小学生における計算能力と文章題解決能力の関係

佐藤伸之*・阿久津洋巳**・菅原正和**

（2005年2月7日受理）

Nobuyuki SATO, Hiromi AKUTSU, Masakazu SUGAWARA

The Relationship between Elementary School Children's Computational Skills and Arithmetic Skills

はじめに

子供たちの算数の学習状況を見ると、計算技能においては優れているものの、文章問題のような計算技能を応用して解く問題を不得手とする子供が多いことが指摘されている（例えば、M市教育研究所がまとめた教研式新観点別到達度学力検査（新 CRT-II）の結果)。算数における文章題解決の過程は大きく２つに分けられる。問題文を読み、問題を理解する過程（理解過程）と、理解過程で得られたことから必要な計算を構成し実際に計算して答えを求める過程（解く過程）である。さらに、理解過程の下位過程として、問題文を１文ずつ読み、文の内容を理解する過程（変換過程）と問題文全体をとおして問題を全体的に把握する過程（統合過程）が考えられる。例えば、文章題の問題は、同じ内容であっても問題の提示の仕方によって、問題の難易度が大きく変化することが知られている（塚野,1995)。より具体的には、統合過程において適切なメンタルモデルを構成できることが文章題解決にとって重要である（多鹿,石田,1989)。また、解く過程の下位過程として、統合過程によって得られた問題構造から、答えを求めるための計算方法を考える過程（プラン化過程）とプラン化過程で考えた解法を用いて実際に計算を行う過程（実行過程）が考えられる（例えば、多鹿,石田,1989)。

ところで、メンタルモデルを形成する際に、子供が持つ計算力は影響するであろうか。これまでの研究は計算力の定義によって異なる結果を示している。例えば、文章題を解く際に、理解過程と計算力の間に関連はないという研究があるが、そこでは計算力は計算の速さと正確さから定義されている（Rabinowitz & Woolley, 1995)。他方、計算力が高いと文章題解決の統合・プラン化・実行の遂行が良いという研究では、計算力は計算手続きに関する既有知識として定義されている（坂本,1995)。

小学校の算数科の中で求められている計算力は、さまざまな場面に対応できる柔軟性を持った計算力である。このような計算力は計算のアルゴリズムを習得するだけでは不十分で、学習者の体験と活動を通して計算のもつ意味や演算の用いられる場面を拡張していくような学習によって培われる。これまでのところ、計算力の柔軟性に着目して計算力と文章題解決能力を検討した研究は見あたらない。

本研究では、柔軟な計算力を「さまざまな場面に対応できる計算力」と定義し、その指標として「穴あき計算問題」の得点を用いる。「穴あき計算問題」とは「□を使った式」である。文章題を解決するときに未知数を□で表して立式することがある。この□を使った式を、文章題とは切り離して計算

＊盛岡市緑が丘小学校　　＊＊岩手大学教育学部

問題として作成したものが「穴あき計算問題」である。文章題解決と「穴あき計算問題」解決は、演算決定のためにメンタルモデルを作成するところに類似点がある。文章題はその解決過程で、問題文から解決に必要なメンタルモデルを構成し演算を決定する。「穴あき計算問題」は記号（＋、－、＝など）からメンタルモデルを構成すると考えられる。文章題と「穴あき計算問題」の相違点は、「穴あき計算問題」が言語表現を含まずに記号を用いることである。

本研究は２つの実験をとおして、「穴あき計算問題」の得点が文章題解決と関連があるかどうかを検討した。

実　験　1

目的

柔軟性がある計算能力の指標として「穴あき計算問題」をもちいて、「穴あき計算問題」の得点と文章題得点の間の相関を調べることで、計算能力の違いが文章題問題の解決能力に反映されるかを調べた。

方法

３種類の計算問題と、未知数の位置がそれに対応する３種類の文章題を用いた。計算問題の種類は、№１：「Ａ±Ｂ＝□」、№２：「□±Ａ＝Ｂ」、№３：　「Ａ±□＝Ｂ」となっている２桁の加減算で、それぞれ答えを求める際に１の位で繰り上がりもしくは繰り下がりがあるものを作成した。文章題の問題文はすべてある量の変化について記述した文で、№１は結果量を、№２は初期量を、№３は変化量を問う形式のものである。問題文の複雑さによって正答数に違いがでることを避けるため、３種類の文章題で使った題材は共通のものとした。また問題文に使う数値は計算問題と対応させた。以下に文章題の例をあげる。

文章題№１　「色紙を35まい持っています。19まいあげました。今、何まいもっているでしょう。」
「色紙を38まい持っています。24まいもらいました。今、何まいもっているでしょう。」

文章題№２　「色紙を何まいか持っています。24まいあげたので、49まい　になりました。はじめに何まい持っていたでしょう。」
「色紙を何まいか持っています。18まいもらったので、66まい　になりました。はじめに何まい持っていたでしょう。」

文章題№３　「色紙を47まい持っています。何まいかもらったので、85まい　になりました。何まいもらったでしょう。」
「色紙を41まい持っています。何まいかあげたので、25まい　になりました。何まいあげたでしょう。」

問題はそれぞれ加法４問、減法４問の合計８問とした。なお、№２の問題は答えを求めるときに逆算を行い、№３の問題はすべて引き算を行うことになる。

実験は小学校３年生129人を対象に2000年11月に実施した。計算問題と文章題はそれぞれ３回に分けて実施し所要時間は10～20分程度で全員がすべての問題を解き終わるまでとした。実験はクラスごとに任意の時間に担任の指示のもとで行われた。

１問１点として計算問題の得点の合計を計算得点とし、文章題問題の得点の合計を文章題得点とした。計算得点と文章題得点の相関を調べるとともに、計算問題とそれに対応する文章題（№１、№２、

No.3）の得点間の相関を調べた。

結果と考察

２位数の加法と減法は比較的容易な課題であったため、正規分布するデータを得られなかった。そこで、相関の計算には Spearman の順位相関係数 (r_s) を用い、同順位補正後の数値を使用した。

計算得点と文章題得点の間に相関があった (r_s＝０.362)。さらに、No.1 に関しては、計算得点と文章題得点の間に相関はなかったが (r_s =0.058)、No.2 とNo.3 ではそれぞれ有意な相関があった (No.2 は $rs=0.251$, No.3 は $rs=0.340$、Wilcoxon の符号付順位検定によると両方とも $p<0.01$)。結果を Table 1 に示す。

通常の計算問題（No.1）はそれに対応する文章題との間に関連が見られなかったが、「穴あき計算問題」を使用した計算問題No.2 とNo.3 は、それに対応する文章題との間に関連が見られた。「穴あき問題」は通常の計算問題とは別の要因が関与しており、この要因は、文章題解決の要因と似ていると考えられる。「穴あき計算問題」得点と文章題得点の間に相関があることから、「穴あき計算問題」を指標とする計算力の柔軟性は、文章題解決に関与していると考えられる。

Table 1　各問題の平均得点と相関

	計算No.1	計算No.2	計算No.3	文章題No.1	文章題No.2	文章題No.3
平均得点	7.59	6.78	7.14	7.09	6.64	7.14
標準偏差	0.89	1.74	1.65	1.23	1.92	1.65
対応する問題との相関				$r_s=0.06$	$r_s=0.25$	$rs=0.42$
有意水準				$p>0.1$	$p<0.01$	$p<0.01$

実　験　2

目的

「穴あき計算問題」を用いて、計算能力と算数文章題解決の下位過程との関連を調べた。

方法

問題は４種類の算数問題からなっている。A：筆算形式の計算問題（計算条件)、B：問題文の数値が実際には起こりえないもので計算不可能な問題であることを見抜く問題（以下エラー問題と呼ぶ）（統合条件：統合過程までを含むもの)、C：問題文を読み立式する問題（プラン化条件：プラン化過程までを含むもの)、D：文章題（実行条件：４過程すべてを含むもの）である。

各条件の問題は、加法４問、減法４問の合計８問から構成され、文章題はいずれも変化量を求める問題であった。以下に問題例を示す。

[エラー問題の例]

「鳥が35わ、います。何わか、とんでいったので、51わになりました。何わとんでいったでしょう。」

「公園で47人遊んでいます。何人か帰ったので、85人になりました。何人帰ったでしょう。」

「色紙を63まい持っています。何まいかもらったので、16まいになりました。何まいもらったでしょう。」

［立式問題の例］

「鳥が55わ、います。何わか、とんでいったので、37わになりました。何わ、とんでいったでしょう。」

「公園で41人遊んでいます。何人か帰ったので、25人になりました。何人帰ったでしょう。」

「色紙を49まいもっています。何まいかもらったので、94まいになりました。何まいもらったでしょう。」

統合条件とプラン化条件は同一の用紙にランダムに提示した。被験者は問題文を読み、エラー問題だと思ったときには×を、また、立式できる問題だと思ったときには立式することを求められた。

計算条件と実行条件については実験１で得られたデータを使用した。計算条件は実験１の計算No.１であり、実行条件は実験１の文章題No.３である。被験者は実験１と同一である。実験は小学３年生137人を対象に2001年２月に実施した。所要時間は10～20分程度で全員がすべての問題を解き終わるまでとした。

計算条件の計算問題の結果から平均正答数以上の成績のものを上位群、平均正答数以下のものを下位群と分け、統合条件、プラン化条件、実行条件の３条件について得点が上位群と下位群の間で差があるかどうかを検討した。さらに、「穴あき計算問題」との関連を調べるため実験１の計算問題No.３の結果を用いて、同様の処理を行った。

結果と考察

「穴あき計算問題」得点にもとづいて上位群と下位群に分けた場合、統合条件、プラン化条件、実行条件のすべてで両群間に有意差があった（統合条件とプラン化条件は$p=0.0002$、実行条件は$p<0.0001$, Mann-WhitneyのU検定による）。条件別に両群の平均値をFig.1に示す。

通常の計算問題得点にもとづいて上位群と下位群に分けた場合、実行条件においてのみ両群間に有意差があった（$p<0.037$, Mann-WhitneyのU検定による）。条件別に両群の平均値をFig.2.に示す。

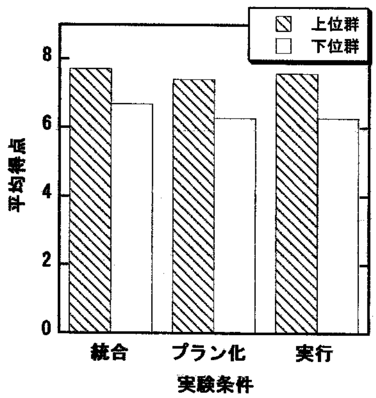

Fig. 1　穴あき計算問題No.３による群分けの得点
どの条件でも上位群と下位群の違いがあった。

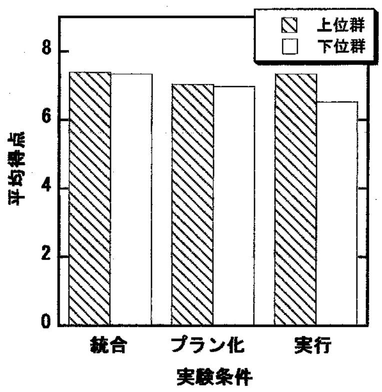

Fig. 2　通常の計算問題による群分けの得点
上位群と下位群の違いは実行条件だけで見られた。

通常の計算問題の得点による群分け（Fig. 2）より、「穴あき計算問題」の得点による群分け（Fig. 1）の方が、算数文章題解決の統合条件、プラン化条件、実行条件すべてにおいて２群間の得

点差が大きかった。「穴あき計算問題」を上手に解けないものに比べて、「穴あき計算問題」を上手に答えたものは、文章題から問題の意味を統合し、必要な演算を決定し、計算を実行する過程も上手に行っていたと推測できる。

文章題の問題解決において子どもの通常の計算力の違いが大きく現われるのは実行過程であった（Fig. 2)。実行過程は実際に計算を行う過程であるので、計算能力の違いがあらわれるのは当然であろう。統合とプラン化の条件において、計算問題得点にもとづく上位群と下位群の間に有意差がないため、これらの過程には通常の計算力とは別の要因が作用していると推測できる。例えば、統合過程においてはメンタルモデルを構成するための問題スキーマを持っていることが重要なのであろう（多鹿，石田，1989)。

実験の１と２の結果から、さまざまな場面に対応できる計算力（「柔軟な計算力」）が文章題を解くために必要なメンタルモデルを形成する要因の１つである、といえる。「穴あき計算問題」を解くには、問題に言葉がないため、未知数の位置と演算記号から答えを求めるために必要な演算を決定する。言葉を用いない表現であることと、未知数の位置が明確に表されていることから、問題構造を絵で表したり、図で表すこととの類似性が予想できる。これらの関連を検討することが今後の課題である。

【引用文献】

Rabinowitz, M. and Woolley, K.E.　1995. Much Ado about Nothing : The relation among Computational Skills, Arithmetic Word Problem Comprehensiion, Limited Attentional Resources. *Cognition and Instruction, 13 (1),* 51-71.

坂本美紀　1995．分数の文章解決にかんする個人差要因の検討．　教育心理学研究　43、167－176．

多鹿秀継，石田淳一　1989．子どもにおける算数文章題の理解・記憶　教育心理学研究　37、126－134．

塚野弘明　1992．加減算の文章題における幼児の変数概念の理解と活動の文脈　日本教育工学雑誌　16，79－88．