

算数の「できる」と「わかる」の一例 ～百分率を求めるのに、なぜ100を掛けるのか～

大河原 清*

(2013年3月4日受理)

OOKAWARA Kiyoshi

An Example in Elementary Mathematics Where Students Can Solve Problems but Lack Clear Understanding of Meaning

[要約]

「『できる』と『わかる』の一例」として百分率の課題を講義の中で提示している。計算で百分率の値を求めることはできる。しかし、百分率を求める場合に、「どうして100を掛けるのか」、「100をかける意味を説明してください」というと、大部分の者が説明できない。今回の調査では、大学生75名のうち54名の72%の者が説明できなかった。小学校で習ったことをすでに忘れてしまったか、計算できることに重点のある指導によって、意味まで理解して来なかったのが考えられよう。本論の前半部では、聞き取りを含む調査結果を、後半部では、小学校教科書に依拠して「割合、歩合、百分率」の意味について解説した。

[キーワード] 算数、できる、わかる、百分率、割合、歩合

[1] 百分率を求める場合に、「どうして100を掛けるのか」の意味理解の現状

「『できる』と『わかる』の一例」として百分率の課題を講義の中で取り上げている。ほとんどの学習者は百分率の計算ができる。しかし、百分

率を求める時に、「どうして100を掛けるのか」の説明を求めると、十分な説明ができない者が多い。そこで、百分率を求める場合に、「どうして100を掛けるのか」の意味理解の現状を調べてみた。被調査者に次のような二つの課題を与えて回答してもらった。

(「『できる』かどうか」を調べる課題)

「課題1 次の問題を解きなさい。

太郎君のいるクラス人数は全部で40人です。

今日、風邪で10人が欠席しました。

欠席した人数を百分率で表しなさい。」

(「『わかる』かどうか」を調べる課題)

「課題2 百分率を求めるのに、どうして100を掛けたのでしょうか?

分かり易く説明しなさい。(説明できない訳は?)」

[課題1の結果]

課題1の百分率の値を求める問題は、以下に述べる被調査者全員が「25%」と正解をしてい

た。したがって、百分率を求める問題が算数、数学の問題として出題される場合には、ほぼ全員が合格することになる。

[課題2の結果]

以下に述べる通り、今回の被調査者であるA大学生75名の場合には72%にあたる54名が、100を掛ける意味を説明できなかった。C高校生29名の場合には約83%にあたる24名が、100を掛ける意味を説明できなかった。

1] A大学生75名の場合（2012年12月、『『できる』と『わかる』の一例』を講義に先立って実施。受講生はゼロ免課程の学生であるが、教員免許取得を目的にこの科目を受講している。）

百分率の意味を説明できている正解者が21名、残り54名は意味が曖昧であった。つまり、75名中の21名の28%の者が意味を理解しているのに対して、残り72%にあたる54名は百分率の意味を理解していない者と思われた。

意味理解に到達していないと思われる54名について述べる。無記入者が10名、「百分率を求めるルールであるから」とする者が12名、「よくわかりません」が3名、「100を掛けることで小数を整数にしてわかりやすくするため」が8名、「百分率だから、百という数値があるから」が4名、「なんとなくそうだと思った」が2名、「説明できない」が3名、その他分類の困難な者が12名であった。

2] B大学生172名の場合（一度解説後にテストで調べてみると（参考資料））

B大学生172名のデータは、講義の中で一度『『できる』と『わかる』の一例』として百分率の課題を出題して解説をした後、期末テストで同じ課題を出した場合のデータである。ただし、テスト受講人数が172名の場合であり、講義で説明を受けた人数は、その半数と思われる。つまり通常の講義の出席人数はテスト受講生のほぼ半数近くの65～85名であり、残りの約半数の学生は講義で「どうして100を掛けるのか」の説明を受けていない

者と推定できる。このため、講義での説明を受けて分かった者とそうでない者との違いは不明であるものの、半数が説明を受けていなかった者と推定できる。

その結果、172名の中で、「どうして100を掛けるのか」の意味が理解できていると思われる人数は94名の約55%、残り78名の約45%の学生は理解していなかった。これは講義に欠席した人数にほぼ相当している。一度説明を受けた学生が正解率を上げており、そうでない学生は不正解であったのではないかと思われる。

これらの数値からも、百分率を求める場合に、大学生の場合でも、計算式から百分率の値は求めることができても、「なぜ100を掛けるのか」の意味を理解している者の人数は極めて少ないことが伺えよう。

3] C高校生29名の場合（2012年12月に大学訪問で訪れた際に、質問紙を配付して回答を求めた。）

「100を基準としている」とする正解者が5名、記入の無い者（以下、無記入者）が13名、「百分率だから」とする者が4名、「そういうルールだから」とする者が1名、「小数を消すため」が1名、「わかり易くするため」が1名、「100をかけると結果が見やすい」が4名であった。

つまり、29名中百分率を明確に分かっていると思われる者は5名であり、この数値は29名中の約17%であった。

4] Dその他の聞き取り調査での感触

教職経験者10年研修に参加した先生方12名を対象に、同じ課題を同一質問紙で出したところ、百分率の値を求めることができたものは全員。しかし100を掛ける意味を直ちに説明できたのは、高校教員1名であった。

また、観察実習でお世話いただく小学校の先生とのお茶飲み話で聞いてみると、もとにする数を100にするためというよりも、算数の教科書に出てくる小数と百分率の対照表の通り（注1 2①③を参照）、1を100%にするのでという答え方であ

った。これは百分率が初めて出てくる小学5年生（下）における導入に基づいており、小6で導入される比と比例の考えで捉えていないためであろうと思われる。

【2】小数として求められる割合はもとにする数量が1の場合で、歩合はそれが10の場合で、百分率はそれが100の場合であるという意味の理解についての解説

前節で述べた通り、計算はできるけれど、その意味が分からない。その一例が百分率の場合である。課題を与えると、百分率を求めることができる。しかし、その百分率の計算において、「なぜ式の中で100を掛けるのか」と問うと、その意味についての説明ができない。

関連して出てくるのが、割合の値に10を掛けて求めることのできる歩合であり、さらに小数点として求めている割合の意味についてである。

結論から述べよう。割合は小数点で表される。これは「もとにする数量」を1にする場合である。次に何割、何分、何厘、何毛で表示する歩合は、「もとにする数量」を10にする場合である。そして百分率は「もとにする数量」を100にする場合である。だから、小数点で求めた割合に、10倍すると歩合が、100倍すると百分率に換算できるのである。

語句の説明から始める。割合では、基準とする数量をもとにする数量、割合にあたる数量をくらべられる数量ともいう。つまり、割合とは「基準とする数量」からみた「くらべられる数量」の比として表現される数値であるといえる。以下では「基準とする数量」を「もとにする数量」、あるいは「全体の数量」として表現することとする。

分数の比からもとにする数量の意味がどのようになっているかを示そう。

もとにする数量を100とすることを意識してい

ると思われる学校図書の算数教科書「みんなと学ぶ小学校算数5年下」（一松信ほか38名 平成11年1月31日文部省検定済）（注1：末尾に引用した）の例題がふさわしいと思われるので、その例で示そう。

「定員50人のバスに、40人乗っています。

① バスのこみぐあいを表す割合を求めましょう。 $40 \div 50 = \boxed{0.8}$

（ただし、□の中の数値は引用者が記入した。）

② この割合を、もとにする量を100として表してみましょう。 $40 \div 50 = \frac{40}{50} = \frac{80}{100}$

（小5下 教科書 p.65）

①の小数点の0.8は、②の通り、分母を100とすると80となる。これはもとにする数量を100とする場合で、百分率で表示すれば、分子の数値80は80%を意味している。

教科書には枠囲いでまとめが次の通り記されている。

「もとにする量を100としたときのくらべられる量で、割合を表すことがあります。この表し方を百分率といいます。小数で表される割合の0.01を1パーセントといい、1%と書きます。（「%」の書き順が書かれている）」

比と比例式で示そう。

[百分率の場合]

まず百分率が100を基準としていることは、 $40 : 50 = x : 100$

とすれば、求める x は、内項の積 = 外項の積より

$$50x = 40 \times 100$$

$$x = 40 \times \frac{100}{50}$$

$$= 80(\%) \cdots \cdots \text{百分率}$$

この式は、「もとにする数量」50人を100人に換算することを意味している。

[比例式で復習]

先の例題において

割合 = $40 \times \frac{1}{50}$ ← ……もとにする数量の50を1に換算する

歩合 = $40 \times \frac{10}{50}$ ← ……もとにする数量の50を10に換算する

百分率 = $40 \times \frac{100}{50}$ ← ……もとにする数量の50を100に換算する

[補足2]

導入にあたって比例式が難しい場合のために、比と比例式の間をよりわかりやすく示そう。

たとえば、1個30円のみかんは、6個ではいくらになるかは

求める値を y とすれば、 $y = 30 \times 6$

となる。これは1個が30円だから、6個ではの場合である。

この式を比例式として、単位を含めて、もっと明確に示せば

$$y = 30(\text{円}) \times \frac{6(\text{個})}{1(\text{個})}$$

$$= 180(\text{円})$$

となる。個数という同じ単位同士での比較であり、結果は、単位として(円)だけが残る。

経験的には、単価計算をしており、先の上記の式において、

$$y = 30(\text{円/個}) \times 6(\text{個})$$

$$= 180(\text{円})$$

と求めている。

つまり、頭の中では、比例式の計算を無意識に行っているのである。特に分母が1の場合には、無意識に実施しているのである。「1」という数値は、あまり意識されない隠れたそして有用な数値であると言える。

再度、3個で90円のみかんを12個買う場合には、1個あたり30円だから、12個では

$$y = 30(\text{円/個}) \times 12(\text{個})$$

$$= 360(\text{円})$$

として求める人の場合には、単位当たりの価格を求めてから、12個の価格をさらに計算する場合である。

これに対して、比例式の場合に、直接、個数当たりの比べ方をするので

$$y = 90(\text{円}) \times \frac{12(\text{個})}{3(\text{個})}$$

として、ただちに求められるであろう。

老婆心ながら、比例式では、左辺に求めようとする値 y を、右辺は、もとにする数量3を分母とする時、①もとにする数量に対応する金額90を分子の左側に、②もとにする数量と同じ単位で比較する数量12を分母の真上の分子に書くのが、理解しやすいであろう。

単価をいちいち求める手間を省略できる点では、比例式で求めるストレートな方法がより効率的であろう。

たとえば、7(g)あたり1470円の金属は、20(g)の場合には

$$y = 1470(\text{円}) \times \frac{20(\text{g})}{7(\text{g})}$$

$$= 4200(\text{円})$$

となる。

引用・参考文献

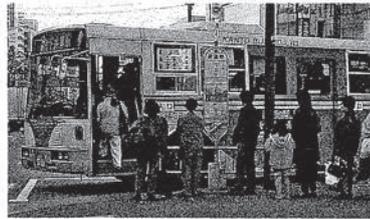
一松信ほか38名 1999 みんなと学ぶ小学校算数5
年下 学校図書 61-75.

鈴木進吾（編集人）1994 学研版算数おもしろ大
事典 学習研究社 106-107.

注1：一松信ほか38名 1999 みんなと学ぶ小学校
算数5年下 学校図書 65.

2 ひゃくぶんりつ 百分率

- 1 定員50人のバスに、
40人乗っています。



- ① バスのこみぐあいを表す
割合を求めましょう。

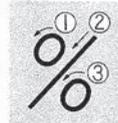
$$40 \div 50 = \square$$

- ② この割合を、もとにする量を
100として表してみましょう。

$$40 \div 50 = \frac{40}{50} = \frac{\square}{100}$$

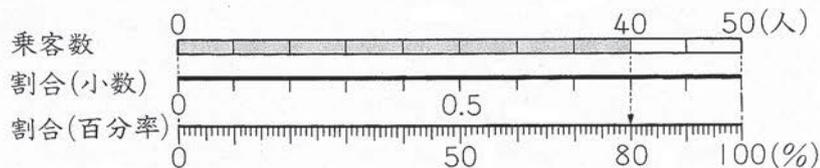


もとにする量を100としたときのくらべられる量で、
割合を表すことがあります。この表し方をひゃくぶんりつ百分率とい
います。小数で表された割合の0.01を
1パーセントといい、1%と書きます。



- ③ 小数で表した割合を100倍すると、百分率になりま
す。バスのこみぐあいを百分率で表しましょう。

$$40 \div 50 \times 100 = \square (\%)$$



次の割合を、小数は百分率で、百分率は小数で表しましょう。

- ① 0.75 ② 0.8 ③ 0.316 ④ 16% ⑤ 2%