

## 標準 P - P グラフと P - P グラフ分析

佐伯 卓也\*

Standard P-P Graph and P-P Graph Analysis

Takuya SAEKI

The present article consists of the Standard P-P Graph, the construction method of the graph and its application by using data of the WA-Test of I-Form. Moreover the Difference P-P Graph, being similar to differential in mathematics, is stated.

### は し が き

数学教材の内容の論理的な構造、すなわちキーワード(主要概念)間のリンクを意味する内容構造と、それを学習する学習者の認識構造の変容を測定するという報告は、例えばアメリカのGee-slinとShavelson(1975)によってなされている。

ところで、認知構造の測定用具を先行研究に求めれば、4種類程知られている。この中から何回かの試行を経て、テスト時の被験者(Ssと略す)の時間的負担、データ処理上の負担等の軽減を考へて、言語連想テストの変形である「岩手式言語連想テスト」(I式WAテスト、I-WAテスト等と略す)を開発した(佐伯, 1980)。

I式WAテストを用いて得られたデータから、P-Pグラフ分析により、教師の授業の評価をで

きることはすでに紹介している(佐伯, 1981 ab; 佐伯・倉島, 1981)。小論は、このP-Pグラフ作成を標準化し、「標準P-Pグラフ」とでもいふべきものを作り、マイクロコンピュータのCRT表示プログラムが容易になったこと、階差P-Pグラフが作成され、P-Pグラフ分析の手法が拡大されること、等に触れる。

### 1. P - P グラフと標準 P - P グラフ

P-PグラフのP-Pとはpretest-posttestの略であって一般には、特別に事前とか事後とかにかかわらず(テスト) — (処偶) — (テスト)のように、ある処偶(授業)の前後で、同水準の、比較可能なテストを実施し、Ssの処偶による変容のデータがあれば、P-Pグラフが作成できる。用いるテストは学力テストでも何であっ

\* 岩手大学教育学部数学科・附属教育工学センター

てもよいが、以下、I式WAテストを例にとって、説明する。

キーワードとして拙論（佐伯，1981cのp. 230）から次の10個をとる。なおキーワードは以下番号だけで示すことにする。①射影幾何学，②媒介変数，③点列，④線束，⑤射影変換，⑥相称変換，⑦双対（変換），⑧配景，⑨射影対応，⑩複比，がキーワードである。

これからI式WAテスト（実例は佐伯，1981c）を作り，事前テストと事後テストを，あるSsに実施したとする。そのときの応答数を行列（一部は第1図に示す）に表す。図中太字は，内容構

	①	②	③	④	⑤
①		10	1	0	27
②	5		6	1	9
③	7	21		14	1
④	5	14	30		2
⑤	34	9	2	2	

第1図 I式WAテスト応答行列（一部）

対角線の上が事前テスト，下が事後テストの応答数

造の隣接箇所である。表の見方は，キーワード①と②をパスで結んだSsの人数が，事前では10人，事後では5人に減少した，①と③をパスで結んだSsの人数が，事前では1人，事後では7人に増加した，と読めばよい。事前テストと事後テストの応答行列があれば，自然数の組（事前が前）が，行列の各成分（各キーワードの組に対応する，ここではキーワードが10個あるから ${}_{10}C_2 = 45$ だけある）が，図1の例では，①②は(10, 5)，①③は(1, 7)等と表すことができる。これらを普通のデカルト座標で表された点とみなせば，キーワードの組とデカルト座標上の点が一意に対応する<sup>1)</sup>。このグラフ上の点による事前-事後テスト得点の表示を，P-Pグラフと呼ぶ。

P-Pグラフは普通全部のキーワードの組では行わず，内容構造の隣接箇所（図1の太字部分）

だけで考える。

さて，このP-PグラフはSsの人数によって座標の目盛が伸縮して都合が悪い。そこで，応答行列の各成分（Ssの応答人数）を，Ssの全人数に対する百分率でおきかえ，この百分率でおきかえた行列をもとにして作ったP-Pグラフを，標準P-Pグラフ（standard P-P graph）といい，簡単にはP-Psグラフと略称することにす。これに対し，もとのP-Pグラフを，特に区別する必要があるときは，P-Prグラフということにする。これらの実例を次節で示す。

## 2 P-Pグラフと標準P-Pグラフ（P-Psグラフ）の比較

本研究のデータは，拙論（佐伯，1981c）のものを用いる。データ採取手順はすでに述べているので，必要事項だけ記すことにす。

応答行列に第2図のような番号を各成分につける。また⑩はすでに述べたキーワードの番号を示している。応答行列につけた番号を，キーワードの番号と区別するときは，特に応答行列の成分番号と呼ぶことにす。本研究の場合はキーワード

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
①		1	2	3	4*	5	6*	7	8	9
②			10*	11*	12*	13	14	15	16	17*
③				18	19	20	21	22*	23*	24*
④					25	26	27	28*	29*	30*
⑤						31*	32	33	34*	35*
⑥							36	37	38	39
⑦								40	41	42
⑧									43*	44
⑨										45
⑩										

第2図 応答行列の成分番号（キーワード数10語）

\*は内容構造の隣接箇所を表す。

の数が10であるから $10 \times 9 / 2 = 45$ で1番から45番まで番号がつく。特に、内容構造の隣接箇所には\*をつけて示しておく。

第1表は隣接箇所別の応答数を、事前・事後そして保持 (retention) テスト別に示したものである。最下段の「全人数」とはそのときのSsの人数である。さらに、第2表は、第1表をもとにし

成分 番号	事前テスト			事後テスト			保持テスト		
	上	下	全	上	下	全	上	下	全
4	13	14	27	18	16	34	13	12	25
6	1	1	2	2	1	3	1	0	1
10	1	5	6	10	11	21	10	9	19
11	1	0	1	9	5	14	6	3	9
12	4	5	9	6	3	9	0	2	2
17	5	0	5	6	7	13	2	1	3
22	0	0	0	8	7	15	5	2	7
23	1	1	2	3	6	10	4	4	8
24	9	10	19	4	6	7	5	6	11
28	0	2	2	10	7	17	6	7	13
29	2	1	3	4	7	11	5	6	11
30	0	1	1	3	3	6	2	4	6
31	13	13	26	18	15	33	12	12	24
34	14	9	23	1	8	9	2	7	9
35	1	1	2	1	3	4	2	1	3
43	2	0	2	16	14	30	14	14	28
全人数	21	21	42	21	21	42	16	18	34

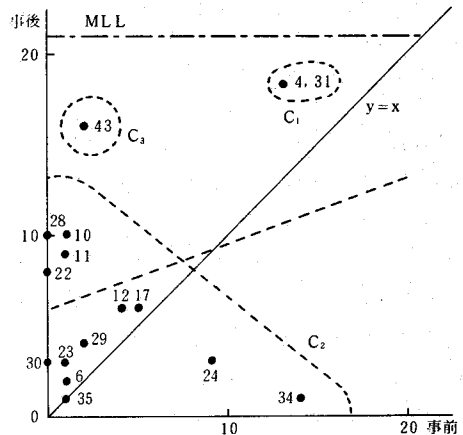
第1表 内容構造隣接箇所 (各成分) 応答数

て作った各成分を百分率でおきかえた (標準化した) 応答率の表である。第1表, 第2表とも, 上, 下, 全と各テストの下にあるが, これらはそれぞれ, 上位群, 下位群, 全サンプルを表す (この分け方は (佐伯, 1981c) の p. 231にある)。

第1表の上位群で事前-事後テストのデータで P-P グラフを作ったのが第3図である。このグラフの中の  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  はクラスターで, このグラフは, II型であることを示している (佐伯, 1981

成分 番号	事前テスト			事後テスト			保持テスト		
	上	下	全	上	下	全	上	下	全
4	62	67	64	86	76	81	81	67	74
6	5	5	5	10	5	7	6	0	3
10	5	24	14	48	52	50	63	50	56
11	5	0	2	43	24	33	38	17	27
12	19	24	21	29	14	21	0	11	6
17	24	0	12	29	33	31	13	6	9
22	0	0	0	38	33	36	31	11	21
23	5	5	5	14	29	24	25	22	24
24	43	48	45	19	29	17	31	33	32
28	0	10	5	48	33	41	38	39	38
29	10	5	7	19	33	26	31	33	32
30	0	5	2	14	14	14	13	22	18
31	62	62	62	86	71	79	75	67	71
34	67	43	55	5	38	21	13	39	27
35	5	5	5	5	14	10	13	6	9
43	10	0	5	76	67	71	88	78	82

第2表 内容構造隣接箇所応答率 (%)



第3図 上位群事前-事後テスト P-P グラフ

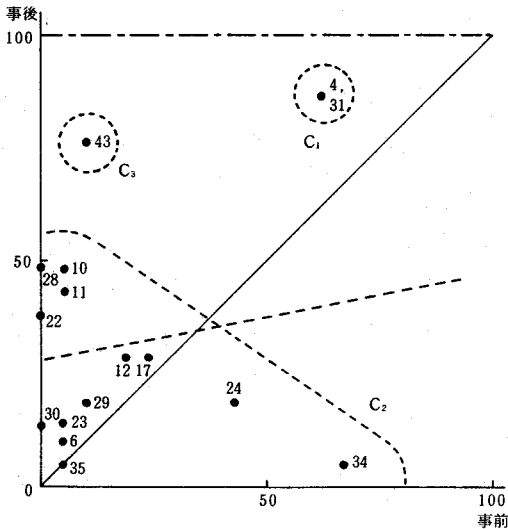
$$\beta_1 = .2830, \beta_2 = .4401, r = .3173$$

$$\text{回帰直線 } y = 5.94 + .36x$$

4 と 31 は 2 重点

a)。また、MLLとは完全習得直線の意味で、Ss全員が内容構造通りに習得すると、点がこのMLL上に並ぶのでこの名がある。

次に標準P-Pグラフ(P-Ps グラフ)を図4で示す。第3図と第4図を比べると、点の分布は全く同じであることが分る。変容係数(佐伯,



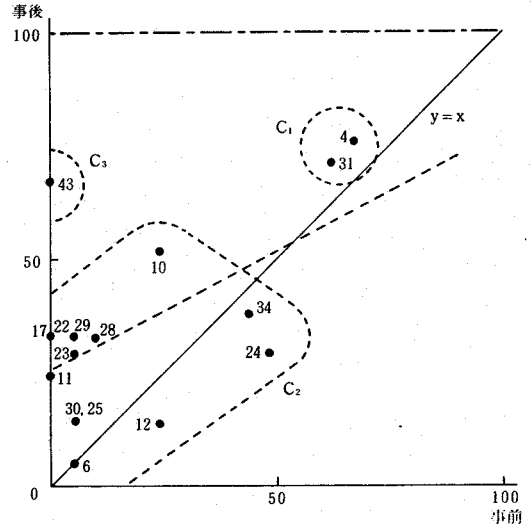
第4図 上位群事前-事後テストP-Ps グラフ

$\beta_1 = .2830, \beta_2 = .4398, r = .3168$   
 回帰直線  $y = 28.30 + .36x$   
 4と31は2重点

1981a) $\beta_1$ は全く一致、 $\beta_2$ は少し異なり、また積率相関係数 $r$ もいづらか異なる。これは理論的には一致するはずだが、百分率になおしたとき、四捨五入しているの、その丸めの誤差から生じたと考えられる。回帰直線も、 $x$ の係数は等しいし、定数項も、第4図の28.30へ21/100をかけると約5.94になり一致することが分る。

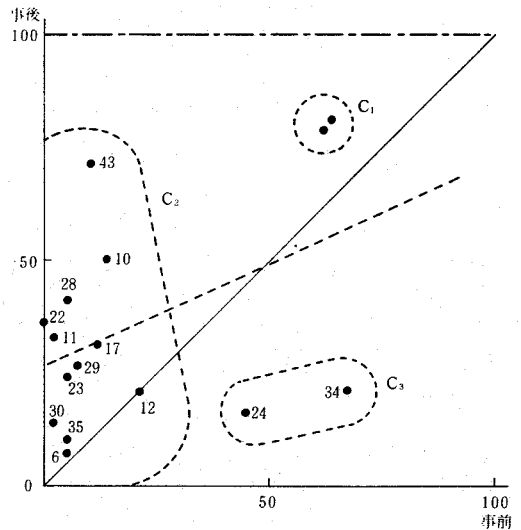
このため、もとのP-Pグラフ(P-Prグラフ)を考える代りに、P-Ps グラフを考えてもよいことが分る。

第5図、第6図はそれぞれ下位群と全サンプルのP-Ps グラフである。いずれも第2表から作っている。



第5図 下位群事前-事後テストP-Ps グラフ

$\beta_1 = .2562, \beta_2 = .5363, r = .5717$   
 回帰直線  $y = 25.62 + .52x$   
 17と22, 30と35は2重点



第6図 全サンプル事前-事後テストP-Ps グラフ

$\beta_1 = .2617, \beta_2 = .4867, r = .4517$   
 回帰直線  $y = 26.17 + .46x$

ところで下位群のP-Ps グラフ(第5図)も、上位群のそれと同じで、II型(佐伯, 1981a)であるのに、全サンプルではI型(佐伯, 1981a)

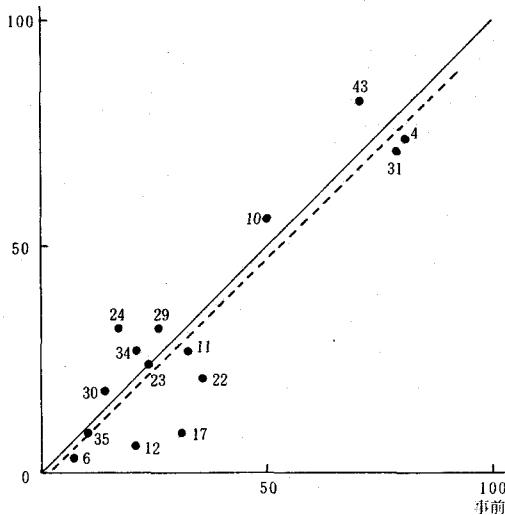
になっている。これはSsの人数が増加すると一種の平均化が起る、いわゆる平均化効果(佐伯, 1981c)と似た現象と考えられる。

P-Pグラフに比べ、P-Psグラフは、学カテスト時の正答率のように尺度が揃うのでいろいろな利点が生じてくる。その主なるものは、マイクロコンピュータのCRT表示のプログラムが容易になること、どんなP-Pグラフでも直接比較できるようになること等である。次にP-Psグラフの1つの応用として、階差(差分)P-Pグラフの概念が考えられるのでそれについて触れる。

### 3 階差P-Pグラフ

以下P-Pグラフというとき、標準P-Pグラフのみ考えることにするので、P-PsのSを略すことにする。

第6図で事前-事後テストでのP-Pグラフを示したが、同じ全サンプルで、事後-保持テストのP-Pグラフを考えると第7図のようになる。



第7図 全サンプル事後-保持テストP-Psグラフ

$$\beta_1 = -.0115, \beta_2 = -.3791, r = .9145$$

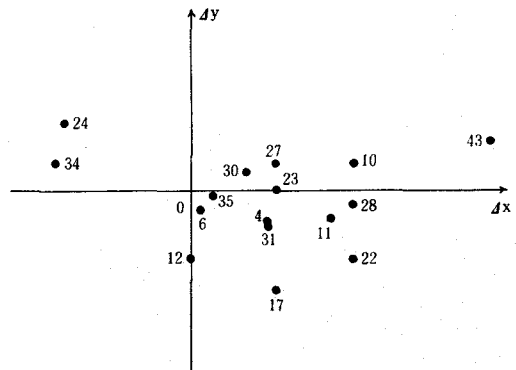
$$\text{回帰直線 } y = -1.15 + .97x$$

これを第6図の全サンプル事前-事後テストP-Pグラフと比べて、各点の動きを見よう。点43は大きく右の方へ動き、反面、点4, 31はあまり動かない。また一方点24, 34は左方に動いていることがわかる。これをもう少し分り易く示すために次の階差P-Pグラフを作成する。

内容構造隣接箇所応答率(第2表)の全サンプルのデータで説明しよう。事前テストの全サンプルの各成分番号*i*に対する値を $x_i$ , 事後テストのそれを $y_i$ , 保持テストのそれを $z_i$ とし

$$\Delta x_i = y_i - x_i, \Delta y_i = z_i - y_i$$

とおく。新しく $\Delta x_i$ を*x*座標、 $\Delta y_i$ を*y*座標とする点 $\Delta P_i$ をデカルト平面上に表示したグラフを(第1次)階差(差分)(difference)P-Pグラフということにする。第2表のデータから作った階差P-Pグラフを第8図で示す。これを見

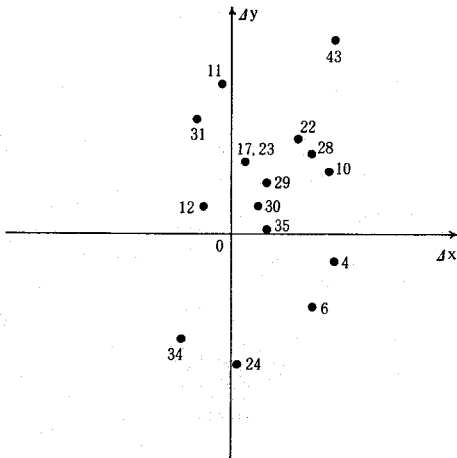


第8図 (第1次)階差P-Pグラフ  
事前-事後-保持

ると点43は $\Delta x$ 軸の正の方にあり、反面、点24, 34は左の方にくる。また、点4, 31は原点の付近にある。この図の点の分布は $\Delta x$ 軸に沿っていて、点43のように事前-事後で上昇し、保持でそのまま保ったクラスター、点24, 34のように事前-事後で下降し、保持でそのまま保ったクラスター、事前-事後-保持を通して動きが少ない原点付近

のクラスターと3分されることが分る。

また、同じ研究で事前と事後の間で中間テストを実施しているの、同じように事前-中間-事後の3データで、階差P-Pグラフを作ると第9図のようになる。今度は第8図と違ってΔy軸に沿って点が集まってくるパターンを示している。



第9図 (第1次) 階差P-Pグラフ  
事前-中間-事後

点17, 23は2重点

なおこれらの階差P-Pグラフ、つまり第1次階差P-Pグラフのデータから第2次階差P-Pグラフを作ることができる。このような、いわゆるP-Pグラフ分析の手法が、標準P-Pグラフを用いてできることになるが、くわしくは別に報告するので、ここではこれだけにしておく。

- 1) このアイディアは西村 泉(昭和55年度岩手大学教育学部数学科卒業生)による。

### 参 考 文 献

- 1) Geeslin, W. E. and Shavelson, R. J. (1975) Comparison of content struct-

ure and cognitive structure in high school students' learning of probability, J. Res. Math. Ed., 6, 109~120.

- 2) 佐伯卓也(1980) 数学教育における認知構造の測定法, 岩手大学教育学部研究年報, 40, 195~201.
- 3) 佐伯卓也(1981a) 言語連想テスト(I式)の処理—WAテストP-Pグラフ分析—, 日本教科教育学会誌, 6, 195~199.
- 4) 佐伯卓也(1981b) 学習者の認知構造測定データのP-Pグラフ分析とDA分析, 日本科学教育学会年会(札幌)論文集, 5, 145~146.
- 5) 佐伯卓也(1981c) 学習者の認知構造の変容, 岩手大学教育学部研究年報, 41, 229~236.
- 6) 佐伯卓也・倉島敬治(1981) I式WAテストのP-Pグラフ分析について, 信学技法, ET81-6, 45~46.

Key Words: WA-Test of I-Form, P-P Graph, Standard P-P Graph, Difference P-P Graph