

## 木質材料の応力と変形解析 (続報)

辻 野 哲 司\*

(1981年7月21日受理)

### 目 次

第6章 合板パネルの曲げ剛性解析.....	120
6.1 解析方法.....	120
6.1.1 剛性方程式.....	120
6.2 実験的検討.....	121
6.2.1 実験方法.....	121
6.2.1.1 無開口パネル.....	121
6.2.1.2 開口部を有するパネル.....	122
6.2.2 結果と考察.....	123
6.3 本解析法の適用性について.....	129
第7章 総合考察.....	131
第8章 摘 要.....	131
謝 辞.....	133
文 献.....	133
付録1. 有限要素法による $G_0K_0$ および $I_w$ の解析.....	139
付録2. 全体剛性マトリックスの組立て.....	142
Summary .....	143

## 第6章 合板パネルの曲げ剛性解析

## 6.1 解析方法

## 6.1.1 剛性方程式

三本木<sup>118)</sup>が防撓板の解析に用いた手法では、けたを4節点けた要素(図6.1参照)でモデル化している。

合板パネルでは、けたに相当する部分は棧木であり、これは木材であるため けた要素の修正を必要とする。

考え方は 第3章・集成梁のところで示してあるので、ここでは 結果のみを記述する。

得られた棧木の要素剛性方程式は次のとおりである。

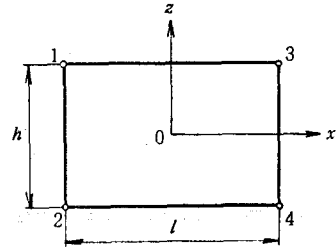


図6.1 4節点けた要素

$$\begin{Bmatrix} f_{x1} \\ f_{z1} \\ f_{x2} \\ f_{z2} \\ f_{x3} \\ f_{z3} \\ f_{x4} \\ f_{z4} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} & k_{17} & k_{18} \\ & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} & k_{27} & k_{28} \\ & & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} & k_{37} & k_{38} \\ & & & k_{44} & k_{45} & k_{46} & k_{47} & k_{48} \\ & & & & k_{55} & k_{56} & k_{57} & k_{58} \\ & & & & & k_{66} & k_{67} & k_{68} \\ & & & & & & k_{77} & k_{78} \\ & & & & & & & k_{88} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ w_2 \\ u_3 \\ w_3 \\ u_4 \\ w_4 \end{Bmatrix} \quad (6.1)$$

ここに

$$k_{11} = \frac{bhl}{12} \left( \frac{4d_{11} - 2pd_{12} + p^2d_{22}}{l^2} + \frac{3d_{66}}{h^2} \right)$$

$$k_{12} = -\frac{b}{4}(d_{12} + d_{66})$$

$$k_{13} = \frac{bhl}{12} \left( \frac{2d_{11} + 2pd_{12} - p^2d_{22}}{l^2} - \frac{3d_{66}}{h^2} \right)$$

$$k_{14} = \frac{b}{4}(d_{12} - d_{66})$$

$$k_{15} = -\frac{bhl}{12} \left( \frac{4d_{11} - 2pd_{12} + p^2d_{22}}{l^2} - \frac{3d_{66}}{h^2} \right)$$

$$k_{16} = -k_{14}$$

$$k_{17} = -\frac{bhl}{12} \left( \frac{2d_{11} + 2pd_{12} - p^2d_{22}}{l^2} + \frac{3d_{66}}{h^2} \right)$$

$$k_{18} = -k_{12}$$

$$k_{22} = \frac{bhl}{12} \left( \frac{q^2d_{11} - 2qd_{12} + 4d_{22}}{h^2} + \frac{3d_{66}}{l^2} \right)$$

$$k_{23} = -k_{14}$$

$$k_{24} = -\frac{bhl}{12} \left( \frac{q^2d_{11} - 2qd_{12} + 4d_{22}}{h^2} - \frac{3d_{66}}{l^2} \right)$$

$$k_{25} = k_{14}$$

$$\begin{aligned}
k_{26} &= -\frac{bhl}{12} \left( \frac{q^2 d_{11} - 2qd_{12} - 2d_{22}}{h^2} + \frac{3d_{66}}{l^2} \right) \\
k_{27} &= -k_{12} \\
k_{28} &= \frac{bhl}{12} \left( \frac{q^2 d_{11} - 2qd_{12} - 2d_{22}}{h^2} - \frac{3d_{66}}{l^2} \right) \\
k_{33} &= k_{11} \\
k_{34} &= k_{27}, \quad k_{35} = k_{17}, \quad k_{36} = -k_{27}, \quad k_{37} = k_{15}, \quad k_{38} = k_{14} \\
k_{44} &= k_{22}, \quad k_{45} = k_{12}, \quad k_{46} = k_{28}, \quad k_{47} = k_{23}, \quad k_{48} = k_{26} \\
k_{55} &= k_{11}, \quad k_{56} = k_{18}, \quad k_{57} = k_{13}, \quad k_{58} = k_{16}, \quad k_{66} = k_{22} \\
k_{67} &= k_{38}, \quad k_{68} = k_{24}, \quad k_{77} = k_{33}, \quad k_{78} = k_{36}, \quad k_{88} = k_{22}
\end{aligned}$$

なお

$b$  : 棧木幅,  $h$  : 棧木せい,  $l$  : 棧木要素の長さ,  $p, q$  : 棧木のポアソン比でそれぞれ  $\mu_{sxx}, \mu_{szz}$ ,  $d_{11}, d_{12}, d_{22}, d_{66}$  : 棧木における応力-ひずみ関係式の成分で,

$$\begin{aligned}
d_{11} &= \frac{E_{sx}}{1 - \mu_{sxx} \cdot \mu_{szz}}, \quad d_{12} = \frac{\mu_{sxx} \cdot E_{sz}}{1 - \mu_{sxx} \cdot \mu_{szz}} \\
d_{22} &= \frac{E_{sz}}{1 - \mu_{sxx} \cdot \mu_{szz}}, \quad d_{66} = G_{szz}
\end{aligned}$$

一方, 面材を長方形板曲げ要素<sup>30), 35), 119)</sup>で分割し 曲げ剛性に関しては (6.2) 式で, 面内剛性に関しては (6.3) 式で与えられる変位関数を用いる。

$$\begin{aligned}
w &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 x^2 + \alpha_5 xy + \alpha_6 y^2 + \alpha_7 x^3 \\
&\quad + \alpha_8 x^2 y + \alpha_9 xy^2 + \alpha_{10} y^3 + \alpha_{11} x^3 y + \alpha_{12} xy^3
\end{aligned} \tag{6.2}$$

$$\begin{aligned}
u &= \beta_1 + \beta_2 x + \beta_3 y + \beta_4 xy \\
v &= \beta_5 + \beta_6 x + \beta_7 y + \beta_8 xy
\end{aligned} \tag{6.3}$$

したがって, 1 節点の自由度は  $x, y, z$  方向の変位および  $x$  軸,  $y$  軸まわりの回転角となるから, パネル要素の剛性マトリックスは 20行20列となる。なお (6.2), (6.3) 式による剛性マトリックスの誘導については Zienkiewicz<sup>30), 35)</sup>その他の著書<sup>33), 34), 119)</sup>があるのでここでは省略する。

それから 構造全体の剛性マトリックスを組立てる際 注意すべき点があるので, それについては付録2に示す。

## 6.2 実験的検討

### 6.2.1 実験方法

#### 6.2.1.1 無開口パネル

試験体の外形寸法を 435mm×435mmとし, 面材には ラワン 5 ply 7.5mm 又は 9mm 厚構造用合板を, 棧木には 断面 25mm×25mm のスプルースを用いた。

これらを 各種パネルに構成する前に 部材すべての曲げヤング係数を測定し, 1つの試験体の骨組構成において 棧木のヤング係数が ほぼ均等になるよう配置した。

パネルの骨組構成を図 6.2 に, 構成部材の弾性定数を表 6.1 に示す。

表中 \* 印のついているものは 実測したものではなく次のように推定<sup>40)</sup>した。

合板の面内力に関するヤング係数について,

5 ply 7.5mm 厚構造用合板では

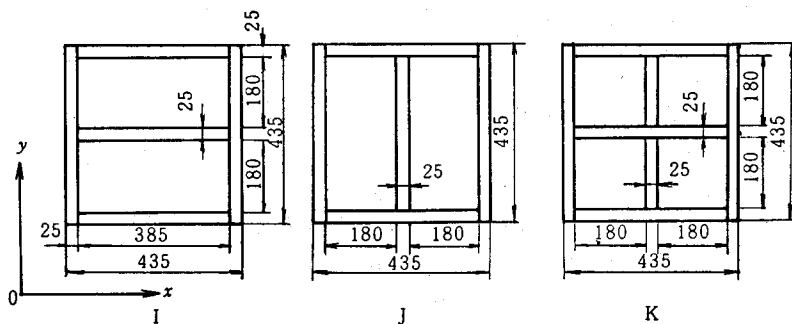


図6.2 パネルの骨組構成  
スパン方向：x軸に一致

表6.1 パネル構成部材の材質特性

パネル記号	面材							横木					
	M.O.E.				ポアソン比		M.O.R.	厚さ	M.O.E.		ポアソン比		M.O.R.
	$E_{xb}$	$E_{yb}$	$E_{xm}^*$	$E_{ym}^*$	$\mu_{xym}^*$	$G_{xyb}$			$E_{sz}$	$E_{sz}^*$	$\mu_{szs}^*$	$G_{szs}^*$	
IS-75	73.9	29.2	56.9	39.2	0.2	4.32	0.80		95.8	7.54	0.4	5.75	2.51
IS-9	88.4	59.2	63.6	63.6	0.2	4.92	0.91		108.0	8.50	0.4	6.48	2.51
ID-75	73.9	29.2	56.9	39.2	0.2	4.32	0.80		95.8	7.54	0.4	5.75	2.51
ID-9	88.4	59.2	63.6	63.6	0.2	4.92	0.91		108.0	8.50	0.4	6.48	2.51
JS-75	80.7	32.9	62.1	42.8	0.2	4.22	0.79		119.8	9.44	0.4	7.19	2.51
JS-9	104.3	61.5	75.1	75.1	0.2	4.64	0.92		116.1	9.15	0.4	6.97	2.51
KS-75	104.8	28.1	80.7	55.5	0.2	4.90	0.79		69.6	5.48	0.4	4.18	2.51
KS-9	100.3	60.8	72.2	72.2	0.2	5.01	0.91		72.3	5.70	0.4	4.34	2.51

(M.O.E. および M.O.R. の単位は  $\text{kg}/\text{cm}^2 \times 10^3$ )

I, J, K: 図6.2における骨組構成

S : 片面パネル

D : 両面パネル

\* : 沢田<sup>(40)</sup>による推定値

添字 b, m はそれぞれ曲げ, 引張りの場合を示す。

$$E_{xm} = 0.77E_{xb}, \quad E_{ym} = 0.53E_{xb}$$

5 ply 9 mm厚構造用合板では

$$E_{xm} = E_{ym} = 0.72E_{xb}$$

なお 縦横木と横横木との接合であるが 縦横木に幅 25mm, 深さ 5 mm の溝を掘り レゾルシンオール樹脂接着剤を塗布し, 横横木を接着した後 直ちに N60 釘で圧縮した。

実験は それから 1 週間後に行った。

曲げ試験は スパンを 410 mm として 中央集中荷重, 対辺単純支持, 他辺自由の境界条件のもとで行った。なお 荷重棒と面材の間には 直径 15 mm, 厚さ 10 mm の木材小片を置いた。

次に, 図 6.3 は沢田, 宮島, 上田<sup>(120)-(122)</sup>らが曲げを受ける釘着パネルの理論的, 実験的研究を行った際 コントロール用に使用した接着パネルである。

表 6.2 はそれら接着パネルの一部について, 構成部材の弾性定数を示したものである。

#### 6.2.1.2 開口部を有するパネル

パネルはすべて無開口のものとは必ずず 実際的には開口を有する場合もある。

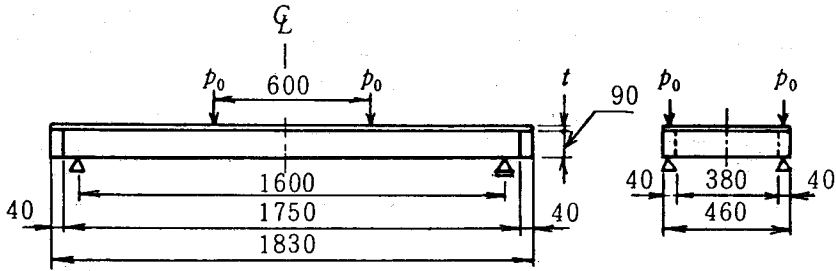


図 6.3 沢田らの研究におけるパネルの形状および寸法

荷重条件：4点荷重

支持条件：4点支持

表 6.2 沢田らの研究におけるパネル構成部材の材質特性

パネル記号	面 材							機 木					
	M.O.E.				ポアソン比	M.O.R.	厚さ	M.O.E.		ポアソン比	M.O.R.	幅	高さ
	$E_{xb}$	$E_{yb}$	$E_{xm}^*$	$E_{ym}^*$				$E_{sx}$	$E_{sy}^*$				
					$\mu_{xym}^*$	$G_{xyb}$	$t$ (cm)			$\mu_{sxx}^*$	$G_{sxx}^*$	$b$ (cm)	$h$ (cm)
G75A1-2	135.9	39.6	104.6	72.0	0.2	5.66	0.775	111.7	8.80	0.4	6.70	3.95	8.91
G75A2-2	161.4	47.1	124.3	85.5	0.2	6.73	0.775	94.4	7.44	0.4	5.66	3.94	8.93
G9A1-2	130.7	57.4	94.1	94.1	0.2	6.08	0.935	112.8	8.89	0.4	6.77	3.95	8.92
G9A2-2	148.0	65.0	106.6	106.6	0.2	6.88	0.945	96.7	7.62	0.4	5.80	3.95	8.93

(M.O.E. および M.O.R. の単位は  $\text{kg}/\text{cm}^2 \times 10^3$ )\*: 沢田<sup>40)</sup>による推定値

添字 b, m はそれぞれ曲げ, 引張りの場合を示す。

しかしながら、このようなパネルに関する研究は少なく、僅かに山井<sup>123)</sup>が報告しているに過ぎない。

そこで、本手法が開口部を有するパネルの曲げ問題にも適用できるかどうか検討してみた。試験体の外形寸法を  $440\text{mm} \times 880\text{mm}$  とし、面材にはラワン 5 ply 9 mm 厚構造用合板を、機木には断面  $35\text{mm} \times 50\text{mm}$  のスプルースを用いた。これらを各種パネルに構成する前に、部材すべての曲げヤング係数を測定し、1つの試験体において縦方向および横方向機木のヤング係数が、それぞれほぼ均等になるよう配置した。又両面パネルの場合には、表・裏面のヤング係数が同一のものを用了。

骨組構成を図 6.4 に示す。

なお、縦機木と横機木、および機木と面材の接合は、図 6.2 のパネルと同様にした。

表 6.3 はパネル構成部材の弾性定数、寸法等を示す。表中、面材の面内力に関するヤング係数、ポアソン比については、6.2.1.1 節と同様にして求めた。

曲げ試験は図 6.5 に示すように、スパンを  $704\text{mm}$  として、4点支持の境界条件で、外側縦機木中央部に集中荷重をかけた。

たわみは、荷重点下 M 点に  $1/100\text{mm}$  ダイヤルゲージを置き測定した。

なお、荷重棒と面材との間には  $35\text{mm} \times 40\text{mm}$ 、高さ  $25\text{mm}$  の木材小片を置き、両者の直接接触を防いだ。

## 6.2.2 結果と考察

表 6.4、表 6.5 は、それぞれ図 6.2、図 6.3 における無開口パネルの曲げ剛性試験結果を

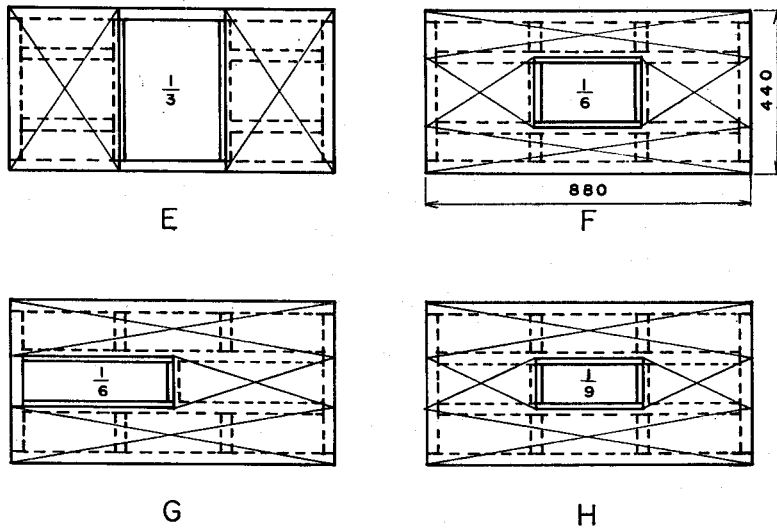


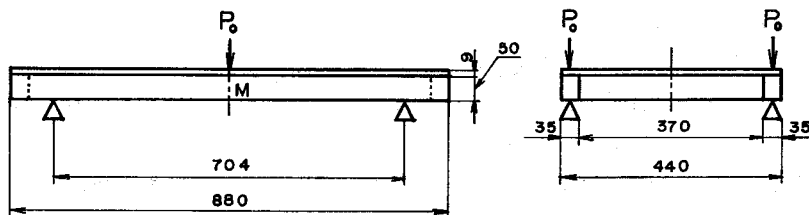
図6.4 開口部を有するパネルの骨組構成

表6.3 開口部を有するパネル構成部材の材質特性

パネル 記 号	面 材							栈 木					
	M.O.E.				M.O.R.			M.O.E.		M.O.R.		ポアソン比	幅 b (cm)
	$E_{xb}$	$E_{yb}$	$E_{xm}^*$	$E_{ym}^*$	$G_{xy}$	$\mu_{xy}$	厚さ t (cm)	$E_{sz}$	$E_{sz}^*$	$G_{szs}$	$\mu_{szs}$		
E	89.8	25.4	64.7	64.7	4.46	0.2	0.925	縦 107.47 横 90.65	8.49 7.16	6.45 5.44	0.4	3.53	5.01
F	95.9	33.7	69.0	69.0	4.01	0.2	0.912	縦 96.83 横 85.1	7.65 6.72	5.81 5.11	0.4	3.53	5.02
G	72.0	25.1	51.8	51.8	4.07	0.2	0.914	縦 113.48 横 88.15	8.97 6.96	6.81 5.29	0.4	3.53	5.02
H	98.0	30.2	70.6	70.6	4.45	0.2	0.931	縦 134.0 横 121.55	10.59 9.60	8.04 7.29	0.4	3.53	5.01

(M.O.E. および M.O.R. の単位は  $\text{kg/cm}^2 \times 10^3$ )\*: 沢田<sup>40)</sup>による推定値

添字 b, m はそれぞれ曲げ, 引張りの場合を示す。

図6.5 パネルの寸法および荷重, 支持条件  
荷重: 外側縦栈木中央集中荷重  
支持条件: 4点支持

示す。なお、表6.5の剛性比とは、パネルの曲げ剛性と骨組単体のそれとの比であり、後者については、4節点けた要素を用いて別に計算した。

たわみにおける計算値は、実測値と比較的よく一致していることから、本解析法は信頼性あるものと思われる。

表6.6は図6.4における開口部を有するパネルの曲げ試験結果を示すものであり、計算値は実測値とよい一致をみている。

以上のように、本解析法が、開口部を有する場合も含めて、合板接着パネルの曲げ剛性を予測するのに適用可能なことがわかった。

そこで、パネル構成部材の弾性定数、寸法を変えた場合、あるいは横棧、縦棧の数を増やした場合（これは無開口パネルのみ）、たわみがどのような影響を受けるのかを検討してみた。

表6.4 図6.2におけるパネルの曲げ試験結果

パネル記号	$\delta_c$		実測値 計算値	要素数	節点数
	実測値	計算値			
IS-75	213	210	1.01	70	86
IS-9	150	158	0.95		
ID-75	0.98	1.13	0.87	118	126
ID-9	0.78	0.80	0.98		
JS-75	243	288	0.84	68	84
JS-9	230	210	1.10		
KS-75	1.45	1.55	0.94	76	91
KS-9	1.53	1.35	1.13		

$\delta_c$ : パネル中央のたわみ ( $\times 10^{-2}$ mm/kg)

荷重条件: パネル中央集中荷重

支持条件: 両端単純支持, 他辺自由

スパン: 410mm

要素数, 節点数は試験体の1/4についてのものである。

表6.5 図6.3におけるパネルの曲げ試験結果

パネル記号	$\delta_m$		実測値 計算値	剛性比		実測値 計算値
	実測値	計算値		実測値	計算値	
G75A1-2	2.96	3.19	0.93	1.75	1.67	1.05
G75A2-2	2.98	3.40	0.88	1.98	1.77	1.12
G9A1-2	2.69	3.04	0.88	1.86	1.71	1.09
G9A2-2	2.90	3.25	0.89	1.95	1.81	1.08

$\delta_m$ : 外側縦棧木中央におけるたわみ (mm/360kg)

剛性比: パネルの曲げ剛性/骨組単体の曲げ剛性。

数値計算にあたり用いた要素数は59, 節点数は75 (対称性より試験体の1/4について解析) である。

表6.6 開口部を有するパネルの曲げ試験結果

パネル 記号	面材	開口比 K	たわみ $d_m$		実測値 計算値	要素数	節点数
			実測値	計算値			
E	片面	1	1.09	1.12	0.97	80	99
	両面	3	1.07	1.10	0.97	128	134
F	片面	1	0.49	0.49	1.00	96	115
	両面	6	0.32	0.37	0.86	156	158
G	片面	1	0.53	0.46	1.15	82	98
	両面	6	0.32	0.35	0.91	124	120
H	片面	1	0.41	0.38	1.08	100	119
	両面	9	0.28	0.29	0.97	164	166

$d_m$ : 外側縦棧木中央のたわみ ( $\times 10^{-2}$ mm/kg)

## a) 無開口パネルについて

計算に用いたパネルの骨組構成を図 6.6 に示す。

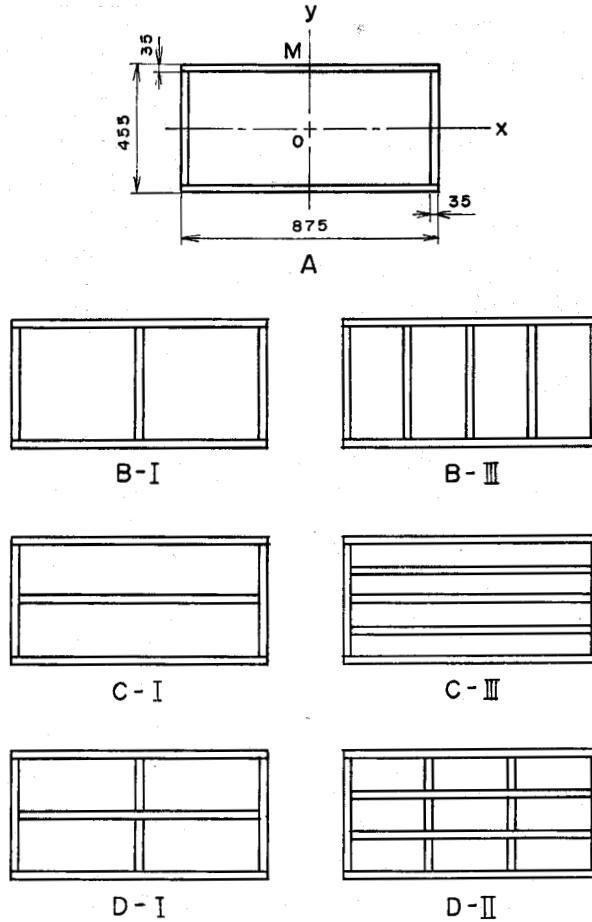


図 6.6 パネルの骨組構成

パネルの外形寸法は455mm×875mmとし、面材には5 ply 9 mm厚構造用合板を用いるものとした。又 スパンを840mmとし、荷重は外側縦桹木中央部集中荷重(図 6.7 参照)，およびパネル全面等分布荷重，境界条件は対辺固定，他辺自由とした。

図 6.6 の骨組構成において 面材ヤング係数，桹木ヤング係数，桹木せいをそれぞれ変え

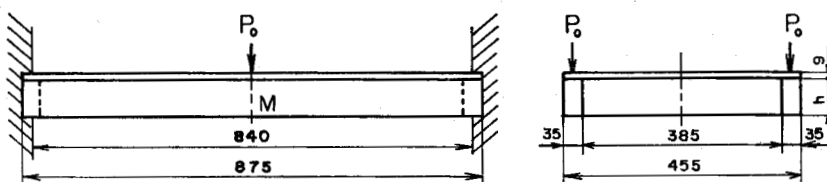


図 6.7 外側縦桹木中央部集中荷重



た場合、たわみがどのように変化するかを骨組構成A型のパネルで、又 横棧、縦棧、格子型棧の効果については、おのおの骨組構成B, C, D型のパネルで検討した。

図6.8は合板表繊維方向ヤング係数  $E_{xb}$  を変えた場合、スパン中央(外側縦棧木中央部M点)のたわみを示す。

なお、両面パネルの場合は、表・裏に同一のヤング係数を有する合板を用いるものとしており、棧木は幅  $b=35\text{mm}$ 、せい  $h=70\text{mm}$ 、曲げヤング係数  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$  とした。

$E_{xb}$  の増加につれたわみの減少がみられるが、その傾向は小さい。

特に等分布荷重では、片面、両面パネルとも  $E_{xb}$  の増によるたわみ減少は僅かであり、殆んど効果が無いといっても過言ではない。

図6.9は棧木ヤング係数  $E_{sx}$  を変えた場合のたわみである。

ただし、 $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$ 、 $b=35\text{mm}$ 、 $h=70\text{mm}$ としている。

$E_{sx}$  の増に伴いたわみは減少するが、この傾向は  $E_{xb}$  の増に比べ大きい。

図6.10は棧木せい  $h$  を変えた場合のたわみを示す。

ただし、 $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$ 、 $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$ 、 $b=35\text{mm}$ としている。

$h$  の増は前者2つに比べ、たわみの減少に大きい効果がある。特に片面パネルおよび棧木中央部集中荷重の場合この傾向は大きい。

又、 $h$  が大きくなるにつれ、片面パネルと両面パネルにおけるたわみの差が小さくなっている。

このことは、棧木せいを高くしていくと、両面パネルにした効果が薄れていくことを意味する。

一方、筆者はA型骨組構成の片面パネル(境界条件は4点支持)において、パネル中央部に横棧を1本入れても、曲げ剛性には殆んど影響を及ぼさないことを報告している<sup>22)</sup>。

さらに、ここでは境界条件を変えて、横棧

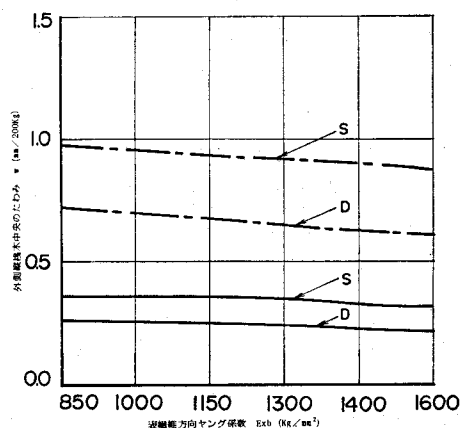


図6.8 無開口パネルにおける面材表繊維方向ヤング係数とたわみ

骨組構成: 図6.6のA

面材: 5 ply 9mm 厚構造用合板

棧木:  $b=35\text{mm}$ ,  $h=70\text{mm}$ ,  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$

S: 片面パネル D: 両面パネル

---: 外側縦棧木中央集中荷重 (図6.7)

—: 等分布荷重

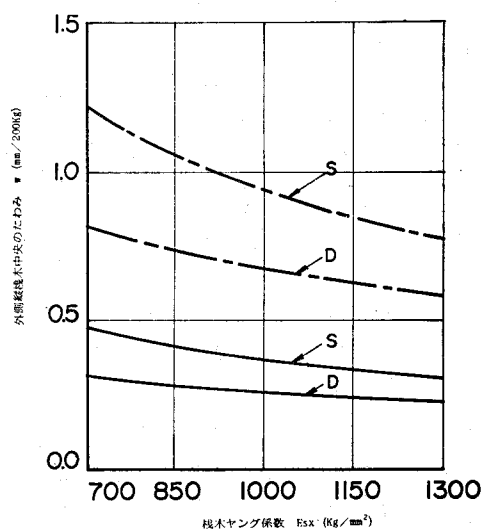


図6.9 無開口パネルにおける棧木ヤング係数とたわみ

骨組構成: 図6.6のA

面材: 5 ply 9mm 厚構造用合板,  $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$

棧木:  $b=35\text{mm}$ ,  $h=70\text{mm}$

S: 片面パネル D: 両面パネル

---: 外側縦棧木中央集中荷重 (図6.7)

—: 等分布荷重

を1本から3本に, すなわち図6.6のB—I, B—Ⅲ型のパネルについて検討してみた。

なお, パネルは片面張りとし, 荷重は外側縦棧木中央部集中荷重, 境界条件は対辺固定, 他辺自由である。

又, 面材は5 ply 9 mm厚構造用合板とし,  $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$ , 棧木は,  $b=35\text{mm}$ ,  $h=70\text{mm}$ ,  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$ とした。以下, この条件は図6.12, 図6.13でも同じである。

図6.11はパネル中央部断面OM(図6.6参照)上のたわみ分布である。

M点のたわみで剛性を比較検討するものとする。図より, 横棧を3本にしてもたわみは目立った変化をしなかった。

すなわち, 曲げ剛性に及ぼす横棧の効果は殆んど無いといえる。

図6.12はC—I, C—Ⅲ型パネルによる縦棧の効果を示すものである。

縦棧の増加に伴い, 少しではあるがM点にたわみの減少がみられた。

図6.13はD—I, D—Ⅱ型パネルによる格子棧の効果を示すものである。

この場合, M点のたわみは前者2つに比べ, 大きく減少している。

すなわち, 格子型棧は曲げ剛性増に大きく貢献する。

#### b) 開口部を有するパネルについて

計算に用いたパネルの骨組構成は図6.4のE, F, Hである。

すなわち, パネル中央に3種の開口部を有する場合であり, 面材のヤング係数, 棧木のヤング係数, 棧木せいを種々変えて, たわみがどのような影響を受けるかを検討してみた。

なお, パネルは片面張りとし, その外形寸法, スパン その他 荷重, 境界条件は a) 無開口パネル の場合と同一である。

図6.14は面材表繊維方向ヤング係数  $E_{xb}$  を変えた場合, 外側縦棧木中央部M点のたわみを示す。

ただし, 棧木については,  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$ ,  $b=35\text{mm}$ ,  $h=70\text{mm}$ としている。

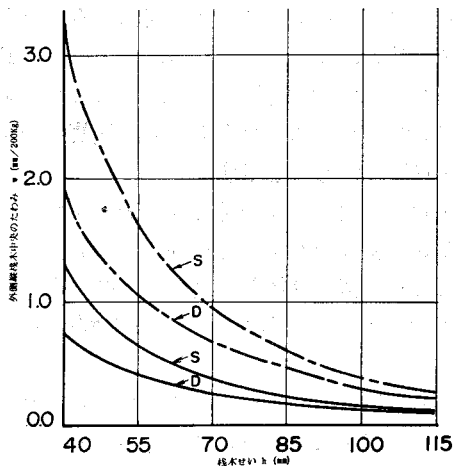


図6.10 無開口パネルにおける棧木せいとたわみ

骨組構成: 図6.6のA

面材: 5 ply 9 mm厚構造用合板,  $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$

棧木:  $b=35\text{mm}$ ,  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$

S: 片面パネル D: 両面パネル

---: 外側棧木中央集中荷重(図6.7)

—: 等分布荷重

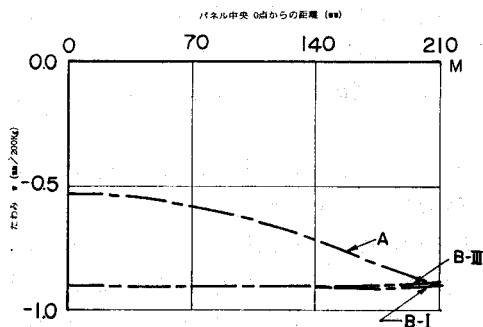


図6.11 パネル中央部断面OM上のたわみ分布(横棧の効果について)

A, B—I, B—Ⅲ: 図6.6に示す骨組構成,

面材: 5 ply 9 mm厚構造用合板,  $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$

棧木:  $b=35\text{mm}$ ,  $h=70\text{mm}$ ,  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$

パネル: 片面パネル

荷重: 外側縦棧木中央集中荷重(図6.7)

境界条件: 対辺固定, 他辺自由

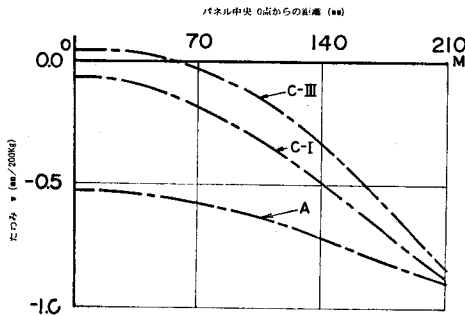


図6.12 パネル中央部断面OM上のたわみ分布（縦棧の効果について）

A, C-I, C-III: 図6.6に示す骨組構成  
パネル構成部材の寸法, 弾性定数および荷重・境界条件は図6.11と同じ

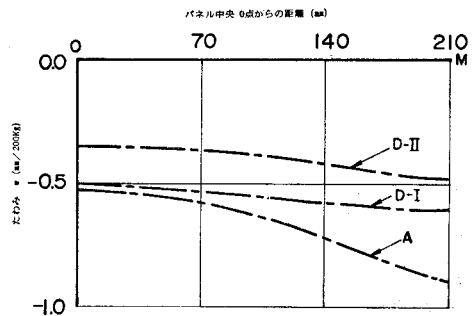


図6.13 パネル中央部断面OM上のたわみ分布（格子棧の効果について）

A, D-I, D-II: 図6.6に示す骨組構成  
パネル構成部材の寸法, 弾性定数および荷重・境界条件は図6.11と同じ

開口比 $K$ の大きさに拘らず $E_{xb}$ の増に伴うたわみの減少は僅かである。

又,  $K$ が $\frac{1}{3}$ から $\frac{1}{6}$ になることにより, たわみは約50%減少している。

ここで,  $K=0$ は $K=\frac{1}{6}$ と同じ骨組構成を有する無開口片面パネルであるが, 特に等分布荷重の場合,  $K=\frac{1}{6}$ ,  $\frac{1}{3}$ および0のたわみはほぼ同一となった。

このことは, パネル中央に開口部を有する場合, 開口比がある値以下になると曲げ剛性に殆ど影響を与えないといえる。又, この傾向は次の図6.15, 図6.16でも同様である。なお, 本研究では開口比を $\frac{1}{3}$ から $\frac{1}{6}$ へ飛ばしているため, 曲げ剛性に影響を与えなくなる, いわゆる臨界開口比については結論を出せなかったが, これについては今後の検討課題としたい。

図6.15は浅木ヤング係数 $E_{sx}$ を変えた場合である。

ただし,  $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$ ,  $b=35\text{mm}$ ,  $h=70\text{mm}$ としている。

$E_{sx}$ の増に伴うたわみの減少傾向は $E_{xb}$ の場合よりも大きい。

図6.16は浅木せい $h$ を変えた場合である。ただし,  $E_{xb}=1150\text{kg/mm}^2$ ,  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$ ,  $b=35\text{mm}$ としている。

無開口パネルと同様,  $h$ の増はたわみの減少に大きい効果がある。

### 6.3 本解析法の適用性について

合板接着パネル（開口部を有する場合も含めて）の曲げ剛性を解析するにあたり, 面材を長方形板曲げ要素で, 浅木を4節点けた要素でモデル化して, 剛性方程式を求めた。

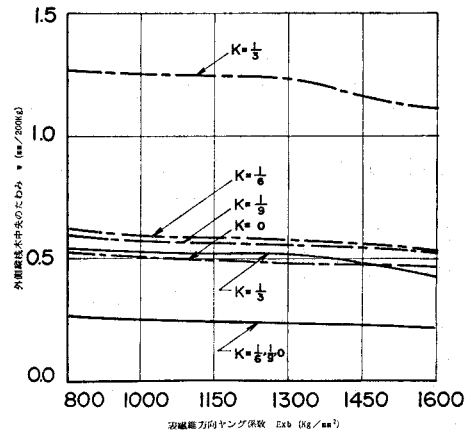


図6.14 開口部を有する片面パネルの面材表繊維方向ヤング係数とたわみ

K: 開口比

面材: 5 ply 9mm厚構造用合板

浅木:  $b=35\text{mm}$ ,  $h=70\text{mm}$ ,  $E_{sx}=1000\text{kg/mm}^2$

---: 外側縦浅木中央集中荷重 (図6.7)

—: 等分布荷重

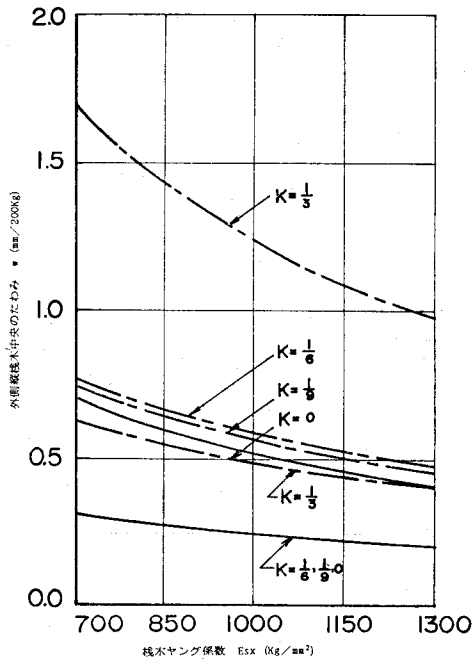


図6.15 開口部を有する片面パネルの棧木ヤング係数とたわみ

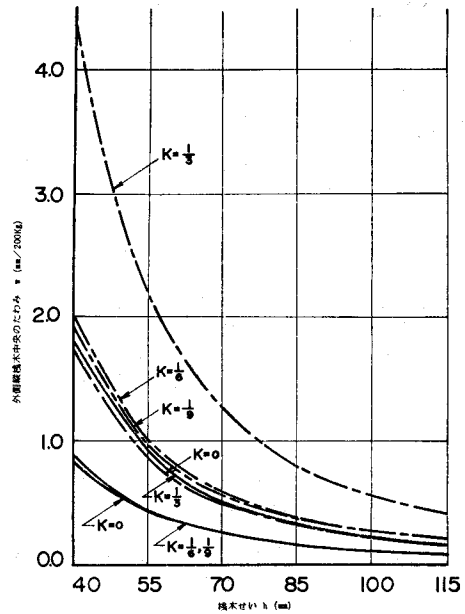
K: 開口比

面材: 5 ply 9 mm厚構造用合板,  $E_x b = 1150 \text{ kg/mm}^2$

棧木:  $b = 35 \text{ mm}$ ,  $h = 70 \text{ mm}$

---: 外側縦棧木中央集中荷重 (図6.7)

—: 等分布荷重



のたわみはほぼ同一となった。このことは、パネル中央に開口部を有する場合、 $K$ がある値以下では、曲げ剛性に影響を与えないといえる。

## 第7章 総 合 考 察

木材資源の有効利用のためには、木質構造部材のより正確な変形、耐力の予測が確立されなければならない。

しかしながら、木材のもつ直交異方性が、その厳密解を著しく複雑ならしめ、ときとして解の得られない場合もある。

ところで、有限要素法はそのもっている特性から、そのような場合にも精度よい解が得られると思われるが、木構造への利用はまだそれ程多いとはいえない。

そこで、本研究では木構造耐力部材の代表的3種類のもの、すなわち集成梁、合板箱型梁、合板パネル それらの曲げ問題、および深い木材梁の横安定問題に有限要素法を適用することを試みた。

剛性方程式を求めるための変位関係はいろいろ種類があり、ここで取上げたものはそれらの中の1つでしか過ぎない。

しかも、問題が弾性変形という極めて初歩的な領域に限られてはいるが、計算値は実測値又は厳密解とよく一致した。

又、有限要素法を木質部材の変形解析に用いた従来の研究においても、両者はよく合っている。

さらに、この手法は1例題の解析に成功すれば

- a) 任意の形状をもつこの種の構造問題はすべて解析可能である。
- b) 異なった材質特性をもつ部材から成る構造物にも容易に適応できる。
- c) 汎用プログラムを開発すれば、設計者でなくてもユーザーが一連の設計資料を立所に得ることができる。
- d) 幾何学的非線形問題、材料非線形問題に対しても増分法又は繰返し法を用いることにより、比較的容易に解が得られる。

このような利点を考えると木構造全体に有限要素法を利用すべきであり、その適用性は多分にあると思われる。

## 第8章 摘 要

本研究は木構造耐力部材の代表的3種類のもの、すなわち集成梁、合板箱型梁、合板パネル それらの曲げ問題、および深い木材梁の横安定問題に対し有限要素法を適用し、充分合理性のある近似解を得る汎用プログラムを求めるとともに、数値解析的立場からいくつか考察を行ったものである。

まず、第1章では本研究を行うに至った動機を、第2章では既往の研究について述べた。

第3章では中立軸に関し非対称な断面を有する $m$ 層集成梁の曲げ剛性解析にあたり、8つの変形モードを仮定した4節点けた要素を用いて剛性方程式を求めた。

計算によるたわみは実測値と比較的よく一致し、本解析法の適用性を確認した。ここで、梁

せいを $h$ ，スパンを $L$ ，ラミナのヤング係数のばらつきを示す変動係数を $cv$ とする。ラミナを通常の配置（これをN型とする）にした場合，曲げ剛性は $cv$ が大きくなるにつれ低下するが，この傾向は $h/L$ が増すにつれ大きくなる。

一方，高グレードラミナを内層に，外層になるに従い低グレードのものを配置（これをZ型とする）した，すなわちN型と全く逆な場合が最も剛性低下をもたらす。したがって，ヤング係数の異なるラミナをランダムに配置しても，Z型で計算を行っていれば設計上安全である。

なお，この配置の場合も $cv$ が大きくなるにつれ剛性は低下するが，この傾向は $h/L$ の減少に伴い大きくなる。

第4章では，深い木材梁の横倒れ座屈について検討した。より軽量かつ経済的な梁を要求する場合，梁せいを高くそして幅を薄く，いわゆる深い梁にする工法がある。

しかしながら，そのような梁は横安定性が低くなり，横座屈荷重が設計上重要となる。そこで，鋼構造の弾性座屈解析により結果を得ている川井の手法を木材梁に適用し，横座屈に関する特有方程式を求めた。

得られた座屈荷重値は山本らの実測値とよく一致し，本解析法の適用性を確認した。さらに，長方形断面木材梁の横安定性について，断面寸法とスパンとの関係を示す図を作成し設計における1つの資料を提供した。

次に，第5章では比強度が優れており，寸度安定性および性能評価が高いなど多くの特性を持つ合板箱型梁を取扱った。フランジは軸力を，ウェブはせん断力を受けるものとして，1つはシアウェブをもつ梁と考えた場合，もう1つは膜要素と棒要素から成る構造物と考えた場合，これら2つの場合について，箱型梁の剛性方程式を求めた。

たわみに関する両計算値は，実測値あるいは厳密解と比較的よく一致し，本解析法の適用性を確認した。

次に，両面テーパ箱型梁について検討したところ，ウェブ合板の表繊維方向がスパン方向と一致（ $\theta = 0^\circ$ ）している場合，数%から10%前後，又， $\theta = 45^\circ$ の場合，30~40%，等断面箱型梁（ $\theta = 45^\circ$ ）に比べ剛性の増がみられた。すなわち，上記の点および美的観点からも，今後両面テーパ箱型梁の使用を大いに期待したい。

又，耐力についての実験的検討では，等断面，単テーパ箱型梁とも，合板の表繊維方向がスパン方向に対し $45^\circ$ の場合が， $0^\circ$ の場合に比べ剛性，耐力の増加をもたらす，従来の研究成果を再確認した。

第6章では，最近の木質系工業化住宅において，用途の増大している工場生産方式による接着合板パネルの曲げ剛性問題について検討した。

パネルの剛性方程式を求めるにあたり，面材を長方形板曲げ要素で，棧木を4節点けた要素でモデル化した。

実験は開口部を有する場合も行い，たわみの計算値は実測値と比較的よく一致し，本解析法の適用性を確認した。

さらに，次のようなこともわかった。

面材に高ヤング係数の構造用合板を用いても曲げ剛性増にあまり効果はない。

棧木に高ヤング係数の木材を用いることは面材のそれより寄与した。

本研究において，剛性増に目立った効果を示したのは棧木せいを高くすることであった。

なお，本計算に用いたパネルでは，横棧の数を増やしても曲げ剛性に殆んど影響を与えな

った。縦棧の数の増は少し効果がみられた。一方、格子型棧は目立った剛性増を示した。又、パネル中央に開口部を有する場合、開口比がある値以下では、曲げ剛性に対し、開口部の影響を殆んど与えないといえる。

最後に、第7章では本研究に関する総合考察を行った。

## 謝 辞

本研究の遂行ならびに論文の作成、取りまとめにあたり、終始懇切なる御指導、御教示と御激励を賜った北海道大学農学部沢田 稔教授に対しまして衷心より感謝の意を表します。

第5章の合板箱型梁に関する研究は、筆者が北海道大学農学部林産学科木材加工学教室に内地留学中に行ったものであり、多くの御指導、御教示を賜った沢田 稔教授を始め、宮島 寛助教授、上田恒司助手に対しまして心から感謝の意を表します。

また、その節実験に際し、御援助、御協力をいただいた堀江秀夫氏（現、北海道立林産試験場）に対しまして深謝の意を表します。

第3、4、6章における計算には、東北大学大型計算機センター ACOS-700 および ACOS-900 を、第5章における計算には、北海道大学大型計算機センター FACOM 230-75 を使用した。両計算機センターに対しまして深く謝意を表します。

本研究を進めるに際し、実験およびデータ整理に御協力いただいた岩手大学教育学部技術科森鍵直蔵技官に対しまして深く謝意を表します。

本論文は北海道大学審査学位論文の要旨である。

## 文 献

- 1) Bohannon, B and Moody, R. C. : Evolution of glulam strength criteria, F. P. J., 23-6, 19-24 (1973).
- 2) Tichy, R. J. and Bodig, J. : Flexural properties of glued-laminated lodgepole pine dimension lumber, F. P. J., 28-3, 27-33 (1978).
- 3) Koch, P. and Bohannon, B. : Beam strength as affected by placement of laminae, F. P. J., 15-7, 289-295 (1965).
- 4) Koch, P. : Strength of beams with laminae located according to stiffness, F. P. J., 14-10, 456-460 (1964).
- 5) Moody, R. C. and Bohannon, B. : Flexural properties of glued-laminated southern pine beams with laminations positioned by visual-stiffness criteria, USDA Forest Service Res. Pap. FPL 127 (1970).
- 6) Sliker, A. : Reinforced wood laminated beams, F. P. J., Reprints available circle item 25, 91-96 (1962).
- 7) Bohannon, B. : Prestressed laminated wood beams, USDA Forest Service Res. Pap. FPL 8 (1964).
- 8) Coleman, G. E. and Hurst, H. T. : Timber structures reinforced with light gage steel, F. P. J., 24-7, 45-53 (1971).
- 9) Soltis, L. A. : Stress distribution due to negativ moment over block supports in a three-span continuous wood laminated beam, USDA Forest Service Res. Note. FPL 060 (1964).

- 10) Pellerin, R. F. and Strickler, M. D. : Proof loading of tension laminations for large glued-laminated beams, *F. P. J.*, 22-10, 24-30 (1972).
- 11) Bohannon, B. and Moody, R. C. : Large glueb-laminated timber beams with two grades of tension laminations, *USDA Forest Service Res. Pap. FPL 113* (1969).
- 12) 中川 宏, 高見 勇, 小林教秀 : 集成材の構成についての一考察, 北海道林業指導所研究報告, 2号 1-11 (1952).
- 13) Norris, C. B. : Stresses within curved laminated beams of douglas-fir, *USDA Forest Service Res. Pap. FPL 020* (1963).
- 14) Foshi, R. O. and Fox, S. P. : Radial stresses in curved timber beams, *J. of the Stru. Div., ASCE (ST10)*, 1997-2008 (1970).
- 15) Foshi, R. O. : Stresses in curved glued-laminated timber beams, *F. P. J.*, 21-7, 42-48 (1971).
- 16) Foshi, R. O. : CGLB, A computer program for the stresses analysis of curved glued-laminated timber beams, *Forest Prod. Lab., Vancouver, British Columbia, Information Rep. VP-X-61* (1970).
- 17) Foshi, R. O. : Point-matching analysis of curved timber beams, *J. of the Stru. Div., ASCE (ST 1)*, 35-47 (1970).
- 18) Ojalvo, I. U. and Linzer, F. D. : Improved point-matching techniques, *Quart. Journ. Mech. and Applied Math.*, 18, 41-56 (1965).
- 19) Conway, H. D. : The approximates analysis of certain boundary -value problems, *J. of Applied Mechanics*, 82, 275-277 (1960).
- 20) 沢田 稔, 丸山 武 : 木質テーパービームに関する研究(第1報), 北大演報, 27-2, 395-427(1970).
- 21) Krajcinovic, D. : Sandwich beam analysis, *J. of Applied Mechanics*, 39-3, 773-778 (1972).
- 22) 森 徹, 浅野猪久夫 : 異強度材の組合せによる膠着合成梁の研究(第1報), 建研要報, 100号(1950).
- 23) 森 徹, 浅野猪久夫 : 異強度材の組合せによる膠着合成梁の研究(第2報), 建研要報, 144号(1951).
- 24) 沢田 稔 : 木材梁に関する研究(第2報) 矩形断面集成梁の曲げ破壊係数, 林試研報, 71号(1954).
- 25) Strickler, M. D. and Pellerin, R. F. : Tension proof loading of finger joints for laminated beams, *F. P. J.*, 21-6, 19-24. (1971).
- 26) Gopu, V. K. A. and Goodman, J. R. : Analysis of double-tapered pitched and curveb laminated beam section, *Wood Science*, 7-1, 52-60 (1974).
- 27) Krueger, G. P. and Sandberg, L. B. : Ultimate strength design of reinforced timber (Evaluation of design parameters), *Wood Science*, 6-4, 316-329 (1974).
- 28) Krueger, G. P. and Sandberg, L. B. : Ultimate strength of reinforced timber, *Wood Science*, 6-2, 175-187 (1974).
- 29) Krueger, G. P. and Eddy, F. M. : Ultimate strength design of reinforced timber (Moment rotation characteristics), *Wood Science*, 6-4, 330-343 (1974).
- 30) Zienkiewicz, O. C. : *The finite element method in engineering science*, MacGraw-Hill, New York (1971).
- 31) Wangaard, F. F. : Elastic deflection of wood-fiberglass composite beams, *F. P. J.*, 14-1, 256-260 (1964).
- 32) 壺岐哲夫, 高張研一, 品川汐夫 : 有限要素法における要素の精度調査, 日本造船学会誌, 513号, 160-167 (1972).
- 33) 三本木茂夫, 吉村信敏 : 有限要素法による構造解析プログラム, 培風館 (1970).
- 34) 山田嘉昭 : マトリックス法の応用, 東京大学出版会 (1972).



- 35) Zienkiewicz, O. C. : The finite element method-third edition-, McGraw-Hill, New York, (1977).
- 36) Mau, S. T., Tong, P. and Pian, T. H. H. : Finite element solutions for laminated thick plates, J. of Composite Materials, **6**, 304-311 (1972).
- 37) 三本木茂夫 : 立体薄板構造物の解析, 日本鋼構造協会第3回大会研究集会マトリックス構造解析講演論文集, 134-141 (1969).
- 38) 川井忠彦, 川島矩郎, 三本木茂夫 : 薄板構造解析, 培風館 (1973).
- 39) Melosh, R. J. and Merritt, R. G. : Evaluation of spar matrices for stiffness analysis, J. Aeron. Space Sci., **25**, 537-543 (1958).
- 40) 沢田 稔 : 木質平面材料の強度性能, 木材学会誌, **16-6**, 251-256 (1970).
- 41) 日本建築学会 : 木構造設計規準・同解説 (1973).
- 42) Clark, J. W and Hill, N. H. : Lateral buckling of beams, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 7), 175-196 (1960).
- 43) Hartman, A. J. : Elastic lateral buckling of continuous beams, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 4), 11-26 (1967).
- 44) Powell, G. and Klingner, R. : Elastic lateral buckling of steel beams, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 9), 1919-1932 (1970).
- 45) Tokarz, F. J. : Experimental study of lateral buckling of arches, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 2), 545-559 (1971).
- 46) Akay, H. U. and Johnson, C. P. : Lateral and local buckling of beams and frames, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 9), 1821-1832 (1977).
- 47) Zahn, J. J. : Lateral stability of deep beams with shear-beam support, USDA Forest Service Res. Pap. FPL 43 (1965).
- 48) Jenkinson, P. M. and Zahn, J. J. : Lateral stability of beam and deck structure, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 3), 599-609 (1972).
- 49) Zahn, J. J. : Lateral stability of wood beam-and-deck systems, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 7), 1391-1408 (1973).
- 50) American Institute of Timber Construction : Timber construction manual, John Wiley and Sons, Inc., New York (1966).
- 51) National Forest Products Association : National design specification for stress-grade lumber and it's fastenings, Washington, D. C. (1971).
- 52) Hooley, R. F. and Madsen, B. : Lateral stability of glued laminated beams, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 3), 201-218 (1964).
- 53) Fowler, D. W. : Design of laterally unsupported timber beams, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 3), 881-889 (1971).
- 54) 山本 宏, 松本勝彦 : 木質梁の横安定性について (第1報), 北海道林試報, **62号** (1974).
- 55) 川井忠彦 : 座屈問題解析, 培風館 (1974).
- 56) 川井忠彦, 藤谷義信 : 梁理論の精密化に関する二, 三の試み (その1), 生産研究, **25-6**, 211-220 (1973).
- 57) Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. : Theory of elastic stability, McGraw-Hill, New York (1961).
- 58) 川井忠彦, 村木豊彦 : マトリックス法による船体構造解析に関する研究 (Ⅳ), 日本造船学会論文集, **126号**, 245-252 (1970).
- 59) 藤谷義信 : 仮想仕事の原理による柱の弾性座屈に関する基礎方程式の誘導について, 日本鋼構造協会

構造解析小委員会資料 (1973).

- 60) 川井忠彦, 吉村信敏: マトリックス法による棒のねじり解析, 生産研究, 20-5, 246-248 (1968).
- 61) 川井忠彦, 藤谷義信: 梁理論の精密化に関する二, 三の試み (その3), 生産研究, 25-9, 361-372 (1973).
- 62) Newlin, J. A. and Trayer, G. W.: Deflection of beams with special reference to shear deformations. USDA Forest Product Lab., No. 1309 (1941).
- 63) Ehlbeck, J.: Durchbiegungen von biegeträgern aus holz unter berücksichtigung der schubverformung, Holz als Roh und Werkstoff, 27. Jg. Heft 7, 253-261 (1969).
- 64) Biblis, E. J.: Shear deflection of wood beams, F. P. J., 492-498 (1965).
- 65) 沢田 稔: 木材梁の弾性たわみに関する理論計算, 北海道大学農学部林産学科木材加工学教室研究資料 (1961).
- 66) 宮島 寛: 木造箱型梁のウェブ材としてのシナおよびラワン合板の性能比較, 日本木材学会北海道支部講演集, 3, 10-13 (1971).
- 67) 高見 勇, 川口正夫: Box-Beam に関する研究 (第1報), 木材学会誌, 7, 101-106 (1961).
- 68) 高見 勇, 川口正夫: Box-Beam に関する研究 (第2報), 木材学会誌, 7, 264-268 (1961).
- 69) 後藤一雄, 大滝信彦, 阿部市郎: 合板をウェブ材に使用したI形および Box 形木造梁の研究 (その1), 建築学会論文報告集, 205, 11-20 (1973).
- 70) 後藤一雄: 曲げ剛性の大きい弦材をセン断変形のともし機構で結びつけた合成ばりについて (中央集中荷重の場合), 建築学会論文報告集, 63, 557-560 (1959).
- 71) Booth, L. G.: Shear deflection of box and I beams formed from flanges and webs with different bending and shear moduli, J. of Inst. of Wood Science, 7-6, 37-44 (1977).
- 72) Stieda, C. K. A.: A shear stiffness factor for plywood box beams, Forest Prod. Lab. Vancouver, British Columbia Information Report VP-X-31 (1967).
- 73) Lewis, W. C.: Design of plywood webs in box beams, USDA Forest Prod. Lab., No. 1318 (1952).
- 74) Lewis, W. C., Heebink, T. B. and Cottingham, W. S.: Design of plywood webs in box beams-Buckling in shear webs of box and I-beams and the effect upon design criteria-, US DA Forest Prod. Lab., No. 1318-B (1960).
- 75) Lewis, W. C., Heebink, T. B., Cottingham, W. S. and Dawley, E. R.: Design of plywood webs in box beams-Additional tests of box beams and I beams to substantiate further the design curves for plywood webs in box beams, tests of plywood webs in the tension field-, USDA Forest Prod. Lab., No. 1318-C (1956).
- 76) Lewis, W. C., Heebink, T. B. and Cottingham, W. S.: Design of plywood webs in box beams-Buckling and ultimate strength of shear webs of box beams having plywood face grain direction paralld or perpendicular to the axis of the beams-, USDA Forest Prod. Lab., No. 1318-D (1959).
- 77) Lewis, W. C., Heebink, T. B. and Cottingham, W. S.: Design of plywood webs in box beams-The effect of repeated buckling on the ultimate strength of box beams with shear webs in the inelastic buckle range-, USDA Forest Prod. Lab., No. 1318-E (1959).
- 78) March, H. W.: Buckling of flat plywood plates in compression shear, or combined compression and shear, USDA Forest Prod. Lab., No. 1316-A (1942).
- 79) Diets, G. H.: Engineering laminates, chapter 4 plywood, John Wiley and Sons, New York (1949).
- 80) Design of Wood Aircraft Structures, ANC-18, Bulletin (1951).

- 81) Stieda, C. K. A. : Strength of plywood box beams, Forest Prod. Lab., Vancouver, B. C. (1967).
- 82) Egner, K and Kolb, H. : Elastizität und Festigkeit geleimter stegträger-vergleich des verhaltens nach prebdruckerzeugung durch spannungswerkzeuge und durch drahtstifte-, Holz als Roh und Werkstoff, 21. Jg., 22-29 (1963).
- 83) Forest Product Laboratory : Form factors of beams subjected to transverse loading only, US DA Forest Prod. Lab., No. 1310 (1941).
- 84) The American Plywood Association : Plywood design specification (1974).
- 85) The American Plywood Association : Fabrication of plywood beams, plywood fabrication specification BB-8 (1974).
- 86) The American Plywood Association : Design of plywood beams, plywood design specification, Supplement, 2 (1974).
- 87) 平嶋義彦 : 合板箱型梁の強度性能・第1報, 林試研報, 294号, 195-219 (1977).
- 88) Stieda, C. K. A. : A finite element solution for the torsional rigidity of box beams, Forest Branch Departmental Publication No. 1255, Forest Prod. Lab., Madison, Wisconsin (1969).
- 89) Timoshenko, S. P. : History of strength of materials, McGraw-Hill, London (1953).
- 90) Martin, H. C. : Introduction to matrix methods of structural analysis, McGraw-Hill, New York (1966).
- 91) Martin, H. C. and Carey, G. F. : Introduction to finite element analysis, McGraw-Hill, New York (1973).
- 92) 辻野哲司 : 接着木質パネルの曲げ剛性 (第1報), 木材学会誌, 26-6, 394-399 (1980).
- 93) Newlin, J. A. : The designing for strength of flat panels with stressed coverings, USDA Forest Prod. Lab., No. R 1220 (1940).
- 94) Foschi, R. O. : Stress distribution in plywood stressed skin panels with longitudinal stiffeners, Department of Fisheries and Forestry Canadian Forestry Service Publication No. 1261 (1969).
- 95) Ammana, E. J. and Booth, L. G. : Theoretical and experimental studies on nailed and glued plywood stressed-skin components・part 1-theoretical study, J. Inst. Wood Science, 4-1, 43-69 (1967).
- 96) Ammana, E. J. and Booth, L. G. : Theoretical and experimental studies on nailed and glued plywood stressed-skin components・part 2-experimental study, J. Inst. Wood Science, 4-2, 19-34 (1968).
- 97) Kemmochi, K., Akasaka, T. and Hayashi, R. : Shear-Lag effect in sandwich panels with stiffeners under three-point bending, ASME Jour. of Applied Mech., 47, 384-388 (1980).
- 98) 平嶋義彦 : 木質パネルの曲げに関する研究, 林試研報, 255号, 1-21 (1973).
- 99) Möhler, K., Abel, G. und Ehlbeck, J. : Zur berechnung doppelschaliger geleimter tafelen, Holz als Roh und Werkstoff, 21. Jg. Heft 8, 328-333 (1963).
- 100) Reissner, E. : Least work solutions of shear lag problems, J. of the Aeronautical Science, 8-7, 284-291 (1941).
- 101) Reissner, E. : Analysis of shear lag in box beams by the principle of minimum potential energy, Quarterly of Applied Mathematics, 6-3, 268-278 (1946).
- 102) 沢田 稔 : 2層釘着梁の曲げ剛性と強度, 北大演報, 33-1, 139-166 (1976).
- 103) 沢田 稔 : 釘着材の許容剪断耐力について, 日本木材学会北海道支部講演集, 8, 33-35 (1976).
- 104) 沢田 稔, 山田順治 : 木造釘着組立梁の腹材有効剛比, 北大演報, 35-1, 123-138 (1978).

- 105) 中谷 浩, 沢田 稔: 釘着材の剪断性能, 北大演報, 37-3, 687-719 (1980).
- 106) 松尾 博, 沢田 稔: 木材と木質平面材料の釘接合における剪断耐力 (第1報), 北大演報, 37-3, 721-746 (1980).
- 107) 沢田 稔: 釘着重ね柱の座屈強さ, 北大演報, 37-3, 747-758 (1980).
- 108) Wilkinson, T. L. : Theoretical lateral resistance of nailed joints, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 5), 1381-1398 (1971).
- 109) Wilkinson, T. L. : Analysis of nailed joints with dissimilar members, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 9), 2005-2013 (1972).
- 110) Thompson, E. G., Goodman, J. R. and Vanderbilt, M. D. : Finite element analysis of layered wood systems, J. of the Stru. Div., ASCE (ST12), 2659-2672 (1975).
- 111) Thompson, E. G., Vanderbilt, M. D. and Goodman, J. R. : FEAFLO - A program for the analysis of layered wood systems, Computers and Structures, 7, 237-248 (1977).
- 112) Vanderbilt, M. D., Goodman, J. R. and Criswell, M. E. : Service and overload behavior of wood joist floor systems, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 1), 11-28 (1974).
- 113) Sazinski, R. J. and Vanderbilt, M. D. : Behavior and design of wood joist floors, Wood Science, 11-4, 209-220 (1979).
- 114) Polensek, A. : Finite element analysis of wood-stud walls, J. of the Stru. Div., ASCE (ST 7), 1317-1335 (1976).
- 115) Polensek, A. : Rational design procedure for wood-stud walls under bending and compression loads, Wood Science, 9-1, 8-20 (1976).
- 116) Polensek, A. : Strength and stiffness of walls with wood and steel studs, F. P. J., 27-2, 45-53 (1977).
- 117) Polensek, A and Atherton, G. H. : Compression-bending strength and stiffness of walls with utility grade studs, F. P. J., 26-11, 17-25 (1976).
- 118) 日本機械学会: 機械工学における有限要素法の応用・第327回講習会教材, 39-58 (1970).
- 119) 栖原二郎: 平板の曲げ理論, 培風館 (1972).
- 120) 上田恒司, 宮島 寛, 沢田 稔: 釘着合板パネルの曲げ試験, 第26回日本木材学会研究発表要旨, 106 (1976).
- 121) 上田恒司, 宮島 寛, 沢田 稔: 釘着合板パネルの曲げ試験, 第27回日本木材学会研究発表要旨, 194 (1977).
- 122) 上田恒司, 前田典昭, 沢田 稔: 釘着パネルの曲げ剛性, 第28回日本木材学会研究発表要旨, 264 (1978).
- 123) 山井良三郎: 木質壁パネルの強度性能, 材料, 20-18, 1220-1225 (1971).
- 124) 川井忠彦: 有限要素法の現状とその将来, 生産研究, 20-5, 206-214 (1968).
- 125) 川井忠彦, 藤谷義信: 梁理論の精密化に関する二, 三の試み (その2), 生産研究, 25-7, 265-277 (1973).
- 126) 倉西正嗣: 弾性学, 文献社 (1970).
- 127) G. ワン (猪瀬寧雄訳): 応用弾性学, 森北出版 K. K. (1971).
- 128) F. W. ビューフェ, W. H. ローアン, P. G. ホードレイ, R. M. ハケット (成岡昌夫訳): コンピュータによる骨組構造解析, 培風館 (1972).
- 129) 林業試験場木材部強度研究室: ボックスビーム等横架材利用技術の研究 - 小屋梁を想定した4間ボックスビームの製造と性能 - (昭和51年度受託研究)

付録 1. 有限要素法による  $G_0K_0$  および  $I\omega$  の解析

梁の振り問題において、基礎となる変位関数は (4.2) 式から次のようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} U &= -y\theta(z) \\ V &= x\theta(z) \\ W &= \theta'(z)\omega(x, y) = \alpha\omega(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 1})$$

ここに  $\alpha = \theta'(z)$

したがって、ひずみ成分は

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{xz} &= \left( \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) = \alpha \left( \frac{\partial \omega}{\partial z} - y \right) \\ \gamma_{zy} &= \left( \frac{\partial W}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} \right) = \alpha \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} + x \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 2})$$

となり、梁の有するひずみエネルギーは

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \iiint (G_{xz}\gamma_{xz}^2 + G_{zy}\gamma_{zy}^2) dx dy dz \\ &= \frac{1}{2} G_{xz}\alpha^2 \iiint \left[ \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} - y \right)^2 + \beta \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} + x \right)^2 \right] dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{A. 3})$$

ここに  $\beta = G_{zy}/G_{xz}$

そこで、 $V$  の変分をとれば

$$\begin{aligned} \delta V &= \int G_{xz}\alpha^2 dz \iiint \left\{ \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} - y \right) \delta \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \beta \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} + x \right) \delta \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ &\quad + \int G_{xz} dz \iiint \left\{ \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} - y \right)^2 + \beta \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} + x \right)^2 \right\} dx dy dz \end{aligned} \quad (\text{A. 4})$$

一方、梁の両端において働く振りモーメントを  $M_z$  とすれば、両端面の相対振り角は  $\alpha l$  ( $l$  : 梁要素の長さ) であるから、仮想仕事方程式は次のようになる。

$$\delta V - M_z l \delta \alpha = 0 \quad (\text{A. 5})$$

したがって、(A. 4), (A. 5), および (4.5a) 式より

$$\begin{aligned} &\int G_{xz}\alpha^2 dz \iiint \left\{ \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} - y \right) \delta \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \beta \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} + x \right) \delta \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ &\quad + l (G_0 K_0 \alpha \delta \alpha - M_z \delta \alpha) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A. 6})$$

さらに、 $\delta \alpha$  の任意性から、次の式が得られる。

$$M_z = G_0 K_0 \alpha \quad (\text{A. 7})$$

ここで、有限要素法による定式化のため、梁は単位長さとし、(A. 1) 式の軸方向成分  $W$  をあえて次のようにおく。

$$W = \alpha \omega(x, y) = w_i(x, y) \quad (\text{A. 8})$$

ひずみ成分は

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial w_i}{\partial x} - \alpha y, \quad \gamma_{zy} = \frac{\partial w_i}{\partial y} + \alpha x$$

となるから、ひずみエネルギーの変分  $\delta V$  は

$$\begin{aligned}
\delta V &= \delta \iint -\frac{1}{2} G_{xx} \left\{ \left( \frac{\partial w_i}{\partial x} - \alpha y \right)^2 + \beta \left( \frac{\partial w_i}{\partial y} + \alpha x \right)^2 \right\} dx dy \\
&= \iint G_{xx} \left\{ \left( \frac{\partial w_i}{\partial x} - \alpha y \right) \frac{\partial \delta w_i}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial w_i}{\partial y} + \alpha x \right) \frac{\partial \delta w_i}{\partial y} \right\} dx dy \\
&\quad + \iint G_{xx} \left( \beta \frac{\partial w_i}{\partial y} x - \frac{\partial w_i}{\partial x} y + \beta \alpha x^2 + \alpha y^2 \right) \delta \alpha dx dy \quad (A.9)
\end{aligned}$$

したがって、仮想仕事方程式は、次のようにあらわされる。

$$\begin{aligned}
&\iint G_{xx} \left\{ \left( \frac{\partial w_i}{\partial x} - \alpha y \right) \frac{\partial \delta w_i}{\partial x} + \beta \left( \frac{\partial w_i}{\partial y} + \alpha x \right) \frac{\partial \delta w_i}{\partial y} \right\} dx dy \\
&\quad + \iint G_{xx} \left( \beta \frac{\partial w_i}{\partial y} x - \frac{\partial w_i}{\partial x} y + \beta \alpha x^2 + \alpha y^2 \right) \delta \alpha dx dy - M_x \delta \alpha = 0 \quad (A.10)
\end{aligned}$$

ここで、(4.26) 式を (A.11) 式のように書き直す。

ただし、 $x_i, y_i, x_j, y_j, x_k, y_k$  は図 4.2 における節点  $i, j, k$  の座標である。

$$w_i(x, y) = [h][a^{-1}]\{w_e\} \quad (A.11)$$

$$\text{ここに } [h] = [1, x, y]$$

$$\{w_e\} = \{w_i, w_j, w_k\}^T$$

$$[a^{-1}] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} x_j y_k - x_k y_j & x_k y_i - x_i y_k & x_i y_j - x_j y_i \\ y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j \\ x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i \end{bmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} x_j x_k - x_k y_j + x_k y_i - x_i y_k + x_i y_j - x_j y_i$$

(A.11) 式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial w_i}{\partial x} &= [h_x][a^{-1}]\{w_e\} \\ \frac{\partial w_i}{\partial y} &= [h_y][a^{-1}]\{w_e\} \end{aligned} \right\} \quad (A.12)$$

$$\text{ここに } [h_x] = [0, 1, 0], \quad [h_y] = [0, 0, 1]$$

(A.12) 式を用いて、(A.10) 式をマトリックス表示する際、集成梁又は箱型梁のような部材にも適用できるよう考慮すれば

$$\begin{aligned}
&\sum_e G_{xxe} \iint \left[ \{\delta w_e\}^T [a^{-1}]^T [h_x]^T ([h_x][a^{-1}]\{w_e\} - \alpha y) \right. \\
&\quad \left. + \beta \{w_e\}^T [a^{-1}]^T [h_y]^T ([h_y][a^{-1}]\{w_e\} + \alpha x) \right] dx dy \\
&\quad + \sum_e G_{xxe} \delta \alpha \iint \left[ \beta x [h_y][a^{-1}]\{w_e\} - y [h_x][a^{-1}]\{w_e\} \right. \\
&\quad \left. + \beta \alpha x^2 + \alpha y^2 \right] dx dy - M_x \delta \alpha = 0 \quad (A.13)
\end{aligned}$$

を得る。

ここに  $\sum_e$  は各三角柱要素の総和を、 $G_{xxe}$  は要素  $e$  におけるせん断弾性係数を示す。

(A.13) 式をさらに次のように変形する。

$$\begin{aligned}
&\sum_e \{ \delta w_e \}, \delta \alpha \\
&\times \iint G_{xxe} \begin{bmatrix} [a^{-1}]^T ([h_x]^T [h_x] + \beta [h_y]^T [h_y]) [a^{-1}] & [a^{-1}]^T (\beta [h_y]^T x - [h_x]^T y) \\ (\beta x [h_y] - y [h_x]) [a^{-1}] & \beta x^2 + y^2 \end{bmatrix} dx dy \begin{bmatrix} \{w_e\} \\ \alpha \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$= [\{\delta w_e\}^T, \delta \alpha] \begin{Bmatrix} \{0\} \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (\text{A. 14})$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} [k_{\omega\omega}] &= G_{zz} \int \int ([h_x]^T [h_x] + \beta [h_y]^T [h_y]) dx dy [a^{-1}] \\ [k_{\alpha\omega}] &= G_{zz} \int \int (\beta x [h_y] - y [h_x]) dx dy [a^{-1}] \\ [k_{\omega\alpha}] &= [k_{\alpha\omega}]^T \\ [k_{\alpha\alpha}] &= G_{zz} \int \int (\beta x^2 + y^2) dx dy \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 15})$$

とおき, さらに

$$\left\{ \begin{aligned} [K_{\omega\omega}] &= \sum_e [k_{\omega\omega}], & [K_{\alpha\omega}] &= \sum_e [k_{\alpha\omega}] \\ [K_{\omega\alpha}] &= \sum_e [k_{\omega\alpha}], & [K_{\alpha\alpha}] &= \sum_e [k_{\alpha\alpha}] \\ \{w\} &= \sum_e \{w_e\} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A. 16})$$

とすれば, 振り問題における構造全体の剛性方程式は (A. 14), (A. 15), (A. 16) 式より次のようにあらわせる。

$$\begin{pmatrix} [K_{\omega\omega}] & [K_{\alpha\omega}] \\ [K_{\omega\alpha}] & [K_{\alpha\alpha}] \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \{w\} \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ M_z \end{Bmatrix} \quad (\text{A. 17})$$

(A. 17) 式より

$$[K_{\omega\omega}]\{w\} + [K_{\alpha\omega}]\alpha = \{0\} \quad (\text{A. 18})$$

$$[K_{\omega\alpha}]\{w\} + [K_{\alpha\alpha}]\alpha = M_z \quad (\text{A. 19})$$

(A. 18)式より

$$\{w\} = -[K_{\omega\omega}^{-1}][K_{\omega\alpha}]\alpha \quad (\text{A. 20})$$

となるから, (A. 19) 式に代入すると

$$M_z = ([K_{\alpha\alpha}] - [K_{\alpha\omega}][K_{\omega\omega}^{-1}][K_{\omega\alpha}])\alpha \quad (\text{A. 21})$$

したがって, (A. 7), (A. 21) 式より振り剛性  $G_0 K_0$  は

$$G_0 K_0 = [K_{\alpha\alpha}] - [K_{\alpha\omega}][K_{\omega\omega}^{-1}][K_{\omega\alpha}] \quad (\text{A. 22})$$

とあらわせる。

次に,  $I\omega$  についてもマトリックス表示する。

(4.5 a), (A. 8), (A. 11) より

$$I\omega = \frac{1}{\alpha^2} \sum_e \int \int \{w_e\}^T [a^{-1}]^T [h] [h] [a^{-1}] \{w_e\} dx dy \quad (\text{A. 23})$$

ここで

$$[k_{I\omega}] = \int \int [a^{-1}]^T [h] [h] [a^{-1}] dx dy \quad (\text{A. 24})$$

とし, さらに

$$[K_{I\omega}] = \sum_e [k_{I\omega}] \quad (\text{A. 25})$$

とおけば

$$I_{\omega} = \frac{1}{a^2} \{w\}^T [K_{I\omega}] \{w\} \quad (\text{A. 26})$$

となるから (A. 20) 式を代入して

$$I_{\omega} = [K_{\omega\alpha}]^T [K_{\omega\omega}^{-1}]^T [K_{I\omega}] [K_{\omega\omega}^{-1}] [K_{\omega\alpha}] \quad (\text{A. 27})$$

が得られる。

## 付録 2. 全体剛性マトリックスの組立て

全体剛性マトリックスを求める際、面材に関する剛性マトリックスは全体座標系におけるものなので問題ないが、棧木のそれは次の 3 点について考慮を要する。

- 1) 種類の異なる要素を組み合わせる場合、節点の自由度を等しくする必要がある。そこで、形式的ではあるが、(6. 1) 式における剛性マトリックスを面材と同じ自由度の 20 行 20 列にする。

$$[k'] = \begin{pmatrix} k_{11} & 0 & k_{12} & \cdots & k_{18} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ k_{21} & 0 & k_{22} & \cdots & k_{28} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ k_{81} & 0 & k_{82} & \cdots & k_{88} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B. 1})$$

- 2) (B. 1) 式は局部座標系におけるものなので、全体座標系に変換しなくてはならない。その変換マトリックスは次のとおりである。

$$[T] = \begin{pmatrix} [L] & & & 0 \\ & [L] & & \\ & & [L] & \\ 0 & & & [L] \end{pmatrix} \quad (\text{B. 2})$$

$$[L] = \begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\varphi$  : 全体座標系と局部座標系との間の回転角

- 3) 形式的に 1 節点 5 自由度のマトリックスを作っているため、座標変換後そのまま全体剛



性マトリックスに組立てた場合、節点によっては特異となり計算不能になる。

例えば、図B. 1 の片面パネルの分割モデルにおいて、節点  $i$  は板要素と結合しているため剛性の寄与があり特異とはならない。

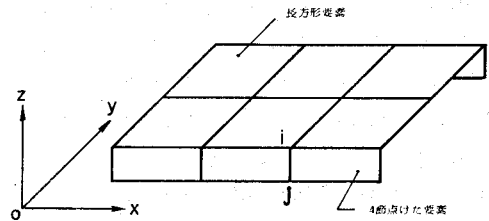
問題は節点  $j$  のような場合である。

一般的な連立方程式において、対角要素に 0 を含むマトリックスの計算はできない。

そこで、 $j$  点のような場合は対応する行と列を取り除いて計算しなければならない。

この時、行と列を消去する代わりに、対角要素にだけ 1 を入れておけば、これに対応する未知数が 0 と計算されるので、この方がプログラム上簡単になる。

なお、マトリックスの解法には Cholesky 法<sup>129)</sup> (バンドマトリックス法) を用いた。



図B. 1 パネルの有限要素モデル

## Summary

This report presented the deformation analysis of wood based materials such as glued laminated timber beam, wooden box beam and glued plywood stressed-skin panel and the lateral stability of deep timber beam in elastic range using finite element method.

The first phase was to develop the computer program which could predict accurately the behavior of wood based materials at service loads. After a sophisticated mathematical model was verified by carefully designed experimental program, the parameter studies which affect the deformation performance of those materials were made using this proved analysis technique.

In chapter 3, flexural rigidities of glued laminated timber beams were dealt. The stiffness equation was conducted by using four nodes spar element having eight deformation modes. To compare the predicted values with the experimental data, the five beams constructed from laminae of Akamatsu, Sugi and Spruce were tested for static bending. Good agreement was observed between the analytical results and experimental ones and practical use of proposed expression was confirmed.

In chapter 4, the lateral stability of deep timber beams with rectangular cross section was investigated.

Buckling equilibrium equation was expressed using Kawai's technique and eigenvalue problems were constructed mathematically. Predicted buckling loads were presented and shown to be in excellent agreement with measured values tested by Yamamoto. Therefore it was concluded that the equation described herein was applicable to the lateral stability problem of timber beams.

In chapter 5, the deflections of elastic bending were scrutinized for wooden box beams. Assuming the flanges carry uniform axial loads and the webs carry

constant shear stresses, the element stiffness equation was derived. The wooden box beams were constructed of flange of 4 ply laminated timber beams of Yezo-matsu and web of 5 ply plywood of Kapoul, and the types of beams were the uniform cross section and single tapered box beams. In the case of both center loading and 2 points loading test, the predicted values agreed with the measured ones. Comparisons of computed and measured results were described to show the validity and power of the developed method of analysis.

In chapter 6 the flexural rigidities of glued plywood stressed-skin panels were considered.

The element stiffness equation was derived by using rectangular plate element for skin and four nodes spar element for rib. To verify the validity of the proposed expression, numerous loads tests were conducted on each specimen and experimental data were obtained. Comparisons were then made between measured and computed deflections and the former were considerably close to the latter. Therefore, the mathematical model for panels described herein was believed to be of considerable conformability in the prediction of the flexural rigidities of glued stressed-skin panels which included ones with openings.

Use of a finite element method for the analysis of wood construction systems will permit the designer to quickly and accurately obtain design data. It is expected that adoption of this design technique will lead to more efficient utilization of wood and wood products.