

日本とアメリカにおける教科書の位置づけと図形教育の比較

沼田 稔*

(2001年4月30日受理)

1 はじめに

2002年度から実施される新しい指導要領に関して、数学の教育関係者では、学力の低下を心配する声大きい。とりわけ、算数の図形教育の分野は大幅(3分の1カット)に削減される。こうした現在の状況のなかで、アメリカと日本における小学校の教科書における図形教育を比較し、そして、教科書のあり方の問題などを整理したい。

2 "EXPLORING MATHEMATICS" とは

アメリカ合衆国では、教育行政は州単位で定められるので、これがアメリカの教育内容だと指摘しにくい。したがって、アメリカの代表的な教科書を分析し、日本と比較するために、アメリカの算数・数学の教科書である ScottForesmann 社の "EXPLORING MATHEMATICS" の図形教育に関する部分を紹介し、日本との違いを明らかにする。

ScottForesmann 社は、支店がアメリカ全土を網羅しているアメリカの代表的な教科書会社である。"EXPLORING MATHEMATICS" は全部で9冊あり、幼稚園用の "K" と他の8冊には "1" から "8" までの印がついており、第一学年から第八学年用となっている。日本の小学校算数と中学校数学を合わせた教科書となっている。一冊は、400ページ以上から600ページを超える分厚いものである。大きさも A4 版ほどあり、ずっしりと重く、内容が豊富である。これと比べると、A5 版で200ページほどの日本の教科書がずいぶん貧弱に見えるほどである。

さて、アメリカの図形教育と日本のそれは、算数・数学における分野の区分けが異なっている。日本は「量と測定」と「図形教育」が一応別立てになっているが、アメリカでは、measurement and geometry と括って章立てしている部分が多い。図形と密接な関わりのある量については、絡ませて教育するのが自然である。したがって図形と密接な関係にある量の部分も取り上げ、"EXPLORING MATHEMATICS" の図形関連部分を紹介し、日本と比較する。日本の教科書としては、東京書籍の平成12年度「新訂新しい算数」と、平成10年度の新学習指導要領、及び文部省の「小学校学習指導要領解説・算数編」を参照した。また、図形教育については、拙著 [4], [5] を参照願いたい。

* 岩手大学教育学部

3 平成10年度学習指導要領算数と“EXPLORING MATHEMATICS”の項目別比較表

| | 項目 | 英文 | 指導要領 | EXPL. | | 項目 | 英文 | 指導要領 | EXPL. | |
|--------|------------------|------------------|------|-------|---------------|----------------|------------------|----------------|-------|---|
| 平面図形 | 正方形 | square | 3 | 1 | 構成要素 | 端点 | endpoint | × | 4 | |
| | 長方形 | rectangle | 3 | 1 | | 円の中心 | center of circle | 4 | 4 | |
| | 三角形 | triangle | 2 | 1 | | 直径 | diameter | 4 | 4 | |
| | 四角形 | quadrilateral | 2 | 4 | | 半径 | radius | 4 | 4 | |
| | 直角三角形 | right triangle | 3 | 5 | | 弦 | chord | × | 6 | |
| | 正三角形 | equilateral tri. | 4 | 5 | | 対角線 | diagonal | 5 | 6 | |
| | 二等辺三角形 | isosceles tri. | 4 | 5 | | 直線 | line | 2 | 4 | |
| | 平行四辺形 | parallelogram | 5 | 4 | | 直角 | right angle | 2 | 3 | |
| | 菱形 | rhombus | 5 | 4 | | 関係概念 | 垂直 | perpendicular | 5 | 4 |
| | 5,6,8 角形 | | × | 3 | | | 平行 | parallel lines | 5 | 4 |
| | 台形 | trapezoid | 5 | 5 | ねじれ | | skew lines | × | 6 | |
| | 多角形 | polygon | 5 | 4 | 左右対称 | | symmetric | × | 2 | |
| | 鈍角三角形 | acute triangle | × | 5 | 合同 | | congruence | × | 3 | |
| | 鋭角三角形 | obtuse triangle | × | 5 | 相似 | | similar | × | 5 | |
| | 円 | circle | 4 | 1 | 円周率 | | circle ratio | 5 | 6 | |
| | 直線 | line | × | 4 | 図形の量 | | 辺の長さ | edge length | 2 | 2 |
| | 曲線 | curve | × | 3 | | | 面積 | area | 4 | 3 |
| | 半直線 | ray | × | 4 | | 三角形の面積 | area of tri. | 5 | 5 | |
| | 線分 | line segment | × | 3 | | 円の面積 | area of circles | 5 | 6 | |
| 立方体 | cube | 6 | 1 | 体積 | | volume | 6 | 3 | | |
| 直方体 | rectanglar prism | 6 | 2 | 直角 | | right angle | 2 | 3 | | |
| 角柱 | prism | 6 | 6 | 角度 | | angle | 4 | 4 | | |
| 円柱 | cylinder | 6 | 1 | 鋭角 | acute angle | × | 5 | | | |
| 角錐 | pyramid | × | 6 | 鈍角 | obtuse angle | × | 5 | | | |
| 円錐 | cone | × | 1 | 円周 | circumference | 5 | 5 | | | |
| 球 | sphere | 4 | 1 | その他 | 展開図 | development | 6 | 3 | | |
| 多面体 | polyhedron | × | 5 | | 平行移動 | slide | × | 4 | | |
| 点 | vertex | 3 | 4 | | 軸対称移動 | flip | × | 4 | | |
| 平面図形の辺 | edge | 3 | 1 | | 回転 | turn, rotation | × | 4 | | |
| 立体の面 | face | 3 | 3 | | 分度器の使用 | protractor | 4 | 5 | | |
| 角(かど) | corner | 3 | 2 | | コンパス作図 | construction | × | 6 | | |
| 平面 | plane | 6 | 6 | | | | | | | |
| 空間図形の辺 | edge | 3 | 3 | | | | | | | |

(数字は扱う学年を示し、×は小学校では扱っていない事を示す。)

4 “EXPLORING MATHEMATICS” の図形関連部分の内容

第1学年から第6学年までの日米比較で気づいた要点は次の通りである。

第1学年

身近なものから、円、正方形、三角形、長方形の名前を覚え、それを書き写す、区別する。これらを組み合わせ形を作る。円錐、箱、円柱、球についても名前を覚え、区別する。立体の底面を写し取る。

日本の1学年では、「かたちあそび」、「かたちづくり」として、これらのかたちが出てくるが、かたちの名前が教科書には書かれていない。名前が出てくるのは、2年生の下（円と球は3年の上、円柱は6年、円錐は削除である。）である。かたちに興味を持たせる最初は、名前を覚えて区別することである。どうして、日本では名前を教えないのであろうか不思議な感じがする。名前を知ることが、そのものへの興味の第一歩であり、早く名前を教える必要がある。1年からアメリカのように、円柱・円錐の名前が出てくるのには驚きであるが、形に早くから親しませる効果はあるように思われる。1年ですでに大きく違うから学年ごとに比較するのはあまり意味がないかもしれない。

第2学年

平面の構成要素として、辺、角（かど）を学習し、五・六・八角形の図形も出てくる。（名前はまだ学習しない）。形と大きさが等しいものを見分ける。（合同の概念）。対称な形の発見（線対称）。立体の再学習（直方体の名前）

日本では、平面図形の名前と共に辺、頂点、直角などを二年にまとめて学習する。2002年から構成要素は3年に、対称図形は削除される。いろいろな図形に触れ、鑑賞する事が日本では少ない。

第3学年

立体図形の構成要素、面、辺、角（かど）
いろいろな平面図形、直線、曲線、線分、直角、対称図形、合同

アメリカでは、立体図形について早くから学習している。日本では、箱の形を三年で学習するが、円柱、角柱は6年で学習し、円錐、角錐は削除であり、立体図形については、日本の教科書は貧弱な感じである。さらに、合同も2002年度から削除である。それに、アメリカではスパイラル的に一度学んだ内容が再度でてくる。

第4学年

多角形 (3,4,5,6,8 角形の名前), 頂点

平行移動, 対称移動, 回転移動, 合同 (向きのちがう合同を含む), 対称交線, 平行線, 角度

変換・運動である平行・対称・回転移動を扱うのは、日本と著しく異なる。図形は本来、運動、地球の重力と深い関係にある。したがって、静的な扱いばかりでなく、こうした図形の運動を教育することは極めて大切な事である。日本の図形教育の最大の欠陥が、図形を動的に扱わないことである。文部省の学習指導要領解説の算数科の内容「図形」の中で「図形を移動させたり、…作図したり…」という文言がある。しかし、変換、移動の名前を出していない。結局、日本の教育では、動的に図形を見る目を養う事ができない。

第5学年

正方形と長方形の面積, 三角形の面積,

直方体, 立方体の性質, 立体図形の体積 (立方体, 直方体)

多面体・角柱・角錐の形, 多角形, 正多角形

線分, 点, 半直線, 平行線, 交線

三角形のいろいろ, 正三角形, 二等辺三角形, 鋭角三角形, 鈍角三角形, 直角三角形

角度, 分度器の使用, 四角形のいろいろ

円 (中心, 直径, 半径, 弦, 中心角), 円周

合同な図形, 対称, 模様の見え

相似図形, 対角線

再学習の項目が多く内容的に深めて行くようになっている。面積では直角三角形の面積を経由して、三角形の面積を求めている。平面で囲まれた多面体に言及している。また、相似図形にも言及。多面体、相似図形については、日本の小学校では全く言及していないから、図形認識ではアメリカに対し非常に遅れるであろう。鋭角・鈍角三角形という分類も日本ではまだ行っていない。

第6学年

点, 線, 半直線, 線分, 交線, 平面, 平行線, ねじれの位置にある直線

角度と角度の測定, コンパスによる作図 (角の二等分など)

多角形, 正多角形, 三角形の内角の和, 四角形の性質

円, 円の面積, 周囲の長さ, 円周, 円周率

合同な図形と相似な図形, 変換

三次元の図形, 平行四辺形と三角形の面積

角柱の表面積, 角柱の体積

ねじれの位置にある直線、コンパスによる作図、三角形の内角の和、円周率、円の面積が新しい項目であり、前の学習内容をまとめ、深める事を行っている。

円周率、円の面積は日本では5学年で行うのと比較して、アメリカは6学年である。ほとんど、アメリカの方が早くからいろいろな概念を教えることからすると、意外な感じがするが、円の面積・円周率は、難しい内容であると考えているのである。コンパスによる作図は日本ではどの程度やっているのかどうもよくわからない。算数の教科書を見る限りでは、ほとんどやられていない。

第7・8学年は項目だけの紹介とする。

第7学年

点, 直線, 平面
 角度の分類, 三角形の分類, 多角形の分類
 円, 円周, 円周率, $\pi=3.14$, $22/7$, 円の面積, πr^2 , 方眼紙
 変換 (対称変換と回転)
 線分, 角, 2等分線の作図, 直角, 平行線の作図,
 3次元図形, 辺の数, 面の数
 平行四辺形と三角形の周囲の長さと同面積, 多角形の周囲の長さと同面積
 多面体の表面積, 円柱の表面積, 円柱・角柱の体積, 角錐, 円錐の体積

第8学年

点, 直線, 平面, 角, 平行線と角, 多角形の角
 円, 作図, 立体と実世界, 立体と展開図
 3次元図形をいろいろの方向から描く
 円と測定, 平行四辺形と三角形の測定, 台形及びその他の図形の測定
 方眼紙による面積
 角柱と円柱の体積, 角錐と円錐の体積
 角柱, 角錐, 円錐の表面積

全体的に言える日本と“EXPLORING MATHEMATICS”の違いの特徴は、

- ① いろいろな図形的素材を早くから提供している。特に立体図形は豊かである。
- ② 対称性, 移動, 変換を扱っている。そして, 合同, 相似も教えている。
- ③ 直線, 半直線, 線分, 平面を図形の構成要素としてではなく図形として扱っている。
- ④ 図形と関連の深い量については, 同じ章立てでまとめて扱っている。
- ⑤ 同じ内容を何度も出し, 少しずつ内容を深めている。

直線は, まっすぐな線として, 長さの測定の時に説明され, 図形の構成要素として位置づけられているが, 日本では, 図形そのものとして説明されていない。線分, 半直線は出てこない。量との関連は日本でも関係づけているが, アメリカの方がより密接である。同じ内容を復習するというのは, 日本でも当然やっていることであるが, 日本ではある項目はまとめて集中して

やってしまう方向である。

5 教科書の位置づけと指導のあり方

アメリカと日本では教科書に対する考えが違っている。アメリカの教科書は、学校に備え付けてあり、児童に貸与され、家に持って帰っても良い。(あまり持って帰らないと聞いている。)学年が変わると、学校に返し、また別の児童に貸与される。児童にわかる程度であれば多くの素材を提供し、その中から、子供が自ら学び、先生はそれを手助けするという割り切りがあるように思う。教えることは教科書に網羅されているから、児童は教科書で自学自習できるようになっており、先生の仕事はその児童の手助けや相談にのることである。

日本の教科書は各児童が自分のを持ち、ランドセルに入れて学校に持って行くのであるから、教科書があまり分厚くては、持ち運びに不便であるからと、要約して薄い本となっている。持ち運びのために枚数に限度があり、必要最小限の範囲で書かれているため、これを膨らますのは、現場の先生に任されることになる。さらに、これ以上は教えてはならないと言う項目があり、実際には指導要領で大きく制限されている現状である。

この習慣の違いは教育の仕方にも影響を及ぼしている。日本では教科書はエッセンスしか書かれていないから、それを授業で膨らまし、先生が隠れたところを教えなければならないのである。だから、教科書だけでなく先生の指導や、参考書の類が大切になる。

アメリカの児童が、教科書の内容をすべて授業で教えられているかどうかは怪しい。いや、あまりやっていないという事もあり得る。(日本でも、指導要領の解説でいろいろやることを述べているが、現場でこれがどの程度なされているかわからない。)しかし、こうした教科書を使って授業をしているとすれば、すべて目を通し理解することはできるように書かれているので、よく勉強する子供は、日本の子供以上に数学を知ることができる。低学年から概念が多く出てきて、これを何学年にも渡ってくり返し教えているのがアメリカのやり方である。

6 IEA (国際教育到達度評価委員会) の調査について

1994年～1995年にかけて行われた、IEA (国際教育到達度評価委員会) の調査では、29ヶ国の小学校4年生では、テストの成績は日本3位、アメリカ12位。算数が好きかどうかの割合調査では、アメリカ15位、日本25位である。29ヶ国での一斉の調査であるから、テストの問題は基本的問題であり、テストの問題自身にもいろいろあるし、成績が何位だと言うことをそれほど問題にするつもりはない。しかし、この結果は、日本の基本を大事にする教育の熱心さ、教科書が基本だけに絞り、先生の指導も丁寧である事によるように思われる。この点、自己責任を重んじるアメリカの教育が、日本ほど丁寧でないのかもしれない。良い教科書を出せば教育は終わったと言うことではもちろんない。日本では、教科書を補って、現場の先生が頑張っているのである。しかし、好きかどうかの割合で、アメリカより低いのは、やはり、おもしろくない教科書や、算数の授業が原因しているように思う。

7 算数における図形教育の位置づけ

日本では、小学校では算数、中学校では数学と教科の名前が異なっている。アメリカでは“mathematics”で区別がない。これはどんな違いがあるかと言うと、日本では、これまで「読み書き、そろばん」と言って、生活をする最低の知識として計算が重要視されていたし、初等数学教育界では今でもそうである。しかし、そろばんを使う、頭で計算すると言うことは少なくなっていて、電卓の世の中である。算数に科せられた課題も昔と同じであって良いわけではない。算数の内容の削減の中で、「数と計算」はあまり削減されず、図形領域が削減されたのは、「算数」とは「算術」で専ら計算する技術を教える教科とする考えが根強くあるためである。数学は、もともとは、衣食住など生活の改善のために、時を知り、量を測り、物を作るために生まれた。量の測定と図形などは、数と計算と同等に、いやそれ以上に具体的な物から出発するものであり、多くの時間を使って、丁寧に教育されて良いのではないだろうか。

8 日本の教科書の改善の方向

日本では、大事なエッセンスが教科書にあるから、書かれた事はすべてできるようにさせないといけない。落ちこぼれがないようにと、必要最小限に絞ってしまう考えがあるように思われる。だから、日本ではすべての子供に、この程度まではよく理解できるようにと教えるのにはよいのかもしれない。しかし、日本の教科書は、もっと数学の拡がりを感じさせ、興味を引くようには作られていないように思われる。「算数がおもしろくない」という言葉の内容をよく吟味しないといけないが、難しすぎておもしろくないと言うより、内容があまりなく、面白くないのではないだろうか。

エッセンスだけでは、何事も面白みがなく、日本の教科書は読んで楽しい本にはなりにくい。教える内容は、図や絵など入れなければならないし、算数のいろいろの分野を書くとする、分量はどうしても多くならざるを得ない。したがって、子どもが学校と家を持ち運びするようには、作ることが出来ない。いろいろの分野に分けて小冊子を多くすればということも考えられるが、算数の各分野は相互に関係しているから、細かく分けるのは、逆に扱いにくい。目で見ても、作業をして、楽しくなる算数の教科書にするには、日本の教科書はあまりに薄すぎる。参考書など教科書を膨らます教材を現場の個々の先生任せでなく、よく練って良いものを作る組織的な共同作業が必要である。

日本とアメリカの図形教育の比較を通して、日本の教科書のあり方を再考する時期にあるのではないかと切に思う。

参考資料

- | | | | |
|-----|-----------------|-------------------------|------|
| [1] | Scott Foresmann | “EXPLORING MATHEMATICS” | 1996 |
| [2] | 東京書籍 | 「新訂 新しい算数」 | 1999 |
| [3] | 文部省 | 「小学校学習指導要領解説」算数編 | 1999 |

- [4] 沼田稔・小宮山晴夫 「学習指導要領改訂と図形教育について」 1999
岩手大学教育学部研究年報 第59巻 第1号 93-99
- [5] 沼田稔 「生活に結びついた図形教育を」 1999
CREAR 「生きる力をはぐくむ算数授業の創造」への寄稿文 245