

誤答の背後の合理性

—構成主義の誤答分析とその課題—

塚野 弘明*

(2003年3月20日受理)

Hiroaki TSUKANO

Reason for Wrong Answers

—The analysis of wrong answers in Constructivism and its problem—

はじめに

授業の中で「どうしてわからないの?」「なぜ間違うの?」と教師に言われて、返答に窮してしまった経験のある人は少なくないだろう。わかって当然の問題、間違うはずのない問題に間違ったり、理解できなかつたりしたとき、しばしば私たちはこのように言われることがある。もっとも、こう問われたからといっても、返答できることといえば、せいぜい「勉強不足でした」「飲み込みが悪いんです」程度が関の山であろう。自分がどうしてわからないか、なぜ間違うのかを理路整然と説明できるくらいなら、はじめから間違っていない。つまり、自分の出した答えがなぜ誤答なのかを、間違った本人が説明することは、本来、非常に難しいことである。

一方、問いかける教師にしても、尋ねるくらいであるから必ずしも誤答の理由がわかっているわけではない。どうして間違うのかがわからないからなすすべがないお手上げ状態だから、思わずこのように言うのだと思われる。つまり、教師にとっても子どもがどうして誤答を犯すのかを説明することは、そう簡単ではないのである。

こうした難しい問いに挑んだ学問がある。それは、心理学者ピアジェに代表される構成主義といわれる学問的立場である。構成主義は、学びにおける教授者の役割以上に、学習者個人の果たす役割を重視し、それまでの「知識は授けられるものである」とする学びの理論に新しい視点をもたらした。その象徴的なものの一つが、人間が犯すエラー (human error) に対する研究であった。構成主義では、まず人間の犯す間違いの中に、その人間の思考の特徴がよく現れていると考える。そして、その生成プロセスを明らかにすることによって、個人の思考のメカニズムを明らかにし、教授方法の開発に生かそうとするのである。本論文の目的は、構成主義の視点からの誤答分析とはどのようなものか、それは従来の視点とはどこが異なるのか、さらに、その問題点は何かについて論じることにある。

*岩手大学教育学部附属教育実践総合センター

1. 学びの構成主義

学習理論における構成主義は、1950年代に始まる人間の心についての新しい学際的なアプローチにルーツがある。J. ピアジェ, G. A. ミラー, J. S. ブルーナー (心理学), A. ニューウェル, H. A. サイモン (コンピューターサイエンス), N. チョムスキー (言語学) らは、心を学問的探求の対象から除外し、行動の制御と形成だけに関心を示していた論理実証主義や行動主義的な学習理論に対して「心の存在」を仮定しなくては証明できない事実を示し、明確に異論を唱えた。彼らのアプローチは、デカルト以来、ほとんど取り上げられることがなくなっていた心身二元論、心の存在の復権を目指したものとして、しばしば「革命」と呼ばれている (H. Gardner 1985)。

この基本的主張をまとめると以下のようなになる。

(1) 心の学際的科学

心理学, 計算機科学 (人工知能研究), 哲学, 言語学, 神経科学, 人類学, 動物行動学など, 異なる学問領域が同一の理論的立場で心を探求する。

(2) モデルによる説明

観察データの規則性を法則や関数によって跡付け的に記述しようとする法則主義, 関数主義からの脱却し, 共感的な方法内観法, プロトコル分析によるモデル構成によって観察データの生成過程そのものを説明しようとする。

例, 刺激と反応との関数関係。学習曲線: データの曲線当てはめ作業。

規範的モデルの修正 (数学モデル: 確率モデル, ゲーム理論など)

コンピューターシミュレーションモデル (プロセスモデル, 行為の生成過程)

(3) 表象主義 (頭の中の表象とその操作)

人間の心の働きは, すべて心に浮かぶ表象 (頭の中の何らかの物理的実体) に対する操作として考えられるという立場。

ピアジェ: スキーマ (シエマ) と操作

チョムスキー: 深層構造と変形

人工知能: 記号と処理

(4) 表象と行為との因果的關係

外界の何かを指示, 代表する表象 (心) が原因となって行為を引き起こす。

ピアジェ: 能力 (コンピテンス) と行為 (パフォーマンス)

チョムスキー: 深層構造と表層構造

人工知能: プログラムと出力

(5) 心身問題における機能主義

機能主義的唯物論 (唯物論と機能的同形性)

心 (ソフト) は, 身体 (ハード) と因果的關係にあるという意味では唯物論。

心 (ソフト) は, 機能的に同形であれば, ハードがニューロンであってもシリコンチップであろうと等価である。例, 人間もコンピュータも足し算ができる。

(6) 知識の理解, 生成, 発達

人間の行為を説明するための内的メカニズムの研究が主たる関心事。知識とは授けられるものではなく, 学習者個人が自ら構成していくプロセスであり, 既有知識を再構成して新しい知識を作り出していくプロセスである。経験説が得意としていた学習, 知識獲得の問題は後回し。学習より理解がキーワードとなる。

例、貯蔵庫としての知識（情報処理モデル）

意味ネットワーク

枠組みとしての知識（スキーマ、フレーム、メンタルモデル）

概念的知識と手続的知識

(7) 知識の生得説

知識は、経験のボトムアップ的な積み重ねによって獲得されるのではなく、生得的な必然性を持って構成される。

2. 誤答への新しい視点

構成主義では、学習者は教わったことを「そのまま」受け取るとは見なさない。教わったことを既有知識や認知構造に照らし合わせて意味づけたり、再構成すると考える。したがって、たとえ同じことを教えたとしても、受け取る個人が異なれば教わったことの意味づけや知識の再構成の仕方は異なる可能性があるということになる。

教師の立場からすると、全く同じように教えたのにも関わらず、子どもによって解釈が違ったり、間違い方も様々であったりするということになる。正答の場合は、あまり問題視されることがないことから顕在化することは少ないが、たとえ、正答していても学習者がすべて同じ受け止め方をし、同じ考え方で正しい答えを出しているとは限らない。

では、構成主義の誤答分析の特徴はどのようなものだろうか。たとえば、次のような簡単な例で考えてみよう。

誤答例① $3 - 3 = 3$

この問題は、理解できている人にはあまりにも当たり前のことであるので、様々な受け止め方や、位置づけ方があるとか、そもそも間違ふということが信じられないかもしれない。したがって、単なる勘違いやケアレスミスではないかと思われるかもしれない。

確かに、わかってはいるがうっかりミスをしてしまうことは誰にでもあるから、そのような可能性もないわけではない。しかし、このような間違いを犯す子どもの中には、しばしば次のような同種の問題にも同じように間違ふことが知られている。

$5 - 5 = 5$ $7 - 7 = 7$

これらの間違い方は、単なるミスと考えることはできず、 $N - N = N$ という規則性があるとしか考えられない。つまり、学習者は「信念」を持って間違っているのである。つまり、構成主義が対象にする誤答とは、単なるケアレスミスのような偶発的な間違いではなく、学習者の信念の一部になっているといってもよいような確信犯的な誤りである。

では、こうした間違いに対し、従来の誤答分析は、どのように捉えてきたのだろうか。その典型的なものの一つは、学ぶべき概念や解法手続きなどを基準にして、それらがわかっていないから間違ふとする解釈である。誤答例①でいえば、 $3 - 3 =$ に正しく答えられるためには、引くという意味やおはじきなどの具体物を使った具体的な操作方法がわかっていなければ解けないとして、それらがわかっていないから間違ふてしまうと解釈するのである。つまり、「どうして間違ふのか」という問いに

「これこれ（答え）がわかっていないから」というように解釈するのである。

こうした誤答分析は、一言でいえば「何がわかっていないのか」という視点から誤答を捉えようとしているとすることができる。つまり、誤りの生成プロセスや内容論理を明らかにするのではなく、習得すべき、到達すべき目標や行動とその方法を明らかにしようとしているのである。「何がわかっていないのか」がわかれば、どのように指導すればいいかがすぐにでも導けるし、その子どもの理解の程度や進度の評価につなげることもできる。

また、従来の誤答分析の中には、誤答の規則性に着目し、どのような問題が間違いやすいのか、あるいはつまづきやすいのかを明らかにしたり、どのような問題にどんな誤答が出やすいのかを捉えようとしたりするものがある。

たとえば、Steffe & Johnson (1971) は、様々な引き算の筆算の誤答を調べ、明確な規則性のある誤答を見つけ出した。このうち最も多い4種類の誤りは以下のとおりである。

- ① $81 - 38 = 57$, $352 - 168 = 216$ (大きい方から小さい方を引く)
- ② $904 - 7 = 807$, $904 - 237 = 577$ (0を越えて借りる)
- ③ $40 - 21 = 20$ ($0 - N = 0$), $32 - 12 = 22$ ($N - N = N$)
- ④ $404 - 187 = 227$, $703 - 658 = 55$ (百の位から借りるとき十の位、一の位に90と10を分配せずに100と10を分配する)

こうした間違いの中には、一定の計算手続きが定着していないために、誤ってしまうものが含まれている。そうした誤答は、特に学習者の信念になっているというより操作の習熟度に原因があると考えたほうがよい。しかし、構成主義の誤答分析を特徴付ける最も新しい視点は、むしろ誤りの背後にある信念がどのように生成されてきたのかに着目したことにある。

たとえば、誤答例①を例にしてみよう。すでに述べたように、 $3 - 3 = 3$ と答える子どもが自分の答えがなぜ間違っているのかを説明することはほとんど不可能である。しかし、自分がどのようにして解答したかを目の前でやって見せることは必ずしも不可能ではない。次の例は、実際にある子どもが、おはじきを使って、 $3 - 3 = 3$ となることを実演して見せてくれたものである。

まず、おはじきを使った場合に、 $3 - 3$ の正しい答えがどのように導き出せるかを考えてみよう。最初にまず、目の前におはじきを3つ並べる。ここから3つを取り去るのであるから、その3つのおはじきを机の端に移動する。そうすると、元の場所にはおはじきはなくなり、答えは0（ゼロ）となる。これが正しい手順である。

しかし、この子どもは、おはじきを机の端に移動したところで、まだおはじきは机の上にあるから、答えは3のままだというのである。つまり、この子どもにとっては、0（ゼロ）とは、「この世からなくなってしまうこと」であり、燃やしておはじきを溶かしてしまうのでもない限り、ゼロになってしまうことはないのである。

この考え方は、引き算を正しく表現したものではないが、理にかなっている。理にかなっているからこそ、信念のように根強く、修正されることが困難で、繰り返されるともいえるのである。しかも、この例は、引き算には「取られる側」と「取る側」の視点の違いを想定しなければ、おはじきなどで表現することは難しいということも教えてくれている。一桁の引き算などは我々大人にとってはあまりにも当たり前であるため、視点の違いを前提にしなければ成立しないとは考えていないし、もちろん教科書にそのようなことが記述してあるわけではない。しかし、このように間違いの背後にそれな

りの合理性が存在していると考えてみると、「わからないから間違う」というより「わかっているから間違う」と捉えた方が妥当ではないかと思えてくる。

間違っ**て**はいるが「(子どもが) わかっていること」が理解できるようになると、この間違いを犯した学習者にはどのような指導をすべきかもわかってくる。おそらく、誤答例①のような間違いを犯す子どもに、正しいおはじきの操作方法をいくら教えても、この子どもの合理的ではあるが誤った信念が、納得できる形で変わることはないだろう。せいぜい、どうして自分の考え方が間違いなのかを理解しないまま、正しい答えに従うのが関の山であり、一時的には正答を導くことはできても、すぐにまた元に戻ってしまう可能性がある。この子どもには、おはじきは「取られる側」から「取る側」に移動するだけであるが、「取られる側」のおはじきはなくなってしまうことを説明しなければならないだろう。

学習者は、たとえ間違っ**た**としても考えていないわけではない。どこかで暗黙の前提がすりかわったり、違ってしまったために、正しい答えが導き出せないのである。しかも、引き算における視点の違いのように、教科書にもどこにもかかれてはいないが、非常に重要な観点が学習者を指導するというプロセスの中でわかってくるということがある。この意味では、教える側は、たとえ小学生の学習内容であったとしても「わかりきっている」とか「当たり前」という構えを持つてしまうことは適切ではない。教えるという活動の中で、誰もが気づいていない重要なことが顕在化するということがあるということを、十分、心構えとして持つておく必要があるだろう。

このような研究成果を踏まえ、Resnick (1983) は、間違いを犯した子どもに、丹念にその説き方を聞いていくという方法で、様々な計算の間違いの背後にある子どもの考え方を明らかにした。たとえば、次のような例は、その典型である。

誤答例② 209

-127

102

引き算の筆算の誤りの中で最も典型的なものは、0 (ゼロ) にまつわるものである。誤答例②のような「0 (ゼロ) がらみの間違い」は、筆算全体の誤りの中で25%を占めることがわかっている。この誤りを犯した小学校2年生に、どうしてこのような答えを導き出したのかを丹念に聞いていったところ、多くの子どもが「0 (ゼロ) から2を取っても何もない」というような趣旨のことを話したという。この子どもにとっては、ゼロは「無」を意味するわけであるから、ゼロからどんな数字を引いても答えはいつもゼロになる。この信念を持つているために、この種の間違いは根強く、いつも繰り返されるのである。

実は、ゼロには3種類の意味がある。すなわち、「無」としてのゼロ、筆算の「空位」としてのゼロ、四則演算の「数」としてのゼロである。別の表現をするなら、「0」という記号に3つの意味を付与して使っているといつてよい。周知のようにアラビア数字が発明されてからゼロが発見されるまでにはかなり時間がかかっている。ゼロは、当時、非常に貴重品だった紙に筆算をする際に、何とか紙を節約しようとして編み出された位取りシステムを完成させるために発明されたといわれている。このように歴史的にも、ゼロの発見は遅れており、それだけ人類にとっては便利だが扱いにくい記号だったのである。そう考えてみると、子どもが学習の過程で戸惑ったとしても不思議ではない。

このような誤答を、「何がわかっているか」という視点だけから見つめた場合、繰り下がりがわか

っていないと捉えるのが普通であろう。したがって、百の位から十の位に借りる手続きを定着させるために繰り返し教えるというのが通常の指導ということになる。しかし、この子どもの誤った信念は、空位としてゼロを捉えているのではなく、無として理解しているところにある。それゆえ、この子どもには、十の位のゼロが空位であることを理解させる必要がある。

3. 素朴物理学とニュートン力学の理解

前節で扱った例は、小学校の引き算のような比較的簡単な例であった。したがって、誰もが同じような間違いを犯すわけではないし、いずれは理解できるようになるわけであるから、それほど気に留めなくてもよいささいな問題であるともいえるかもしれない。

しかし、次に扱うニュートン力学となると、そう簡単ではない。ニュートン力学をきちんと理解するのは非常に困難であることが知られており、たとえ初等力学を受講したばかりの理科系大学生であっても難しいのである。おそらく、よほどの専門家でない限り、日本人のほとんどの人は、全くニュートン力学を理解することなくこの世を去っているといってもいいだろう。このニュートン力学の理解の問題を、小学生の引き算の誤答の例と全く同じ視点で研究した例がある (Camp, Clement Schults & Brown 1988, Brown & Clement 1989, diSessa 1988)。

まず、ニュートン力学の運動の3法則を簡単におさらいしておこう。

第1法則：慣性の法則

物体に力が働かなければ物体は等速運動をする。

第2法則：運動方程式

物体の加速度は、それに働く力に比例し、その質量に反比例する。 $F=ma$

第3法則：作用反作用の法則

二つの物体 a , b があるとき、 a が b に及ぼす力と b が a に及ぼす力とは、大きさが等しく向きが反対で二つの力の作用する方向は、 a , b を結ぶ直線上にある。

1980年くらいから、物理学の初心者、学生、専門家らに定性的なニュートン力学の問題を与えて、その解法などを調べていた研究者たちが、人々の間違い方に規則性があり、しかも、その間違いは非常に根強いことを発見した。そして、その規則性を分析するうちに素朴物理学の存在を突き止めたのである。

素朴物理学とは、地球上で生活する人なら、誰もが「自然に」、そして「無意識的に」身に付けてしまう物理学である。あえて物理学と呼んでいるのは、それが単なる断片的な規則の集合ではなく、有機的に結びついている一種の理論のような性質を持っていて、物理現象の予測や説明を行うことができるからである。

たとえば、次のような問題に対する解答はその典型例である。

問題① 車内決闘問題

AとBが決闘することになりました。二人の持つピストルは同じもので、弾の速さも同じものです。二人は時速60kmで走る電車の前と後ろに立ち、合図と同時に打ち合い、どちらの弾も命中したとします。地上で見ていると、先に打たれるのはどちらでしょうか。

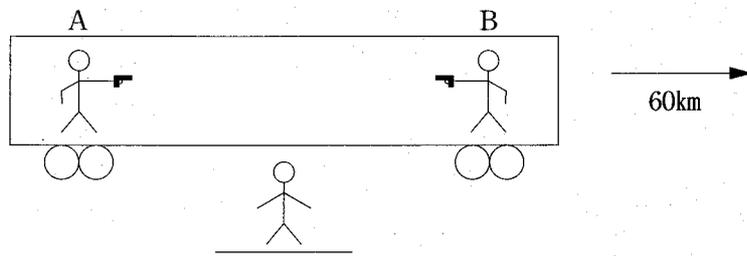


図1 社内決闘問題

この問題の典型的な誤答は、「Aが先に打たれる」というものである。

これと同様の問題として次のような問題がある。

問題② ネジ問題

列車がなめらかでまっすぐな線路を時速60マイルで走っている。ある客車の床には小さな穴があいている。その穴の真上の天井にはネジがついている。急にこのネジが緩んで落ちた。このネジは：

- A. 穴より前方の床に当たる。
- B. 穴を通過して落ちる。
- C. 穴より後方の床に当たる。

この問題の典型的な誤答は、「C. 穴より後方の床に当たる。」である。この二つの問題は、いずれも等速直線運動をしている列車の動きが発射された銃の弾の速度や落下したネジの運動に影響を与えらるというものである。このことをもう少し理論的に表現すると、「運動している物体には、その運動方向に力が働いており、その力がなくなると物体は静止する」ということになる。

しかし、ニュートン力学では、慣性を前提としているため、静止している物体と等速直線運動をしている物体には全く力が働いておらず、区別することができない。つまり、どちらの問題も、列車は静止している状態と全く同じであり、発射された弾やネジの動きは、列車の動きの影響は全く受けないのである。つまり、弾は同時に当たり、ネジは穴を通過して落ちることになる。

上記のような問題は、せいぜい3つの可能性のある答えの中から一つを選択する方式を採用しているので、このような一般化は難しいかもしれない。しかし、上記の問題に典型的な間違いを犯す人が、次のような問題に対する物理現象の予測を見ると、単に当て推量で答えを出しているわけではなく、推論していることが理解できる。

問題③ コイン投げ上げ問題 (左図)

Aからコインを垂直に投げ上げた。コインはA, B, C, D, Eの軌道を通った。B, C, D地点のコインに働いている力を矢印で示せ。

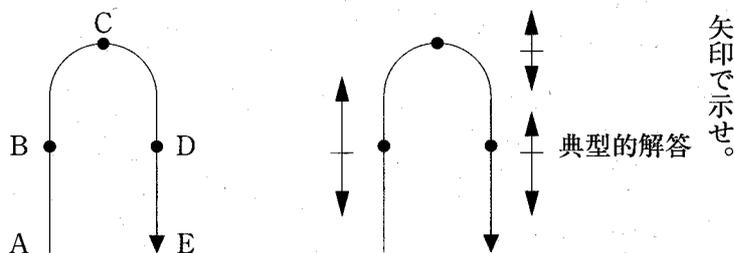


図2 コイン投げ上げ問題 (左図)

この問題の典型的な誤答(右図)は、まず、上方にあがっているときには上向きの「力」が重力よりも大きいと考える(B地点)。しかし、徐々に上向きの力が弱くなって、その力がちょうど釣り合ったときにコインは静止する(C地点)。さらに、上向きの力は重力よりも徐々に弱くなっていくので下向きに速度を増しながら落ちていく(D地点)、ということになる。

正答は、どの地点においてもコインに働いているのは同じ大きさの重力だけであり、上向きの力はコインにはいっさい働いていないということにある。つまり、物体が動いている方向には力が働いていると考えていることがよく理解できる。

このような要領で、地球上に住んでいる人が自然に身に付けてしまう素朴物理学の全体像が明らかになっていった。簡単に要点をまとめてみると以下のようなになる。

1. 観察点が静止状態にあることを前提にしている。
地上では、静止と運動の区別は絶対的に重要。「なぜ物体が運動しているか」は問いになるが、「なぜ静止しているか」は問う必要がない。
自分が静止しているときに観察した運動は「本当の」運動、動いている時に観察した運動は「みかけの」運動と判断する。
2. 観察点が固定しているため「動くもの」は、動作主であり、運動の「原因」とみなされる。
「花子の手が太郎の顔をたたいた」という状況を「太郎の顔は花子の手でたたかれた」というように、動作の主体と客体を逆転させずに認識する。ニュートン力学では、「太郎の顔が花子の手をたたいた」という主客逆転の認識をする。
3. 運動している物体には、その運動方向に力が働いており、その力がなくなると物体は静止する。
4. 物体は「重さ」を持っている(2物体間の関係ではなく物体の属性と考える)。たとえば「物には重さがあるから落ちる」と判断する。

このような法則群として素朴物理学を記述してみると、素朴物理学の準拠枠とニュートン力学の準拠枠との間に面白い関係が存在することがわかる。表1のように比較してみると、ニュートン力学と素朴物理学には明らかに相違点があることがわかる。しかし、あることを「前提」にして、あることを「説明対象」にし、そこに「因果関係」をみとめるという「認識のあり方」は全く同じである。それゆえに、私たちはニュートン力学を理解することが「可能」であり、人類はニュートン力学を発見できたといえるのである。

表1 素朴物理学とニュートン力学の準拠枠の比較

	素 朴 物 理 学	ニ ュ ー ト ン 力 学
前 提	静止(静止した観察点)	慣性系
説 明 対 象	運動=「力」,「いきおい」	速度変化=加速度=力
作 用 反 作 用	固定した動作主と受動者	2物体間の相互作用
質 量	物体の属性としての「重さ」	慣性質量

私たち地球上に住んでいる人間は、日常的に人々と物理現象の意味を伝え合い、共通理解を成立させるためにニュートン力学を使うことはできない。なぜなら、もし、ニュートン力学のように動いて

いるものと制止しているものとの区別しないとすれば、私たちは物理現象を他者に伝えることができなくなってしまう。また、主客の違いを区別せず、「花子が太郎をたたいた」という事態と「太郎の顔が花子の手をたたいた」という事態が全く同一のことを意味するとしたら、責任の所在を決定することができなくなってしまう。

4. 構成主義の誤答分析の問題点

算数の引き算とニュートン力学の誤答分析を比較してみると、きわめて似ていることがわかるだろう。すなわち、まず、規則性のある間違いを見つけ、その背後に合理的な人間の思考を仮定して、それがどのように生成されてきたのかを共感的に探求し、明らかにした上で、誤解を解く指導法を見つけるといえるものである。

しかし、誤答はこうした素朴物理学の例だけではなく、何らかの教授・学習の過程や結果として発生することもまた事実である。たとえば、引き算の問題に $3 - 3 = 3$ と誤答してしまう子どもの例でいうと、この子どもが、もしおはじきを使わないで引き算を習っていたらこのような間違いは現れなかったかもしれないし、必ずしも明らかになってはいないが、教師がおはじきを使ってどのように指導していたかも当然、間違い方に関わってくると考えられる。このように捉えてみると、間違いの規則性を手がかりに学習者の思考プロセスを明らかにしていくというアプローチはいいとしても、それがどのような教材や教授・学習過程の中で生成されてきたのかを見ていく必要があるだろう。

近年、再評価されてきているヴィゴツキーの社会的構成主義では、学習における心理的社会的道具などの媒介の役割を重視してきている。その意味では、誤答が教授学習過程と距離を置いた研究者の探求の結果、顕在化したのか、学校や授業の中で顕在化したのかはきわめて重要なことになってくる。また、誰が誤答を見つけたのかと同時に、間違うという行為そのものの学級の中でどのように顕在化し、意味づけられているのかというような、社会的相互行為による観察可能性の問題も無視できないだろう (茂呂 1999, Wertsch 1991)。

参考文献

- Brown, D. E. & Clement, J. 1989 Overcoming misconception via analogical reasoning : Factors influencing understanding in a teaching experiment. Paper presented at the annual meeting of the AERA, San Francisco, CA, March.
- Camp, C., Clement, J., Schults, D. & Brown, D. E. 1988 A conceptual model discussed by Glileo and used intuitively by Physics student.
- diSessa, A. A. 1988 Knowledge in pieces. In G. Forman & P. Pufall (Eds.) Constructivism in the Computer Age, Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum.
- Gardner, H. 1985 The mind's new science-A history of cognitive revolution. Basic Books Inc., New York 佐伯胖・海保博之監訳「認知革命」1987産業図書
- 茂呂雄二 1999「具体性のヴィゴツキー」金子書房
- Resnick, L. B. 1983 A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Eds) The development of mathematical thinking. Academic Press.
- Steffe, L. P., & Johnson, P. W. 1971 Problem-solving performance of first-grade children.

Journal for Research in Mathematics Education. 2, 50-64

Wertsch, J. V. 1991 Voice of the mind-A sociocultural approach to mediated action. Cambridge, Mass. : Harvard University Press. 田島信元・佐藤公治・茂呂雄二・上村佳世子訳「心の声—媒介された行為への社会文化的アプローチ」1995福村出版