自動制御学会，計測自動車学会東北支部45周年記念学術講演会，2009.
- 4) Toshihiro Yukawa, Tetsuya Kumada, Goro Obinata: “Continuously Variable Transmission Using Quadric Crank Chains”, 2010IEEE INDIN, 10431048, 2010.
- 5) 熊田哲也，湯川俊浩：“四節リンク機構を用いた無段階変速機のシミュレーション”，計測自動制御学会，計測自動車学会東北支部45周年記念学術講演会，2009.
- 6) 守本佳朗：“無段階変速機CVT入門”，グランプリ出版，第2刷2005，ISBN4-87687-264-3
- 7) 木村南：“動画で学ぶ機構学入門”，日刊工業新聞社，ISBN4-526-05341-4
- 8) ”NOTE諸元表“，日産自動車株式会社，<http://www.nissan.co.jp/NOTE/E11/0801/XML/eq4isr0000037v5j.html>