

中学校数学でのパソコン利用

— 平面による立体の切り口 —

佐伯卓也*

(1993年9月21日受理)

1 は し が き

1983年以来、中学校の数学の教材としてコンピュータ利用の教材の開発研究を続けている。その中で、平面によるいろいろの立体の切り口教材の開発をもいくつか手掛けて来た。前の中学校学習指導要領でも扱われていたが、現行学習指導要領(平成元年制定)では、コンピュータを前提としていないが、1年のB(2)ウの関連する指導書の内容でも記載されている。

筆者が昨年日数教第25回数学教育論文発表会で数学教育の“内容論”を論ずる時の枠組みとして3つの観点、①クラインの次元、②静動の次元、そして③開閉の次元(佐伯, 1992c)を提案した。まず、「クラインの次元」はクライン(1924)が数学の分類として、系統Aと系統Bに分けたことに由来する。すなわち、系統Aは当該問題を考えるときは、厳密にその分野の知識のみ利用するという立場であるのに対し、系統Bは当該問題を考えるときも、数学を全体として見て、幅広く考える立場である。このようなクラインの分類に基づいて、数学の教材や問題を分類するのがクラインの次元である。したがって、コンピュータを利用して問題を考える立場はすべて系統Bになる。

次に「静動の次元」があるが、これは、川口(1991)の、算数教育の範囲だが、問題解決の場面で問題を「静の問題」または「死んだ問題」と、「動の問題」または「生きた問題」に分けたことから示唆された次元である。まず「静の問題」とは教科書等にかかれた抽象的な扱いのみに終始し、問題解決でも意味のある場を伴わない問題のことである。これに対し「動の問題」は問題解決の主体と問題の間にある種の力動関係や緊張関係を伴っている問題という意味である。この次元の観点に照らせば、学習者がコンピュータを利用することは、殆どの課題は動の次元に入ることになる。

さらに「開閉の次元」という次元がある。閉じた題材(教材)とは、その教材は、いわばその場限りであって上級学校に行ったとき学習する数学の内容とはあまり関係がないか、数学的にあまり意味が明確でない題材を意味する。一方、開いた題材とは、上級学校に行ったときの数学でも、もっとレベルアップして扱うし、特に(専門的観点から)数学的に明確な意味をもつ、と言う意味である。ここで数学的に意味を持つ、持たない基準は、いろいろな立場があろうが、筆者は19世紀末のドイツの数学者クラインの著書「高等な立場から見た初等数学」(クライン, 1924)のような立場をとることになる。特に筆者の開発した一部の中学校数学のパソ

* 岩手大学教育学部

コン教材、パスカルの定理は、クラインの意味の題材と考えてよい。また、立方体の平面による切り口教材は指導要領内にあり、特に新しいものではないがコンピュータならではの扱いも工夫している。

2 現在の教育用コンピュータ事情

まず、教育に限定しないで、一般にコンピュータ利用というとき、マルチメディア（今後はMMと略す）環境ないしはMMシステムまで考えるのが通例である。教育におけるコンピュータ利用という時、現在の教育現場はそこまで達してはなくても、やはり事情は同じと考えて、コンピュータ利用のMM環境ないしは、特に統合機器使用型のMMシステム（芦葉、1993）まで考えなければならないであろう。ところで、教育におけるMM環境の原型といえば、それは伝統的な普通教室における授業、すなわち、教師と生徒がいて、黒板、教科書があり、そこで展開する環境にあることが指摘される。MMシステムでは諸メディアのリンクの役目はコンピュータがハイパーメディアといわれるそれぞれのソフトウェアにしたがって行うが、伝統的教室における授業では諸メディアのリンクの役目は教師自身が自分の授業計画というソフトウェアにしたがって行なっている。ところで授業時のハプニングという事態に対する柔軟性という観点からは伝統的授業の方が、MM環境による授業に比べてはるかに高いことも見逃すわけにはいかない。

一般に教育におけるコンピュータ利用の授業は、初期のCAIから、現在の現場レベルの研究発表を通してみられる様式としての、①単一のパソコンに液晶パネルとOHPを利用した装置を導入したり、パソコンにビデオプロジェクタを組み合わせた様式と、②20台～40台のパソコンをPCゼミ等のLANシステムで接続した環境の授業の様式の2つが大部分である。これらはどのような様式であっても、上述のMM環境のどこかに位置づくと考えられる。したがって、コンピュータ利用の授業の記述のときは、第一に、コンピュータ利用のMM環境の観点での位置づけを明確にする必要が生じてくる。

ここで筆者の授業例のコンピュータ利用のMM環境の位置付けに触れておく。1983年から1987年までの19例の授業はパソコンとしてPC88を用い、パソコン1セットをビデオに接続し大形のテレビに映して画面を見せる仕組みで、授業形態はマイクロクラスのマイクロティーチング（時間は50分）で生徒数は10名内外という方式の授業で、学習シート主体の伝統的様式の授業であった。授業者は学生先生方式で自分達の開発したパソコンソフト、そのほか必要な紙板書、模型、実験、ビデオソフト、OHP等を利用している。この方式は基本的には現在まで変わっていない。1988年からはパソコンは1セットであるがPC98シリーズに変わった。この授業例は7例ある。MM環境の位置づけの観点から、以上の例は用いたコンピュータは1台で現在の現場の利用法の①に入る、コンピュータ以外のメディアも利用した、学習シートによる伝統的な授業の形態であると位置づけられる。

さらに、1990年度からは附属中学校に設置されたCAI教室を利用している。そのパソコンはPC98シリーズ、親機1台、子機20台、それらはPCゼミでLAN化されていて、パソコンは生徒2人に1台で、パソコンの外にVTR、実物投影機が付随している。大きい特徴は普通サイズのクラスで授業ができることである。筆者はこの環境で、正規の授業時間帯で授業を実施してきた。このような授業の位置づけは、現場の様式②となる。ただ方法となると、や

はり学習シートによる伝統的な、しかも可能ないろいろなメディアを利用した様式と考えられる。この様式で1992年まで、11例の授業をこなしている(佐伯, 1993)。

さらに、今までのすべての授業の対象学年は、1991年の1例(“傾き関数からの微分へのアプローチ”だけが3年で実施)を除き1年か2年の生徒を対象にしていることを付け加えておく。

3 開いた教材の性格

実際のパソコン教材の例に入る前に、開いた教材について触れる。開いた教材を理論的に見ると、より初級の学校で学習した数学の題材は、より上級の学校で同じ題材または関連題材の学習のとき、先行オーガナイザ (Ausubel, 1960; Lesh, 1976; 佐伯, 1979) の役目を果たすと考えられる。コンピュータの役目について竹之内 (1985) のいう“後々への洞察のための学習”も、この意味が込められていると考えられる(図)。一方より上級の学校の数学の題材の幾つかは、教材の翻案またはコンピュータ化(コンピュータグラフィックスによる説明等)することによりより初級の学校の学習者にも、学習が可能になることがある。これが開いた題材の位置付けである。

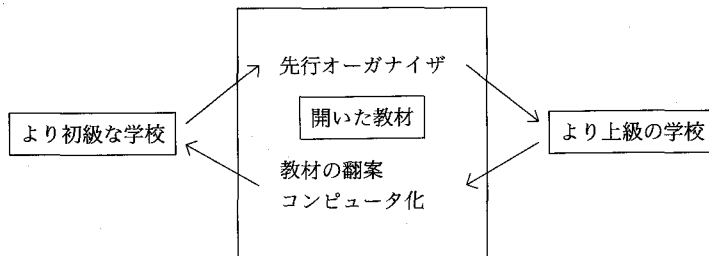


図 開いた題材の説明図

4 筆者の研究例

筆者のこの題材に入る教材例とその授業実践の結果の評価を示す。I, II, IIIは、それぞれの授業のI W A T (岩手式言語連想テスト) によるのP-Pグラフの型、数字は学習者集団の認知構造と内容構造の距離である(佐伯, 1981, 1992 a)。また×はI W A Tによる評価はなかったことを意味している。グラフパターンは、O型、I型からIV型まで区別できる。最も成功的な授業はO型、次いでII型、III型、I型の順に成功の度合いが低下する。また、IV型は特別な場合に出現するので解釈は別にすることになっている。

前にも触れたが、これらのうちパスカルの定理だけが指導要領の範囲外の題材、円錐の平面による切り口を扱っているのに対して、他は指導要領内の立方体の平面による切り口の教材である。順を追ってこれらを簡単に説明しておく。

1983年の例は論文化はしていない。内容は教科書にしたがい、立方体を平面で切った切り口の形に着目し、そのときの切り口の形と平面が立方体の面と交わった数の関係をまとめさせる単純なものであった。しかし、この手法は位相幾何学に関係がある。当時は位相幾何学には考

表 立体の平面による切断のパソコン教材

年度	担当学生	題 材	P-Pグラフ パターン	距 離
1983年	C班 (男子2名)	立方体の平面による切断で生じるいろいろの 多角形	×	
1988年	A班 (男子3名)	パスカルの定理(円錐の切断)	II	13**
1989年	C班 (男子2名)	立方体の断面図	II	07***
1990年	C班 (女子2名)	立体の平面で生じるいろいろな図形	I	44
1991年	A班 (男子2名)	立方体の平面による切り口	II	21
1992年	B班 (男子3名)	立体の切断面(立方体を中心にして)	III	08***

えが及ばなかった。教材開発のとき、位相幾何学の観点からつめておけば開いた教材として考えたことになったはずである。またこの研究では、I W A Tによる評価はしていない。

次いで、1988年のパスカルの定理について触れる(佐伯, 1989)。まず、初等幾何学で扱う形のパスカルの定理は次の通りである：

パスカルの定理「円に内接する6角形 $ABCDEF$ について AB と DE が P で、 BC と EF が Q で、 CD と FA が R で交われば P 、 Q 、 R は同一直線上にある。ただし、3辺 AB 、 CD 、 EF は3角形をつくるものとする。」

よく知られているようにこの定理は円の場合だけでなく、一般に円錐曲線の場合にも成り立つ。さらにパスカルの定理は、表現は変わるが射影幾何学でも登場するし、一方ヒルベルトの幾何学基礎論(ヒルベルト, 1930)では、ユークリッド幾何学の公理系のうち、連続の公理の独立性の証明の手段として、特別な場合であるが、利用されていることが注目される。このように、パスカルの定理は幾何学だけの問題でなく、幾何学基礎論の成立を通して、現代数学の立場である形式主義の観点から数学の歴史と思想に深くかかわっている定理であると言える。この意味でパスカルの定理は開いた題材の例である。

さて、パスカルの定理(証明抜き)の提示なので分かりやすい射影幾何学バージョンを用いた)の実際の授業は、模型として、円錐の平面による切り口の形を示すことのできる教具を作成している。しかも、その平面をいろいろ傾きを変えて、円、楕円、放物線になるように作り(双曲線は説明の関係で除いた)、パスカルの故事にならい、円の場合のパスカルの定理が、その他の円錐曲線の時も成り立つことを示し、次いでこれらをパソコンの画面に表現し確認するようにした。

次いで、残りの立方体の切断面の形は、それだけでは数学的には発展性はない。また、位相幾何学的な観点も利用していない。さらに、開いた教材の根拠になる、立方体の表面のみを全空間と見なし、その空間の最短線(測地線)でも考えるという観点にも触れていない。したがって、ここに見られる展開では閉じた教材の例としか言いようがない展開である。しかし、静動の次元から見れば、いずれの展開も動の題材であり、あるときは模型の実際の切断を利用したり、あるときはパソコン画面を利用した切断面の同時表示を利用する極めて活発な盛り上がりのある授業であった。

5 数学的な意味の必要性 — 結びに変えて

数学教育の研究と言うとき、筆者は次のように分類している。すなわち、①学習指導要領をも研究対象にする研究、②学習指導要領の範囲内での研究、と分ける。①の立場に立てば、指導要領の範囲を超えた教材の取り扱いも必要になってくる。このような研究を筆者は「教科教育学的研究」と言っている。日本教科教育学会という学会があるが、その学会の英語名は“Japan Curriculum Research and Development Association”で、まさしく、カリキュラム研究と開発ということになっている。このカリキュラム研究には学習指導要領 (Course of Study) の研究も入ると解釈されている。②の立場の研究は、いわゆる、コース・オブ・スタディ・フリーの研究で、学習指導要領は一応研究の対象から外している研究で、一般の「数学教育」の研究はこの範疇に入ると見ている。筆者はコンピュータを利用した授業の研究というときは、開いた教材に関連し、もっと自由な立場からの研究が要求されることから、環境が許せば①の教科教育学的立場で望みたいと考えている。

次に開閉の次元について考える。クラインは、20世紀数学教育改革運動の指導者の一人であるが、まず、彼のゲッチンゲン大学理学部数学教室での講義録 (クライン, 1924) に示唆される視座が開閉の次元の根拠になった。これに関連して、教育現場を見て見る。上級学校で学習する数学の内容、例えば中学なら高校と大学の数学の内容とその扱い方・内容の深さの水準等を考慮に入れることの意味について考えることは、開閉の次元の必要性の意味付けでもある。理解ということで、日本ではあまり問題にならなかったが、アメリカではかなり論争があり、数学教育史に出てくる。それは数学の「外的理解」と「内的理解」という問題である。外的理解は「関係的理解」とも言い、数学のある概念なら概念の理解をするのに、当該概念だけではなく、その概念の外に出て、全体を関係づけて理解することである。このような段階の理解は、少なくとも教師みずから体験することが必要である。このとき、手掛かりを提供するのが開閉の次元の枠組みであると言いたい。筆者は教師は学校数学の至るところでこの外的理解を要求されることから、この開閉の次元に注意を払う必要であると考えている。さらに、これを児童生徒に実現するのに、そのソフトウェアを伴ったMM環境が強力な手段になりうるであろう。ここで筆者は、学習者の前に提示される数学の教材は必ず開いた教材でなければならない、と言っているのではない。教師レベルの理解では開いた教材として外的理解の段階で把握している必要がある、と言っているだけである。

ところで、現場教師の研究発表に見られるのだが、一部の例外はあるが、中学校教師なら中学校数学のある単元が小学校の算数の関連単元に関心を持つが、高校数学とか大学数学の関連単元にはあまり注目を示さないのが普通である。これは高校教師でも同じである。筆者はここで、教師はやはり常に今扱う教材や題材を開いた題材という観点で、より上級の学校で学習する関連する単元に関心を持つ必要があることを提言したい。

参 考 文 献

- 1) 芦葉浪久「マルチメディアシステムと感性情報処理」,『日本教育情報学会第9回年会論文集』, 1983, 152-157
- 2) Ausubel, D. P. 'The use of advance organizers in the art of teaching', "Math. Teacher", 59, 1960, 706-715
- 3) ヒルベルト, D. (中村幸四郎訳)『幾何学基礎論』, 弘文堂書房, 東京, 1943
- 4) 柿本幸治「マルチメディアと教育」,『日本教育情報学会第8回年会研究発表収録』, 1992, 243-261
- 5) クライン, F (遠山啓監訳)『高い立場からみた初等数学』, I, 東京図書, 東京, 1952
- 6) Lesh, R. A. 'An interpretation of advanced organizers', "JRME.", 7, 1976, 69-74
- 7) 文部省『中学校指導書数学編』, 大阪書籍, 大阪, 1989
- 8) 佐伯卓也「数学の学習に有効な先行オーガナイザーについて」,『岩手大学教育学部研究年報』, 39, 1979, 303-311
- 9) 佐伯卓也「言語連想テスト(I式)の処理——WAテストのP-Pグラフ分析」,『日本数教教育学会誌』, 6, 1981, 195-199
- 10) 佐伯卓也「『パスカルの定理』:中学生対象の数学教材パソコンソフト開発とその授業の実際」,『東北・北陸数学教育基礎的研究報告』, 17, 1989, 1-10
- 11) 佐伯卓也「立方体の平面による切断面:中学生対象の数学教材パソコンソフト開発とその授業の実際」,『東北数学教育学会年報』, 22, 1991, 40-45
- 12) 佐伯卓也「CATI法(P-Pグラフ分析)」,『東北数学教育学会年報』, 23, 1992 a, 3-12
- 13) 佐伯卓也「中学1年生のための立体図形の切断面のパソコン教材の開発と授業の実践」,『東北数学教育学会年報』, 23, 1992 b, 33-46
- 14) 佐伯卓也「数学における“内容論”研究とコンピュータ——開いた教材と閉じた教材」,『日数教第25回数学教育論文発表会論文集』, 1992 c, 413-418
- 15) 佐伯卓也「中学校数学のパソコン利用の授業(1)——立方体の平面による切り口の形」,『東北・北陸数学教育基礎的研究報告』, 20, 1992 d, 1-8
- 16) 佐伯卓也「中学校数学教材コンピュータソフト開発の指導——マルチメディア時代に向けて」,『岩手大学教育学部研究年報』, 52 (No.3), 1993, 141-149
- 17) 竹之内脩「教育工学と数学教育」,竹之内脩編『コンピュータと数学教育』, 1985, 26-30