

# 鋼製円管の振動の研究

## —鐘の音の研究 (2)—

寺嶋正義\*

(1988年10月15日受理)

### 要 旨

よい音のする鐘の設計資料を得る目的で、基礎実験として市販の電縫鋼管を吊して打撃し、その音を分析しつぎのことがわかった。

(1) リングとして計算した1次の固有振動数 660Hz に相当する 684~693Hz が発生している。

実験値は、リングより拘束が強いため計算値より数%高く出ている。

(2) 棒として計算した1次の固有振動数のものは、3つの場合のいずれでも発生しており計算値と実験値はよく一致する。

以上のことが分り、リングの振動は、その直径と肉厚により振動数が変り、一様棒の振動はその長さにより振動数が変えられる。

2つの振動の振動数を調節することにより、この2つの音を和音にすることが出来る明るい見通しが得られた。

### 1. 緒 言

音色のよい鐘を製作するための基礎資料を得る目的で、軟鋼製の電縫鋼管をハンマーで打撃し、その打撃音を分析した。

この打撃音を一たんテープに録音し、これを再生して高速フーリエ変換を用いて周波数分析を行った。

一方、円管を近似的にリングと考へて、その固有振動数を計算して実験値と比較した所、数%の差でよく合うことが分った。

また円管を棒と考へて固有振動数を計算して実験値と比較した所、これもよく合うことが分った。

したがって円管はリングとしての固有振動数と、一様棒としての固有振動数との二種数の固有振動数を有し、打撃により両方の振動が出ることが分った。

したがって長さ、円管の直径、肉厚を選ぶことによって、2つの固有振動数を音階比にすることが可能と考へられる。

\* 岩手大学教育学部

高次の固有振動数は今回ははっきりとは出なかったが、肉厚を薄くすると出てくる可能性が高く、この点が今般の問題点になると考えられる。

供試円管の寸法の近くであれば、修正係数等を用いて、固有振動数を理論より推定することが可能となった。

このことにより2つのグループの固有振動数を音階比にする可能性について明るい見通しが得られたので報告する。

## 2. 供試円管と打撃音の測定分析の方法

試験に用いた円管は3.2mm厚さの軟鋼製の電縫鋼管を用いた。

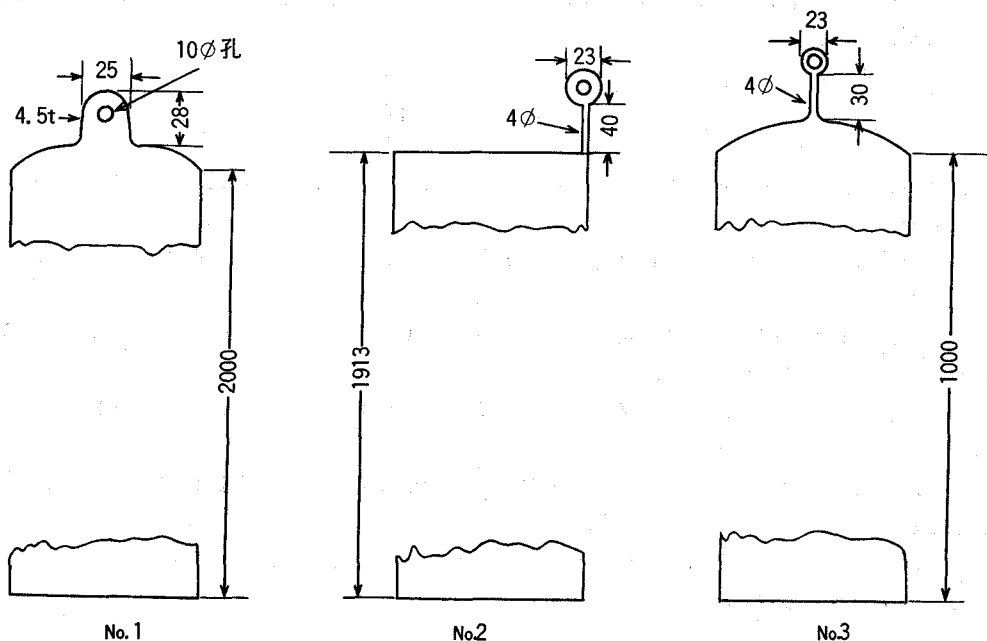
その円管の寸法を第1表に、その上端の形状を第1図に示す。

No.1の鋼管は通常の鐘のように上部を球の一部のようなふたを溶接して閉管とし、その上に4.5mm厚さの軟鋼板を溶接して、それに直径10mmの孔をあけ、ここをナイロンのひもで吊した。下端は開放である。

No.2の鋼管は上端も下端も開放とし、上端の一部に第1図に示すような直径4mmの針金を

第1表 試験円筒の寸法

番号	材 質	形 状	外径(mm)	厚さ(mm)	長さ(mm)	下 端	上 端
No.1	軟 鋼	電縫鋼管	114	3.2	2,000	開	閉
No.2	〃	〃	114	3.2	1,913	〃	開
No.3	〃	〃	114	3.2	1,000	〃	閉



第1図 上端形状

溶接してここをナイロンのひもで吊した。

No.3の鋼管の上端はNo.1と同様な球の一部を溶接してふさぎ、それに4mmの針金を溶接して、これをナイロンのひもで吊した。

打撃点はNo.1とNo.2は下から50cmの所No.3は下から15cmの所で、いずれも縫い目から22.5°の所にした。

打撃はプラスチックのハンマーに3mmのゴム板をはりつけたものを用いた。

打撃すると音を発しこれをマイクで一たんテープに録音し、これを再生して分析した。

使用したテープレコーダーは日立製D-707テープデッキで、この周波数特性はメタルテープを用いた時30Hz~16kHzまでフラットになっており、マイクはソニー製エレクトレットコンデンサーマイクECM-260Fを使用した。マイクの特性は60~10kHzまでほぼフラットである。

パソコンの分析能力は0~5kHzであり、円管の主な振動数は176Hz, 690Hzで主な高いHzでも1735Hzであるので、上記のもので十分、分析出来る。

テープデッキの出力は交流であるので、電池により2.2Vの直流電圧を加えて出力が0~5Vの範囲に入るようにした。

音のレベルは大、小あるが増巾度を変えてほぼ出力が0~5Vになるように調節した。

テープデッキの出力に直流電圧2.2Vを加えてA-Dコンバーターに導入し、これをパソコンにて高速フーリエ変換(以下F.F.Tと略す)した。データは0~0.3s, 又は0~0.2sの間にとりこんだものと、0.1sの間F.F.Tしたものと、0.1s間のデータを表示した。

F.F.Tについては前報<sup>7)</sup>と同様の方法で行った。A-Dコンバーターはマイクロサイエンス社の8チャンネル差動入力A-DコンバーターDAS-1298-BPCを用いた。1点のデータは0.1msで取り込み0~0.3s, 又は0~0.2sのデータをグラフ表示した。

この0~0.3s, 又は0~0.2sの間のデータのうち0.1sの間のデータをF.F.Tして表示し、またこの間のデータも表示した。

従ってF.F.Tの信頼できる分析範囲は0~5000Hzである。

パソコンはNECのPC9801Eを用い、フロッピーディスクドライブはPC-8031-2を、ディスプレイはPC-8853をプリンターはPC8822を用いた。

### 3. 実験結果とその検討

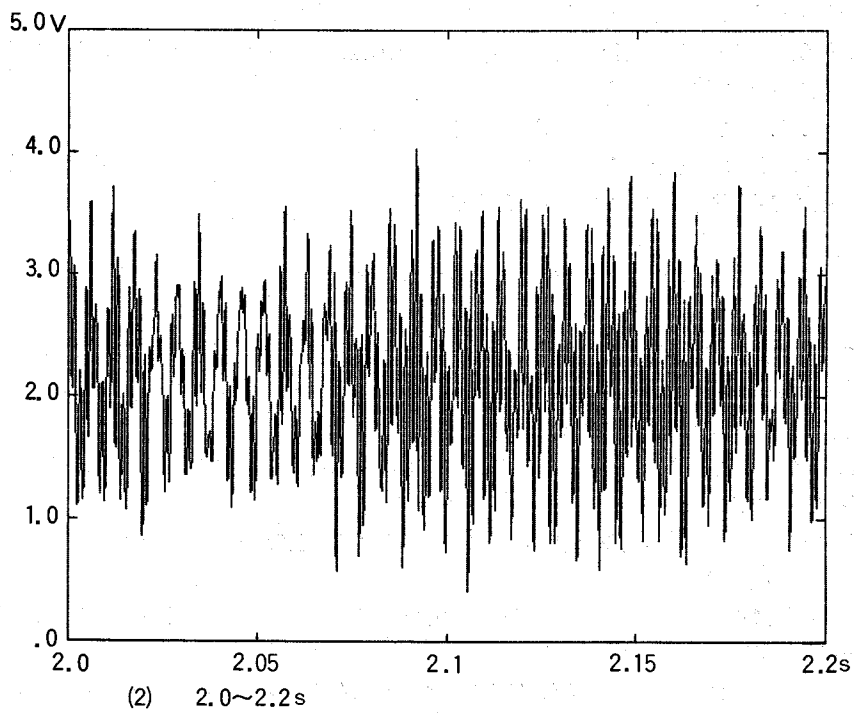
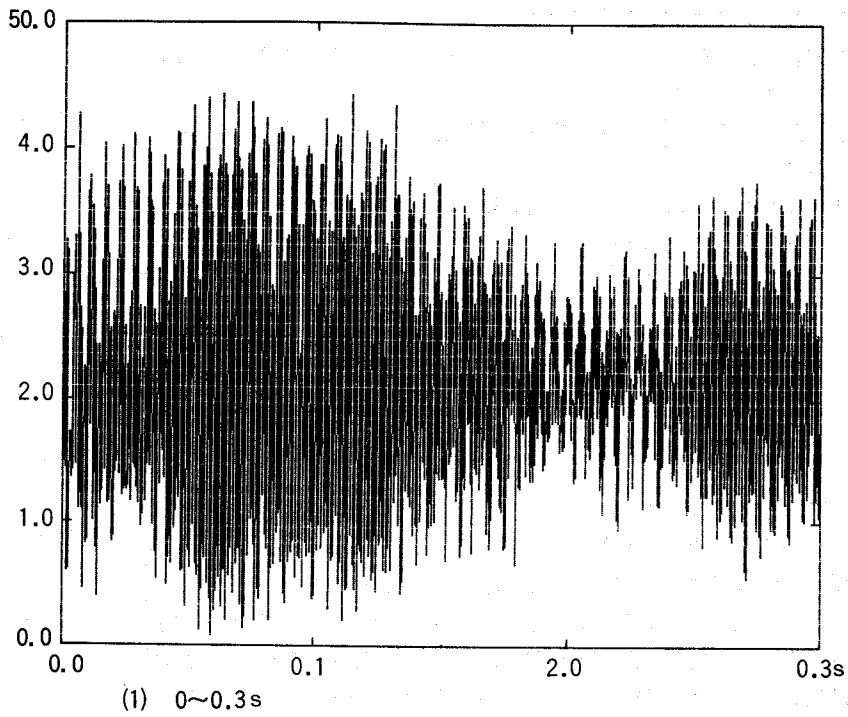
初めの0~0.3s, 0~0.2sのデータはトリガスタートを用いたが、後のものはキースタートである。このためキースタートは0.1s~0.2s位の誤差はあると考えられる。

このようにして取り込んだNo.1のもののデータを第2図, 第3図に示す。

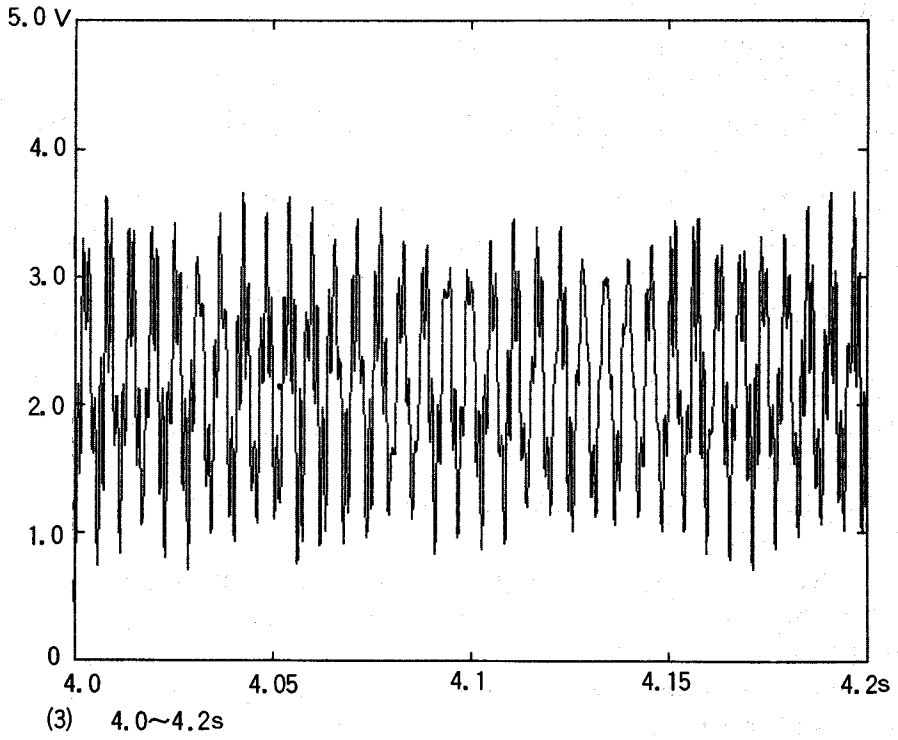
第2図にて横軸は時間でパソコンがデータを取り込んだものであり、第2図(1)は0~0.3sで、第2図(2)は2~2.2sのデータである。縦軸は電圧(V)である。第2図(1)では数Hzのうなりが認められるが、第2図(2)の2.0~2.2sと、第3図(3)の4.0~4.2sでは多少のうなりが認められるが余りはっきりしない。

第4図の(1)はNo.1の0~0.1s, (2)は同じく0.1~0.2s, (3)は同じく0.2~0.3sのデータである。(1)は上がF.F.Tしたもので、下がデータのグラフ表示である。

F.F.Tしたものは、右側に20dB/DIV, .20E+03/DIVとあるが、これは縦軸20dB/1目盛, 横軸 $0.20 \times 10^3/1$ 目盛(200Hz/1目盛)を意味する。



第2図 No.1のデータ



第3図 No.1のデータ

MAX.38E+06 はエネルギーの比較値であり最大のエネルギー値が  $0.38 \times 10^6$  であることを示しているが、これは比較値であり絶対値ではない。

下の図は振動波形のグラフ表示であり、縦軸は電圧であり1目盛0.5V、横軸は時間であり1目盛0.01sである。右側に、.5V/DIV, 1E-02/DIVとあるのが、縦軸0.5V/1目盛、横軸  $1 \times 10^{-2}$ s/1目盛を意味する。

第4図によると、0~0.1sでは大きい順に684, 693, 173Hzが出ている、前2者はHzが接近しているので多少うなりを発生している。

0.1~0.2sでは、大きい順684, 693, 176, 977Hzに出ている。

0.2~0.3sでは大きい順に693, 176, 703Hzが出ている。

F. F. Tの精度は0.1s間に1,024点のデータであるので、 $\pm 0.5 \sim 1.0\%$ 位の精度はあると考えられる。

第5図(4)にはNo.1の2.1s~2.2sのデータ、(5)にはNo.1の4.0~4.1sのデータを示す。

(4)では、694, 176, 752Hzが出ており、(5)では176, 690Hzが出ている。(5)の4.0~4.1sでは高いHzのものは減衰して176Hzが大きく残っている。

第6図はNo.2のもの(1)は0~0.2sのデータであり、(2)は2.0~2.2sのデータである。

第7図はNo.2のもの4.0~4.2sのデータである。うなりは余り出ていない。

第8図(1)はNo.2の0.1~0.2sのデータであり、947, 693, 1062, 195Hzが出ている。

(2)は2.0~2.1sのデータであり、194, 780, 898, 685Hzの順に出ており、高い振動数程早く減衰しているのがわかる。

(3)は4.0~4.1sのデータであり、195, 690, 781Hzが出ており、さらに高い振動数のものが減衰している様子が見える。

第9図はNo.3のデータであり、(1)は0~0.2sのものであり、(2)は2.0~2.2sのものである。(1)ではうなりが少しあらわれているが、(2)ではさらにうなりがはっきりして来て、うなりの周波数は24.6Hzである。

第10図はNo.3のもの6.0~6.2sのデータであり、やはりうなりがはっきりとあらわれている。このうなりの周波数は23.9Hzであった。

第11図(1)は、No.3の0.1s~0.2sのデータであり、713, 693, 1210, 658, 1735Hzが出ている。前2者がうなりを作っているものである。

第11図(2)はNo.3の2.0~2.2sのデータであり、713, 693, 684, 850Hzがこの順に出ている。

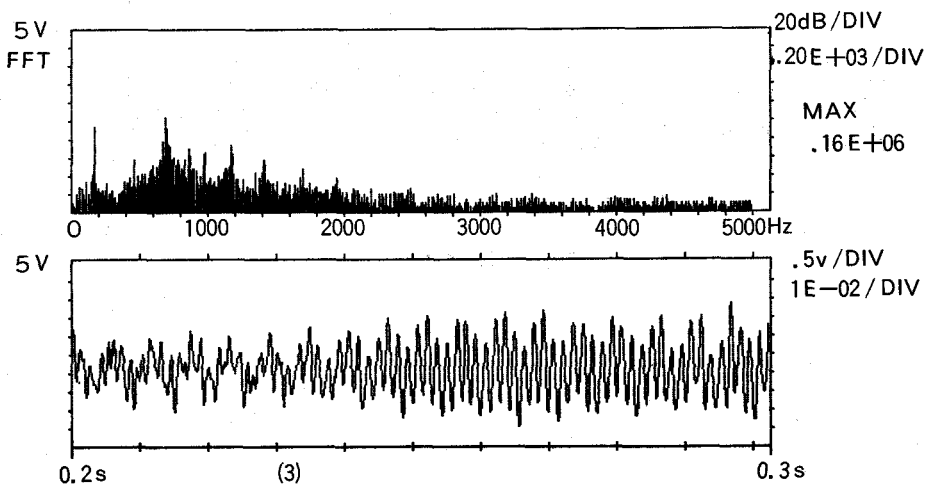
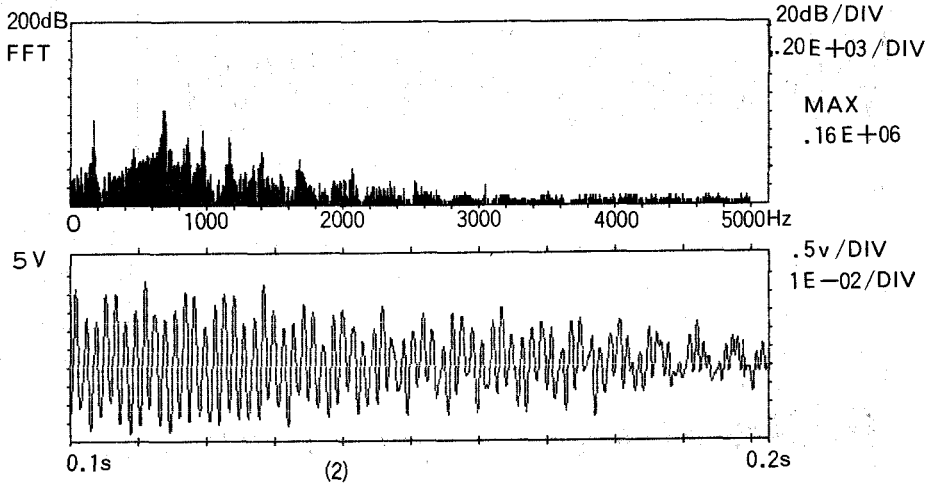
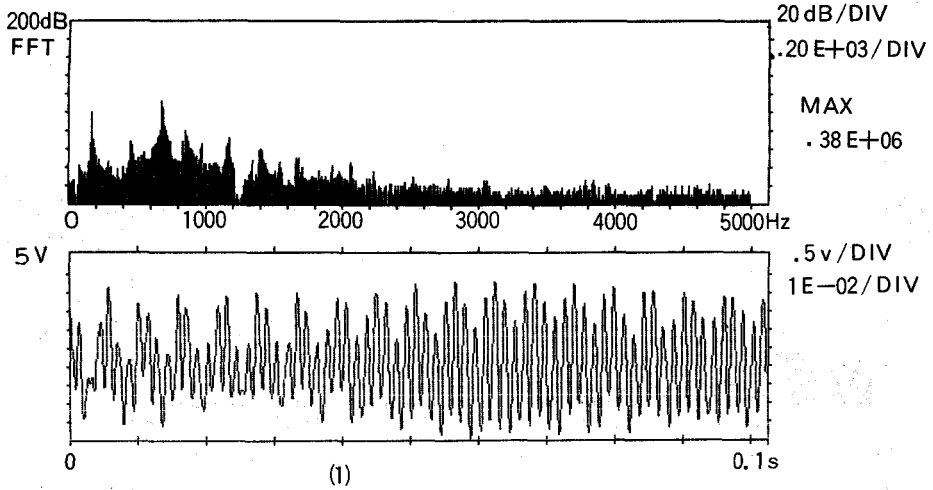
前2者のHzがうなりを作る振動と考えられる。

第11図(3)はNo.3の6.1~6.2sのデータであり、713, 693, 684, 859Hzが出ている。

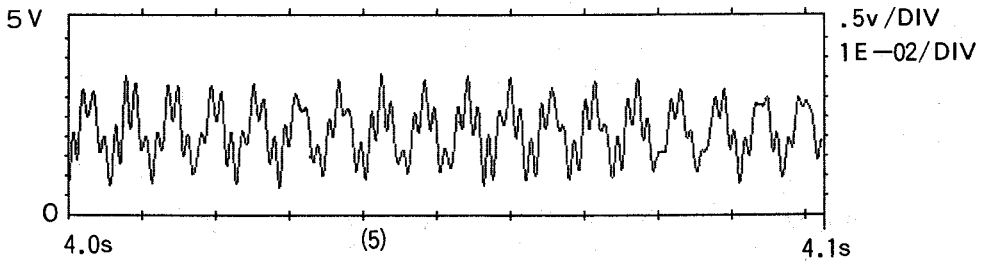
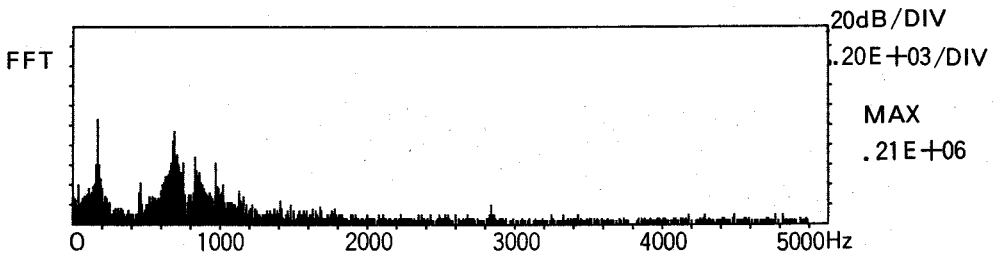
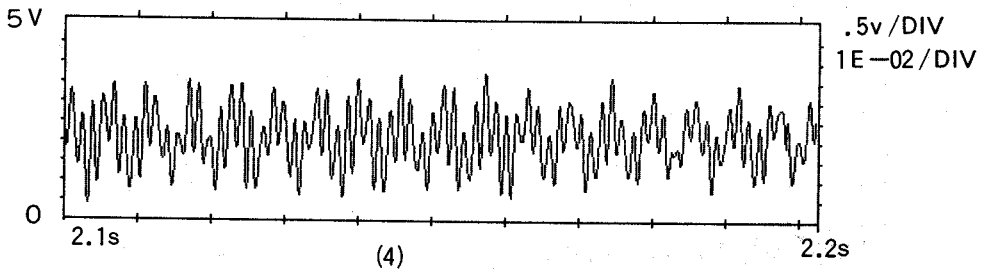
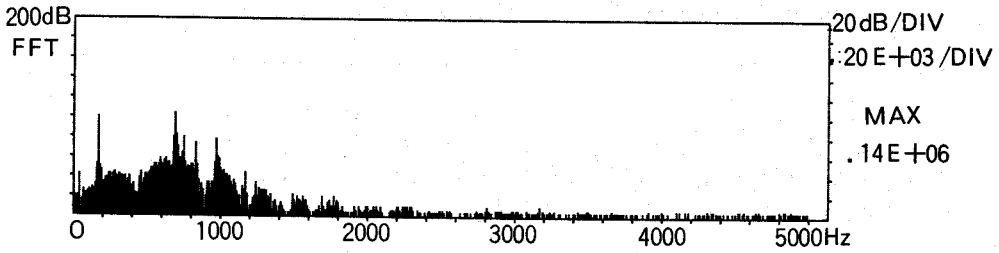
やはり前2者がうなりを作る振動と考えられる。

No.1では173~176Hz、No.2では195Hz、No.3では850~859Hzのものが円管を一樣な棒とした時の振動数と考えられる。

No.1の684~693Hzのもの、No.2の685~693Hzのもの、No.3の693~713Hzのものはリングとしての振動数と考えられ、これは円管の長さが変わってもほとんど変化しない。

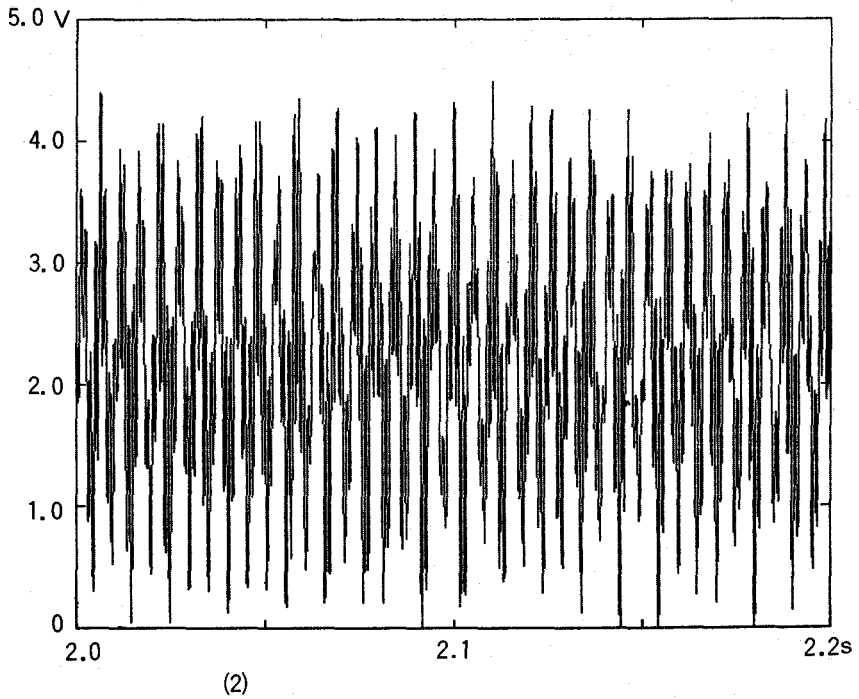
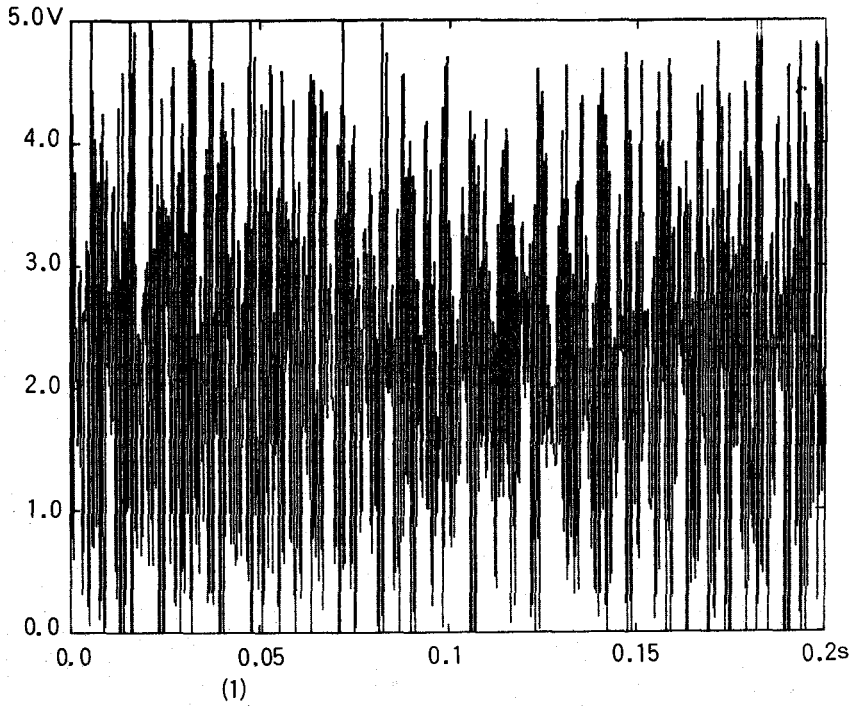


第4図 No.1のデータ

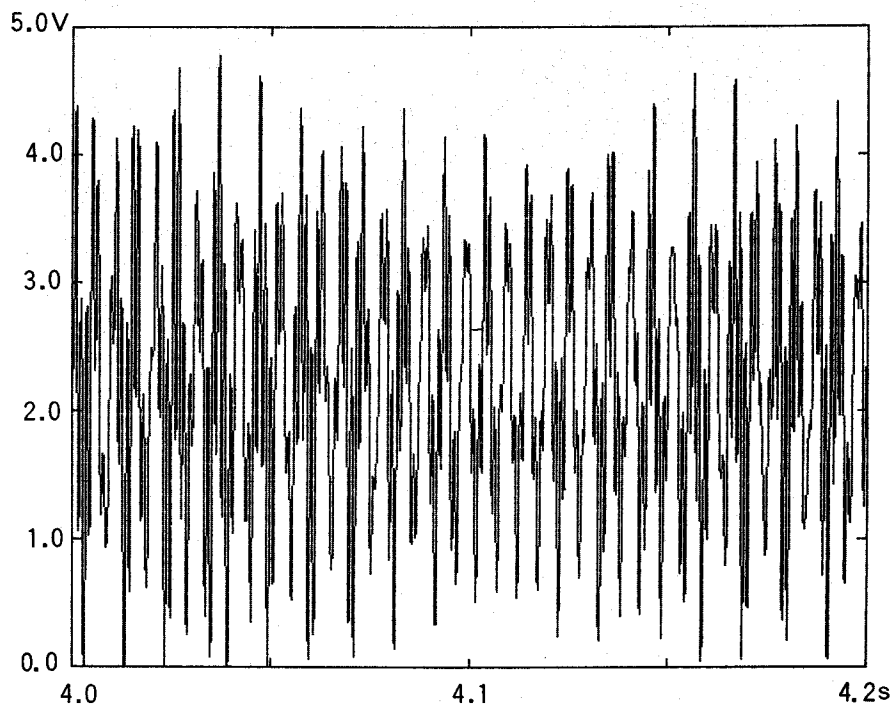


第5図 No.1のデータ



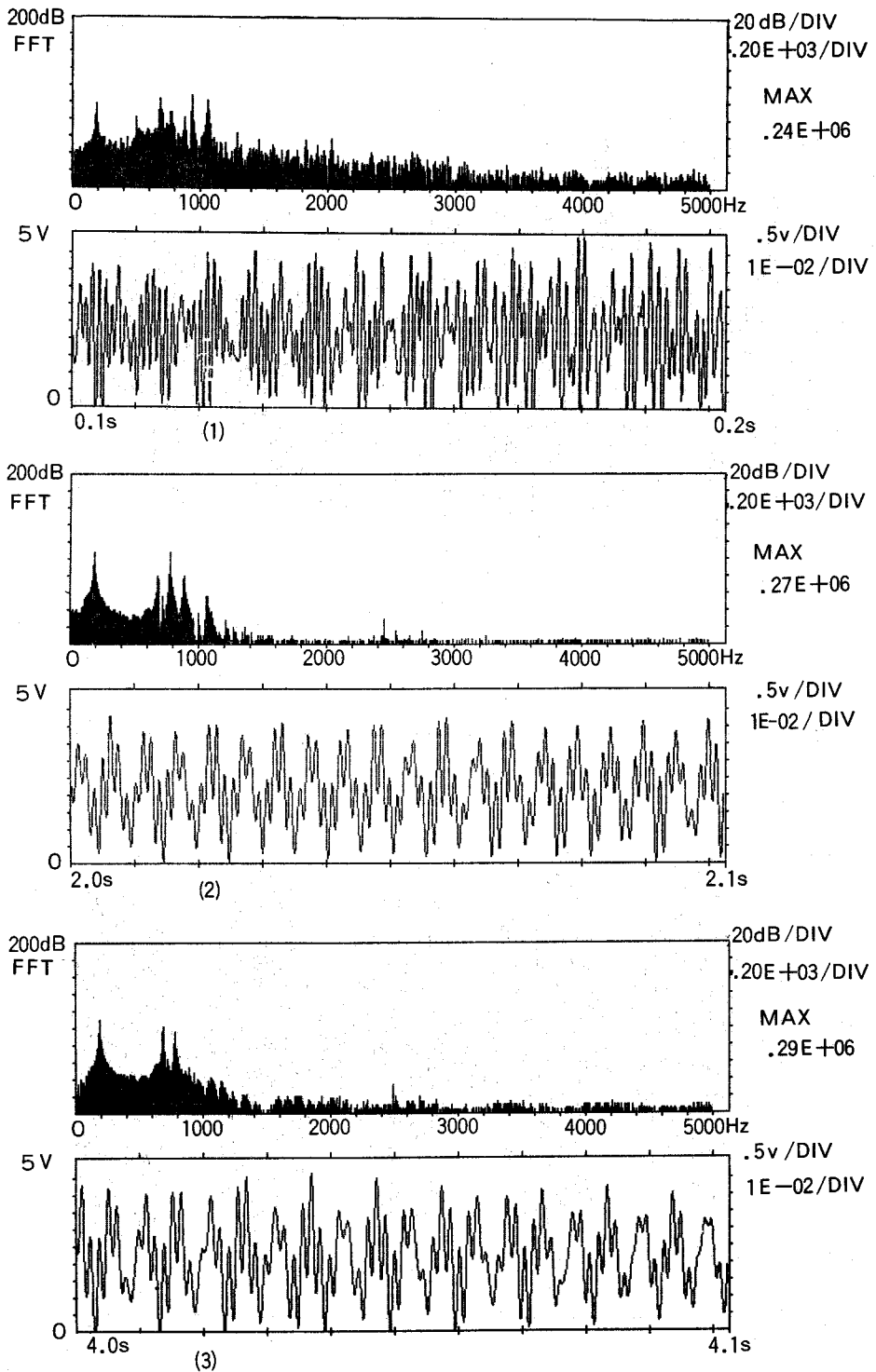


第6図 No.2のデータ

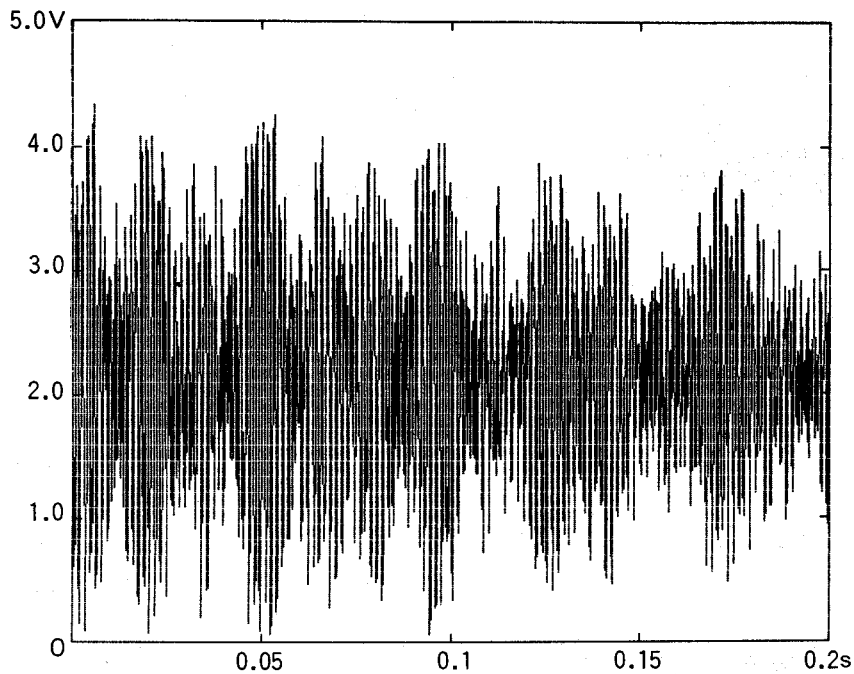


(3)

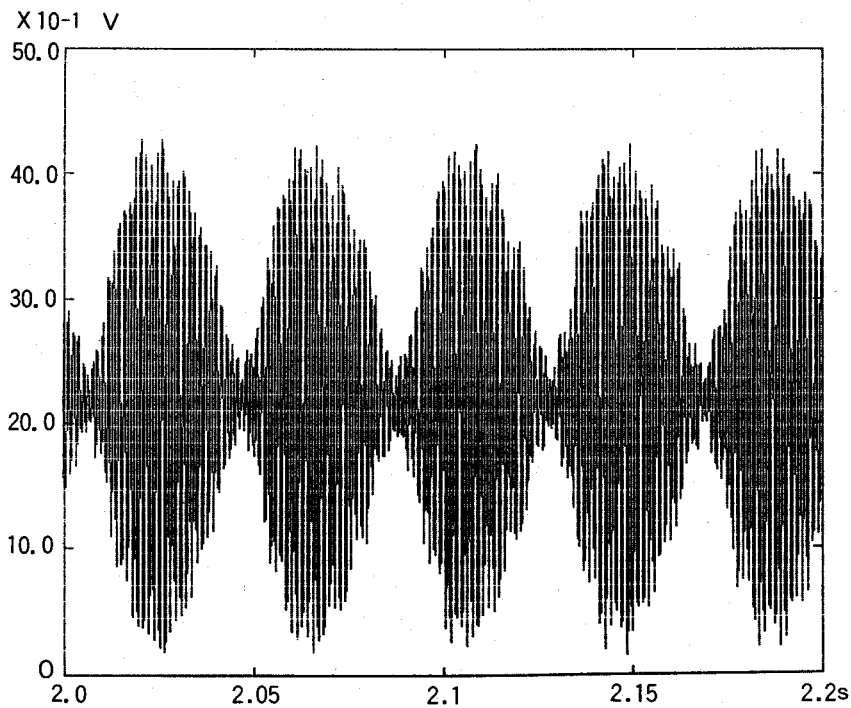
第7図 No.2のデータ



第8図 No.3のデータ

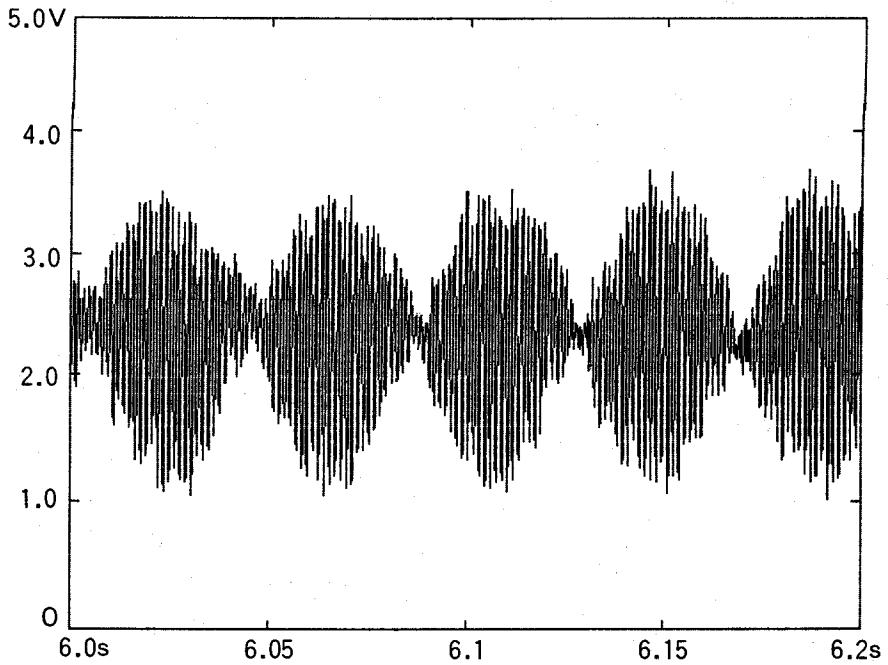


(1)



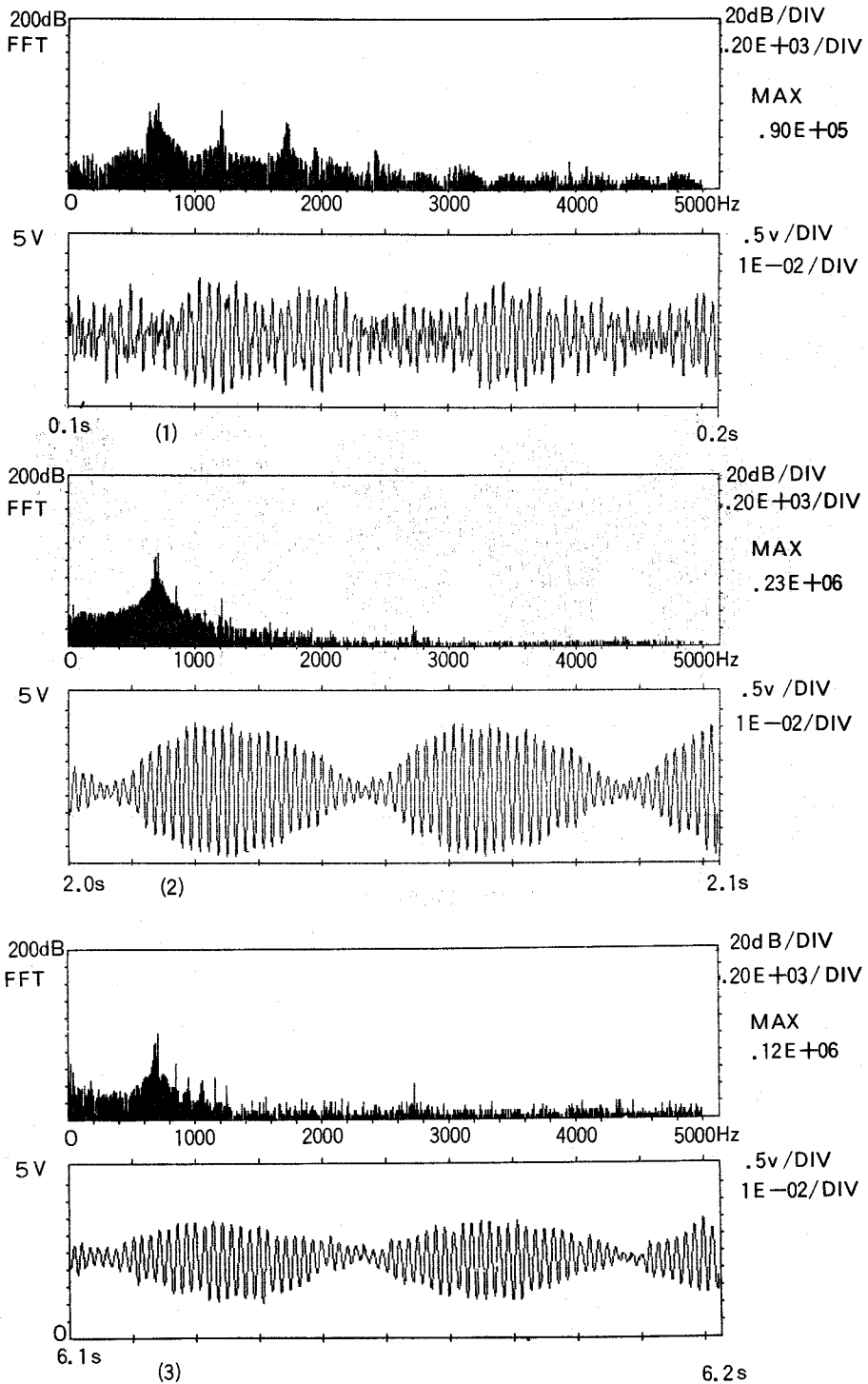
(2)

第9図 No.3のデータ



(3)

第10図 No.3 のデータ



第11図 No.3のデータ

4. 実験値と計算値との比較検討

円管を横からハンマー等で打撃すると、リングとして振動すると同時に、比較的長い場合には一様な棒としても振動すると考えられる。

打撃も一つの強制加振であるから、初めはその強制加振の高い振動数で振動するが、0.1~0.2s以後は円管の固有振動数で振動する。

リングとしての固有振動数は次の式により求められる。

面内の曲げこわさ： $EI_1 \text{kg-cm}^2$ ，重力の加速度： $g \text{ cm/s}^2$

中心線の半径： $R \text{cm}$ ，固有振動数： $f(\text{Hz})$

単位長さの重さ： $\gamma_1 \text{kg/cm}$  とすると、

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{n(n^2-1)}{\sqrt{n^2+1}} \sqrt{\frac{EI_1 g}{\gamma_1 R^4}} \dots\dots(1)$$

ここで  $n$  は変形の波数である。

第12図に示すように  $n=2$  のときが1次振動モード、 $n=3$  のときが2次振動モード、 $n=4$  のときが3次振動モードである。

$f_1$  を1次、 $f_2$  を2次、 $f_3$  を3次固有振動数とすれば、

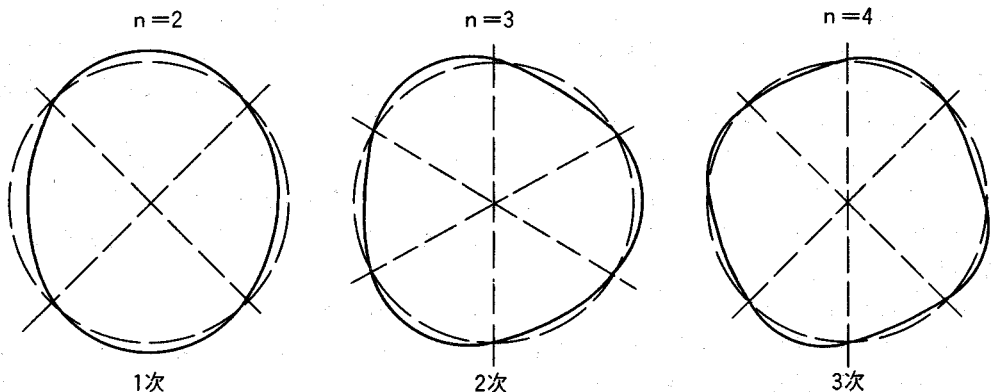
$$f_1 = \frac{2.68}{2\pi} \sqrt{\frac{EI_1 g}{\gamma_1 R^4}}, \quad f_2 = \frac{7.59}{2\pi} \sqrt{\frac{EI_1 g}{\gamma_1 R^4}}, \quad f_3 = \frac{14.55}{2\pi} \sqrt{\frac{EI_1 g}{\gamma_1 R^4}}$$

今回の実験の場合を計算すると、リングであるから長さとは異ってもその固有振動数は同一であり、つぎのようになる。 $f_1=660.507$ 、 $f_2=1870$ 、 $f_3=3585.96$

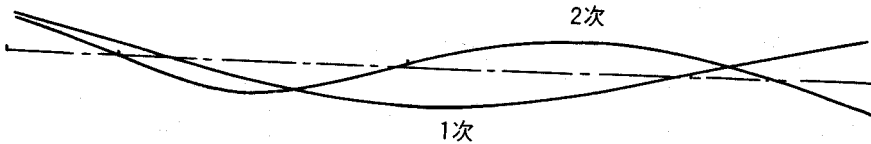
つぎに円管は長いので、長さ方向に一様に質量が分布した棒としても振動する。

まっすぐな、あまり太くない、一様断面の棒が中立軸をふくむ面内に横振動するときの振動数  $f(\text{Hz})$  はつぎのようになる<sup>2)</sup>。

$l$ : 棒の長さ  $\text{cm}$ 、 $E$ : 棒の材料の縦弾性係数  $\text{kg/cm}^2$ 、 $I_2$ : 振動方向に直角な主軸に関する断面慣性モーメント  $\text{cm}^4$ 、 $A$ : 断面積  $\text{cm}^2$ 、 $\gamma_2$ : 単位体積の重さ  $\text{kg/cm}^3$ 、 $g$ : 重力の加速度  $981 \text{cm/s}^2$ 、 $\lambda$ : 境界条件と振動モードによって定まる無次元の係数



第12図 円環の振動モード



第13図 棒の横振動の振動モード

第2表 長さ200cmの円管の固有振動数 (Hz)

0~0.1s	0.1~0.2s	0.2~0.3s	2.1~2.2s	4.0~4.1s	円環の計算値	一様棒の計算値
684 ○	684 ○	693 ○	694 ○	176 △	1次 660.5	1次 174.03
693 ○	693 ○	176 △	176 △	690 ○	2次 1870.6	2次 479.7
173 △	176 △	703 ○	752		3次 3586.0	3次 940.5
	977					

○印, リングの固有振動数    △印, 一様棒の固有振動数

$$f = \frac{\lambda^2}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{EI_2 g}{\gamma_2 A}} \dots\dots(2)$$

両端共に自由の場合の振動モードは第13図のようになり,  $\lambda$ は1次の場合4.730, 2次モードでは7.853, 3次モードでは10.996となる。こちらは長さによって固有振動数は違って来る。200cmの円管についての実験値と計算値の比較の表を第2表に示す。

左の5行までが実験値である。

○印がリングの振動の固有振動数と考えられるものであり, △印が一様棒の固有振動数と考えられるものである。

実験値は上の段よりエネルギーの高い順に記入してある。0~2.2sまでで一番エネルギーの大きいのは684~694Hzで, これはリングとしての振動数と考えられ, この計算値は660Hzで約4~5%低い。

これは管が長いので, 上下で拘束されるため, リングの振動数より高くなるためと考えられる。2次モードと, 3次モードの固有振動数は実験値には出ていない。

通常は2次モード以上の振動はエネルギーが小さくて出てこないが, この実験でもそうになっている。

一様棒の振動数を長さ200cmとして計算すると, 一次モードでは179.3Hzとなる。

端板が取付けてあるので, この値より低くなる筈である。端板も入れて長さ203cmとして計算すると, 1次モードでは174.03Hzとなる。実験値は173~176Hzであり, よく合うと言える。2次モードでは479.7Hzとなり, 3次モードでは940.5Hzとなる。

一方実験値は977Hzが940Hzに近い値であるが, 3次モードに相当するのかどうか分からない。3次モードはエネルギーが小さく, 通常は出ない事の方が多いためである。

高い振動数の振動は早く減衰するので, 2.2sまでは694Hzが大きい。4.0sでは176Hzの方が大きくなっている。

つぎに191cmの円管では, リングとしての振動数の計算値は前のものと同一である。

実験値は685~693Hzであり, 数%高く出ている。一様棒の計算値は1次モードは196.6Hz, 2次モードは541.9Hz, 3次モードは1062.5Hzとなる。これに対して実験値は, 第3表に示すように194~195Hzであり, よく合っているとと言える。3次の計算値1062.5Hzと同一の数



第3表 長さ191cmの円管の固有振動数 (Hz)

0.1~0.2s	2.0~2.1s	4.0~4.1s	円環の計算値	一様棒の計算値
947	194 △	195 △	1次 660.5	1次 196.6
693 ○	780	690 ○	2次 1870.6	2次 541.9
1062 △ 3次	898	781	3次 3586.0	3次 1062.5
195 △	685 ○			

第4表 長さ100cmの円管の固有振動数 (Hz)

0.1~0.2s	2.0~2.1s	6.0~6.1s	円環の計算値	一様棒の計算値
713 △	713 △	713 △	1次 660.5	1次 717.2
693 ○	693 ○	693 ○	2次 1870.6	2次 1977
1210	683 ○	684 ○	3次 3586	3次 3876
658	850	859		
1735				

値の1062Hzが0.1~0.2sに出ているが、これが3次モードのものとは直ちには断定出来ない。一般的には3次等の高次モードは実際には出難いと言うことになっているからである。

2次モードの541.9Hzは計測値では出ていない。

リングとしての計算値1次660Hzは実験では、685~693Hzと数%高くなっている。2次のモードの1870Hzと3次モードの3586Hzは計測値では出ていない。

計測値の947Hz, 780Hz, 898Hzはどのような振動であるかは、この実験だけからでは分らない。

つぎに100cmの円管の場合を第4表に示す。この場合100cmで棒の計算をすると、1次717.2Hzであり、計測値は713, 693, 683Hzが出ている。

683~693Hzを前の200cm, 191cmの場合と同様にリングとしての振動数と推定すれば、713Hzが一様棒の振動数となり、かなりよく合うと言える。

しかし、端板があるので、これを考えに入れ長さ101cmとすれば、703Hzとなり、102cmとすれば689Hzとなり、103cmとすれば676Hzとなり、かえって合わなくなる。

一様棒の2次1977Hz, 3次3876Hzは全く出ていない。リングの振動の2次1870Hz, 3次3586Hzも全く出ていない。

その他、計測値には1210Hz, 850Hz等が出ているが、これらはエネルギー値が低いので、分からなくても大勢には影響ない。

以上、計測値のエネルギーの大きい振動の振動数は大部分解明出来たと言える。

しかしエネルギー値の低いものや、191cmの947Hz, 780Hzの測定値等解明出来ない振動も残っている。

リングの振動と棒の振動が同時に発生してリングの振動の振動数は、管の直径、肉厚によって変えられるし、一方棒の振動の振動数はその長さによって変えられるので、これを和音に持っていくことが出来ると考えられる。

## 5. 結 言

外径 114mm, 肉厚 3.2mm の鋼製円管を打撃し, その打撃音を分析し, 一方円管をリングとして, 又は一様棒としてその固有振動数を計算し, つぎのことがわかった。

(1) リングとして計算した 1 次の固有振動数 660Hz に相当する 684~693Hz が 3 つの場合とも発生している。

(2) 棒として計算した 1 次の固有振動数のものは, 3 つの場合実験でも発生しており, 計算値とよく合致する。

(3) 200cm, 191cm の場合は打撃後 2.0~3.0s 位までは 690Hz 前後のリングの振動のエネルギーが強いが, これ以後は棒の振動の方が強くなる。

(4) 100cm のものでは, 棒としての 1 次固有振動数が 713Hz と高く, またリングの 1 次固有振動数相当の 693Hz と近いためか, 713Hz の方が強く出ている。

(5) 計算値と合わない 947, 780Hz 等が出ているが, この振動は本実験だけでは分らない。直接円管の振動を計測しなければ分らない。

(6) リングとしての 2 次, 3 次モードの振動, 棒としての 2 次, 3 次の振動はほとんど出ていない。

以上のことが分ったので, よい音, すなわち和音を作るために, リングの振動の振動数と棒としての振動の振動数を音階の和音に持って行ける明るい見通しが得られた。

## 文 献

- 1) 寺嶋, 岩手大学研究年報, 47-2, 87~98 (1987)。
- 2) 日本機械学会編, 機械工学便覧 (改訂第 4 版), (1960-6), 3-52~54。