数学的学習能力の性差について

佐伯　卓也*，三田村喜久雄**，朴沢　晶子*

On the sex differences in mathematical learning ability

Takuya SAEKI, Kikuo MITAMURA, Akiko HOOZAWA

このノートの「数学的学習」という意味は，中学校の生徒を対象とした意味とする。数学の「能力」の性差については，種々の発言があった。クルチェッキー[1]によると，ソビエト心理学では，性差についての研究は少なく，性差はもっぱら，伝統，教授や訓育の条件にもとづくものと考えていたという。イギリス，アメリカ，フランスなどの心理学者によると，目立った性差はないとしながらも，いくらかの性差はあるという。特に能力因子に差があるという報告があった[2]という。

一方日本では，「学力」として性差をとらえ，大体男子が優れ，女子が劣るという報告が多い[3)4)5)6)]。だが，これは授業の実感などからみた場合，このようにいえるかどうか，疑問に思える。

著者のうち，佐伯と三田村は，さきに，中学校3年を対象にして，集合論から入る位相空間の若干の概念を，ガルペリンのいう物的段階[7) 8)]として，数直線を用いて展開する授業を実験的に施こし，その学習の成立を，物的水準で成立することをたしかめた[9)]。そのときのデータを分析して以下にのべる能力にかかわる性差が有意かどうかを見るのがこの報告の主題である***。

1．この報告でいう「能力」は，一応クルチェツキー[2)]の定義「数学の学習能力とは，学習的な数学的活動の諸要求に適するところの，また，自余の条件が等しい場合に，教科としての数学の創造的獲得の成功度を規定するところの，個人的――心理学的諸特質である」をとり，同書のp.127にある数学能力の構成要素のうちの，主として，1）数学的素材を形式化する能力，3）数的，記号的シンボルを操作する能力，8）数学的記憶，をとった。このようなものにしぼった理由は，あつかった教材は，位相空間という現代数学のかなり抽象度の高いレベルの内容を教材化したものだった。また，最初の試験的な実験でもあった。そのためこの程度にとどめたわけである。

次に我々は，「性差」というものは，このような「能力」に限ってみれば，殆んど差がないのでなかろうか，という仮説を立てた****。この結果，都市部の中学校3年において，この仮説がほぼ満足されるものだという結論を得た。次にこれについてふれる。

---

*　岩手大学教育学部，**　上田中学校（現在千厩中学校）

***この原稿を読んでいただき，非常に有益な注意と助言をいただいた岩手大学教育学部の倉島氏に心から感謝の意を表する。

****従来の日本における「学力」の性差の研究では，性差があるというのが多かった。だが，数学の授業をみてみると，性差はあまり目立たないように思える。このようなことと，外国の研究結果などから，この仮説を立てた。

2．実験は盛岡市立上田中学校（教員数44，学級数26，生徒数 1,019 <実験当時>）の第3学年の3個学級（生徒数130）で実施した。この実験を通し，ホーソーン効果や実験者効果[10]をひくくおさえるため，授業は，通常の担当者の三田村があたった。

標本は，第3学年の3個学級の生徒の中からランダムに，男子50，女子50を選んだ。実験は，昭和47（1972）年12月15日から同月25日と約10日間で実施した。

この男子50，女子50の標本が妥当なことは，次のようにして確かめた。

すでに実施している校内のテスト（3回）のデータから

男子標本平均	57.79
男子標本S.D.	23.29
女子標本平均	48.48
女子標本S.D.	25.55

を得た。これらを用いて，分散の有意性を検定した。帰無仮説 H_0 として，両分散は等しいとおいた。まず標本から

$$F=1.20$$

となり df=（49，49）に対する F_0 をF表から求めて比べると，危険率5％はおろか，危険率1％でもFは F_0 より小さく，従って，分散には，有意の差は認められないことになった。従って，次に平均の性差の検定に進む。平均の性差は，t検定による。H_0 は平均は等しととる標本から

$$t=1.87$$

を得る。一方 df=98 に対する t 表からの値 t_0 を求めて，比べると，危険率5％でも危険率1％でも t が t_0 より小さく，有意の性差は認められなかった。

以上により，この標本は一応使用にたえるものと考えた。

3．レデネスをみるため，レデネステスト* を施こした。問題は6問で区分は次の通りである。

問1，2	…………	集合の演算
問3	…………	真部分集合
問4	…………	数の数直線表示
問5	…………	関数の記号
問6	…………	有理数の稠密性

これらの結果を，正答率，誤答率，無答率を出し，問題ごとに男女差をみるため，χ^2 検定をした。df はすべて2である。なお，レデネステストと事後テスト χ^2 検定は朴沢が計算した。このレデネステストの結果，問6と全体が，危険率5％で，男子がすぐれているという結果になった（表1）。表中（　）は％を示している。

4．事後テストも，レデネステストと同じようにして性差を χ^2 検定で調べた。それを表2に示す。問題は5題あって次の通りの区分である。

問1	……	e近傍** の集合表示と図表示
問2	……	e近傍のことばによる説明

---

* レデネステスト問題は資料として最後にのせる。

** 事後テスト問題は資料として最後にのせるので，そこを参照されたい。

表 1

		1，2	3	4	5	6	計
男	正	201 (80.4)	12 (24.0)	124 (82.7)	120 (72.0)	174 (87.0)	631 (78.9)
	誤	45 (18.0)	34 (68.0)	25 (16.7)	28 (18.7)	26 (13.0)	158 (19.8)
	無	4 (1.6)	4 (8.0)	1 (0.7)	2 (1.3)	0	11 (1.4)
計		250	50	150	150	200	800
女	正	206 (82.4)	14 (28.0)	112 (74.7)	104 (69.3)	157 (78.5)	593 (74.1)
	誤	43 (17.2)	32 (64.0)	33 (22.0)	40 (26.7)	39 (19.5)	187 (23.3)
	無	1 (0.4)	4 (8.0)	5 (3.3)	6 (4.0)	4 (2.0)	20 (2.5)
計		250	50	150	150	200	800
χ^2		1.91	0.21	4.38	3.26	7.47*	6.23*

表 2

		1	2	3	4	5	計
男	正	247 (82.3)	2 (4.0)	40 (80.0)	74 (74.0)	12 (24.0)	375 (68.2)
	誤	53 (17.7)	45 (90.0)	10 (20.0)	26 (26.0)	30 (60.0)	164 (29.8)
	無	0	3 (6.3)	0	0	8 (16.0)	11 (2.0)
計		300	50	50	100	50	550
女	正	255 (85.0)	3 (6.0)	46 (92.0)	62 (62.0)	7 (14.0)	373 (67.8)
	誤	45 (15.0)	41 (82.0)	4 (8.0)	37 (37.0)	31 (62.0)	158 (28.7)
	無	0	6 (12.0)	0	1 (1.0)	12 (24.0)	19 (3.5)
計		300	50	50	100	50	550
χ^2		0.78	1.39	2.99	3.98	2.93	2.25

問 3 …… 内点，外点，境界点の区別
問 4 …… 開集合，閉集合の区別
問 5 …… 内点の定理の例示による説明

この結果は，表 2 の通りで有意の性差はでなかった。

事後テストについて，問 2 と問 5 が特にわるかった。この報告の目的から少しはずれるが，そのことについてふれる。駒林氏[7) 8)] によって，ガルペリンの「知識の習得」の理論は，スケール化され使い易くなっているが，それにあてはめてみる。簡単のため，3 次元空間のベクトルの成分（x，y，z）で表わすことにする。x，y，z はすべて，0 と 1 の値だけをとらせる。x は行為の水準で，物的行為のときは x = 0，知的行為のときは x = 1 とし，y は行為の

一般性で，一般性が低いときはy＝0，高いときはy＝1とし，さらにzは，行為の圧縮性で，拡いときはz＝0，圧縮されたときはz＝1とする。例えば（x，y，z）＝（1，0，0）のときは，行為は，知的水準であるが，一般性はなく，まだ圧縮されない段階であるとみなされる。この記法に従うと，事後テスト問題はつぎのようになる。

問1　（0，0，0）
問2　（0.5，0，0）*
問3　（0，0，0）
問4　（0，0，0）
問5　（0，1，0）

ただし，ここでは，レデネスの関係から，一応数直線や，集合の表示などは，0とみた。

また，事後テスト問題はクルチェッキーの能力の構成要素にあてはめて，問1，問2は主として1）と3）（p.1）問3，問4，問5は主として1）と8）の能力をみようとした。

以上のことから，事後テストは，ガルペリンの理論での（0，0，0）のときは，よくできて，1つでも1が入ると，わるくなることを示していることになった。

レデネス・テストでみられた問6と計にでた危険率5％のときの有意差は，日本における結果[3]の「学力」の性差と同種のものと考えられる。

結論的にいうと，位相空間という教材学習においては，我々の仮説「性差は，前にのべたような能力に限ってみれば殆んど差がないだろう」ということが，否定されないことになった。

（昭和48年6月28日受理）

参考資料

1）クルチェツキー著（駒林訳），数学的能力の構造（下），明治図書（1969），pp.219—222.
2）クルチェツキー著（駒林訳），数学的能力の構造（上），明治図書（1969），pp,17—87.
3）松岡元久，他教科及び男女差より見た算数，数学の学力の発達，日数教会誌，数学教育論究，8巻（1964），pp.1—17.
4）宮川武，小・中・高等学校の数学（算数）学習における男女の学力差について，算数・数学教育の研究，金子書房（1966），pp.201—208.
5）早坂茂，数学教育の心理学的研究，宮城工専研究紀要（1968），pp.79—89.
6）早坂茂，数学教育の心理学的研究Ⅱ，ibid.，（1971）pp.83—95.
7）駒林邦男，知識技能の易動性をめざす指導と「翻案」，教育展望，7月号（1973），pp.41—48.
8）駒林邦男，「知的行為の多段階形成理論」研究覚書，岩手大学教育学部研究年報，31巻（1971）第4部，pp.1—86.
9）佐伯卓也，中学校における一つの位相教材についてのの研究　数学教育学会研究紀要，14巻1，2号（1973）pp.37—45
10）東　洋，教育における実験の問題，教育学研究，39巻（1972），pp.87—91.

レデネス　テスト問題

1．次のそれぞれの場合について，A∪B，A∩Bをもとなさい。
(1)　A＝｛1，2，3，4，5，6｝，B＝｛2，4，6，8｝
(2)　A＝｛a，b，c，d｝，B＝｛a，c，e，｝

＊　x＝0.5とは外言的段階にあたる。

2．2つの集合A，Bがあって，A＝｛1，3，5｝で，$A\cap B=\phi$，$A\cup B=$｛1，2，3，4，5，6｝のとき，集合Bを書きなさい。

3．集合｛a，b，c｝の真部分集合をすべて書きなさい。

4．次の集合を数直線上に表わしなさい。

(1)　$\{x \mid x>-1\}$　　(2)　$\{x \mid x\leqq 0\}$　　(3)　$\{x \mid x>2\}\cap\{x \mid x<3\}$

5．$f(x)=10-3x$ について，次の値をもとめなさい。

(1)　$f(3)$ (2) $f(-3/2)$

(3)　$f(0.3)$

6．次の$\boxed{\quad}$にあてはまるものを下の(ア)～(カ)かか選び記号で答えなさい。

数直線上でaを有理数とするとき，a以外のどんな有理数bをとっても$\boxed{\text{①}}$はbよりもさらに$\boxed{\text{②}}$有理数になる。このことから，aのいくら$\boxed{\text{③}}$別の有理数のあることがわかる。この性質を有理数の集合は$\boxed{\text{④}}$であるという。

(ア)　近くにも　　(イ)　遠い　　(ウ)　稠密

(エ)　$\dfrac{a}{2}$　　(オ)　$\dfrac{a+b}{2}$　　(カ)　近い

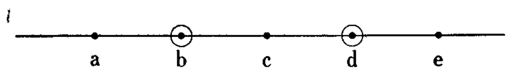
事後テスト問題

1．次のe近傍* を集合で示し，数直線を用いて図示しなさい。

(1)　数5の0.2近傍　　(2)　数－5の0.5近傍　　(3)　数2の$\dfrac{1}{4}$近傍

2．$U_{e(3)}$を言葉で説明しなさい。

3．次の数直線上の点について$\boxed{\quad}$にあてはまるものを入れなさい。



集合Mを｛x b＜x＜d｝とします。

aはMの$\boxed{\quad}$，bはMの$\boxed{\quad}$，cはMの$\boxed{\quad}$，dはMの$\boxed{\quad}$，eはMの$\boxed{\quad}$といいます。

4．$A=\{x \mid 2<x\leqq 4\}$，$B=\{x \mid 3\leqq x<5\}$ のとき次の集合は開集合か閉集合かいいなさい。

(1)　$A\cup B$　　(2)　$A\cap B$

5．「M＝$\{x \mid 2<x<3\}$ のとき，限りなく2に近い点〔a〕$a\in M$を1つとったとして，その点〔〔a〕はMの内点である**」ことを例をあげて説明しなさい。

---

*　数直線で考え，eを小さい正の数として$U_e(a)=\{x \mid a-e<x<a+e,\ x\text{は数}\}$で定める。

** この定理を本文では「内点の定理」と仮りにいった。