

# 小学校理科 A (物理学分野)

- 実験課題
0. 履修の注意
  1. 物質の密度
  2. 物質の電気抵抗
  3. 重力加速度

# 0. 履修の注意

## 1. 履修の準備

履修に先立ち、以下の2点の準備をすること。また、3回の実験ごとに、この実験指示書を事前に熟読し、実験課題を深く理解して実験に臨むこと。

1) 中学校の技術・家庭の教科書を読んで、次の項目の復習をしておくこと。

- ・副尺付きキャリパ（ノギス）の使用法。
- ・電気回路図の見方と、実体配線との関係。
- ・電気測定器（アナログ電流計・電圧計、回路テスタ）の接続法と測定法。

副尺付きキャリパ（ノギス）の使用経験のない者・電気回路実装や測定の経験のない者は、中学校の技術・家庭の教科書を持参することが望ましい。

2) 実験課題の遂行や、設問への解答に用いるデータブックとして、「理科年表」（編纂：国立天文台、発行：丸善株式会社）を購入し、持参すること。

## 2. レポート

### 2.1 レポート提出期限

次週の実験の開始時、配布したレポート表紙に必要な事項を記載し、次項に示す記載事項をすべて執筆したレポートを、レポート表紙とともに、左上を綴じて提出すること。最終の実験レポートは、翌週に、重松居室（2号館2階269号室）に、提出する。

D評価のレポートを提出した者に、再提出を求める。再提出を求められたレポートは、次週の実験の開始時か、翌週に、重松居室（2号館2階269号室）に提出する。

### 2.2 レポート記載事項

レポートに記載する事項は、次のとおり。なお、この実験指示書を丸写しする必要はない。自ら理解した内容を、簡潔に記載することが望ましい。

- ・実験時の天候・気温。
- ・目的。
- ・方法（実験指示書の「装置」と「実験課題」とをまとめ、実験手順を簡潔に記載）。
- ・実験結果（有効数字と単位とに十分な注意を払い、結果を記述。グラフを多用し、一目で分かる結果の記述が望ましい）。
- ・議論（実験指示書の「設問」への解答を中心に、実験目的の理解を示すこと）。
- ・参考文献・URL（実験レポート執筆の際、参考にした書籍・URLを記載）。
- ・感想・要望（実験実施が、自己の自然認識の深化に与えた影響などを記述。また、実験課題の改善への要望などがあれば、その要望を記述）。

### 2.3 レポートの評価

必ず解答すべき設問にほぼ解答した者にはC評価を、深く学習したい者が解答する設問の一部にも解答した者にB評価を、深く学習したい者が解答する設問にもほぼ解答した者にA評価を与える。

必ず解答すべき設問に解答しないか、その一部にしか解答しない者はD評価となる。

# 1. 物質の密度

## 1. 目的

金属試料 3 種の密度測定から、金属元素を特定する。さらに、特定された金属の原子1個の体積と質量とを算出し、原子の構造に基づく原子内部の質量分布によって、金属元素ごとに原子の質量が異なることを理解する。

## 2. 原理

### 2.1 密度

密度とは、単位体積当たりの質量である（単位： $\text{kg}/\text{m}^3$ ）。したがって、密度は、試料の質量と体積とを測定し、質量を体積で除せば求められる。

特に、常温で固体である物質の密度は、密度の温度依存性（熱膨張）が小さく、質量と体積との測定が簡単なので、容易に求められる。

液体の密度測定には、液体体積標準容器（ピクノメータなど）を必要とし、密度の温度依存性が大きいので、注意を要する。また、気体密度測定は、密度の温度・圧力依存性がともに大きく、また、密度そのものが小さい値なので、測定には高度な技術を要する。

**注)** 質量の本質は分かっていない。古典力学では、質量は、力と加速度との比例係数でしかない。すなわち、ニュートンの運動方程式  $F = dP / dt = m dv / dt = m d^2r / dt^2$  で、外力  $F$  と加速度 ( $dv / dt$ ,  $d^2r / dt^2$ ) との比例係数として、質量が現れる（ここで、 $P$  は運動量、 $m$  は質点の質量、 $v$  は速度ベクトル、 $r$  は質点の位置ベクトル）。質量間の相互作用は、万有引力の法則である。しかし、この法則がどうして成立するのかも分かっていない。ただ、この関係が、原子内部から、遠く宇宙のはてまで、成立している。

## 3. 装置

試料：試料（直方体），試料（丸棒），試料（球）。

測定機器：電子天秤（床下測定用台付き），外測マイクロメータ，副尺付きキャリパ（ノギス），棒状温度計。 汎用機器：ビーカ（大），ビーカ（小）。

**注)** 事前に、電子天秤に電源を投入しており、すぐに質量測定できる。

しかし、新たに電源を投入して、このような精密電子測定装置を使用するとき、電源投入後30分から1時間、ヒートランと呼ぶ待ち時間をおかねばならない。電子回路の動作に温度依存性があるので、測定装置の内部温度が定常的溫度（通常、室温より高い）に達する必要があるから。この電子天秤の分解能（最小測定単位）は1 mg。しかし、確度（計測器の測定値と「真値」との最大差）は0.01 g である。このことに注意して、質量の測定値の有効数字を決めること。

## 4. 実験課題

- 1) ビーカ（大）に、8分目、水をくみ、棒状温度計を差し込み、誤って落とすところのないところに、ビーカ（大）を置いておく。

### ＜試料（直方体）の密度測定＞

- 2) 試料（直方体）の寸法を、外測マイクロメータで測定し、試料（直方体）の体積を算出する。このとき、試料（直方体）のどの位置の測定値を、あるいは、いくつかの測定値をどのように処理して、試料（直方体）の寸法とするか検討すること。
- 3) 電子天秤上面の計量皿に試料（直方体）を置き、その質量を測定し、前項で算出した試料（直方体）の体積で除して、試料（直方体）の密度を求める。

### ＜試料（丸棒）の密度測定＞

- 4) 試料（丸棒）の長さを副尺付きキャリパ（ノギス）で、同直径を外測マイクロメータで測定し、試料（丸棒）の体積を算出する。このとき、試料（丸棒）のどの位置の測定値を、あるいは、いくつかの測定値をどのように処理して、試料（丸棒）の直径とするのか検討すること。
- 5) 電子天秤上面の計量皿に試料（丸棒）を置き、その質量を測定し、前項で算出した試料（丸棒）の体積で除して、試料（丸棒）の密度を求める。

### ＜試料（球）の密度測定＞

- 6) 電子天秤の底面中央にある黒いプラスチックカバを取り、床下秤量金具に、ゼムクリップで作った吊り金具をぶら下げる。電子天秤の表示（吊り金具の質量）が安定したら、RE-ZERO ボタンを押して、表示を 0.000 g にし、吊り金具の質量を、風袋として差し引いて測定できるようにする。
- 7) 吊り金具に、試料（球）をぶら下げ、試料（球）の質量を測定する。
- 8) ビーカ（大）の水温を測定し、「理科年表」の水の密度の温度依存性から、測定に使用する水の密度を求める。
- 9) 電子天秤の底面にぶら下げられた試料（球）を、ビーカ（大）の水に沈める。このとき、試料（球）のみが水に沈むよう、ビーカ（大）の水を一部捨てたり、ビーカ（大）と机の上面の間に本などを差し込んで、ビーカ（大）の水面位置を調節する（この調節は、水面に接する物体に、水の表面張力が働いて、見かけの質量が大きくなるので、表面張力の効果を低減させるため不可欠）。
- 10) 電子天秤の表示が安定したら、水の浮力で軽くなった試料（球）の見かけの質量を測定する。試料（球）の質量と、同見かけの質量との差から、水の浮力を求め、水の密度を用いて、試料（球）の体積を求める。さらに、試料（球）の質量を、その体積で除して、試料（球）の密度を求める。

**注)** 3種の試料を持ち回りで、同時に3人が、それぞれ測定すること。したがって、上の課題の試料の測定の順番は一例であって、測定試料の順番を入れ替えてよい。

また、試料（直方体）と試料（丸棒）とに刻印された試料番号を、また、試料（球）の大きさ（大、中、小）をレポートに明記すること。

### ＜試料（球）の密度測定＞の代替課題

次の簡便な方法で、試料（球）の密度を求めてもよい。ただし、この代替課題を選択した者は、水とビーカー（小）との合計質量の変化から水の浮力を求める方法と、その方法で水の浮力が求められる理由とを記述すること。

- 6') 試料（球）を電子天秤上面の計量皿に置き、試料（球）の質量を測定する。
- 7') ビーカー（大）の水温を測定し、「理科年表」の水の密度の温度依存性から、測定に使用する水の密度を求める。
- 8') ビーカー（大）の水の一部をビーカー（小）に移し、電子天秤上面の計量皿に置き、水とビーカー（小）との合計質量を計測する。
- 9') 吊り金具でぶら下げた試料（球）のみを、ビーカー（小）の水に沈める。このとき、吊り金具の下端を水に沈めないよう注意すること。
- 10') 電子天秤の表示が安定したら、水とビーカー（小）との合計の変化した質量を測定する。この変化から水の浮力を求め、水の密度から、試料（球）の体積を求める。さらに、試料（球）の質量を、その体積で除して、試料（球）の密度を求める。

## 5. 設問

- 1) 測定された試料（直方体）、試料（丸棒）、試料（球）の密度と、「理科年表」の「単体の密度」とを対照し、3種の試料の金属元素を特定せよ。  
特に、試料（球）の元素候補は複数あるけれど、次の2点を考慮し、元素を特定せよ。第1に、水の表面張力により見かけの質量が大きめに測定されること。第2に、学生実験に使用する試料なので、安定な元素を採用していること。
- 2) 特定された元素の原子量とアボガドロ数（いずれも、「理科年表」に掲載）とから、3種の元素の原子1個当たりの質量を求めよ。
- 3) 測定した各元素の密度と、各元素の原子1個当たりの質量とから、3種の元素の原子1個当たりの体積を求めよ。

＜この課題をさらに深く学習したい者は、以下の設問にも解答すること＞

- 4) 3種の元素の原子1個当たりの質量を互いに比較し、同様に、3種の元素の原子1個当たりの体積も互いに比較せよ。これらの比較から、原子1個当たり質量と同体積との元素依存性に差があるか検討せよ。このとき、原子の構造、特に、原子核と電子雲との大きさに留意して検討せよ。
- 5) 各元素の原子番号と、最も存在度の大きな同位体の質量数（いずれも、「理科年表」に掲載）とから、各元素の核子構成を求めよ。こうして求めた各元素の中性原子1個あたりの電子・陽子・中性子の個数に、これらの素粒子の質量（「理科年表」に掲載）を乗じて、各元素の原子1個の素粒子の全質量を求めよ。
- 6) 元素の原子量とアボガドロ数とから求めた原子1個当たりの質量と、元素の原子1個の素粒子の全質量とは一致するか。一致しないなら、どうして一致しないのか議論せよ（これらの数値を求めるのに、この実験での測定値を用いていないので、もし一致しないのなら、一致しない理由は、測定の誤差ではなく、科学的理由である）。

## 2. 物質の電気抵抗

### 1. 目的

マンガニン線・白熱電球・炭素電球を負荷とし、これらに印加した電圧の測定と負荷に流れる電流の測定とから、これらの試料の電気抵抗を求める。さらに、これらの電気抵抗の電流依存性（実体は、温度依存性）から、金属と半導体の電気伝導の機構を理解する。

### 2. 原理

#### 2.1 電気抵抗と体積抵抗率

導体の2個の端子間に電位差  $V$  を与えると、導体に電流  $I$  が流れる。

このとき、 $R = V / I$  を、「電気抵抗」（または、単に、「抵抗」）と定義する。電流  $I$  が印加電圧  $V$  に比例（その比例係数： $1 / R$ ）することを、「オームの法則」と呼ぶ。

一様な物質でできた導線の電気抵抗  $R$  は、導線の長さ  $L$  に比例し、導線の断面積  $S$  に反比例する。比例係数  $\rho$  を用いると、電気抵抗  $R$  は、 $R = \rho L / S$  で与えられる。この比例係数  $\rho$  を、「体積抵抗率」（または、「比抵抗」、単位： $\Omega \text{ m}$ ）と呼ぶ。体積抵抗率は、物質定数で、その値の範囲は極めて大きく、最も体積抵抗率の小さな銀の  $10^{-8} \Omega \text{ m}$  から、最も大きな雲母の  $10^{15} \Omega \text{ m}$  に及ぶ。また、体積抵抗率は、わずかに圧力依存性を持ち、次項に述べるように、かなり変化に富む温度依存性も持つ。

**注)** 1827年、Georg Simon Ohm（ドイツの物理学者、1787.3.16-1854.7.7）が、「オームの法則」を発見した。この発見の背景に、1799年ころ、Alessandro Volta（イタリアの物理学者、1745.2.18-1827.3.5）が発明した電池により、定常電流（ただし、短時間）を用いる実験が、19世紀に、一般化したことがある。

#### 2.2 固体の電気伝導機構

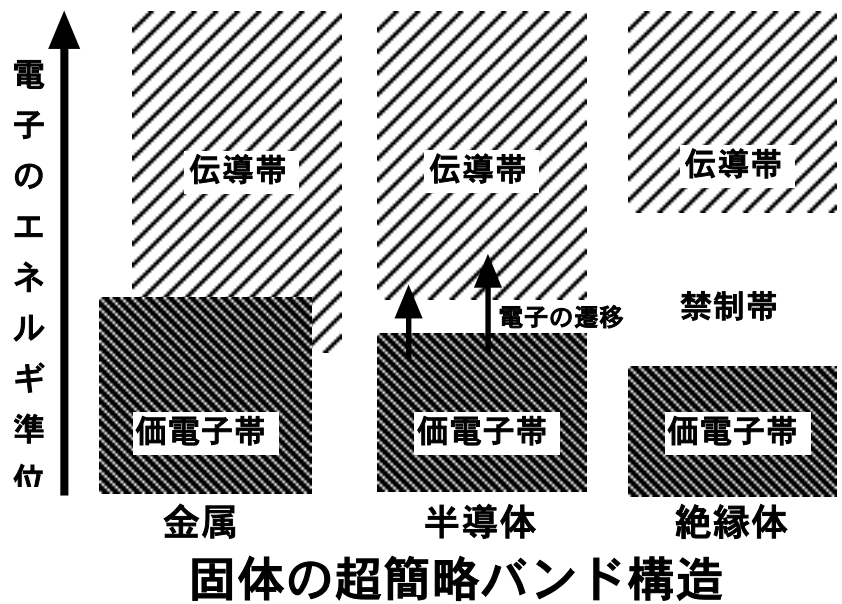
固体の体積抵抗率の温度依存性は、金属と半導体・絶縁体（誘電体）とで大きく異なる。金属の体積抵抗率は、温度の上昇に伴い増加する。一方、半導体・絶縁体（誘電体）のそれらは、温度の上昇に伴い指数関数的に減少する。この違いは、以下に述べる固体の電気伝導機構の違いに起因する。

固体の電気伝導機構の説明に先立ち、原子核に束縛された電子のエネルギー準位の説明をする。原子核に束縛された電子は、その束縛により離散的なエネルギー準位に分布する。電子は一つのエネルギー準位を1個で占有する粒子（フェルミ粒子）なので、絶対零度に近い低温に置かれた電子は、原子核に近い最も低レベルの準位から、順に、空席を置くことなく、上の準位を占有する。低いエネルギー準位を占有する電子を内殻電子、高いエネルギー準位を占有する電子を外殻電子と呼ぶ。

金属の外殻電子は、隣接する原子間で共通の準位を持ち、金属中を自由に運動できる自由電子となる。一方、半導体・絶縁体（誘電体）の外殻電子は、原子核に束縛され、自由電子とならない。強い束縛を逃れ自由電子となるには、半導体・絶縁体（誘電体）を高温

にして、電子が大きな運動エネルギーを持つ必要がある。そこで、縦軸に電子のエネルギー準位をとって、低温での電子の束縛を図示したのが下図（「バンド構造」と呼ぶ）である。

金属のバンド構造は、価電子帯と伝導帯とに重なりがある。重なった部分の準位を占有するのが自由電子となる金属の外殻電子である。金属を高温にして、電子の一部が大きな運動エネルギーを得て、より高いエネルギー準位に遷移しても、自由電子の数はほとんど増えない。むしろ、高温に伴う格子振動（原子核と内殻電子との振動）により、自由電子の運動が阻害されるので、金属の体積抵抗率は、温度上昇とともに増加する。



半導体のバンド構造は、価電子帯と伝導帯とに重なりがなく、隙間がある。この隙間を禁制帯と呼ぶ。禁制帯には、電子のエネルギー準位がない（ドナやアクセプタと呼ばれる不純物を半導体に添加（dope）すると、禁制帯中に、不純物準位ができる）。ただし、この禁制帯の幅は狭く、室温程度の温度でも、半導体の外殻電子は、励起され、伝導帯に遷移できて、自由電子となる。一方、外殻電子が飛び出した価電子帯上部の空席のエネルギー準位は、正孔（ホール）と呼ばれ、正の電荷を持つ粒子のように振る舞う。半導体の自由電子と正孔とは、温度上昇に伴い、指数関数的に増加する。そのため、半導体の体積抵抗率は、温度とともに指数関数的に減少する。

絶縁体（誘電体）のバンド構造も、価電子帯と伝導帯とに重なりがなく、禁制帯がある。ただし、禁制帯の幅が広く、室温どころか、かなりの高温でも、絶縁体（誘電体）の外殻電子は伝導帯に遷移できない。絶縁体（誘電体）と半導体とのバンド構造に質的な差はなく、禁制帯の幅の大小という量的な差だけである。絶縁体（誘電体）も、融解するほどの高温にすれば、半導体同様、体積抵抗率が指数関数的に減少する。

**注)** 小学校理科は、固体の電気伝導（電気を通すかどうか）と固体の磁性（磁石にくっつくかどうか）とを扱う。ところが、電磁石に電流を流すと磁場が生じるので、電気伝導と磁性との間に相関があるとの誤解が、一部の小学校教員にある。

「磁性」とは、外部磁場を印加したとき、物質に生じる磁気モーメント（磁化）の応答である。外部磁場の100万分の一程度の順方向の磁化しか生じない物質を常磁性体（Al など）、外部磁場の100万分の一程度の逆方向の磁化を生ずる物質を反磁性体（Cu など）、外部磁場の100万倍程度の順方向の大きな磁化を生ずる物質を強磁性体と呼ぶ（他に、少数の反強磁性体、フェリ磁性体などがある）。

強磁性を示す元素は、遷移元素と呼ばれる Fe, Ni, Co と、ランタン系列のいくつかの元素である。

これらの元素には、強磁性の元となる特殊なエネルギー準位の電子（3d, 4f）があり、それらの電子が、これらの元素の原子を微小な磁石のように振る舞わせる（「自発磁化」と呼ぶ。外部磁場を印加しなくても、強磁性の原子が持つ磁気モーメント）。この微小な磁石の方向が外部磁場によって揃い、外部磁場よりはるかに大きな磁化を示す（その結果、磁石にくっつく）。

このように、磁性は、原子の内在的性質であって、固体という集合体の性質とは無関係である。強磁性の金属元素は、単体の金属（電気を通す）であっても、酸素と化合し酸化物（一般には、絶縁体で、電気を通さない。代表的なのは、Feの酸化物であるフェライト）であっても、強磁性を示す（磁石にくっつく）。

### 3. 装置

試料：マンガニン線（台・端子付き），白熱電球（タングステンフィラメント内臓，100 W 型，ソケット・端子台付き），炭素電球（炭素フィラメント内臓）。

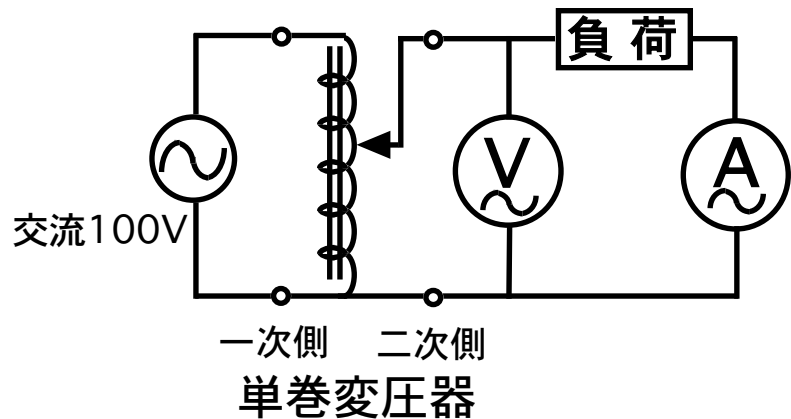
測定機器：交流電圧計，交流電流計，回路テスタ，外測マイクロメータ，金属製巻尺。

汎用機器：単巻変圧器（スライダック），AC コード，配線コード（端子付き）。

### 4. 実験課題

#### <マンガニン線の抵抗測定>

- 1) 負荷をマンガニン線とし、右図の単巻変圧器二次側（出力側）の回路を配線する。このとき、電流計の端子に、最大の 5 A 端子を、電圧計の端子に、75 V 端子を選んで配線する。



担当教員から配線の点検を受けた後、単巻変圧器一次側（入力側）に接続する AC コードを受け取り、接続する。以上の測定前の準備の最後に、単巻変圧器の出力電圧を最小にするため、単巻変圧器の摺動子を反時計まわりに限界まで回しておく。

- 2) 配線に誤りのないことを、再度、確認して、AC コードのプラグをコンセントに差し込む。単巻変圧器の摺動子を時計まわりにゆっくり回して、負荷に電圧を印加する。負荷への印加電圧を 2 V きざみで、24 V まで変化させる。各印加電圧で、負荷に流れる電流を電流計で測定する。このとき、電圧計・電流計の測定値を、最小目盛の10分の一の桁まで読みとる（電流計・電圧計のメータ面を水平にすること）。
- 3) 電圧・電流の測定値から、マンガニン線の抵抗を算出する。

#### <白熱電球の抵抗測定>

- 4) 単巻変圧器の摺動子を反時計まわりに限界まで回し、単巻変圧器の出力電圧を最小にして、さらに、AC コードのプラグをコンセントから抜く。安全な測定のため、以上の操作をした後、負荷を白熱電球に取り替える。このとき、電流計の端子に、最大の 5 A 端子を、電圧計の端子に、150 V 端子を選んで配線する。



- 5) 単巻変圧器の摺動子を時計まわりにゆっくり回して、負荷に電圧を印加する。負荷への印加電圧を 10 V きざみで、100 V まで変化させる。各印加電圧で、負荷に流れる電流を電流計で測定する。
- 6) 電圧・電流の測定値から、白熱電球の抵抗を算出する。

#### ＜炭素電球の抵抗測定＞

- 7) 単巻変圧器の摺動子を反時計まわりに限界まで回し、単巻変圧器の出力電圧を最小にして、さらに、AC コードのプラグをコンセントから抜く。安全な測定のため、以上の操作をした後、負荷を炭素電球に取り替える。このとき、電流計の端子に、最大の 5 A 端子を、電圧計の端子に、150 V 端子を選んで配線する。
- 8) 単巻変圧器の摺動子を時計まわりにゆっくり回して、負荷に電圧を印加する。負荷への印加電圧を 10 V きざみで、100 V まで変化させる。各印加電圧で、負荷に流れる電流を電流計で測定する。
- 9) 電圧・電流の測定値から、炭素電球の抵抗を算出する。

#### ＜追加測定、測定値の整理＞

- 10) 回路テストで、マンガニン線・白熱電球・炭素電球の抵抗を測定する。
- 11) マンガニン線・白熱電球・炭素電球の印加電圧と電流との相関を、縦軸を電圧に、横軸を電流にした1枚のグラフに描く。
- 12) マンガニン線・白熱電球・炭素電球に流れる電流と抵抗の相関を、縦軸を抵抗に、横軸を電流とした1枚のグラフに描く。このとき、電流 0 A のときの抵抗値として、回路テストで測定した抵抗値を記入する。
- 13) マンガニン線の直径を、外測マイクロメータで測定する（マンガニン線の半径とする値の算出法を検討すること）。マンガニンの体積抵抗率は、 $41.5 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$  である。この値と、印加電圧 10 V のときのマンガニン線の抵抗値とから、マンガニン線の長さを算出する。一方、金属製巻き尺を用いて、マンガニン線の長さを有効数字 2 桁で粗く測定する。
- 14) タングステンの体積抵抗率の温度依存性（「理科年表」に掲載）を、横軸を温度に、縦軸を体積抵抗率にしたグラフに描く。ただし、温度の下限を  $0^\circ\text{C}$  とし、上限を  $3000^\circ\text{C}$  とし、体積抵抗率の上限を  $100 \times 10^{-8} \Omega \text{ m}$  とすること。
- 15) 白熱電球のタングステンフィラメントは、直径  $70.0 \mu\text{m}$ 、長さ 586 mm である。これらの値を用いて、白熱電球に流れる各電流値のときのタングステンフィラメントの抵抗値から、各電流値のときのタングステンの体積抵抗率をすべて求める。
- 16) 求められたタングステンの各電流値のときの体積抵抗率を、前項で描いたタングステンの体積抵抗率の温度依存性のグラフにあてはめ、各電流値のときのタングステンフィラメントの温度を求める。このとき、 $1200^\circ\text{C}$  以上の高温に対応する体積抵抗率のデータがないので、体積抵抗率の温度依存性のグラフの直線を高温側に伸ばし、大きな体積抵抗率のときの温度を、グラフの直線に外挿して求めること。こうして求められたタングステンフィラメントの温度の電流依存性を、横軸を電流に、縦軸を温度にしたグラフに描く。

**注)** 実験に用いる100 W 型白熱電球のタングステンフィラメントは、次のような二重コイルになっている。直径 70.0  $\mu\text{m}$  のタングステン線を外径 0.27 mm の単コイルに巻き、さらに、この単コイルを外径 1.02 mm、長さ 18.5 mm の二重コイルに巻く。二重なので、586 mm もの長い線を白熱電球中央に取り付けられる。

1921 年、東京電気(1939 年、芝浦製作所と合併して東芝。1989 年、東芝ライテックに分離独立)の三浦順一が、この二重コイルを発明した。二重コイル電球は、封入ガスの対流によるタングステンフィラメントの温度低下防止、その結果、高輝度を実現したので、電球の 6 大発明の一つに数えられている。

他の 5 大発明は次のとおり。1879 年、エジソンによる実用炭素電球の発明。1910 年、クーリッジ (General Electric) による引線タングステン電球の発明 (電球の高輝度・長寿命化)。1913 年、ラングミュア (GE) によるガス封入電球の発明 (ガス封入でタングステン蒸発を抑制して、バルブ内面の黒化防止。封入ガスは、アルゴン Ar 86-98 %、窒素  $\text{N}_2$  14-2 % の混合気体。近年、アルゴンに代わり、黒化防止効果の大きいクリプトン Kr が使われることもある)。1925 年、不破橋三 (東京電気) による内面艶消し電球の発明 (電球の眩しさ解消)。1959 年、スプラによるハロゲン電球の発明 (小型石英バルブにハロゲンを封入し、電球の超高輝度・超長寿命化を実現)。6 大発明のうち、二つが日本人 (いずれも、東芝の技術者) の発明、他の四つが、アメリカ人の発明。

## 5. 設問

- 1) マンガニンの体積抵抗率とマンガン線線の直径とから算出したマンガン線線の長さは、実測値とほぼ一致したか。一致しないのなら、その原因は何か。
- 2) タングステンの体積抵抗率の温度依存性 (「理科年表」に掲載) と、タングステンの体積抵抗率の電流依存性の実測値とから求めたタングステンフィラメントの温度は、白熱電球の輝きの実感と一致したか。一致しないのなら、その原因は何か。
- 3) 炭素電球の印加電圧と電流との相関と、炭素電球に流れる電流と抵抗の相関とから、炭素電球のフィラメントの電気伝導機構を答えよ。

**<この課題をさらに深く学習したい者は、以下の設問にも解答すること>**

- 4) マンガニンの合金組成はどうなっているか。また、マンガニンの用途は何か。マンガニンの体積抵抗率の特殊な温度依存性が生じる原因は何か。
- 5) 白熱電球の高輝度実現には、フィラメントを高温に保つことが不可欠である。タングstenは単体で最高の融点 (3407  $^{\circ}\text{C}$ ) を持つ元素であるけれど、融点近くまで加熱すると、蒸発が激しくなり、フィラメントがすぐ断線してしまう。ハロゲンを白熱電球のバルブに封入すると、電球が長寿命になるのはなぜか。また、ハロゲン電球のバルブを小型にし、透明石英で作るのはなぜか。
- 6) 炭素の固体には、ダイヤモンド (高圧相) と黒鉛 (低圧相。グラファイトとも呼ぶ) とがある。炭素電球のフィラメントは、いずれの固相か。ダイヤモンド、または、黒鉛の固体 (結晶) の結合状態で、炭素原子のどの外殻電子が電気伝導を担っているのか。

# 3. 重力加速度

## 1. 目的

単振り子の振動周期を測定して、地球の重力加速度を測定する。万有引力の法則と、測定された重力加速度が、地球表面の凹凸や、自転により、一定でないことを理解する。

## 2. 原理

### 2.1 万有引力の法則

二つの質点（質量は、それぞれ、 $M_1, M_2$ ）の間に作用する力は、それぞれの質量に比例し、質点間の距離  $r$  の自乗に反比例し、その方向は、二つの質点を結ぶ線分上で、互いに相手の質点に向く。この質点間の引力を万有引力と呼び、この力の大きさと方向を与える法則を「万有引力の法則」と呼ぶ。万有引力の大きさは、比例定数（万有引力定数）を  $G$  として、次式で表される。 $F = -G \frac{M_1 M_2}{r^2}$ 。左式右辺の負号は、二つの質点間に働く力が引力であることを示す。

このように、質量は、他の質量に力を及ぼす。この力で、他の質量が運動すれば、質量は、他の質量に仕事をしたことになる。つまり、質量は、他の質量にエネルギーを与えることができる。言い換えれば、質量は、そのまわりの空間を、エネルギーを与える可能性のある空間に変える。しかし、この表現は、質量の存在以前に空間の存在を前提としており、正しくない。厳密には、質量は、その属性（内在的・本質的性質）として、エネルギーを与える可能性のある空間を持っていると言うべきである（「時間」も質量の属性である）。

### 2.2 地球の重力と重力加速度

地球が、地表にある物体に及ぼす力を重力と呼ぶ。重力のほとんどは、地球が地表の物体に及ぼす万有引力である（重力の他の部分は、地球の自転に伴う力で極めて小さい）。したがって、地表にある質量  $m$  の物体に働く重力は、次式で与えられるとしてよい。重力（地球が地表の物体に及ぼす万有引力）は物体の質量に比例するから、質量  $m$  に対する比例定数に相当する部分を、 $g$  とおくことができる。 $g$  を重力加速度と呼ぶ。

$$F = -m \frac{M_e G}{R_e^2} = -m g. \quad \text{ここで、} M_e \text{ は地球の質量、} R_e \text{ は地球の半径である。}$$

上式を前項の式と比較すると、上式は、巨大な球である地球の質量がその中心にすべて集中したときの地球と地表の物体間の万有引力となっている。

球対称の物体が、他の質点（地表の物体は、地球に比べて極めて小さいから、質点として扱ってよい）に及ぼす万有引力は、ちょうど、球状物体の全質量がその中心に集まっているかのように働くことを容易に証明できる。したがって、上式は正しい表現である。

上式で与えられる重力は、厳密には、地表にある物体のみに適用できる。物体が地表から離れるにつれ、重力は減少する（物体の高度を  $h$  とすると、上式で、 $R_e$  の代わりに、 $R_e + h$  を代入する）。とはいえ、旅客機の高度は高々10 km（一般市民が、経験できる最高高度）なので、我々は、日常、上式を重力を与える式として用いて問題ない。

### 2. 3 地球の重力下の運動

地表近くの質量  $m$  の物体に重力しか働いていないとき、鉛直上方に  $z$  座標を取ると、ニュートンの運動方程式は、 $F = m d^2 z / dt^2 = m dv / dt = -m g$  となる。重力の方向は鉛直下方なので、 $m g$  に負号が付く。ここで、 $v$  は物体の速さで、 $v = dz / dt$  である。

この物体は、重力の方向、すなわち、鉛直下方に運動する。このように、物体に働く力が重力のみのときの物体の運動を、「自由落下」と呼ぶ（大気中を物体が運動すれば、運動とは逆方向で、速さに比例する空気の抵抗が生じる。したがって、真空容器中の運動でなければ、濃い大気のある地上で、厳密には、自由落下はあり得ない）。

上記の運動方程式のうち、 $m dv / dt = -m g$  の両辺を  $m$  で割ると、 $dv / dt = -g$  となる。変形して、 $dv = -g dt$  とし、両辺を積分すると、

$$\int dv = - \int_{t_0}^t g dt \text{ となり、積分を実行して、} V = -g t + C_1 \text{ が得られる。ここで、} C_1 \text{ は}$$

積分定数で、この運動の初期条件（時刻  $t_0$  のとき、速さが  $v_0$ ）から、 $C_1 = v_0$  となる。

得られた速さの時間依存性  $v = -g t + v_0$  に、 $v = dz / dt$  を代入すると、 $dz / dt = -g t + v_0$  となり、変形して、 $dz = (-g t + v_0) dt$  とし、両辺積分すると、

$$\int dz = \int_{t_0}^t (-g t + v_0) dt \text{ となり、積分を実行して、} z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + C_2 \text{ を得る。}$$

ここで、 $C_2$  は積分定数で、この運動の初期条件（時刻  $t_0$  のとき、物体の位置が  $z_0$ ）から、 $C_2 = z_0$  となる。これで、物体の位置の時刻依存性が求められた。すなわち、

$$z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + z_0 \text{ である。}$$

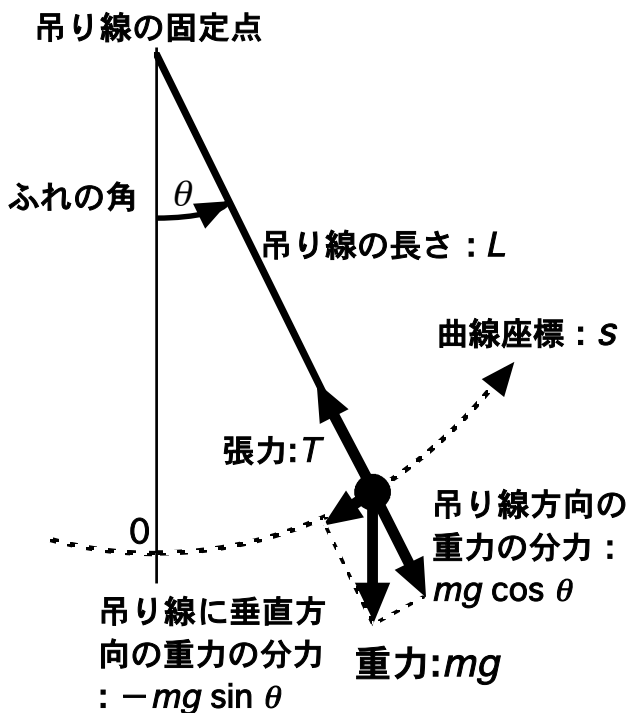
このように、ニュートンの運動方程式は 2 階の常微分方程式なので、積分を 2 回実行して、物体の運動の時刻依存性を求めることができる。

これらの依存性から、物体の運動の未来をすべて予測できる。たとえば、物体を鉛直上方に投げ上げれば（ $v_0$  が正）、 $v_0 / g$  秒後に、物体の速さは 0 になり、その後、落下に転ずることが分かる。地表から投げ上げれば（ $z_0$  が 0）、物体が達する最高点の高さは、物体の位置の時刻依存性に最高点に達する時刻を代入して、 $v_0^2 / 2g$  と分かる。

### 2. 4 単振り子

質点を軽い吊り線（その質量を無視できる）で吊し、質点が、鉛直面内で、周期的往復運動（これを「振動」と呼ぶ）する装置を、単振り子と呼ぶ。

単振り子のふれの角が  $\theta$  のときを考える（ふれの角  $\theta$  は、時刻  $t$  の関数）。質点（質量  $m$ ）には、鉛直下方に、時刻  $t$  によらず、常に、重力  $m g$  が働く。質点には、さらに、吊り線（長さ  $L$ ）の張力  $T$  が、吊り線の固定点に向かって働く。張力  $T$  は、質点に働く重力  $m g$  の吊り線方向の分力  $m g \cos \theta$  の反作用である（ $T$  は、 $\theta$  の関数だから、 $t$  の陰関数でもある）。したがって、その大きさはこの分力と同じで、その方向はこの分力



の反対方向である。結局、これらの力は打ち消し合い、質点にはたらく力は、吊り線に垂直方向の重力の分力  $-mg \sin \theta$  のみになる（負号は、ふれの角  $\theta$ （反時計まわりを正とする）と、常に、逆向きであることを示す）。

そこで、質点の運動方程式は、質点の速さを  $v$  とすると、 $m \frac{dv}{dt} = -mg \sin \theta$  となる。質点の速さを  $v$  は、ふれの角  $\theta$  を用いて、 $v = L d\theta / dt$  と表せるから、左辺は、 $m L d^2\theta / dt^2$  となる。運動方程式の両辺を  $m$  で割ると、

$$L \frac{d^2\theta}{dt^2} = -g \sin \theta \text{ となる。さらに、両辺}$$

$$\text{を } L \text{ で割ると、} \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \sin \theta \text{ となる。}$$

これで、運動方程式は、ふれの角  $\theta$  の

2階の常微分方程式になった。さらに、ふれの角  $\theta$  が十分小さいとき、 $\sin \theta \approx \theta$  と近似できるから、この近似を実行すると、運動方程式は、

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L} \theta \text{ となる。}$$

この運動方程式の解は自明（ふれの角  $\theta$  を2回微分すると、係数が付くものの、ふれの角  $\theta$  自身が出てくるのだから、 $\sin, \cos$  という周期関数が自明解）で、 $\omega^2 = g/L$  とおくと、自明解は、 $\theta = a \cos(\omega t + \alpha)$  となる。ここで、 $a$  は、積分定数で、単振り子の振動の振幅である。また、 $\alpha$  も積分定数で、初期位相と呼び、通常0にする。 $\omega$  を角速度と呼び、振動周期  $\tau$  と次の関係がある。

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}.$$

単振り子の周期を測定すれば、単振り子の長さは分かっているから、重力加速度  $g$  を容易に求めることができる。すなわち、 $g = 4\pi^2 L / \tau^2$  で求められる。

単振り子で測定できる重力加速度は、**2.2**で得られた重力加速度と異なる。なぜなら、**2.2**で得られた重力加速度は、地球の形を真球と仮定し、地球の密度分布に、動径依存性はあるものの、角度依存性がないと仮定した、球表面での値だからだ。

地球の形は、真球ではないし、地球の密度分布は、いずれの方向でも一様ではない。特に、地球の表面にはわずかな凹凸があり、測定地点の標高（平均海面からの高さ）が大きければ、地球の中心からの距離がわずかに大きくなり、重力加速度は小さくなる。

また、地球の自転により生じる遠心力が、自転軸に垂直に、地球から外向きに働くから、低緯度地点ほど、測定される見かけの重力加速度は小さくなる。地球の自転による遠心力の補正項の大きさは、 $\omega^2 R_e \cos \theta$  で与えられる。ここで、 $\omega$  は地球の自転の角速度、 $\theta$  は測定地点の緯度である。

### 3. 装置

単振り子：単振り子用スタンド（クランプ付き），ナイフエッジ，吊り環，吊り線（長さ 0.25 m, 0.6 m, 1.0 m の3 種），金属球.

測定機器：反射神経測定器，ストップウォッチ，副尺付きキャリパ（ノギス），金属製巻尺.

### 4. 実験課題

#### <準備のための測定>

- 1) 二人一組で，反射神経測定器を用いて，動作反応の遅延時間を測定する．各人，10 回測定し，時間とそのばらつきとから，単振り子の周期測定の誤差を見積もる．
- 2) 金属球の直径を，副尺付きキャリパで測定する．いくつかの測定値をどのように処理して，金属球の半径とするか検討する．

#### <単振り子の周期測定（その1）>

- 3) 長さ 0.25 m の吊り線の留め具の付いてない端を，吊り環の穴に通し，さらに，金属球の固定金具に差し込み，固定金具のネジを締め，金属球に固定する．単振り子用スタンドを机の端に固定し，ナイフエッジに吊り環を引っ掛け，金属球をぶら下げる．ナイフエッジの単振り子用スタンドへの固定位置を調節し，スタンド下部の横棒がほぼ金属球上端と一致するようにする．
- 4) 金属球の上端に，金属製巻尺の端を当て，巻尺を引き出し，ナイフエッジ上端までの長さを測定する．この長さに金属球の半径を加えて，単振り子の長さとする．
- 5) 単振り子のふれの角が  $10^\circ$  になるよう，金属球を水平に移動させる距離を算出する．金属球上端とナイフエッジとの距離と，三角関数の  $10^\circ$  での値（「理科年表」に掲載）とから，この水平移動距離を求める．スタンド下部の横棒に，金属製巻尺の端を引っ掛け，巻尺を水平に引き出し，横棒と吊り線との間隔を補正して，金属球の移動位置を決める．
- 6) 移動位置に動かした金属球を静かに離し，単振り子を振動させる．
- 7) 測定者は，単振り子の直前に座り，金属球上端が，スタンド下部の横棒の直前を右から左に，あるいは，左から右に通過する回数，10 回，20 回，100 回に要する時間をストップウォッチで測定する．

#### <単振り子の周期測定（その2）>

- 8) 吊り線を，長さ 0.6 m の吊り線に交換し，上記の 3) から 7) を実行する．

#### <単振り子の周期測定（その3）>

- 9) 吊り線を，長さ 1.0 m の吊り線に交換し，上記の 3) から 7) を実行する．ただし，吊り線が長すぎて，スタンド下部の横棒を金属球上端と一致させられないので，次のとおり，操作を変更する．

5) を変更．単振り子のふれの角が  $10^\circ$  になるよう，金属球を水平に移動させる距離を算出する．スタンド下部の横棒に，金属製巻尺の端を引っ掛け，巻尺を鉛直上方に引き出し，ナイフエッジ上端までの長さを測定する．横棒とナイフエッジとの距離と，三角関数の  $10^\circ$  での値（「理科年表」に掲載）とから，この水平移動距離を求める．スタンド下部の横棒に，金属製巻尺の端を引っ掛け，巻尺を水平

に引き出し、横棒と吊り線との間隔を補正して、吊り線の移動位置を決める。

7) を変更。測定者は、単振り子の直前に座り、吊り線が、スタンド下部の横棒の直前を右から左に、あるいは、左から右に通過する回数、10回、20回、100回に要する時間をストップウォッチで測定する。

### ＜測定値の整理＞

- 10) 3種の吊り線を用いた単振り子の周期を算出する。このとき、動作反応の遅延時間を考慮し、測定された単振り子の10周期・20周期・100周期の時間から、有効数字に注意して算出し、最も信頼できる周期を選ぶ。算出・選択された3個の単振り子の周期と対応する単振り子の長さ3種とから、重力加速度を3個求める。
- 11) 横軸を単振り子の長さに、縦軸を単振り子の周期の自乗にしたグラフを描く。

## 5. 設問

- 1) 反射神経測定器の動作反応の遅延時間目盛の間隔を、どうやって決めているか。
- 2) 地球の質量・半径、万有引力定数（いずれも「理科年表」に掲載）から、2.2を参考に、地球の状態を理想的に仮定した重力加速度を求めよ。この理想的重力加速度は、測定した重力加速度3個と一致したか。一致しないのなら、その原因は何か。
- 3) 横軸を単振り子の長さに、縦軸を単振り子の周期の自乗にしたグラフは、直線になったか。直線であれば、その傾きは何か。直線でなければ、どういう曲線か。
- 4) 測定した重力加速度3個は、「理科年表」の「日本各地の重力実測値」に掲載されている盛岡の実測値と一致したか。一致しないのなら、その原因は何か。
- 5) 盛岡の緯度から、地球の自転による遠心力の補正項の大きさを求めよ。測定した重力加速度の測定誤差を見積もると、どの程度か。見積もられた測定誤差と補正項とは、どちらが大きいのか。
- 6) 「理科年表」の「日本各地の重力実測値」に掲載されている重力加速度の実測値から、2.4にある重力加速度の緯度依存性・高度依存性が見いだせるか。同緯度で標高が大きく異なる地点の組を選ぶと、その重力加速度の差は、高度依存性による差と一致するか。また、標高が同じで緯度が大きく異なる地点の組を選ぶと、その重力加速度の差は、遠心力の補正項の緯度依存性による差と一致するか。

### ＜この課題をさらに深く学習したい者は、以下の設問にも解答すること＞

- 7) 2.4で、微分方程式を解くときの近似  $\sin \theta \approx \theta$  を行わないとき、その解から得られる周期には、ふれの角依存性が現れる。ふれの角が大きいとき、周期は、わずかに長くなる。ふれの角  $10^\circ$  のときの周期は、ふれの角が無限小のときの周期より、0.19%長い（ふれの角  $30^\circ$  のとき、1.71%長い）。  
実験に用いた単振り子とその周期の測定方法（手動計測）で、ふれの角  $10^\circ$  のときの周期とふれの角  $30^\circ$  のそれとの差を検出できるか。
- 8) 単振り子の周期は、単振り子の長さのみに依存し、振り子の質量に依存しない。なぜ、単振り子の周期は、振り子の質量に依存しないのか。
- 9) 日本では、中学校まで、質量 1 kg の物体に働く重力を 1 kgf と定義し、力の単位に kgf を用いている。この力の非 SI 単位の使用は、科学的見地から妥当か。

## 付録：単位系が分かれば、物理学が分かる。

1. 現代の単位：国際単位系（SI 単位系）の単位のみ。リットルだの mmHg などの使用を推奨しない。たとえば、リットルを使わないで、 $\text{dm}^3$  を使う。
2. 単位の表記：接頭語と SI 単位とを組み合わせる。単位を、必ず、立体で書く（一方、物理量を斜体で書く。sin, cos, log などの特殊関数や、微分要素の dx の d を立体で書く）。
3. 接頭語：10 の乗数を示す記号。次のように、原則として、3 乗きざみで、プラスの乗数の記号に大文字、マイナスの乗数の記号に小文字を用いて、決められている。  
24 乗：Y ヨタ，21 乗：Z ゼタ，18 乗：E エクサ，15 乗：P ペタ，12 乗：T テラ（磁束密度の単位 T と同じだけれど、T は非常に大きな単位で、プラスの乗数を示す接頭語が付くことはないので、混同の心配はない），9 乗：G ギガ，6 乗：M メガ，3 乗：k キロ（基本単位 K との混同を避けるため小文字），2 乗：h ヘクト（インダクタンスの誘導単位 H との混同を避けるため小文字），1 乗：D デカ，−1 乗：d デシ，−2 乗：c センチ，−3 乗：m ミリ，−6 乗： $\mu$  マイクロ（これのみ、ギリシャ文字），−9 乗：n ナノ，−12 乗：p ピコ，−15 乗：f フェムト，−18 乗：a アト，−21 乗：z ゼプト，−24 乗：y ヨクト。
4. 基本単位：SI 単位は、次の 7 個の基本単位を用いる。m（長さ），kg（質量），s（時間），A（電流），K（温度，ケルビン），cd（照度，カンデラ），mol（物質量，モル）。
5. 誘導単位：SI 単位は、7 個の基本単位を組み合わせる。誘導単位を定義する。
  - 力 N（ニュートン）= $\text{kgm/s}^2$ ：質量 1kg の物体に  $1\text{m/s}^2$  の加速度が生じる原因が、1N の力。
  - 圧力 Pa（パスカル）= $\text{N/m}^2 = \text{kg/ms}^2$ ： $1\text{m}^2$  の面積に 1N の力が加わる圧力が、1Pa。
  - 仕事/エネルギー J（ジュール）= $\text{Nm} = \text{kgm}^2/\text{s}^2$ ：1N の力で物体 1m 移動させたときの仕事が 1J。
  - 仕事率 W（ワット）= $\text{J/s} = \text{kgm}^2/\text{s}^3$ ：1s あたり 1J の仕事をする(される)ときの仕事率が、1W。
  - 電荷 C（クーロン）= $\text{As}$ ：1A の電流が、1s 間に輸送する電荷が、1C。
  - 電圧 V（ボルト）= $\text{J/C} = \text{kgm}^2/\text{As}^3$ ：1C の電荷の移動に、1J の仕事を要する電位差が、1V。
  - 抵抗  $\Omega$ （オーム）= $\text{V/A} = \text{kgm}^2/\text{A}^2\text{s}^3$ ：導体に、1V の電位差を与えて、1A の電流が流れるとき、導体の（電気）抵抗が、 $1\Omega$ 。
  - 磁束 Wb（ウエーバ）= $\text{Vs} = \text{kgm}^2/\text{As}^2$ ：閉回路に 1V の起電力を生じさせる 1s 当たりの磁束の変化が 1Wb。
  - 磁束密度 T（テスラ）= $\text{Wb/m}^2 = \text{kg/As}^2$ ： $1\text{m}^2$  の面積に 1Wb の磁束が分布しているときの磁束密度が、1T。
6. 接頭語の使用：SI 単位系では、大きな値や小さな値を表すのに、接頭語を使う。接頭語の使用は、10 の乗数を大きく見やすくするだけでなく、有効数字を明示するのにも便利。ただし、接頭語使用にはルールがある。単独の基本単位と誘導単位とに、接頭語を付ける（前者の例：km, mA, 後者の例：GHz, kV, hPa,  $\mu\text{F}$ ）。1 種類の基本単位の組み合わせ単位に、接頭語を付ける（例： $\text{km}^2$ ,  $\text{cm}^3$ ）。このとき、要注意なのは、基本単位の乗数が、接頭語にも係っていること。本来なら、 $(\text{km})^2$ ,  $(\text{cm})^3$  と書くべき。この表記の不親切が、日本の子どもたちの単位換算理解を妨げた。異なる基本単位の組み合わせ単位に、接頭語を付けない。