

■ 原著 ■

## 数学における非CAI的授業の実践的研究

——円錐の体積——

佐伯卓也\*

(1988年1月6日受理)

Takuya SAEKI

A Practical Research on Non CAI Mode Teaching in Mathematics

—— Volume of a Cone ——

数年らい未来教師教育の一環として、教師のコンピュータリテラシー教育を、中学生対象のパソコン教材の開発と、非CAI的授業体験させる実践的研究を続けている。ここでは円錐の体積へのアプローチとして、パソコングラフィック機能を用いての区分求積法(積分法)で授業を行った。授業の結果は一応の成功的であり、教師教育としても成功的であった。

〔キーワード〕 教師教育、中学生、数学教育、コンピュータリテラシー、非CAI的授業、円錐の体積

### 0. はじめに

非CAI的授業というと、CAI以外はすべて含まれることになるが、ここでは佐藤(1987)の意味で、コンピュータないしはパソコンを用いた授業に限定して考える。

さて、最近の学会等で話題になっている事項として、CAIはなかなか現場になじまない、ということがある。そこで、パソコンを使うのだが、CAIとして使うのではなく、伝統的な普通教室で、パソコンをあたかもOHPを使うように、つまり、純粋に教師の手足の延長として使う方法が、

クローズアップされてくる。筆者の研究室では1982年頃より、研究室配属の学生を相手に、教師教育の一環として実施してきた。この方法の要点は二つある。一つは、このための教材開発、つまり、このためのパソコン教材の開発とその作成指導、もう一つは、それらの教材を用いて、真の児童生徒の前で授業を実践して、その手ごたえを肌で感じるための指導である。この時の教材(パソコンのソフト)を一応パソコン化教材(PCM)と言い、PCMを用いてなされる授業を一応パソコン化授業(PCM)と略称することになっている。ところで、最近になって、非CAI的授業とは

\*岩手大学教育学部数学科

呼ばないが、実質的には非C A I的授業と言って良い授業の実践例が報告されている（山口，1987；山本，1987）。つまり，非C A I的授業への関心が高まって来ている一つの兆候かも知れない。

本稿では，昨年度筆者の研究室で実践した非C A I的授業のうち，未発表の例の一つを取り上げ，教師教育の視座から検討し考察を加え，今後の研究に供することにする。

### 1. コース設計段階

対象の生徒が，附属中学校の1年か2年の生徒（最終的に授業を実施したのは2年）ということ念頭におきコースの設計をすることにした。ふくらし教材に取り組み，昨年度やらなかった部分であり，当該班の学生達の希望等も勘案して，円錐の体積を区分求積法で求め，円錐の体積の公式を導く，という1単位時間の授業を念頭におき，

コースを設計することにした。この区分求積法は前年に既に経験済みで，中学生には理解可能な方法であることは確かめられている（佐伯，1987）。

円錐の体積の公式は，数学的に導くことは中学生にとっては困難であると考え，パソコンディスプレイという視覚的な情報とパソコンの計算代行により中学生に理解させようと意図した。学習目標は，一応，円錐の体積の把握を最低限度とし，できれば，区分求積法とはさみうち法の併用により，極限へのアプローチの下地作りを狙っている。次に，このコースウェアの流れ図を示しておく（図1）。

なお，一応本授業を計画する時の生徒の既習事項としては， $\pi$ （3.14でよい）の定義と利用についての小学校水準の理解と，円柱の体積の定義，並びに円錐の体積の定義の小学校水準の理解程度である。

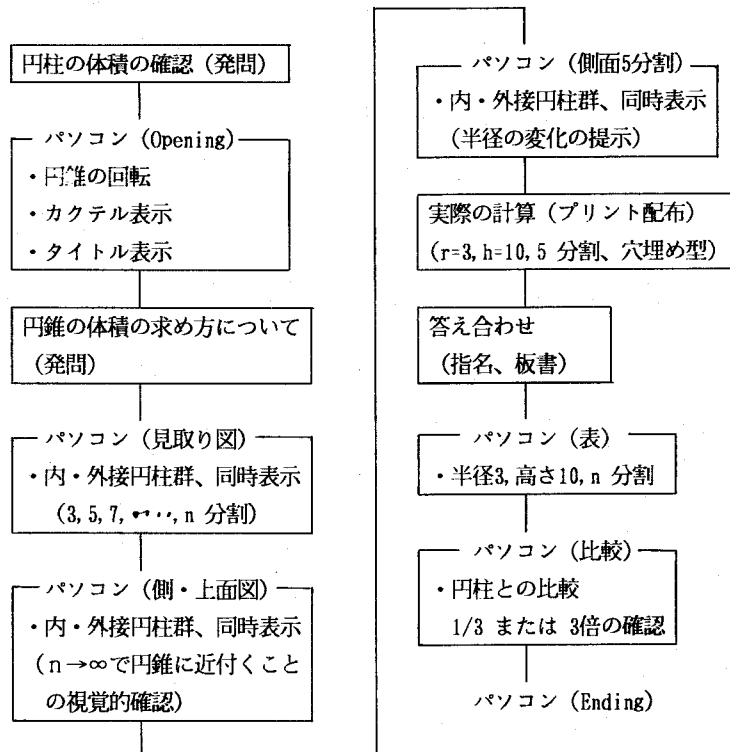


図1 授業の流れ図

## 2. パソコン教材の作成

使用のパソコンはPC-8801mkⅡSR1セットである。使用の言語はN88ベーシックである。教材のプログラミングは学生を指導して当たらせた。エピソードごとにラベルが付いていて、メニューにより必要なラベルを呼び出すことができるようになっている。以下、簡単にこれらを紹介する。[△△……～△△……]はプログラムの行番号とする。学生の個性もあり、エピソード(ルーチン・サブルーチン)名はユニークであった。

[10000～10010] 初期条件の設定

[10020～10750] \*HIDEMI

直角三角形を回転させて円錐を表示し、回転体であることを示す。

\*TOMOMIは、一時停止のサブルーチンである。

[11000～12940] \*SEIKO

11000～11770はカクテル(画面)表示である。バックカラーはタイリング(白のボックスと黄緑のPAINT文で行った。ところで、ここでは、SRのN88V2モードで起動させると支障はないが、それより低い機能だとかなり遅くなることを指摘しておく。また、このプログラミング時のトラブルとしてタイリングをした後に他のタイリングを重ねると裏に(反転)入ってしまう場合がある。これを避けるために、前の図を何等かの線で囲い、タイリングの範囲から外すことで解消した。

[11780～13080] タイトル表示とメニュー

[13500～14270] \*IYO

円錐の見取り図を描き、高さをn分割し、内接円柱群と外接円柱群を示し、分割を多くすることにより円錐に近付くことの視覚的アプローチである。ここでは繰り返しが必要になるので、\*KYOKOにより、そのために操作部分を示した。このエピソードを抜け出すために、“0”の1文字入力を用い、その結果メニューに戻る。

[14500～15160] \*ERI

円錐の上面図と側面図を描き、高さをn分割し、内接円柱群と外接円柱群を示し、分割を多くすることにより円錐に近付くことの視覚的アプローチと共に、半径の変化に気付かせるものである。この半径の変化について、1次関数の変化の割合と関連させて考えさせるべく、上面図と側面図の同時表示を用いた。

繰り返し部分として、\*YOKOを用い、このエピソードを終えるために、“0”の1文字入力を用いている。また、最後の表示の後、一時停止を解除してから“0”を入れると、メニュー機能に行くようになっている。

[15500～16340] \*SAYURI

円錐の側面図を描き、高さを5分割して内接円柱群を示す。ここでは、生徒に実際に計算させ、はさみうちが成立することに気付かせることが目的である。また、計算終了後に答え合わせのために、数値もPRINTさせた。このエピソードは繰り返しはない。最後はメニューに戻るようになっている。

[16500～17750] \*AKINA

半径5、高さ15の円錐に対する、n分割したときの内接円柱群の体積の和と、外接円柱群の体積の和を表で表す。\*CHIEMIでnの入力を繰り返す。7回までで次のステップへ行くために、一時停止を解除する時に“0”を押せばよい。

\*SONOKOで、円錐の体積と円柱の体積との比較を表示し、公式へ導く。ここでは繰り返しがないから、終了後すぐにメニュー機能に行くようになっている。

[18000～19270] \*MINAKO

このエピソードは授業の流れ図にはない。機能は\*AKINAとほぼ同じである。ただ、\*AKINAは半径と高さが決まっているのに対し、ここでは、操作入力による。繰り返し部分は\*YUKI、比較は\*MINAKOで示している。

[20000～21810] \*MOMOKO

画面左部に、アニメを描く。\*MOMOKO以

降はENDINGの表示として、2つの場面で1つのエピソードとしている。

[22000～22880] \*SATOMI

カクテルの表示と台詞の表示である。カクテル(円錐の形のグラス)を3杯飲む表示の途中で、MOMOKOが「そんなに飲んで大丈夫ですか?」という台詞を表示し、それに対して、「大丈夫よ、だって……」という台詞が表示される。台詞を読む時間と、円錐形で3杯であることを認知する時間をとるために、一時停止機能を入れている。

\*YOSHIEは、カクテルの入ったグラスの表示のサブルーチンであり、\*YOUは、空のグラスの表示のサブルーチンである。

[23000～25090] \*NAOKO

画面中央にアニメを描く。そして、台詞は、「3杯で1杯分なんでしょう?!」である。\*MOMOKO、\*SATOMI、\*NAOKOで1つのエピソードである。アニメを用いて、円錐の体積が円柱の体積の3分の1であることを、印象づけるものである。

[25500～26020] \*FIN

短いアニメの後にFINが出る。途中で今年の学生の全作品のメニュープログラム“MENU'61”と接続可能になっている。

[26500～26950] サブルーチン群

\*TOMOMI 1文字入力による一時停止機能である。

能である。

\*WIN 座標系をノーマルにする。

\*IN1, \*OUT1 \*IYOで用いる座標系である。

\*IN2, \*OUT2 \*ERIで用いる座標系である。

\*IN3, \*OUT3 \*SAYURIで用いる座標系である。

\*COL タイリング用の色の調合場所である

\*TOMOYO メニュー選択用である。

このプログラムは比較的長く、これでCPUメモリーのユーザーエリアが全部使われている。しかし、検討すればプログラムはもう少し短く直るようである。

### 3. 指導案の実際

1. 単元名 円錐の体積

2. 本時の指導

(1) 目標

- ・区分求積法による円錐の体積の求め方を知る。
- ・区分求積法によって円錐の体積の公式を導き出すことができる。

(2) 展開

過程	学習活動と学習内容	時間	指導上の留意点	備考
導	1、円柱の体積の求め方を確認する。 ・円柱の体積＝半径×半径×円周率×高さ＝低面積×高さ 2、今日学習することを知る。 (1) 円錐の形をパソコンで見ることにより、円錐が回転体であることを知る。 (2) 標題を見る。		・本時の展開の基礎となることであり、きちんと思い出させる。 ・円錐だけでなく円柱も回転体であることにも気付かせたい。 ・グラスが描かれた標題を見ることにより、今	黒板 パソコン プリント

入		7分	日学習することを把握させる。	
展	<p>3、区分求積法を用いた円錐の体積の求め方をしる。</p> <p>(1) 円錐の高さが3等分割された画面を見る。</p> <p>(2) 円錐を円柱に分割した画面を見る。</p> <p>(3) 円錐を細かく分割することにより、円柱の体積から円錐の体積が求められることを知る。</p> <p>(4) 円錐を上と横から見た画面を見ながら分割する。</p> <p>4、区分求積法により円錐の体積を求める。</p> <p>(1) 底面の半径が5cm、高さが15cmの円錐を5分割して円柱に分け、体積を求める。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>各自で計算する。</li> <li>パソコンに表示された値を見ながら自分が出した答を確認する。</li> </ul> <p>(2) 底面の半径が5cm、高さが15cmの円錐を細かく分割して円柱に分けて体積を求める。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>パソコンに計算代行をさせ、細かく分割していけば内接、外接ともに一定の値に近付いていくことを知る。</li> </ul> <p>5、円柱と円錐がどんな関係にあるかを知る。</p> <p>(1) 底面の半径が5cm、高さが15cmの円柱の体積を各自求める。</p> <p>(2) 円錐と円柱の体積を求める。</p>	(7分)	<ul style="list-style-type: none"> <li>円錐を円柱に分割する場合、内接するものと外接するものの2種類できることを理解させる。</li> <li>生徒から何分割するかを言わせるが、15分割を上限とする。</li> <li>半径の変化に気付かせる。</li> <li>それぞれの円柱の底面の半径が何cmになるかをおさえた上で計算させる。</li> <li>実際に計算することにより分割の仕方や内接と外接を明確に把握させる。</li> <li>生徒から分割する値を出させるが、381024分割の時、内外接ともに<math>125\pi</math>となるので400000分割はするようにする。</li> <li>具体的な数値のわかるもので確かめていくことにより、円錐と円柱の体積の関係をわからせる。</li> </ul>	<p>パソコン</p> <p>紙板書 パソコン</p> <p>プリント</p>
開		(13分)		

	(3) 円錐は円柱の体積の1/3であることを知る。 6、他の場合についても同じことが言えることを確かめる。 (1) 底面の半径、高さの値を変えてパソコンで円錐の体積を求める。 (2) この場合にも円錐は円柱の体積の1/3であることを知る。	(8分)   (5分) 33分	・違った大きさの円錐についても確かめることにより区分求積法による体積の求め方を一般化して把握させる。	パソコン  パソコン
終  結	7、円錐の体積の公式をまとめる。 ・円錐の体積＝円柱の体積×(1/3) ＝半径×半径×円周率×(1/3) ・パソコンでF I Nマークを見る。  8、問題を解く。	    10分	・視覚的に円錐には円柱の1/3の体積であることを印象づける。	黒板  パソコン  プリント

### (3) 学習プリント (略)

この指導案に見られる授業は筆者の言う非C A I的授業の一つであるP C Tの典型的な例になっている。まさしく、この授業の中ではパソコンは視聴覚機器のように、または、計算代行用に用いられている。特に、4の(2)の所にある、40000分割を生徒の前で実現し、はさみうち法の実際を生徒の前で行って見せる場面は、まさしくパソコンの特性をフルに利用したものと言える。このように、パソコンでなければ実現できない授業の実践場面にP C Tの特徴がある。

## 4. 授業実践と評価

授業は1986年12月13日(土)13時10分からおよそ50分間行われた。生徒は岩手大学教育学部附属中学校の2年B組の10名(男子6名、女子4名)で、場所は附属中学校の教室である。授業者は筆者の研究室所属の学生Aである。授業はすべて

V T Rに記録された。記録から授業のプロトコールが作成された。

授業の評価は、プロトコールに基づく授業分析のほかに、I W A TによるP-Pグラフ分析(C A T I法)(佐伯, 1983)、パソコンに対する態度測定用具の一つであるP C S D-U、数学における創造性の測定用具であるM U T(佐伯, 1978)を用いて、S<sub>s</sub>(被験者)の変容の状態により行った。I W A TとP C S D-Uは筆者の開発による用具である(佐伯, 1985)。

I W A T作成のためにキーワードがある。本授業は教科書がない場合のキーワード抽出法を用いた。そのための命題群を示す。

1. 円柱と円錐は回転体である。
2. 円錐の体積は円柱の体積の $\frac{1}{3}$ である。
3. 円柱の体積は底面積と高さの積である。
4. 円錐の体積は底面積と高さの積に $\frac{1}{3}$ をかけたものである。
5. 内接円柱群と外接円柱群によって、円錐の体積は近似できる。

上の命題群中下線部分がキーワードであり、この命題が内容構造を決定するための命題になっている。キーワードに次のように番号をつける。①回転体、②円柱、③1/3、④底面積、⑤円柱の体積、⑥高さ、⑦外接円柱群、⑧近似、⑨内接円柱群、⑩円錐、⑪円錐の体積、である。IWATは様式1とし、これらをもとにして作成した。

次にPCSD-Uは、もともと大学生用のコンセプト「パーソナルコンピュータ(マイコン)は」の13項目、因子次元2の7点尺度のSDバッテリーであるが、昨年中学生に適用してもよい、という結果が得られているので用いた。

最後にMUT (Make-Up Problem Test) であるが、作問させるもとの文は、事前では、

底面の半径が5 cm、高さが9 cmの円すい形のクリスマス用のチョコレートがぴったり入る円柱形の箱があります。

事後では、

底面の半径が5 cm、高さが9 cmの円すい形のクリスマス用のチョコレートがぴったり入る円柱形の箱があります。

をSsに与え、これから算数数学の問題を作らせ、その結果から、流暢性、柔軟性の二つのスコアを採る方法を用いた。

次にこれら評価テスト群の結果を記す。

まずIWATに基づくP-PグラフのグラフパターンはII型となった。変容係数 $\beta_1 = 0.469$ ,  $\beta_2 = 0.785$ であった。グラフパターンがII型で、一応授業は成功と言えるが、変容係数が小さい。これについて授業者のコメントがある。それは、VTRやプロトコルを調べて見ると、授業ではIWATのもとになった命題群を必ずしも全部強調できなかったとしている。特に「底面積」は一度用いただけであったという。また、「1/3」も授業では出てこないで「÷3」という表現になっていたとしている。このようなことは、初めての

授業の立案時に考えた命題が授業実践時に種々の原因でずれて行くのはよくあることで、このようになって非CAI的授業としてのPCTは柔軟に機能し、一応の「成功的な授業」になっていくことがわかる。

次に、PCSD-Uの結果について記す。もともとPCSD-Uの因子構造は2次元であり、一つは「E因子」(評価次元)、もう一つは「F因子」(親近性次元)である。今回も因子分析の結果この2次元が確かめられた。また、F因子に属する項目は、事後になって得点が有意で上昇したものが含まれている。これらの結果は先行研究の結果(佐伯, 1985)と整合性がある。

次にMUTの結果であるが、あまり多く作問したSsはなかった(平均作問数=流暢性スコア: 事前3.2・事後2.4, 柔軟性スコア: 事前2.2, 事後1.9)。事後に低下したのは、授業の前後に同じようなテストを2回したためと考えられる。

創造性とは関係がないが、学力テストの代わりSsにMUTで自分の作った問題を解かせて見た(このスコアをかりに定着性スコアと呼ぶことにする)。男女とも事前では0(女子は0点)に近いが事後では満点に近くなった(女子は満点)ことは、本PCTの成果と評価できそうである。

その他の結果として、IWATの個人別のTASコア、CASコア、プラススコアをとり、MUTの流暢性、柔軟性の2スコア、それに定着性、さらに、PCSD-Uのトータルを加え、すべての事前7スコアと事後スコア、合計14スコアの積率相関係数を計算した。結果の無相関検定をみると、有意になったのは、事前も事後もMUTとPCSD-U(TA, CA)であった。

## 5. 考察

本研究は未来教師のコンピュータリテラシー、特に、パソコン教材開発(プログラミング)能力ならびにパソコンを用いたCAIの授業遂行能力

の二つを身につけさせる目的を持つ長期間の研究プログラムの一環として企画され実行された。この視座にたって考察を試みる。

本研究の対象学生（Ss）は2名の男子学生である。彼らは本研究に入る前はパソコンのプログラミングは全く経験がなかった。ところが、彼らの完成したソフトは大変長く、しかも、アニメを用いるなどした、高度のソフトであり、予想外の結果であった。更に、PCTはIWATのP-Pグラフ分析を見る限り、II型ということで、Ssの実施した授業としては成功的であったことを示している。これらから判断して、今回の未来教師のコンピュータリテラシー教育は、一応成功的であったと考えられる。

#### 参 考 文 献

- 1) 本堂 敬 (1987) パソコン化教材の開発とその授業の実践的研究——区分求積法を用いた円すいの体積へのアプローチ, 岩手大学教育学部昭和61年度卒論
- 2) 佐伯卓也 (1978) 児童の算数の発見的授業による学力・MU値・SD尺度値の変容について, 岩手大学教育学部研究年報, 38, 491～502
- 3) 佐伯卓也 (1983) 学習者の認知構造変容測定による教師の授業評価法と学習者個人別評価法の開発——I式WAテストによるCATI法, 文部省科研報告

- 4) 佐伯卓也 (1985) 算数数学教師教育で用いるパーソナルコンピュータに対する態度測定用具の開発, 教科教育学研究, 第2集, 274～278
- 5) 佐伯卓也 (1987) パソコン化教材としてのふくらまし教材の開発とその授業の実践的研究(2)——円の面積・区分求積法による展開, 岩手大学教育学部附属教育工学研究, 9, 1～10
- 6) 佐伯卓也 (1987) 普通教室におけるパソコン利用の授業について(1), 東北・北陸数学教育基礎研報告, 15, 1～8
- 7) 佐藤佳弘 (1987) 非CAIの授業のすすめ, マイコンレーダー (5月号), 53～55
- 8) 田村 慎 (1987) パソコン化授業の実践的研究——円柱近似による円錐へのアプローチ(極限へのInviation), 岩手大学教育学部昭和61年度卒論
- 9) 山口和久 (1987) コンピュータグラフィックを利用した図形学習——円の性質, マイコンレーダー (11月号), 8～11
- 10) 山本正明 (1987) 数学の授業とコンピュータ——1台のパソコンで何が可能か, マイコンレーダー (11月号), 12～15

(付 記) 本研究遂行にあたり、本学部附属中学校副校長渋谷次男、数学科の樋口賢一、工藤保、沢山和則の各先生方大変お世話になったこと、並びに、昭和61年度佐伯研究室所属学生の田村慎、本堂敬の2君にご協力を得たことをここに記し、感謝の意を表す。