

## 曲げを受ける合板接着パネルの剛性マトリックス

辻野 哲司,\*森 鍵 直 蔵\*

(1978年7月6日受理)

### 1. 緒 言

最近の木質系工業化住宅において、合板パネルは、屋根、床、壁などに強度部材として非常に多く用いられている。

従ってパネルには、使用上、曲げ、圧縮、せん断、および曲げと圧縮が同時に作用する場合が考えられ、その合理的設計と性能評価が重要な問題となり研究も行われてきた。しかし、これらの研究は、個々の設計に応じた実物を製作し、その試験結果からパネルの性能を判定していたので<sup>1),2),3),4)</sup>、時間と費用がかかる上に、応用もあまりきかず早急に理論解析が望まれていた。

いまパネルの曲げ問題だけを取り上げてみても、面材に合板のような直交異方性材料を用いた場合の数値解析が行われるようになったのは1960年後半からであり、数もそれ程多くはないが、合板の補強効果と面材の有効幅(後に有効幅について平嶋<sup>7)</sup>は修正を行っている)について検討した Amana-Booth<sup>9),10)</sup>の研究は大変すぐれたものである。又 Foshi<sup>9)</sup>はリブの基本間隔の概念を考慮しない新しい設計方法を提唱している。一方、横荷重の他に鉛直荷重も同時に受ける木質壁パネルにおいて、終局耐力、剛性その他、パネルの力学的挙動に影響を及ぼすスタッドと面材の接合方法、スタッドの材質特性について考察した Polensek<sup>9),10),11)</sup>の一連の研究も非常に高く評価できるものである。

しかしながら上記の諸研究では、棧のねじり剛性、及び横棧の効果については触れておらず、構造条件ないしは使用条件などによって、それらの影響もかなりあると思われる。

それ故、本研究では、合板パネルの曲げ剛性に及ぼす、棧のねじり剛性、横棧の影響を主に、パネルの設計に有効な系統的資料を得ることを目的とし、その前段階として、任意の骨組構成よりなる片面接着合板パネルの剛性マトリックスを求めたので報告する。

### 2. パネルの剛性マトリックス

ここで取扱うパネルは片面接着合板パネルとする。Fig. 1. に示すように、パネルは、板要素と梁要素でモデル化した平面構造物と考えることができる。従ってパネルの剛性マトリックスは板要素の剛性マトリックスと梁要素のそれを別個に求め、重ね合わせればよい。



$$\begin{pmatrix} \vdots & & & & & & & & & & \vdots \\ 1 & x_i & y_i & x_i^2 & x_i y_i & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & x_i y_i^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x_i & -2y_i & \dots & \dots & \dots & \dots & -3x_i y_i^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2x_i & y_i & 0 & 3x_i^2 & 2x_i y_i & y_i^2 & 0 & 3x_i y_i & y_i^3 \end{pmatrix}$$

であり、 $[D]$ はモーメントと曲率の関係式であって

$$[D] = \frac{t^3}{12} \begin{pmatrix} \frac{E_x}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}} & \frac{\mu_{yx}E_x}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}} & 0 \\ & \frac{E_y}{1-\mu_{xy}\mu_{yx}} & 0 \\ \text{sym.} & & -G_{xy} \end{pmatrix}$$

ただし  $t$ : 板厚

$E_x, E_y, \mu_{xy}, \mu_{yx}, G_{xy}$ : 合板の弾性定数

又、 $[P_a]$ は3行12列のマトリックスで

$$[P_a] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 & 0 & -6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2x & -6y & 0 & -6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -4x & -4y & 0 & -6x^2 & -6y^2 \end{pmatrix}$$

となる。

### 2.2 梁要素の剛性マトリックス

一般の梁要素における変位関数は次式で与えられる<sup>13)</sup>。

$$w_b = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3 \tag{6}$$

節点変位は、 $z$ 方向撓みと、 $y$ 軸まわりの回転角であり、これに対応する節点力は、剪断力と $y$ 軸まわりの曲げモーメントであって、板の場合と同様、仮想仕事の原理より次式を得る。

$$\begin{pmatrix} P_{bi} \\ M_{byi} \\ P_{bj} \\ M_{byj} \end{pmatrix} = E_b I_y \begin{pmatrix} \frac{12}{l_b^3} & \frac{6}{l_b^2} & -\frac{12}{l_b^3} & \frac{6}{l_b^2} \\ & \frac{4}{l_b} & -\frac{6}{l_b^2} & \frac{2}{l_b} \\ & & \frac{12}{l_b^3} & -\frac{6}{l_b^2} \\ \text{sym.} & & & \frac{4}{l_b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_{bi} \\ \theta_{byi} \\ w_{bj} \\ \theta_{byj} \end{pmatrix} \tag{7}$$

ここに  $l_b$ : 梁要素の長さ,  $E_b$ : 梁の  $x$  方向ヤング係数

$I_y$ :  $y$  軸まわりの断面2次モーメント

次に、種類の違った要素を組み合わせる場合、使用する種々の要素の節点における自由度が等しいことが必要である。それ故、 $x$  軸まわりの回転角、すなわち梁のねじれに関する剛性方程式を求めると次式を得る。

$$\begin{pmatrix} M_{bxi} \\ M_{bxj} \end{pmatrix} = \frac{G_{bxy} J}{l_b} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta_{bxi} \\ \theta_{bxj} \end{pmatrix} \tag{8}$$

ここに  $G_{bxy}$ : 梁の剪断弾性係数,  $G_{bxy} J$ : ねじり剛性

従って、(7), (8)式を組み合わせると

$$\{F_b\} = [K_b] \{d_b\} \tag{9}$$

ここに

$$[K_b] = \frac{E_b I_y}{l_b^3} \begin{pmatrix} 12 & 0 & 6l_b & -12 & 0 & 6l_b \\ \frac{G_{bxy} J}{E_b I_y} l_b^2 & 0 & 0 & -\frac{G_{bxy} J}{E_b I_y} l_b^2 & 0 & 0 \\ & & 4l_b^2 & -6l_b & 0 & 2l_b^2 \\ & & 12 & 0 & 0 & -6l_b \\ \text{sym.} & & & & \frac{G_{bxy} J}{E_b I_y} l_b^2 & 0 \\ & & & & & 4l_b^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

(10)式は、局部座標系における関係を示したものであり、構造全体の剛性マトリックスを組立てるため、全体座標系に変換しなければならない。

いま、変換マトリックスを $[T]$ として、全体座標系での剛性マトリックス $[\bar{K}_b]$ は次式で与えられる。

$$[\bar{K}_b] = [T]^T [K_b] [T] \quad (11)$$

ここに

$$[T] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

$\varphi$ : 全体座標系と局部座標系間の回転角

(5)式と(11)式を重ね合わせて

$$[K] = [K_P] + [\bar{K}_b] \quad (12)$$

このマトリックス $[K]$ が縦棧の他に横棧の効果、及び棧のねじり剛性も考慮した片面接着合板パネルにおける要素剛性マトリックスである。

### 3. 実験および数値計算結果

本実験において、パネル表面材の外形寸法は、435mm×435mmとし、ラワン 5ply 7.5mm厚及び 5ply 9mm厚構造用合板を、又棧木には、断面25mm×25mmのスプルーを用いた。これらの部材は、パネルを構成する前に、曲げヤング係数、その他の弾性定数を測定し、1つのパネルにおいて、棧木については、ヤング係数がほぼ均等なものを用いた。なお計算には、それらの平均値を当てた。

Fig. 2. は骨組構成を示すものであり、これらの片面に、合板を、その表繊維方向がスパン方向と一致するようレゾルシノール樹脂接着剤を用いて圧縮した。すなわち試験体の数は面材に厚さの異なる2種類の合板を用いているので16体である。

以上、パネル構成部材の弾性定数を Table 1. に示す。ただし、合板のヤング係数、ポアソン比は、使用材料そのものの値ではなく、その残材について測定したものである。

曲げ剛性試験結果を Table 2. に示す。荷重は、中央集中荷重、スパンを410mmとして、対

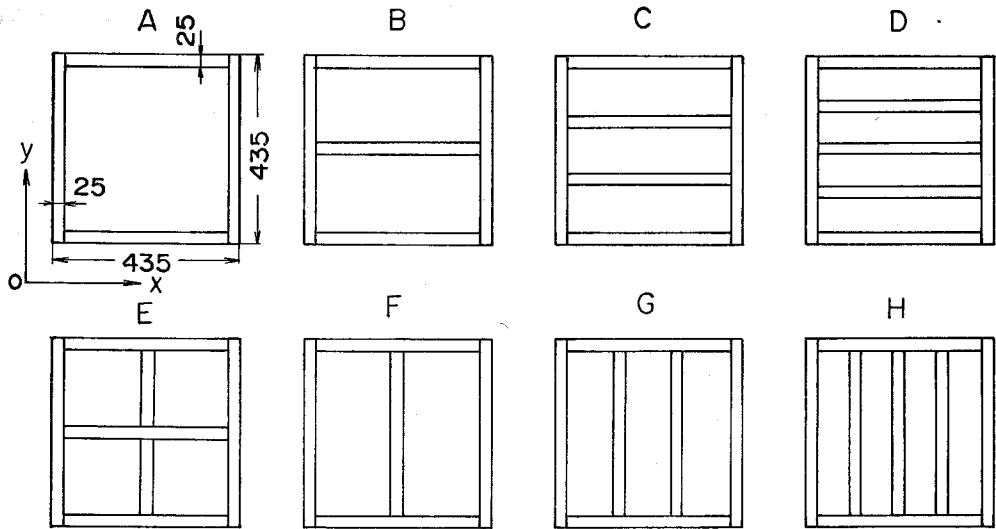


Fig. 2. Types of framing.

Span direction coincides with x coordinate.

unite: mm

Table 1. Elastic constants of panel component  
(Young's modulus and modulus of rigidity in  $10^3\text{kg/cm}^2$ )

Panel designation	Flange					Rib			
	$E_x$	$E_y$	Modulus of rigidity $G_{xy}$	Poisson's ratio $\mu_{xy}$	Thickness $t$ (mm)	Young's modulus $E_R$	Modulus of rigidity $G_{xy}$	Breadth $b$ (mm)	Hight $h$ (mm)
A-1*	79.2	30.0	4.5	0.142	7.88	92.8	5.4	25.08	25.14
A-2**	100.2	60.8	5.0	0.101	9.07	71.7	5.4	25.08	25.01
B-1	79.2	30.0	4.5	0.142	7.88	92.4	5.7	25.07	25.13
B-2	98.6	56.4	4.6	0.085	9.19	84.7	5.4	24.99	25.02
C-1	89.7	30.9	5.3	0.132	7.94	76.3	7.0	24.94	24.93
C-2	96.7	60.6	5.0	0.101	9.10	80.5	5.4	25.07	25.00
D-1	79.2	30.0	4.5	0.142	7.88	92.5	5.7	25.06	25.11
D-2	98.6	56.4	4.6	0.085	9.19	87.1	5.4	25.00	25.00
E-1	104.8	28.1	4.9	0.157	7.88	69.6	5.4	25.11	25.00
E-2	100.3	60.8	5.0	0.101	9.07	72.3	5.4	25.02	25.04
F-1	80.7	32.9	4.2	0.135	7.91	119.8	5.9	25.08	25.04
F-2	104.3	61.5	4.6	0.097	9.22	116.1	5.4	25.11	25.00
G-1	91.5	29.1	4.7	0.168	7.90	85.2	6.8	25.01	25.00
G-2	99.8	60.7	4.9	0.048	9.07	88.8	5.4	25.00	25.00
H-1	80.7	32.9	4.2	0.135	7.90	119.7	5.4	25.12	25.05
H-2	100.3	60.8	5.0	0.101	9.07	72.3	5.4	25.02	25.04

\*1 The skin materials of 7.5mm lauan plywood were jointed on one side of the framing.

\*\*2 The skin materials of 9mm lauan plywood were jointed on one side of the framing.

**Table 2.** Comparison of calculated and observed values of deflection at center of panels.

Panel designation	Deflection (mm/4kg)		Ratio $\delta_e/\delta_T$
	Calculated values $\delta_T$	Observed values $\delta_e$	
A-1	0.391	0.398	1.02
A-2	0.196	0.219	1.12
B-1	0.070	0.074	1.06
B-2	0.065	0.069	1.06
C-1	0.123	0.102	0.83
C-2	0.080	0.070	0.88
D-1	0.062	0.054	0.87
D-2	0.055	0.046	0.84
E-1	0.067	0.058	0.87
E-2	0.057	0.061	1.07
F-1	0.083	0.077	0.93
F-2	0.077	0.092	1.19
G-1	0.126	0.122	0.97
G-2	0.096	0.116	1.21
H-1	0.074	0.075	1.01
H-2	0.059	0.079	1.34

Panels were tested under center loading over 410mm span.

辺単純支持，他辺自由の境界条件のもとで行った。

パネル中央の弾性撓みは，実測値と比較的よく一致しており，本報告における解析手法が，実際に，適用可能であることがわかった。一方 Möhler ら<sup>14)</sup>によれば，横棧は有効幅には影響を与えないとしているが，本研究において，実験的にも数値解析的にも，曲げ剛性に及ぼす横棧の効果を認めたので，面材の材質特性，棧木のねじり剛性ととも，今後の興味ある検討課題となるであろう。

#### 4. 結 言

縦棧の他に，横棧及び棧のねじり剛性も考慮した片面接着合板パネルの剛性マトリックスを求めた。計算による弾性たわみは，実測値と比較的よく一致し，本解析法の実用性を確認した。最後に，本研究の数値計算には，東北大学大型計算機センター NEAC 2200-700を使用した。

#### 文 献

- 1) Chubb, E. A.: Bulletin E/TM/63, Timber Research and Development Association, High Wycombe, Buckingham, Great Britain (1962)
- 2) Smith, G. R.: P. M. B. C., Report TDD/62 (1966)
- 3) Smith, G. R.: P. M. B. C., Report TDD/65 (1966)
- 4) 山井良三郎: 材料, 20, 第18号, 1220 (1971)
- 5) Amana, E. J., and L. G. Booth: J. Inst. Wood Science, 4, 1, 43 (1967)

- 6) Amana, E. J., and L. G. Booth: J. Inst. Wood Science, 4, 2, 19 (1968)
- 7) 平嶋義彦: 林試研報, 第255号, 1 (1973)
- 8) R. O. Foschi: Department of Fisheries and Forestry Canadian Forestry Service Publication No. 1261 (1969)
- 9) A. Polensek: J. of the Structural Div., Amer. Soc. of Civil Engineers, ST 7 (1976)
- 10) A. Polensek: Wood Science, 9, 1, 8 (1976)
- 11) A. Polensek: Forest Product Journal, 27, 2, 45 (1977)
- 12) O. C. Zienkiewicz: "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw-Hill, London, 178 (1971)
- 13) 三本木茂夫, 吉村信敏: "有限要素法による構造解析プログラム", 培風館, 35 (1970)
- 14) Möhler, K., G. Abdel-Sayed und J. Ehlbeck: Holz als Roh- u. Werkst., H. 8 (1963)

## Stiffness Matrix of Glued Plywood Stressed-Skin Panels Under Bending

Tetuji TUJINO\* and Naozō MORIKAGI\*

### (Summary)

The objective of this paper was to develop a theoretical expression for the glued plywood stressed-skin panels under bending using finite element method.

The element stiffness matrix of panel was derived by superposition of the one of plate element and beam element.

Eight types of framing were constructed of spruce wood (Fig. 2).

The skin materials of lauan plywood were glued on one side of the framing according to the type of the specimens.

Experimental tests were carried out under carefully supervised conditions to verify of the theoretical method.

The predicated values of deflection computed from the stiffness matrix  $[K]$  (Eq. 12) agreed approximately with experimental results as shown in Table 2.

The results of this study are believed to be of considerable practical significance in the prediction of the bending properties of glued plywood stressed-skin panels.

---

\* Department of Technique, Faculty of Education, Iwate University, Morioka, Japan