

学習者の認知構造と数学における創造性の関係

佐伯卓也*

(昭和62年6月19日受理)

はしがき

岩手式言語連想テスト(以後IWATと略す)は、学習者の認知構造を測定するために開発した用具であり、その処理等に関する、一応の標準的な手法が同定されている(佐伯, 1981ab, 1982abc, 1983, 1984, 1985)。

次に数学における創造性(簡単に“数学創造性”ということにする)の概念に触れる。ここでは、一応、数学的な問題を発見または作成し、さらにこの問題や、与えられた問題を、所持している知識、方法、技能等で解決できないとき、何らかの解決方法を見つけ、普通でない、または、ユニークな解を見つける性能(capacity)、としておく。さらに、問題解決過程は、「分析」とそれらの新しい「組み合わせ」と見なされることは、一般の創造性と同じである(Aiken, 1973; 佐伯, 1976; 佐伯・小田島, 1976)。

ここで学習者(数学)の認知構造と数学創造性さらに数学学力の関係はどうか、の問題が浮上する。数学学力と数学創造性の関係については、同じコンピテンスではないという結果があり、また、認知構造テストと学力テストのスコアは或程度重なる、という結果が得られている(佐伯, 1983, 1984)。所で、認知構造テストと数学創造性テストのスコアの関係についてはまだ手がついていない。本稿ではこの問題を取り上げ、大学生を被験者(以下Ssと略す)として調査研究をした結果を記述する。

主なる結果は、事後の認知構造テストであるIWATのスコアと数学学力、および、数学創造性テストであるMUTのスコアの間、部分的に有意な相関が認められたことである。

1 先行研究とテスト用具

(1) IWAT

IWATは、学習者の認知構造を測定する目的で作成された言語連想テスト(Geeslin and Shavelson, 1975ab; Shavelson and Stanton, 1975)を大幅に改変した用具である。テスト用紙には様式1と様式2があり、ここでは様式2を用いている。言語連想テストの妥当性、信頼性はShavelson and Stantonもくわしく検討しているが、IWATのそれについても、その都度検討されている。

IWATのキーワードは、アメリカの先行研究に従って次の9個選んだ。その番号と実際は次の通りである。

* 岩手大学教育学部

①ベクトル ②内積 ③直交座標系 ④一次独立 ⑤スカラー ⑥ \mathbf{a} の方向への正射影 ⑦右手系 ⑧三重積 ⑨外積

これらのキーワードから内容構造を、アメリカの先行研究 (Geeslin and Shavelson, 1975ab; 佐伯, 1981b, 1982ac) に従って作成した。内容構造を第1図で示す。

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
①	\	¹ 1		² 1		³ 1		⁴ 1	⁵ 1
②		\			⁶ 1				
③			\			⁷ 1	⁸ 1		
④				\		⁹ 1			
⑤					\				¹⁰ 1
⑥						\			
⑦							\		¹¹ 1
⑧								\	
⑨									\

第1図 内容構造隣接箇所とその番号

第1図の方眼の中に1とある所が、キーワードの隣接箇所であり、左肩についている番号が隣接箇所番号である。ここでは隣接箇所は11番まであり、ここが学習者に連想して欲しい所である。この時用いたIWATの用具様式2は、第1図から1や番号を除いた升目に、キーワードを①, ②の代りに入れ「横の語を右に見ていき、各欄上の語が連想されるときはその欄に1と書き、連想されないときはそのままにしておけ」というインストラクションを付けたものである。

(2) メーキャップ問題テスト (MUT)

数学創造性テスト用具以前からいろいろ考案されている (佐伯, 1976)。これらの用具の一つ、メーキャップ問題テスト (MUT) を利用した。これを選んだ理由は、他の用具に比べ構成的妥当性が高く、受験者の負担も軽く処理法も簡単で、筆者がここ10年ぐらい用いているという経験に基づく。

用具は、「平行6面体 (その1頂点から3方向にベクトル \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} がでている) の図を示し、『図のような三つのベクトル \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} が与えられている。これから数学の問題がいくら作られるか、できるだけ多く下に書け (作問だけで解く必要はない)』とインストラクションを付けた」用具である。

(3) 学力テスト

学力テストは、数学の能力因子として折出されている諸因子（例えば、Aiken, 1973）のうち、記憶（M）、計算（N）、推論（R）、空間（S）の4因子を選び、それらにあたる問題（1因子の配点20点）を作成し、用具とした。

2 手順

Ss（被験者）は、岩手大学工学部1年次、電気工学科学生と電子工学科学生であり、全データの揃っているSsは、電気が37名、電子が35名である。両科それぞれ1名づつ女子を含んでいて、残りは男子である。研究は昭和60年（1985年）前期に行なった。

当該単元に入る直前（6月12日）にIWATのみの事前テスト、3週間後その単元終了時（7月10日）に、IWAT（事後テスト）、MUT、学力テストを連続し100分で実施した。各テスト所要時間は、IWAT、MUTが5分、残りの時間が学力テストであった。

IWATの得点法はクラスレベル全体でとり、認知構造等を決めたほか、個人レベルでCAスコア、TAスコア、プラススコアをとった（これ等の得点法は佐伯, 1981b, 1982abcを見よ）。次にMUTの得点法は流暢性スコア、柔軟性スコアでとった（佐伯, 1976）。学力テストは普通の方法の得点法である。

3 結果

(1) 諸テスト用具の妥当性と信頼性

IWATから検討する。トータルSsの全升目ごとの応答で1とした人数から見たとき、P-Pグラフの上から、隣接箇所番号7、9が適切性を欠き、逆に、内容構造として利用しなかった「ベクトル～右手系」「三重積～外積」は採用を考えてもよいという結果がでた。他は妥当性があると考えられる。

次に電気科と電子科のSsを、テスト項目の切半に代えて、Speaman-Brownの公式で信頼係数を算出した所、事前は0.87、事後は0.93の値を得た。

次にMUTを検討する。学力テストとの積率相関係数（以下断りがない限り、相関はすべて積率相関係数なので「積率」の語を略す）は、流暢性では、 34^{**} 、柔軟性では、 43^{***} （いずれも $H_0: r = 0, df = 70$ ）であり、上位20%の重なる比率は、流暢性で15%、柔軟性で33%であった。これはランダムにとっても重なる比率が20%あるから、それとの有意差はなく、一種の併存的妥当性があるという結果で、筆者の前の研究（佐伯, 1976）と整合する。

信頼性については、設問が1題なので前のIWATと同じく、Kudar-Richadsonの公式は使用できない。電気と電子に分けて、平均の差のtの値で見た。流暢性は0.69、柔軟性は0.15でどちらも有意差はない（ $df = 70$ ）。従って一種の信頼性があると考えられる。

学力テストについて検討する。問1, 2, 3, 4, がそれぞれM, N, R, Sの因子に対応する問題として作問したが、その妥当性を見るため、因子分析（因子法、対角線要素はSMC、バリマックス回転）の結果、電気、電子、トータルで一致したものはなかった。因子構造も4因子が同じ距離にあるような形で離れていた。このことは、因子的に妥当であるとは断言できないが、全くないとも言えないことを示している。一方切半法により信頼数を求めたところ、.72であった。

(2) IWATとMUTの関係

IWAT 諸スコア (個人) と MUT の2つのスコアの相関係数を第1表に示す。表中では小数

第1表 IWATとMUTの積率相関係数

		df	IWAT					
			事前			事後		
			TA	CA	ラプス	TA	CA	プラス
電気科	流暢性	35	28	32	-10	15	-05	-28
	MUT 柔軟性	35	11	28	14	48**	29	-37*
電子科	流暢性	33	13	-10	-37*	-003	10	12
	MUT 柔軟性	33	-02	-09	-01	09	35*	29
トータル	流暢性	70	23	16	-21	08	03	-07
	MUT 柔軟性	70	06	12	04	28*	32**	003

有意水準 * 5%, ** 1%

点を省略している。事後のTA, CAスコアには正の有意な相関が見られた。

比較のため, IWATと学力テストの相関係数を求め, 無相関検定をした。結果は, いずれもIWAT事後と学力総点で, TA, CAスコアで, 電気, 電子, トータルSsで有意であり, 各項目では, 電気で学力テスト4番がTAとCA, 電子では2番がTAとCA, 3番がCAの諸スコアのみが有意であった。さらにトータルSsでは, 2番, 3番がTAとCAのスコアで有意であった。以上, これらは筆者の以前の研究結果(佐伯, 1984)を支持した結果となった。

次に上位20%のSsの重なる比率をIWATとMUTで見た。IWATは事後テストのみをとっている(第2表)。確率的に重なる比率は, 各々のSsの人数の20%であるが, それを本研究に

第2表 IWAT (事後) と他のスコアの上位20%のSsの重なる比率 (単位 %)

		学 力	MUT	
			流 暢 性	柔 軟 性
電気科	IWAT	TA	27	57*
		CA	22	47
		プラス	29	0
電子科	IWAT	TA	40	31
		CA	53*	62**
		プラス	27	31
トータル	IWAT	TA	25	42
		CA	8	58**
		プラス	15	15

有意水準 * 5%, ** 1%

あてはめると, 電気と電子で約7人, トータルで約14人である。これからのずれの確率で検定した。ただし, 分布は一応正規分布と仮定している。

次に MUT のスコアにより, Ss を上位群, 下位群に分け, これら 2 群の他の変数のスコアの平均で, 上位群・下位群 (MUT による) の有意差を検定した。

まず, 流暢性スコアで行なう。電気では事後の TA が, 上位群が 5% 有意水準で高く, 事後のプラスが, 1% 水準で低かった。電子では, 事前のプラスが, 1% 水準で上位群が低かった。学力スコアでは, 上位群のトータルスコアが 1% 有意水準で高かった。

次に, 柔軟性スコアで行なう。電気では事後の TA が 0.1% 水準で上位群が高く, 事後のプラスが 0.1% 水準で上位群が低かった。さらに電気では, 学力トータルが上位群で 5% 水準で高かった。以上のほかはすべて有意差はでなかった。

比較のため, 学力トータルスコアで上位群・下位群に分けたとき, 電気では事後の CA スコアのみが 1% 水準で上位群が高く, 電子科では事後 TA スコアと柔軟性スコアで上位群が 5% 水準で高かった。

(3) その他の結果

電気科, 電子科およびトータル Ss と, MUT の流暢性スコア並びに柔軟性スコアで Ss を分けた上位群, 下位群で別々に P-P グラフ分析をした。しかし結果は拡散的であった。グラフパターンは電気科と電子科をあわせたトータル Ss でⅢ型, 電気科はⅡ型, 電子科はⅠ型であった。更に電気科の流暢上位, 柔軟性上位の各群はⅣ型, 流暢性下位群, 柔軟性下位群はⅢ, 電子科では流暢性の上位群と下位群, 柔軟性上位群がⅡ型, 柔軟性下位群がⅢ型であった。全般的に見て MUT 上位群が成功的, 下位群は中ぐらい, ということになる。

4 考察

本研究は IWAT (認知構造測定用具) と MUT (数学創造性測定用具) の関係にアプローチする初めての研究なので, 仮説を立てることなく, 事例研究と位置づけ, 条件を記し結果を書く, ということになる。

Ss は大部分男子のみであったことを指摘したい。性差は, 男子女子ということだけに着目したとき, 個人差の中に埋没しているということがあるので, 特に問題はないと思われるが, しかし, 女子集団を欠くことは本研究の限界であろう。これは Ss が大学生という選抜をされた集団での結果であるということと同じように問題となる。

次に IWAT について考察する。IWAT の内容構造の不適切な箇所を二, 三指摘しておいたが, これは用具の不適切さからきているのか Ss の処偶の関係からきているのか, さらに筆者による授業の扱いかい方によるのか不明の点がある。しかし経験的にこのような不明の点はいつもつきまとうので, これ以上明らかにすることができないかも知れない。何回かの追試で, 今後データを重ねていくことになる。

MUT は大体満足すべき結果を得たと言える。しかし, たった 5 分の, しかも 1 回だけのテストであり, さらに, 扱った内容が一つの単元の中のまた一つの部分だけで, このように外挿できるかどうか問題があると思われるが, 先行研究との整合性の関係から, 許容される結果ということができる。

主要結果である IWAT と MUT の関係の結果に触れる。相関係数 (第 1 表) では事後の TA ・ CA スコア MUT の特に柔軟性スコアの間にも正の相関が認められようである。これを補強す

るように、上位20%のSsの重なる比率(第2表)でも、事後IWATのTA・CAスコアとMUTの特に柔軟性スコアの間では重なる比率が高い。これは学習者の認知構造から見て、学力よりも数学創造性が、より近い、ことを示しているように見える。つまり学習者の認知は学力よりも数学創造性の方が関係している、という知見になる。

以前から学力と創造性は異なるコンピテンスであるといわれているが、本研究の結果もこのことと整合的である。

本研究の結果をふまえて、今後の追試的研究がなされることを期待する。

参考文献

- 1) Aiken, L. A. (1973) Ability and creativity in mathematics, *Rev. Educ. Res.*, **43**, 405—432.
- 2) Dunn, J. A. (1975) Tests of creativity in mathematics, *Int. J. Math. Sci Technol.*, **6**, 327—332.
- 3) Geeslin, W. E. and Shavelson, R. J. (1975a) Comparison of content structure and cognitive structure in high school students' learning of probability, *J. Res. Math. Educ.*, **6**, 109—120.
- 4) Geeslin, W. E. and Shavelson, R. J. (1975b) An exploratory analysis of the representation of a mathematical structure in students' cognitive structure, *Amer. Educ. Res. J.*, **12**, 21—39.
- 5) Prouse, H. L. (1967) Creativity in school mathematics, *Math. Teacher*, **60**, 876—879.
- 6) 佐伯卓也(1975a) 数学における創造性の評価, 東北数学教育学会年報, **6**, 50—61
- 7) 佐伯卓也(1975b) 知能検査対数学創造性と数学の learnig achievement の関係について, 第1回東北地区教科教育研究連合学会研究会要項.
- 8) 佐伯卓也(1976) 数学における創造性とその測定について, 日本教科教育学会誌, **1**, 73—79.
- 9) 佐伯卓也(1981a) 数学における内容構造, 認知構造そして先行オーガナイザー, 日本教科教育学会誌, **6**, 5—9.
- 10) 佐伯卓也(1981b) 言語連想テスト(I式)の処理——WAテストP—Pグラフ分析, 日本教科教育学会誌, **6**, 195—199.
- 11) 佐伯卓也(1982a) 学習者の認知構造測定用具としてのI—WAテストについて, 日本教科教育学会誌, **7**, 85—90.
- 12) 佐伯卓也(1982b) 標準P—PグラフとP—Pグラフ分析(2)——階差P—Pグラフ, 岩手大学教育学部研究年報, **42**, 237—246.
- 13) 佐伯卓也(1982c) 学習者の認知構造変容の測定と分析, 日本教育工学雑誌, **7**, 1—8.
- 14) 佐伯卓也(1983) 学習者の数学的能力と認知構造の関係, 日本教科教育学会誌, **8**, 81—86.
- 15) 佐伯卓也(1984) 学習者の数学的能力と認知構造の関係(2), 日本教科教育学会誌, **9**, 1—6.
- 16) 佐伯卓也(1985) ファン・ヒレ水準テスト(代数)とP—Pグラフ分析(1), 岩手大学教育学部研究年報, **45**, 183—195.
- 17) 佐伯卓也・小田島茂(1976) 児童の算数創造性検査と論理検査について, 岩手大学教育学部研究年報, **36**, 369—380.
- 18) 佐伯卓也・倉島敬治(1983) 学習者の認知構造変容測定による教師の授業評価法と学習者個人別評価法の開発——I式WAテストによるCATI法, 昭和57年度文部省科研報告, 盛岡.
- 19) Shavelson, R. J. and Stanton, G. C. (1975) Construct validation: Methodology and application to three measures of cognitive structure, *J. Educ. Math.*, **12**, 67—85.