

数学の学習に有効な先行オーガナイザーについて

佐 伯 卓 也*

(1979年7月6日受理)

は し が き

最近アメリカ教育研究協会の機関誌 *Review of Educational Research* に先行オーガナイザー (advance organizer: AO と略す) についての四つのレビューが、あいついで発表され、その有効性をめぐって論争がなされた (Barnes & Clawson, 1975; Hartley & Davies, 1976; Lawton & Wanska, 1977; Ausubel, 1978)。しかし、この論争は、いわゆる「教科」の立場でなく、一般論でなされているので、「教科」の水準で考えると必ずしもあてはまらないように思われる。AO が初めて Ausubel によって論じられたのが 1960 年であるから、それ以来約 20 年になろうとしているのにもかかわらず、今もってこのような論争が起ることは一見不思議な気もする。だが、筆者には、AO をある特定の教科、例えば「数学」で考えるとき、もう少し明確な結果が得られるものと思われる。

この小論では、このような理由によって、「数学」という教科での AO の先行諸研究の文献を整理し、どんな研究で AO の有効性が得られたかを帰納し、今後の研究のため、若干の命題を同定することにした。

その結果「数学」では、Ausubel の AO の定義と多少異なり、「AO は生徒の認知構造の一部にする」という意味で、Ausubel の AO とは一致するものの、包括性では全く逆の「モデルオーガナイザー」ないしは「応用オーガナイザー」を、具体水準で、特に手で操作する等の触覚的な教具として与えたときに有効である、との一応の暫定的な結論が得られそうであることがわかった。

1. Ausubel の先行オーガナイザー

Ausubel によると、意味的 (meaningful) 教材を与える前に、生徒の認知構造に AO を与え (AO は生徒の認知構造の一部になると考えている) Piaget の意味の「調節作用」を生徒の認知構造に起させ、新教材が同化しやすくなるように認知構造を拡大・変容させることにより、生徒は新しい意味的教材を学習すること、さらにそれを保持することが促進されるという (Ausubel, 1960; 1963; 1964; 1978; Ausubel & Fitzgerald, 1961; 1962; Ausubel & Youssef, 1963; Ausubel & Robinson, 1969)。

このような AO は、Ausubel によると、学習するはずの教材よりも、抽象性、一般性そして包括性が高度であり、AO を導入することを包摂体 (subsumer) を導入するという、としている。この、抽象性、一般性が学習する教材より高度である点が、単なる概観 (overview) と異なることも強調されている。

* 岩手大学教育学部

また, Ausubel は AO を提示 (expository) オーガナイザーと比較 (comparative) オーガナイザーに分けてその例を示し, 前者は, 新教材が生徒に親しさが無いときに, 学習の足場を与えるために与えられるのに対し, 後者は, 新教材が少しは親しきと与えられ, 新教材と生徒が持っている古い教材と, または, 知っていることと, 知らないことの, 区別を明確にするためのものであると述べている。

2. 数学教育研究での AO の例

算数数学教育分野の文献で, 初めて AO があつかわれたのは Barnes & Clawson (1975) によれば, 1966 年の Woodward の学位論文からであるといわれている。その後の論文で筆者の知り得た, 数学教育分野における AO の実証的研究をまとめたのが表 1 である。

表 1. 数学教育における AO の先行研究

研究者	年次	主要結果	種類	対象
1 Woodward	1966	AO, PO 差なし	かきもの	大学生
2 Scandura 他	1967	AO 有効	シミュレーション	大学生
3 Groteluescher 他	1968	AO 有効	かきもの	大学生
4 Bauman 他	1969	PO が AO より有効	かきもの	大学生
5 Caponechi	1973	有効性なし	かきもの	大学生
6 Sowder 他	1973	有効性なし	かきもの	大学生
7 Romberg 他	1973	AO, PO 差なし	かきもの	高2
8 Peterson 他	1973	AO, PO 差なし	かきもの	中2, 成人
9 Lesh 他	1976	一部 AO 有効	ビデオ	小4, 中1
10 Lesh (b)	1976	幾何 AO. 一部有効	ビデオ	大学生
11 Lesh (c)	1976	代数 AO. 一部有効	ビデオ	大学生
12 Mayer	1976	AO 有効	模型	大学生
13 Eastman	1977	有効性なし	かきもの	高1
14 佐伯・横田	1977	一部 AO 有効	かきもの	高2, 大学生
15 Elliott	1978	計算ガラス箱制作	かきもの	高校生
16 Callihan 他	1978	有効性なし	かきもの	大学生
17 阿部	1978	2種のベクトル AO	かきもの	高1
18 阿部	1979	2数の数構造 AO	かきもの	高1

表 1 をもとに次のような研究の時代区分¹⁾ が可能になることはすでに述べている。

- (1) AO の有効性研究時代 (1966~1973, 6. Sowder まで)
- (2) AO, PO (事後オーガナイザー) 比較時代 (1973, 7. Romberg~1976, 9. Lesh 他まで)
- (3) オーガナイザー作成研究時代 (1976, 10. Lesh (b)~現在まで)

これらの先行諸研究例で, あるものは有効, あるものは有効性が見つからなかった。他の教科でも同じようだったので, Barnes & Clawson (1975) や Hartley & Davies (1976) のレビューにあるように, AO について否定的な発言になってしまうと考えられる。

1) この時代区分は拙論 (佐伯, 1978a) でくわしく論じているので, ここではその結果のみ示す。

3. モデルオーガナイザーと応用オーガナイザー

小論における先行オーガナイザー (AO) の概念は、一応、(数学における) 意味的学習に先立って、教材が生徒の認知構造に同化しやすいようにするために導入される教材のことであって、それが生徒の認知構造の一部となるか、または、生徒の認知構造を変容させる働きを持つものである、としておく。

所で Lawton & Wanska (1977) によると、意味的学習の起る場合は三つあって、AO によるものはその1つに過ぎないという。AO 以外の意味的学習の成立は偶然に起ることも暗示されていて、AO と潜在的カリキュラムの問題にもかかわりを持つと考えられている。しかし、ここでは一応制御できる AO に限って考えることにする。

次にこのような AO で、文献に現れた種類について述べる。まず、Ausubel は

- 1) 提示オーガナイザー (EO)
- 2) 比較オーガナイザー (CO)

の2つを示したことはすでに述べた(前ページ)。Lesh & Johnson (1976) はオーガナイザーとして、「モデル」(model) と「応用」(application) を用いて研究をしている。このときの「モデル」とは、ある材料の集合であって、考えている概念ないしは関係のシステムがその集合にすでに固有に内在しているとき、その材料の集合を意味する。一方、「応用」とは、ある材料の集合があって、与えられた知識等を説明するため、考えている概念ないしは関係のシステムが、その材料の集合上に移されるときのシチュエーションを意味する。

Lesh & Johnson はモデルオーガナイザーとは述べていないが、ここでは Lesh & Johnson の意味のモデル、すなわち、概念ないしは関係のシステムの集合を固有に含んでいる材料の集合ないしは教材を

- 3) モデルオーガナイザー (MO)

と呼ぶことにする。また、応用は Lesh & Johnson の意味では「シチュエーション」であるが、その応用シチュエーションにかかわる材料の集合ないしは教材を

- 4) 応用オーガナイザー (APO)

と呼ぶことにする。

このような規準で AO を分類し、1973 年の AO, PO 比較時代、Romberg 以後の実証的な AO の研究を分類したのが表 2 である。

表 2 中の (1) (2) とは同一論文の中に 2 例の AO があつたとき、出現順に (1) (2) と番号を付けた。また * は、何らかの有効性が結果として得られた研究を示している。

表 2 から言えることは、何らかの有効性が結果として得られた例は、圧倒的にモデルオーガナイザー (MO) と応用オーガナイザー (APO) に集中していることである。これ以外では Lesh (1976b) の提示オーガナイザーだけである。APO は例が少なく何ともいえないが、少なくとも、数学教育における AO は MO を用いることによって効果がある程度認められるように思われる。

所で、数学の教材の分野におけるモデルについて、Sowder (1976) は具体的モデルが所有すべき規準 (criterion) を示し、更に Fischbein (1977) は具体的モデルの条件を同定し、特にモデルが生産的モデル (つまりモデルを通してオリジナルな数学の思考が可能でそれを発展させる

表 2. Romberg (1973) 以後の実証的先行オーガナイザー研究の分類

提示オーガナイザー	比較オーガナイザー	モデルオーガナイザー	応用オーガナイザー
Romberg 他 (1973) Peterson (1973) Lesh* (1976 b) (2)	Lesh (1976 b) (1)	Lesh* (1976 c) (1) Lesh* (1976 c) (2) Lesh 他 (1976) (1) Mayer* (1976)	Lesh 他* (1976) (2)
Eastman (1977) (1) Eastman (1977) (2) Callihan 他 (1978)	Elliott (1978)	佐伯他 (1977) (1) 阿部* (1978) 阿部* (1979)	佐伯他* (1977) (2)

表中の * は何らかの有効性が見られた先行オーガナイザーの例

ようなモデル) であること, また, モデル自身が内的整合性を有することを条件とした。これらの考えにそって筆者はすでに, モデルがオリジナルにどれだけ同型かという視点でモデルの分類を試みている (佐伯, 1977)。これを簡単に引用する。

(1) 同型があるとはいえないモデル。

例 整数の乗法符号の磁石モデル

(2) 一部に同型があるモデル。これはオリジナルとモデルの間にある種の同型があり, モデルの使用によって説明可能であるが, モデルそのものに数学の本質 (構造) との関係が認められないようなモデルである。

例 クラインの色形モデル, 整数加減法の赤白タイルモデル (佐伯・伊藤, 1974)

(3) 二, 三をのぞきかなり同型なモデル

例 数直線 (このくわしい説明は拙論 (1977) にある)

(4) 矛盾なく同型なモデル

例 ベン図, 樹形図, グラフ

AO としてのモデルを考えると, AO の性質上, (3) と (4) の水準のモデルが適する。先行研究に見られる MO は殆んどこの水準で占められていることが指摘される。例えば Lesh (1976c) の用いた AO は, 正三角形と Cuisenair 棒であったし, 佐伯・横田 (1979) のは位相空間の教授のためのユークリッド平面の ϵ -近傍のモデル, 阿部 (1979) のは数値線とベン図であった。

以上から, 暫定的な命題として次の命題が得られそうである。

(命題 1) 数学の構造にかなり同型ないしは全く同型な構造を有するモデルオーガナイザーは数学の学習に有効である。

所で, (1) (2) 水準のモデルは数学の学習に有効ではない, といっているのではない。ただ, オーガナイザーとして考えたとき, 事後オーガナイザーとしても用いるから, モデルの水準 (3) (4) が適切になるということである。授業ないしは単元の導入だけで考えるなら, 水準 (1) (2) のモデルも, 数学の学習を促進していることに注目しなければならないだろう。ただ, それらが数学的構造を持っていないので, 使用のとき, その「打ち切り」と「本物」の数学への移行が問題になっている (佐伯・伊藤, 1974)。

4. 先行オーガナイザーと認知水準

AO の Romberg 以後の先行研究に現れた 17 の AO を Greabell (1978) の FACT システムで用いた認知的成分に従って分類を試みる。Greabell の認知的成分は、具体的、表象的、そして抽象的に分かれ、それぞれ、実物や現実の対象や物、表象やイメージそして言語の水準を意味している。表 3 で FACT システムで分類した AO の表を示す。この表から言えることは、有効性が認められた AO は具体的な AO と表象的な AO に集中していて、抽象的 AO では全く有効でなかったということである。この表における表象は、一応 Greabell の意味である。所が、Piaget (Adler, 1966) の意味の具体は日常用語と異なっていて

……その人にとって「具体」とか「具体でない」ということは、その人の過去の経験と知的成熟に対応して相対的に依存してきまる。幼稚園児にとっては、2つのベッドの集合と3つのベッドの集合を結合することは具体であるが、 $2+3$ は具体でない。9年生にとっては $2+3$ は具体であるが、 $x+y$ は具体でない。生徒にとっては、初めての抽象代数の導入にさいして、整数の加群は具体であるが、抽象群の概念は具体でない。

という意味といわれている。この意味で考えると、表 3 の表象的な AO はすべて「具体」になってしまう。このことから暫定的な命題として次の命題が得られそうである。

(命題 2) 学習者の知的発達に沿う Piaget の意味の「具体」的な先行オーガナイザーは数学の学習に有効である。

表 3. Romberg 以後の AO の実証的研究にみられる AO の例の FACT システム認知的成分による分類

具 体 的	表 象 的	抽 象 的
Lesh* (1976 b) (2)	Peterson 他 (1973)	Romberg 他 (1973)
Lesh* (1976c) (2)	Lesh (1976 b) (1)	
Lesh 他 (1976) (1)	Lesh* (1976 c) (1)	
Lesh 他* (1976) (2)		
Mayer* (1976)		
	Eastman (1977) (2)	Eastman (1977) (1)
	佐伯他* (1977) (2)	佐伯他 (1977) (1)
阿部* (1978)	Elliott (1978)	Callihan 他 (1978)
	阿部* (1979)	

表中 * は何らかの有効性が見られた AO の例

5. 先行オーガナイザーと感覚

次に AO をどんな感覚器官を媒介として学習者に伝達するかの問題を考えよう。主として考えられるのは、学習者の視覚、聴覚そして触覚である。Greabell も同じことを述べ、それぞれ、視覚成分、聴覚成分そして触覚成分としている。この観点から、Romberg 以後の AO の例を分類を試みよう (表 4)。

表 4 からわかることは、視覚的 AO が圧倒的に多いことである。次に触覚的 AO が見られ、

表 4. Romberg 以後の AO の実証的研究にみられる AO の例の FACT システム 感覺的成分による分類

視 覚 的	聴 覚 的	触 覚 的
Romberg (1973)		
Peterson (1973)		
Lesh (1976 b) (1)		Lesh* (1976 b) (2)
Lesh* (1976 c) (1)		Lesh* (1976 c) (2)
Lesh 他 (1976) (1)		Mayer* (1976)
Lesh 他* (1976) (2)		
Eastman (1977) (1)		
Eastman (1977) (2)		
佐伯他 (1977) (1)		
佐伯他* (1977) (2)		
Callihan 他 (1978)		
Elliott (1978)		
阿部* (1978)		
阿部* (1979)		

表中 * は何らかの有効性がみられた AO の例

聴覚的 AO は全く見られないことである。このうち有効性が見られたものは、触覚的 AO の 3 例と視覚的 AO の一部である。視覚的 AO の例で有効性が見られたものは、表 2 とあわせて見ると、全部が、MO か APO であることもわかる。また、表 2 の EO でただ 1 つ有効性がでた Lesh (1976b) の AO は、表 4 では触覚的 AO であることをついでくわえておく。このことから暫定的な命題として次の命題が得られそうである。

(命題 3) 学習者の触覚を通して認知される先行オーガナイザーは数学の学習に有効である。

6. 先行オーガナイザーと使用法

ここでは AO を単独で用いたが、他の類似のものと併用したか等の問題を考える。これについてまとめると表 5 のようになる。ここではこの表から命題を導びくというのではなく、研究

表 5. AO の使用上の分類

AO としてのみ用いる	AO・PO 他の変数と併用	AO, さらに授業時に随時使用
Mayer* (1976)	Romberg 他 (1973) Peterson 他 (1973) Lesh 他 (1976) (1, 2*) Lesh (1976b) (1, 2*) Lesh* (1976c) (1, 2)	
Eastman (1977) (1, 2) 佐伯他 (1977) (1, 2*) Elliott (1978)	Callihan 他 (1978)	阿部* (1978) 阿部* (1979)

表中 * は何らかの有効性がみられた AO の例, (1, 2*) は AO の 2 例中, 2 の方だけが有効であったことを示す。

がどのような傾向にあるかの動向を知るためのものである。特に阿部 (1978, 1979) の例は、カードを AO としては用いているが、授業中でも必要があれば提示したというので、本来の AO とは違ったものになっているが、便宜上 AO と称したと述べている。

7. 数学における今後の AO の研究への含意と提案

先行研究の考察からいえることは、一応暫定的な命題として記したことである。これらからまず第一に AO そのものに関して

① 数学の構造にかなり同型な、または、全く同型な構造を有するモデル (または応用) オーガナイザー、② 学習者の知的発達に沿う Piaget の意味の「具体」的な先行オーガナイザー、そして ③ 学習者の触覚 (実際に手で操作するとか肌に触れるような) を通して認知される先行オーガナイザーは、算数・数学の学習とその保持に有効であるが得られそうであるので、この命題の追試的研究が必要となるだろう。

第二にその AO とその後に用いられた単元またはトピックの教材との関係が問題になるだろう。AO の先行研究の大部分は、AO に続いて実施される授業の中で取り扱かわれる単元ないしはトピック、又は当該時間の終了時点等で課される事後テストや、ある一定期間後に課される遅延事後テストで AO の学習と保持の促進状態を評価している。従って AO の有効性を確かめるためには、少なくとも AO の後にくる授業の処偶を制御しなければいけない。Lawton & Wanska (1977) も指摘するように、この関係に意識的に触れた先行研究はあまりないように見受けられる。AO を Greabell の FACT システムという規準で制作を暗示したので、その後の授業で取り扱かう教材もこの延長線上で考えなければいけない。Greabell の FACT システムは Gal'perin の知的行為の多段階形成理論を用いて作られた教材翻案の格子点モデル (佐伯・伊藤, 1974) のうちの「水準軸」に、三つの感覚的下位成分でサブカテゴリを作ったものと見なしてよいから、AO に続く授業で用いる教材を、格子点モデルの「水準軸」をはじめ、残りの軸、「一般性軸」(転移が狭いか広いかの尺度)「圧縮性軸」(教材のステップのサイズが小さいか大きいかの尺度)を用いて制御するのは一つの有力な方法になるだろう。だが、現時点では AO とその後の授業に使用する教材をこの視点で考えている先行研究は皆無に等しいので、今後の AO の研究の方向として提案を試みたい。

第三の問題としては、AO を用いその効果を研究するとき、実際の授業にあたる教師の力量があると考えられる。例えば、教授スキルに長じた経験豊かな教師と、教育実習生が、AO とその後に続く授業を全く同じように進めたときを考えれば、この要因が研究として取り上げなければいけないことが明白になってくるだろう。先行研究は殆んどこの問題には答えてはなかった。従って今後の AO の研究課題として、AO と教師のクラスルームスキルの関係とその制御の研究の提案を試みたい。

以上三つの AO の研究の提案を試みてきた。このほかにも、例えば学習者の数学における創造性とか態度・情意面と AO の関係 (この一部については阿部 (1978, 1979) が報告している) の研究など、重要なものが残っているが、それらについては今後にゆずることとする。

引用文献

- 1) 阿部博光 (1978): 「ベクトル」の2つの先行オーガナイザー (AO) について, 東北北陸数学教育基礎的研究報告 (年報), **6**, 7-15.
- 2) 阿部博光 (1979): 高校数学における数の構造の学習と転移を促進するための先行オーガナイザー (AO) の利用と概念「数」のSD値の変容, 日本数科教育学会誌, **4**, 13-17.
- 3) Adler, I. (1966); Mental growth and the art of teaching, *Math. Teacher*, **59**, 706-715.
- 4) Ausubel, D.P. (1960); The use of advance organizers in the learning and retention meaningful verbal material, *J. Educ. Psy.*, **51**, 267-272.
- 5) Ausubel, D.P. (1963); *The psychology of meaningful verbal learning*, Grune and Stratton, New York.
- 6) Ausubel, D.P. (1964); Some psychological and educational limitations of learning by discovery, *Arith. Teacher*, **11**, 290-302.
- 7) Ausubel, D.P. (1978); In defense of advance organizers: A reply to the critics, *Review Educ. Res.*, **48**, 251-257.
- 8) Ausubel, D.P. and Fitzgerald, D. (1961); The role of discriminability in meaningful parallel learning and retention, *J. Educ. Psy.*, **52**, 266-274.
- 9) Ausubel, D.P. and Fitzgerald, D. (1962); Organizer, general background, and antecedent learning variables in sequential verbal learning, *J. Educ. Psy.*, **53**, 243-249.
- 10) Ausubel, D.P. and Youssef, M. (1963); Role of discriminability in meaning parallel learning, *J. Educ. Psy.*, **54**, 331-336.
- 11) Ausubel, D.P. and Robinson, F.G. (1969); *School learning*, Holt, Rinehart & Winston, Inc., New York.
- 12) Barnes, B.R. and Clawson, E.U. (1975); Do advance organizers facilitate learning? Recommendations for further research based on an analysis of 32 studies, *Review Educ. Res.*, **45**, 637-659.
- 13) Callihan, H.D. and Bell, F.H. (1978); The effect of specially constructed advance organizers and post-organizers on mathematics learning, *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, **9**, 433-450.
- 14) Eastman, P.M. (1977); The use of advance organizers for facilitating learning and transfer from quadratic inequalities, *School Sci. Math.*, **77**, 377-384.
- 15) Elliott, P.C. (1978); Computer 'glass boxes' as advance organizers in mathematics instruction, *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.*, **9**, 79-87.
- 16) Fischbein, E. (1977); Image and concept in learning mathematics, *Educ. Studies Math.*, **8**, 153-165.
- 17) Greabell, L.C. (1978); The effect of stimuli input on the acquisition of introductory geometric concepts by elementary school children, *School Sci. Math.*, **78**, 320-326.
- 18) Hartley, J. and Davies, J.K. (1976); Preinstructional strategies: The role of pretest, behavioral objectives, overviews and advance organizers, *Review Educ. Res.*, **46**, 239-265.
- 19) Lawton, J.T. and Wanska, S.K. (1977); Advance organizers as a teaching strategy: A reply to Barnes and Clawson, *Review Educ. Res.*, **47**, 233-244.
- 20) Lesh, R.A. (1976 a); An interpretation of advanced organizers, *J. Res. Math. Educ.*, **7**, 69-74.
- 21) Lesh, R.A. (1976 b); The influence of advanced organizer on two types of instructional units about finite geometries, *J. Res. Math. Educ.*, **7**, 82-86.
- 22) Lesh, R.A. (1976 c); The influence of two types of advanced organizers on an instructional unit about finite group, *J. Res. Math. Educ.*, **7**, 87-91.
- 23) Lesh, R.A. and Johnson, H. (1976); Models and applications as advanced organizers, *J. Res. Math. Educ.*, **7**, 75-81.
- 24) Mayer, R.E. (1976); Some conditions of meaningful learning for computer programming: Advance organizers and subject control of frame order, *J. Educ. Psy.*, **68**, 143-150.
- 25) Peterson, J.C., Thomas, H.L., Lovett, C.J. and Bright, G.W. (1973); The effect of organizers and knowledge of behavioral objective on learning a mathematical concept, *J. Res. Math. Educ.*, **4**, 76-84.
- 26) Romberg, T.A. and Wilson, J.W. (1973); The effect of an advance organizer, cognitive set and post organizer on the learning and retention of written materials, *J. Res. Math. Educ.*, **4**, 68-76.

- 27) 佐伯卓也 (1976); オーガナイザーおよびその数学教育への応用と研究のために, 数学教育学会研究紀要, **17** (No. 3, 4), 36-45.
- 28) 佐伯卓也 (1977); 先行オーガナイザーとモデル, 数学教育学会研究紀要, **18** (No. 3, 4), 16-22.
- 29) 佐伯卓也 (1978a); 数学の授業における先行オーガナイザー研究, 東北数学教育学会年報, **9**, 11-19.
- 30) 佐伯卓也 (1978b); 数学の授業における先行オーガナイザーとしてのモデルの位置づけ, 東北陸数学教育基礎的研究報告 (年報), **6**, 1-6.
- 31) 佐伯卓也, 伊藤潤一 (1974); Gal'perin 理論による数学「学習対象」翻案, 岩手大学教育学部研究年報, **34**, 383-392.
- 32) 佐伯卓也, 横田晴充 (1977); オーガナイザーを用いた授業実践例, 東北数学教育学会年報, **8**, 35-42.
- 33) Sowder, I. (1976); Criteria for concrete models, *Arith. Teacher*, **23**, 468-470.