

円周率の指導について

立花正男*

(2013年3月4日受理)

Masao TACHIBANA

Instruction of the Circular Constant

1 はじめに

平成10年の学習指導要領の改訂のとき、マスコミでは、「円周率が3になる」などと書き、円周率は台形の公式とならんで、指導内容削減の象徴の内容として取り上げられた。その記事の内容には多少の誤解はあったがここではそれには触れないこととする。


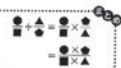
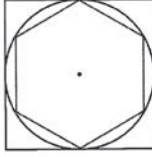
平成21年度に教員を目指す岩手大学教育学部の学生に「小学校、中学校のころに疑問に思った算数・数学の内容を書きなさい」というアンケートをとった。その中に円周率について記述しているものがあつた。代表的なものを取り上げると、「なぜ円周率は3.14...と無限小数になるのか不思議だった。なぜ中学校では π でいいの?」、「未だに解決していない疑問ですが、円周率とは一体何なのか、とても気になります。」というものがあつた。

このことを受けて、次の年の平成22年6月28日に岩手大学教育学部に入学した新生が受講する「教職入門」の時間に図1のような調査問題を実施した。このときの受講した学生は251名であつた。この調査問題の中の問題5(1)「円周率とは何かを説明しなさい。」という問題がある。

結果を図2に示してある。調査時間の関係もあり、138名の学生が問題5の(1)、(2)とも回答していなかつた。この中には、取り組んでも書けなかつたものもいることも予想できるが、今回は集

図1 調査問題

平成22年度教職入門 (H220628)

| 学部 | 課程 | 学籍番号 | 氏名 |
|--|--|--|----|
| 次の問題を解いて下さい。 | | | |
| <p>問題1</p> <p>2.5ℓのジュースを、0.7ℓ入りの水とうに入れていきます。 何ℓの水とうをいっぱいにできますか。 また、何ℓあまりますか。</p> | <p>問題2</p> <p>2ℓのジュースを3人で等分すると、1人ぶんは何ℓですか。</p> | | |
| 問題3 | | | |
| <p>下の図のような、2メートルの長さのテープがある。このテープの左から$\frac{1}{2}$メートルの部分を黒く塗りなさい。</p>  | | | |
| 問題4 分数÷分数の計算について | | | |
| <p>分数でわる計算は、わる数の分母と分子を入れかえた数をかけます。</p>  <p>この理由を説明しなさい。</p> | | | |
| 問題5 円周率について | | | |
|  | | <p>(1)円周率とは何かを説明しなさい。</p> <p>(2)円周率が3より大きく、4より小さいことを左の図を使って説明しなさい。</p> | |

計から外して、問題5に取り組んだ113名を全体としてそれぞれの割合を出してある。

結果をみると分かるように、「円周率の意味とは何か」ということについて、「円周の直径に

*岩手大学教育学部

図2 調査結果

| | |
|-----------------------------|------------|
| 「円周の直径に対する割合」と正しく回答しているもの | 45 (39.8%) |
| 「円周の半径に対する割合」と回答しているもの | 2 (0.02%) |
| 3.14, π と数値を回答しているもの | 8 (0.07%) |
| 円周や円の面積の求める公式を回答しているもの | 9 (0.08%) |
| 説明を書いているが間違っているもの | 27 (23.9%) |
| 問題5の(1)が無回答のうち、(2)は回答しているもの | 22 (19.5%) |
| 問題5に取り組んだ学生の合計 | 113 |
| 問題5の(1), (2)とも無回答のもの | 138 |

に対する割合である」と答えることができた学生があまりにも少ないのが現状である。

円周率を学習するのは、小学校第5学年である。教科書には、「円周の長さが、直径の長さの何倍になっているかを表す数を、円周率といいます。円周率は3.14です。円周率＝円周÷直径」と書いてある（下線は引用者による）。このことが、定着していないということが明白になった。

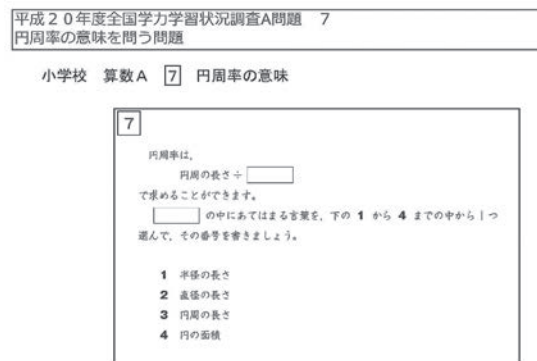
「円周率とは何か」という質問に「3.14や π 」と答える学生もいるが、この学生は、円周率の値は知っているが、「円周率が円周の直径に対する割合を表す数で、それは、どの円でも一定である。（すべての円は相似であるので、「円周：直径」が相似比になり、一定である。）」ということについて理解していないということである。また、「円周率とは何か」という質問に、円周や円の面積を求める公式を答える学生は、これまで問題を解くときに円周率で悩んだことがなく、自分は円周率を知っていると考えているものと思われる。計算はできるが意味が分かっていない状態であると考えられる。

この実態を踏まえ、本稿では、全国調査の結果

や評価規準の内容を参考にして、円周率の指導の実践例を示すこととする。

2 全国学力学習状況調査の結果

平成20年度の全国学力学習状況調査では、下記のような円周率の意味を問う問題を出題している。この問題の主旨は、「この問題は、円周と直径に対する割合が円周率であることを理解しているかどうかをみるものである。円周率の意味についての理解は、円の面積を求めることや、中学校数学科の「図形」の領域の学習に必要な内容である。」とされている。



解答類型と反応率

| 問題番号 | 解答類型 | 反応率 (%) | 正答 |
|------|---------------|---------|----|
| 7 | 1 1 と回答しているもの | 9.3 | ◎ |
| | 2 2 と回答しているもの | 76.9 | |
| | 3 3 と回答しているもの | 3.0 | |
| | 4 4 と回答しているもの | 9.7 | |
| | 9 上記以外の解答 | 0.1 | |
| | 0 無解答 | 1.0 | |

この問題の正答率は、76.9%であり、約8割の児童が正解している。この問題について、報告書では、下記のように分析及び学習指導に当たってについて記述している（下線は引用者による）。

「円周率の値3.14を覚えるだけでなく、円周率が円周の直径の割合であることを理解できるようにすることが大切である。指導に当たっては、実際に幾つかの円を使って、直径の長さが変われば円周の長さも変わることに気付くことができるようにし、直径と円周の長さを測定して、円周の直径に対する割合を調べる活動を取り入れることが考えられる。このような作業的・体験的な活動を通して、円周率の意味を理解できるようにする。」

これからの円周率の指導に当たっては、このこ

とを踏まえて行うことが大切である。

3 実践について

本実践はこれらの円周率についての理解が思わしくない実態を受け、小学校6年生に円周率の意味を復習する時間として設定したものである。

国立教育政策研究所で出している「評価規準の作成、評価方法等の工夫改善のための参考資料」の5年の円周率の部分の評価規準は以下のようになっている。

【算数への関心・意欲・態度】

- 円周率に関心をもち、円周率を用いようとする。

【数学的な考え方】

- 内接する正六角形と外接する正方形との関係を用いて、円周は直径の3倍より大きく4倍より小さいことを見いだしている。

【数量や図形についての技能】

- 円周率を用いて、円の直径から円周を求めたり、円周から直径を求めたりすることができる。

【数量や図形についての知識・理解】

- どの円についての(円周)÷(直径)の値が一定であることや、その円周の値を円周率ということ、円周率の値は3.14を用いることなどを理解している(下線は引用者による)。

この評価規準を参考に、授業実践したものが以下の記録である。

- 授業者と児童は今日が初めての対面である。授業者は、授業で使うジュースを人数分持って教室に入った。ある児童がそれをめざとく見つけて、「ジュースだ」とつぶやいている。
- 授業が始まり、授業者が自己紹介して、「今日は皆さんにお土産を持ってきました」と言ったら、歓声とともに、すでにジュースをみた児童から「ジュースだ」という声も聞こえた。
- 一人一人に「ジュース」を一本ずつ配った。



- 授業者は、全員に配られたことを確認してから、「今日の算数は、このジュースを使います。皆さんは、これをみてどのような算数の問題が考えられますか」と発問した。
- 児童からは、「重さはいくらか?」、「円周はいくらか?」、「半径はいくらか?」などが出された。
- 授業者は、「今日は、このジュースの缶のたての長さ、胴回り(円の円周)の長さではどちらが長いかを考えてもらいます。」と言った。
- 「どちらが長いと思いますか?」と児童に直感で答えるように投げかけ挙手で確認した。
- 円周が長いと答えた児童が**5名**で、高さが長いと答えた児童が**27名**で圧倒的に高さが長いと感じた児童が多かった。
- 「このことをどうやって確かめますか」と授業者が質問すると
- 児童は「計算する」、「測る」と答えた。
- 授業者は、「何を計算するかを知りたいけど、それは後にすることにして、『測る』ことを先に考えましょう。」と言った。
- 「『測る』ためには、何が必要ですか?」と授業者が言うと、児童はすかさず「定規」と返答した。
- ここで、授業者は、「もし、定規(測るための道具)がなかったら、どうしますか」と質問した。
- 「ひもを使う」という回答を期待していたが、児童から出てこなかったため、授業者はポケットからリボンを取り出し、「これがあつたらどうします」と質問したら、測るというこ

とにこだわっている児童が多く、「リボンを測る」という回答が多かった。2年生のころに学習したリボンを使った間接比較の方法が出てこなかった。

- 授業者は、準備していたリボンを一人一人に渡し、それを使って、「ジュースの缶のたての長さと、胴回り（円の円周）の長さではどちらが長いか」を確認するように指示した。
- 児童は、各自でリボンを使って確かめていた。作業の様子をみると、リボンに印を付けて、高さと円周を比較している児童も多かった。やり方については説明できないが、実際は間接比較をしている児童が多かったということである。
- ここで、児童は「見ためは高さが高い」と思ったが、「実際は円周が長い」ということを確認して驚いていた。
- 授業者は、「人間の目はあまり信用できないね」といって、実際に確認してみることが大切であることを説明した。
- そして授業者は、「ところで、もしこのリボンがなかったら、どうやって確かめることができますか。」「今度は定規があることにします。」と言った。
- 「最初に、計算するや測ると言いましたが、どこを測るのですか」と質問した。
- 児童は「円の半径」、「円の直径」、「缶の高さ」と答えた。
- 「円の半径は測れますか」と質問して、半径は直径の半分であることを確認して、半径ではなく、直径を測ることにした。
- 児童はそれぞれ、円の直径と、高さをはかりはじめた。
- 測った結果を発表してもらったら、以下のようになった。
 円の直径・・・5.2 cm, 5.1 cm, 5.0 cm
 高さ・・・13.2 cm, 13.3 cm, 13.4 cm
 と3種類ずつの長さが出た。
- 授業者は、「少しずれても仕方ない」といって、どの長さであるかは示さなかった。

- 授業者は「直径が5.2 cmで、高さが13.2 cmだったら、高さのほうが長いのではないですか」とあえて意地悪な質問を試みた。
- すかさず、ある児童があきれたように「3.14をかけないいけない」と言った。
- 授業者は、「何？、その3.14は？」と質問したら。
- 児童からは「円周率です」との答えが返ってきた。
- 授業者は「なぜ、3.14をかけるのですか」と質問した。
- 児童は、「円周は円の直径×3.14で計算することができます」と答えた。
- 授業者は「円周＝円の直径×円周率」と板書し、それぞれが測った直径の長さを使って円周の長さを計算するように指示した。
- 児童はそれぞれの取り組み

$$5.0 \times 3.14 = 15.7$$

$$5.1 \times 3.14 = 16.014$$

$$5.2 \times 3.14 = 16.328$$
 という答えを出した。
- 有効数字のことを考えると、小数第3位を計算しても意味はないが、ここでは、それに触れないで、「やっぱり計算でも、円周の方が高さより長い」ということを確認した。

• ここからが本時の1つめのねらいである、「円周率の意味」を考える学習である。

- ここで授業者は、「今皆さんは、3.14をかけたましたが、この3.14の意味は何ですか。」と質問した。
- 児童は、何を質問しているのだろうという顔をして、「円周率です」と答えた。
- 授業者は、「3.14は円周率を表す数ですが、円周率とはなんですか」と質問した。
- 児童は何を答えていいのか分からない様子で「ぼかん」としていた。
- 授業者は「式をみて、円周率の意味を考えて

みよう」といって

円周 = 直径 × 円周率
の式を黒板に書いた。

例えば

$$5.1 \times 3.14 = 16.014 \text{ でした。}$$

- 「3.14を求める式はどうなりますか。」
- 児童は、逆算の考えを使って

$$3.14 = 16.014 \div 5.1$$

の式を作った。

- 授業者は、この式を使って言葉の式をつくるように指示した。
- 児童は、

「円周率 = 円周 ÷ 直径」
という式を作った。

- 授業者は「円周率は、円周を直径で割った値である。これはどの円でも同じになる。」こと説明した。また、中学になると3.14ではなくπという文字を使うことについても触れた。
- ここで授業は、「分かったことをまとめます。」といって、
- 「円周率は、円周を直径で割った値で、その値は3.14になる」ことと
- 「円周は、直径の約3.14倍になる」ことも分かることをまとめた。
- 円周率の意味を問う学習は一段落したが、次のようなことを児童に投げかけた。

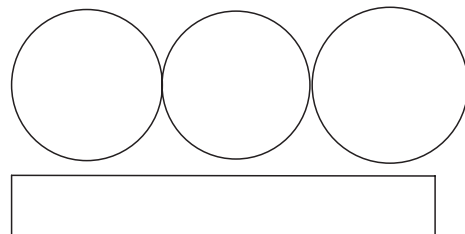
• ここからは、本時の2つめのねらいである論理的に考えることの学習である。

- 「円周は、直径の約3.14倍になる」ことを少し表現を変えると「円周は直径の3倍よりも長い」ということです。
- 「このことはいいですか」と質問したら、児童からは元気よく「はい」という返事が返ってきた。
- 授業者は、「このことが分かっている人が、『測らなくても確かめられる』といって、ジュー

スの缶を次のように並べた。」という話をし、缶を並べてみせた。



- 授業者は、4人グループを作り、「自分たちの缶を写真のようにして、なぜいえるか」を考えるように指示した。
- 4人グループを作り、話し合いが始まったが、なかなか進めないでいた。
- そこで、授業者は、今、何と何を比べようとしているのかを確認した。
- 「高さと同周を比べようとしている。」ことを再度確認した。
- まだ、グループでの話し合いが進まないで、1本のジュースが横になっていることから何が分かるかを考えるように指示した。
- 「円が3つ並んでいるということは、直径の何倍になっていることか」を机間指導で各班に考えるように指導した。
- 各班では、「円が3つ並んでいるから、直径の3倍の長さがある」ということが出された。
- 授業者は、「そうすると、ジュースの缶が横になってことは、直径の3倍と高さを比べていることになる。」ことを確認した。



- 従って、この図から分かることは、「高さは、円の直径の3倍よりも短い」ということであることを確認した。
- 授業時間が終わり、児童が疲れていて、今何

を考えてよいか分からない状態であった。

- ここで授業者は、最後にもう少しがんばって欲しいことをお願いして、次のことを振り返った。
- 円周率の学習をしたとき、
「円周は、直径の3倍より長い」と学習しました（板書されていることを指さした）。
- 今、ジュースの缶を並べて分かったことは、
「高さは、直径の3倍より短い」ということでした。
- 大半の児童は、何を言っているのか、分からない様子であったが、数人の児童が、すっきりした顔で自信をもって手を上げていた。
- 手を上げた、児童を指名すると、
「円周は、直径の3倍より長いです。高さ直径の3倍より短いです。だから円周は高さより長いことがわかります。」と答えた。
- 授業者は、この答えを賞賛し、これを板書し、このように考えることは非常に大切であることを使えた。
- この段階で、授業時間は5分程度のびた。今日は「円周率の意味」について学習したこと。また、「知識はあると、それを活用して知恵が生まれること」と話して授業を終わりとした。

直径×3>高さなので、円周>高さであると説明することができる。」を評価しようとしたものであった。この内容についてできた児童はほんの数人であり、この指導は十分でなかったと思われる。時間をもう少しかけ、児童に取り組みさせる必要を感じた。

推論して考えることについて、児童は普段の生活や学習においてごく自然に行っているが、それが表に現れることが少ないので、自分がどのように考えているかを意識することが少ないと思われる。これからの指導においては、それらを児童が意識できるように、指導者が意図的、計画的に指導していくことが大切であると考ええる。

参考・引用文献

- 文部科学省・国立教育政策研究所（2008）平成20年度全国学力・学習状況調査【小学校】調査結果概要
- 藤井 齊亮ほか（2010）新しい算数5下 東京書籍
- 国立教育政策研究所（2011）評価規準の作成，評価方法の工夫改善のための参考資料 教育出版
- 根上 生也（2007）人に教えたいくなる数学 ソフトバンククリエイティブ株式会社

4 授業の評価について

この授業は、「円周率の意味を指導する」とことと「推移律によって、判断すること」という2つを目的に行ったものであった。前半の「円周率の意味」については、評価の観点「数量や図形についての知識・理解」で「どの円についても、（円周）÷（直径）の値が一定であり、その値が3.14であることを理解している。」を評価するものであった。このことに関しては、児童はよく答えており、円周の直径に対する割合が円周率であることを理解したと思われる。

後半の推移律での学習を評価の観点の「数学的な考え方」で「円周>直径×3であり、また、