対辺に一様な曲げモーメントを受ける直交異方性板の撓み

辻 野 哲 司・佐 藤 松 敏

Deflections of Orthotropic Rectangular Plates by Moment Distributed Along The Edges.

T. TUJINO・M. SATŌ

The development of new highly orthotropic materials and the extensive use, in many fields, of reinforced construction have renewed interest in the development of methods of analysis for orthotropic structures.

The problem of the bending of rectangular plates has interested mathematici ans and designing engineers, and is important.

Various methods have been presented for obtaining approximate solutions.

One important method, which was prosed by Timoshenko,[1] involves the determination of an infinite number of unknown in an infinite number of equations obtained by superposition of several known solutions.

The method has been applied to other case, but, in so far as the authors are aware, no attempt appears to have been made to analyze the problems discussed here, the orthotropic rectangular plate supported along the edges and bent by moments distributed along the edges.

The general assumptions rlating to the small bending theory of plate are adopted.

1. 緒　　言

現在広く使用されている工材中，木材，合板，鉄筋コンクリート等はいずれも材料力学的には異方質体とみなされる。

これら異方性材板の撓みならびに応力解析に関する研究は興味ある問題でありまた設計者にとっては重要な問題でもある。

平面板の撓みに関する偏微分方程式は厳密解を得ることができぬ場合が多く，今まで近似解を求めるのに種々の方法がとられているが[(1),(2),(3)……(11)]，単純支持された対辺に曲げモーメントを受ける異方性矩形板の撓みに関する研究は少いようである。本論文では異方性矩形板が一様な曲げモーメンドを受ける場合の解を Poisson-Kirchhoff の薄板理論に基づいて導き矩形板における辺の縦横の長さの変化が，板の中央における撓みにどのような影響を及ぼすかを考察し，同時に等方性矩形板におけるそれとを比較検討したものである。

2. 基礎式の誘導

厚さhの板の中立面に直交座標x，y，z軸をとりそれぞれの方向の変位をu，v，wとする。また x, y 方向の歪を ε_x, ε_y, せん断歪を γ_{xy}, 応力を σ_x, σ_y, せん断応力を τ_{xy}, ポアソン比をν，ヤング率をE，せん断弾性係数をGとする。

平面応力の場合における応力歪関係は，

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_x&=\frac{1}{E_x}(\sigma_x-\nu_{xy}\cdot\sigma_v)\\ \varepsilon_y&=\frac{1}{E_y}(\sigma_y-\nu_{yx}\cdot\sigma_x)\\ \gamma_{xy}&=\frac{1}{G_{xy}}\tau_{xy}\end{aligned}\right\}\quad(2.1)$$

または

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x&=E_{11}\varepsilon_x+E_{12}\varepsilon_y\\ \sigma_y&=E_{21}\varepsilon_x+E_{22}\varepsilon_y\\ \tau_{xy}&=G_{xy}\gamma_{xy}\end{aligned}\right\}\quad(2.2)$$

と表わすことができる。

ただし

$$E_{11}=\frac{E_x}{1-\nu_{xy}\cdot\nu_{yx}},\quad E_{22}=\frac{E_y}{1-\nu_{xy}\cdot\nu_{yx}}$$

$$E_{12}=E_{21}=\frac{\nu_{yx}\cdot E_x}{1-\nu_{xy}\cdot\nu_{yx}}=\frac{\nu_{xy}\cdot E_y}{1-\nu_{xy}\cdot\nu_{yx}}$$

ここで歪 ε_x, ε_y, γ_{xy} を w によって表わせば次のようになる。

$$\varepsilon_x=-z\frac{\partial^2 w}{\partial x_2},\quad \varepsilon_y=-z\frac{\partial^2 w}{\partial y_2},\quad \gamma_{xy}=-2z\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y}\quad(2.3)$$

式 (2.3) を (2.2) に代入すると

$$\left.\begin{aligned}\sigma_x&=-z\left(E_{11}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+E_{12}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\\ \sigma_y&=-z\left(E_{21}\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+E_{22}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\\ \tau_{xy}&=-2G_{xy}\cdot z\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y}\end{aligned}\right\}\quad(2.4)$$

これらの応力を積分すると曲げモーメント M_x, M_y, ねじりモーメント M_{xy} が得られる。

$$\left.\begin{aligned}M_x&=-\left(D_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+D_1\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\\ M_y&=-\left(D_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+D_1\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\\ M_{xy}&=2D_{xy}\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial y}\end{aligned}\right\}\quad(2.5)$$

ただし

$$D_x = E_{11}\frac{h^3}{12},\quad D_y = E_{22}\frac{h^3}{12},\quad D_1 = \nu_{yx}\cdot D_x$$

剪断力は板の微小立方体要素（図１）に作用するｚ（鉛直）方向のつり合い条件から次式を得る。

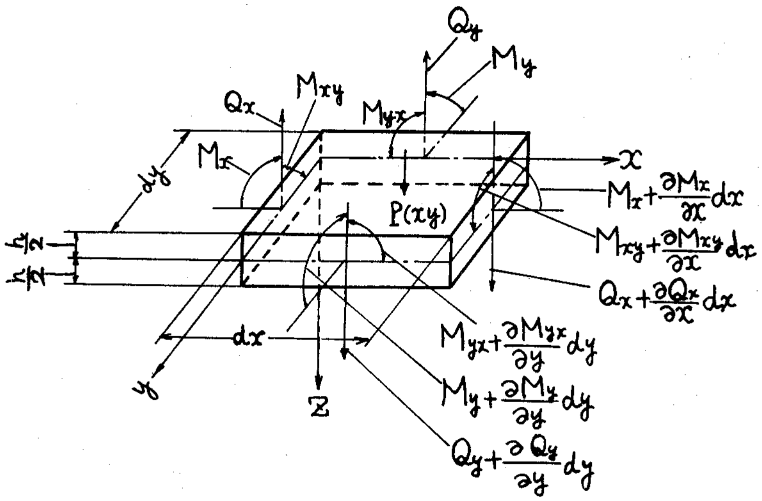

図　1

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + P(x,\ y) = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2.\ 6)$$

$P(x,y)$は x, y の関数としての分布荷重の強度である。またｘ軸まわりのモーメントの釣合より

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} + Q_y = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2.\ 7)$$

ｙ軸まわりのモーメントの釣合より

$$\frac{\partial M_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} - Q_y = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2.\ 8)$$

(2.7)，(2.8) より Q_x, Q_y を求め（2.6）に代入すると次式を得る。

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \cdot \partial y} + P(x.y) = 0 \cdots\cdots \quad (2.\ 9)$$

(2.5) を（2.9）に代入すると直交異方性板における偏微分方程式が導かれる。

$$D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_1\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2} + 4D_{xy}\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2} + D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - P(x.y) = 0 \cdots\cdots (2.10)$$

$H = D_1 + 2D_{xy}$ とすれば

$$D_x\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial y^2} + D_y\frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - P(x,y) = 0 \cdots\cdots (2.11)$$

$m = \sqrt[4]{\dfrac{D_x}{D_y}}$,　$y = \dfrac{\eta}{m}$,　$\dfrac{H}{\sqrt{D_x\cdot D_y}} = k$ とおけば

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2k\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial\eta^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial\eta^4}-\frac{P(x,y)}{D_x}=0 \cdots\cdots\cdots (2.12)$$

(2.7)，(2.8) に (2.5) を代入すると

$$\left.\begin{aligned} Q_x&=-\frac{\partial}{\partial x}\left(D_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+H\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)\\ Q_y&=-\frac{\partial}{\partial y}\left(D_y\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}+H\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(2.13)$$

3，曲げモーメントを受ける矩形板の撓み

縁 $y=\pm\frac{b}{2}$ に一様分布された曲げモーメントを受ける矩形板を考える。但し周辺は単純支持されているものとする。

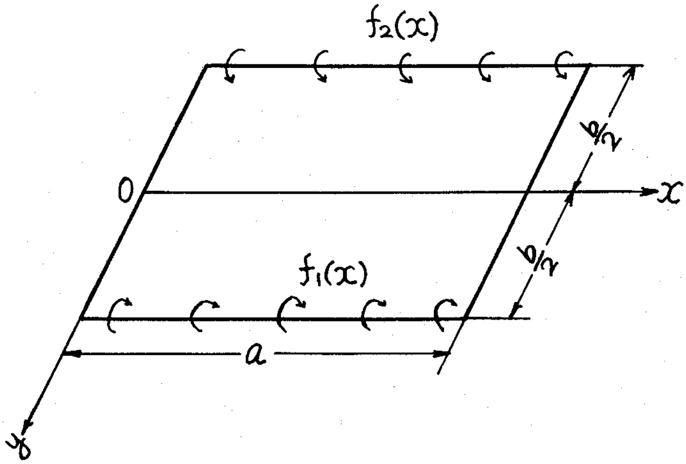

図　2

撓みwは次の方程式を満足せねばならない。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2k\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\cdot\partial\eta^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial\eta^4}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3.\ 1)$$

この平板の周辺条件は次のようになる。

$$x=0,\ x=a\text{ で}\qquad w=0,\qquad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0$$

$$\left.\begin{aligned} y=\pm\frac{b}{2}\text{ で}\qquad & w=0\\ f_1(x)&=-D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{y=\frac{b}{2}}\\ f_2(x)&=-D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{y=-\frac{b}{2}}\end{aligned}\right\}\cdots(3.\ 2)$$

但し $f_1(x)$, $f_2\ (x)$ は辺 $y=\pm\frac{b}{2}$ におき一様分布されている曲げモーメントである。

式（3.1）の解として次の級数の形をとることができる。

$$w=\sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin \frac{n\pi}{a} x \cdots\cdots (3.3)$$

（3.3）を（3.1）に代入すると次式を得る。

$$Y_n^{IV}-2k\alpha_m^2 Y_n^{II}+\alpha_m^4 Y_n=0 \cdots\cdots (3.4)$$

$$\text{ここで}\ \alpha_m=\frac{mn\pi}{a}$$

対応する特性方程式は四次式であり，つぎのような根を持つ。

$$\lambda_{1,2,3,4}=\pm\alpha_m\sqrt{k\pm\sqrt{k^2-1}} \cdots\cdots (3.5)$$

従ってkの値により次の三つの場合が考えられる。

i)　k＞1の場合

λは相異なる4実根となり，関数 Y_n は次の形をとる。

$$Y_n=A_n \cosh \lambda_1 y+B_n \sinh \lambda_1 y+C_n \cosh \lambda_2 y+D_n \sinh \lambda_2 y \cdots\cdots (3.6)$$

$$\text{ここで}\quad \lambda_1=\frac{mn\pi}{a}\left(\sqrt{\frac{k+1}{2}}+\sqrt{\frac{k-1}{2}}\right)$$

$$\lambda_2=\frac{mn\pi}{a}\left(\sqrt{\frac{k+1}{2}}-\sqrt{\frac{k-1}{2}}\right)$$

従って撓みwは

$$w=\sum_{n=1}^{\infty}(A_n \cosh \lambda_1 y+B_n \sinh \lambda_1 y+C_n \cosh \lambda_2 y+D_n \sinh \lambda_2 y) \sin\frac{n\pi x}{a} \cdots\cdots (3.7)$$

今曲げモーメントがx軸に対称な場合を考えているので撓みwはyの偶関数でなければならない。　従って

$$B_n=D_n=0$$

$$\therefore w=\sum_{n=1}^{\infty}(A_n \cosh \lambda_1 y+C_n \cosh \lambda_2 y) \sin\frac{n\pi}{a}x \cdots\cdots (3.8)$$

周辺条件（3.2）を満足させるには

$$A_n \cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)+C_n \cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)=0$$

$$\therefore\quad A_n=-C_n\frac{\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}{\cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)}$$

（3.8）に代入すると

$$w=\sum_{n=1}^{\infty}C_n\left[\cosh \lambda_2\cdot y-\frac{\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}{\cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)}\cosh \lambda_1\cdot y\right]\sin\frac{n\pi}{a}x \cdots\cdots (3.9)$$

ここで C_n を決定するため（3.2）における

$$f_1(x)=-D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{y=\frac{b}{2}},\qquad f_2(x)=-D_y\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)_{y=-\frac{b}{2}}\cdots(3.10)$$

を用いる。

縁 $y=\pm\frac{b}{2}$ に分布する曲げモーメントはフーリェ級数に展開でき軸対称の場合次のようになる。

$$f_1(x)=f_2(x)=\sum_{n=1}^{\infty}E_n\ \sin\frac{n\pi}{a}x\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\ (3.11)$$

ここで係数 E_n は曲げモーメントが一様に分布している場合には次のようになる。

$$(M_y)_{y=\frac{b}{2}}=\frac{4M_0}{\pi}\sum_{n=1,3,5\cdots}^{\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{a}x\cdots\cdots\cdots\ (3.12)$$

（3.9），（3.11）を（3.10）に代入すれば

$$-D_y\sum_{n=1}^{\infty}C_n(\lambda_2^2-\lambda_1^2)\cdot\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\sin\frac{n\pi}{a}x=\sum_{n=1}^{\infty}E^n\cdot\sin\frac{n\pi}{a}x$$

$$\therefore\quad C_n=-\frac{E_n}{D_y(\lambda_2^2-\lambda_1^2)\cdot\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}$$

従って

$$w=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{E_n\ \sin\frac{n\pi}{a}x}{D_y(\lambda_2^2-\lambda_1^2)\cdot\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}\left[\frac{\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}{\cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)}\cosh\lambda_1\cdot y-\cosh\lambda_2\cdot y\right]\cdots(3.13)$$

特に単位長さ当りのモーメント M_0 が一様に分布している場合には，（3.12）を用いて

$$w=\frac{4M_0}{\pi}\sum_{n=1,3,5\cdots}^{\infty}\frac{1}{n}\ \frac{\sin\frac{n\pi}{a}x}{D_y(\lambda_2^2-\lambda_1^2)\cdot\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}$$

$$\left[\frac{\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}{\cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)}\cosh\lambda_1\cdot y-\cosh\lambda_2\cdot y\right]\cdots\cdots(3.14)$$

対称軸にそう撓みは

$$(w)_{y=0}=\frac{4M_0}{\pi}\sum_{n=1,3\cdots}^{\infty}\frac{1}{n}\ \frac{\sin\frac{n\pi}{a}x}{D_y(\lambda_2^2-\lambda_1^2)}\left[\frac{1}{\cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)}-\frac{1}{\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}\right]\cdots\cdots(3.15)$$

板の中央における撓みは

$$(w)_{y=0,\ x=\frac{a}{2}}=\frac{4M_0}{\pi}\sum_{n=1,3\cdots}^{\infty}\frac{1}{n}\ \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{D_y(\lambda_2^2-\lambda_1^2)}$$

$$\left[\frac{1}{\cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)}-\frac{1}{\cosh\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}\right] \cdots\cdots(3.16)$$

ここで

$$\lambda_1=\frac{mn\pi}{a}\left(\sqrt{\frac{k+1}{2}}+\sqrt{\frac{k-1}{2}}\right),\quad \lambda_2=\frac{mn\pi}{a}\left(\sqrt{\frac{k+1}{2}}-\sqrt{\frac{k-1}{2}}\right)$$

$$k=\frac{H}{\sqrt{D_x\cdot D_y}},\quad m=\sqrt[4]{\frac{D_x}{D_y}},\quad =\sqrt[4]{\frac{E_x}{E_y}},\quad H=\nu_{yx}\cdot D_x+2D_{xy}$$

ii)　$k<1$ の場合

(3.5) において $k<1$ の場合，次のような四つの複素数根を得る。

$$\lambda_{1,2,3,4}=\pm\alpha_m\left(\sqrt{\frac{1+k}{2}}\pm i\sqrt{\frac{1-k}{2}}\right)$$

従って (3.4) の同次解は次のようになる。

$$Y_n=A_n\cosh\lambda_1y\cos\lambda_2y+C_n\sinh\lambda_1y\cdot\cos\lambda_2y$$
$$+B_n\cosh\lambda_1y\cdot\sin\lambda_2y+D_n\sinh\lambda_1y\cdot\sin\lambda_2y\cdots\cdots(3.17)$$

ここで

$$\lambda_1=\alpha_m\sqrt{\frac{1+k}{2}},\quad \lambda_2=\alpha_m\sqrt{\frac{1-k}{2}},\quad \alpha_m=\frac{m\cdot n}{a}\pi$$

撓み w が y の偶関数であることを考慮すると

$$w=\sum_{n=1}^{\infty}(A_n\cdot\cosh\lambda_1y\cdot\cos\lambda_2y+D_n\sinh\lambda_1y\cdot\sin\lambda_2y)\sin\frac{n\pi}{a}x$$

周辺条件 (3.2) を満足させると次式を得る。

$$A_n=-D_n\tanh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\tan\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)$$

$$\therefore\quad w=\sum_{n=1}^{\infty}D_n\left[\sinh\lambda_1y\cdot\sin\lambda_2y\right.$$
$$\left.-\tanh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\tan\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\cosh\lambda_1y\cdot\cos\lambda_2y\right]\sin\frac{n\pi}{a}x\cdots\cdots(3.19)$$

(3.10) を用い D_n を求めると

$$D_n=-\frac{E_n\cdot\cosh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\cos\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)}{2D_y\lambda_1\cdot\lambda_2\left[\cosh^2\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\cos^2\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)+\sinh^2\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\sin^2\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)\right)}$$

従って撓み w は

$$w=\sum_{n=1}^{\infty}E_n\frac{\left[\sinh\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\sin\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)\cosh(\lambda_1y)\cdot\cos(\lambda_2y)\right.}{2D_y\lambda_1\cdot\lambda_2\left\{\cosh^2\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\cos^2\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)+\sinh^2\left(\lambda_1\cdot\frac{b}{2}\right)\cdot\sin^2\left(\lambda_2\cdot\frac{b}{2}\right)\right\}}$$

(3.10) を用い D_n を決定し (3.24) に代入すると

$$w=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{E_n\sin\frac{n\pi}{a}x}{2D_y\cdot\alpha_m^2\cdot\cosh\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right)}\left[\frac{\alpha_m\cdot b}{2}\tanh\left(\frac{\alpha_m b}{2}\right)\cdot\cosh\alpha_m y-\alpha_m\cdot y\sinh\alpha_m y\right]\cdots\cdots(3.25)$$

曲げモーメントが一様に分布している場合は

$$w=\frac{2M_0}{\pi\cdot D_y}\sum_{n=1,3\cdots}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{a}x}{\alpha_m^2\cdot n\cdot\cosh\frac{\alpha_m\cdot b}{2}}\left[\frac{\alpha_m\cdot b}{2}\tanh\frac{\alpha_m\cdot b}{2}\cosh(\alpha_m\cdot y)-\alpha_m y\sinh(\alpha_m y)\right]\cdots\cdots(3.26)$$

対称軸にそう撓みは

$$(w)_{y=0}=\frac{M_0}{\pi D_y}\sum_{n=1,3\cdots}^{\infty}\frac{b\cdot\tanh\frac{\alpha_m\cdot b}{2}}{\alpha_m\cdot n\cdot\cosh\frac{\alpha_m\cdot b}{2}}\sin\frac{n\pi}{a}x\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.27)$$

板の中央における撓みは

$$(w)_{y=0,\,x=\frac{a}{2}}=\frac{M_0}{\pi D_y}\sum_{n=1,3\cdots}^{\infty}(-1)^{\frac{n-1}{2}}\cdot\frac{b}{\alpha_m\cdot n}\,\frac{\tanh\frac{\alpha_m\cdot b}{2}}{\cosh\frac{\alpha_m\cdot b}{2}}\cdots\cdots\cdots(3.28)$$

ここで $D_y=D$, $m=1$, $\alpha_m=\frac{mn}{a}\pi$ とおけば等方性板における解と一致し次のようになる。

$$(w)_{y=0,\,x=\frac{a}{2}}=\frac{M_0\cdot a\cdot b}{\pi^2\cdot D}\sum_{n=1,3\cdots}^{\infty}(-1)^{\frac{n-1}{2}}\cdot\frac{1}{n^2}\,\frac{\tanh\frac{n\pi b}{2a}}{\cosh\frac{n\pi b}{2a}}\cdots\cdots\cdots(3.29)$$

ここで　$D=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$

4. 数値計算ならびに考察

板の中央における撓みwは，材料の弾性定数によって定まるkの値により (3.16), (3.23) (3.28) 式で計算される。

沢田上田[7]によればkの値は3プライシナ合板（板厚3.19mm）において，合板の表板繊維方向がスパン方向に対し 0°の傾斜をもつ試験片については，k＝0.480，45°の傾斜をもつ試験片についてはk＝1.809である。また明きらかにk＝1は等方性材料の場合で，計算には合板と同じ厚さの軟鋼板（ポアソン比＝0.3，ヤング率＝2.1×10^6 kg/cm^2，板厚3.19mm）を用いた。

図3はb/aの変化に対する3種の矩形板の中央における撓みwを示す。ただし矩形板は横a縦bである。

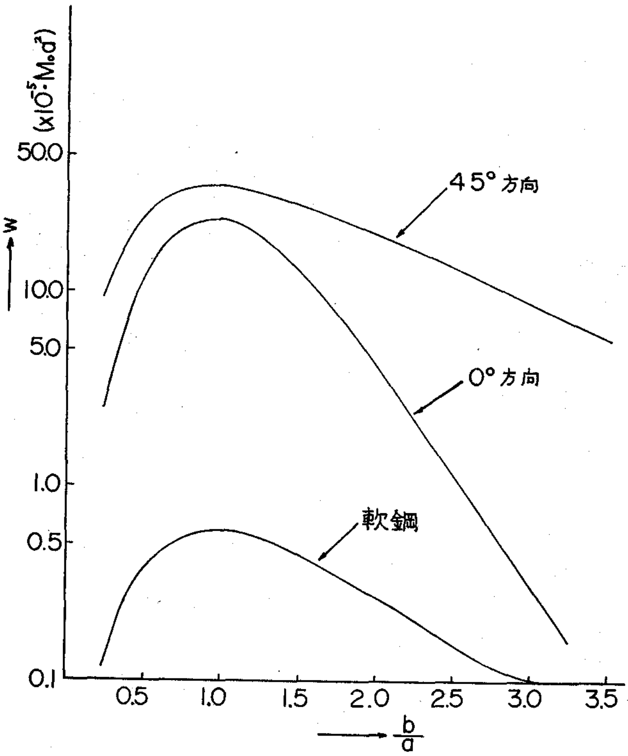

図 3　縁 $y = \pm\frac{b}{2}$ に曲げモーメントを有する 3 種の矩形板の中央における撓み

図より表板の繊維方向と 45° をなすように木取った矩形板の撓みは 0° 方向に木取ったそれより大きい。特に辺の長さの比 b / a が増すにつれこの傾向は大きくなる。

軟鋼矩形板におけるそれは前者二つに比べ非常に小さい。これは板の曲げ剛性が合板に比べずっと大きいことから理解できる。共通していえることは b / a = 1 即ち正方形板における撓みが最も大きく b / a = 1 より大きくなっても小さくなっても $(w)_{y=0,\ x=\frac{a}{2}}$ は減少していく。

5. 結　　言

直交異方性矩形板が縁 $y = \pm\frac{b}{2}$ で一様な曲げモーメントを受ける場合の解を導き，特に種々の $\frac{b}{a}$ に対する板の中央における撓みを計算した。計算に用いた試験片は，表皮の繊維方向と 0° および 45° をなすように木取った 3ply 合板の矩形板ならびに軟鋼矩形板である。

以上のことより次の結論を得た。

1)　板の中央における撓は，45° 方向に木取ったものが 0° 方向に木取ったものより大きい。軟鋼矩形板の場合は前二者よりはるかに小さい。

2)　辺の比 $\frac{b}{a} = 1$ の時撓みは最大となる。

参 考 文 献

1) "Theory of Plates and Shells" by S. Timoshenko and Woinowsky-Krieger, McGraw-Hill Book Company.
2) "The Affine Transformation for Orthotropic Plane-Stress and Plane-Strain Problems", by H. A. Lang, Trans. ASME, 1956, p.1.
3) "Bending of Rectangular Plate Subjected to a Uniformly Distributed Lateral Load and to Tensile or Compressive Forces in the Plane of the Plate", by H. D. Conway, Trans. ASME, 1949, p.301.
4) "The Rectangular Plate Subjected to Hydrostatic Tension and to Uniformly Distributed Lateral Load, by R. F. Morse and H. D. Conway, Trans. ASME, 1951, p.209.
5) "Stress Distributions in Orthotropic Strips", by H. D. Conway, Trans. ASME, 1955, p.353.
6) "New Techniques of Solution for Problems in The Theory of Orthotropic Plates", by J. R. Vinson and M, A. Brull, Trans. ASME, p.820.
7) "木質板に関する研究（第1報）", 沢田　稔, 上田恒司, 北海道大学農学部演習林報告, Vol. 25, p.61.
8) "Some Thin-Plate Problems by The Sine Transform", by L. I. Deverall and C. J. Thorne, Trans. ASME, 1951, p.152.
9) "Bending of a Uniformly Loaded Rectangular Plate with Two Adjacent Edges Clamped and the Others Either Simply Supported or Free", by M. K. Huang and H. D. Conway, Trans. ASME, 1952, p.451.
10) "正方形木板内の歪の測定", 大久保肇, 東北大学工学部研究報告, Vol.25, 1937. p.1110.
11) "Sharp-Notched Polary Orthotropic Plate", by R. L. Chapkis and M. L. Williamls, Trans. ASME, p.281.