

## 対称エネルギーの温度依存性

岩手大・人社 西崎 滋, 高塚龍之

### Abstract

The temperature-dependence of the symmetry energy which plays a key role in the kaon condensation is analyzed. The symmetry energy at finite temperature becomes larger due to the entropy contribution to the free energy. This suggests the kaon condensation occurs more easily at finite temperature than at zero temperature, as far as the energy of nucleon matter is concerned. Specific heat, which is related to the thermal evolution of neutron stars, is also analyzed.

### §.1 はじめに — $K$ 中間子凝縮と関連して —

高密度核物質における新しい相として、 $K$ 中間子凝縮相が注目を集めているが、この相の発現は中性子星の諸性質に大きな影響を与える [1,2]. 例えば、中心核領域の物質の状態方程式がソフト化するため、中性子星の限界質量が小さくなる。また、この相の発現が弱い相互作用に関する化学平衡:  $n \leftrightarrow p + K^-$  に基づくものであるため、中性子星の化学組成にも変化をもたらす、陽子の混在度が大きくなる。そのため数%の陽子混在では禁止される直接 URCA 過程が実現可能となり、中性子星の冷却機構に影響を及ぼすのである [2].

$K$ 中間子凝縮は、 $p$ 波の $\pi N$ 相互作用を駆動力として起こる $\pi$ 中間子凝縮と異なり、 $s$ 波の $K-N$ シグマ項という強い相互作用を駆動力とし、中性子物質中で弱い相互作用による化学平衡を通じて発現するので、この相での核子系の構造はそれほど変化しないと考えられる [2]. 中性子密度 $\rho_n$ と陽子密度 $\rho_p$ の異なる非対称核物質の(核子あたりの)エネルギーを $E_N(\alpha)$ (非対称度 $\alpha = (\rho_n - \rho_p)/\rho$ ,  $\rho = \rho_n + \rho_p$ )と記すことにすると、 $K$ 中間子凝縮相のエネルギー $E_{Kcon}$ は

$$E_{Kcon} = E_N(\alpha) + \Delta E_{Kcon} \quad (1)$$

と表せる。ここで、 $\Delta E_{Kcon}$ は $K$ 中間子系のエネルギーである。 $K$ 中間子凝縮相のエネルギーと中性子物質のエネルギー $E_N(\alpha=1)$ との比較により、凝縮相の実現可能性を検討できるが、核子系のエネルギーは対称エネルギー $E_{sym}$ を用いて、

$$E_N(\alpha) = E_N(\alpha=0) + E_{sym}\alpha^2 \quad (2)$$

と近似できるので、 $E_{Kcon}$ と $E_N(\alpha=1)$ の差は

$$E_{Kcon} - E_N(\alpha=1) = E_{sym}(\alpha^2 - 1) + \Delta E_{Kcon} \quad (3)$$

となる。左辺の量が負になる領域で  $K$  中間子凝縮相の発現が期待されるが、右辺に現れる  $E_{sym}$  が大きいほど  $K$  中間子凝縮が起こり易くなることがわかる [3]。

生まれたばかりの中性子星は数 10MeV の高温状態にあり、それが冷却していく過程で、いつ  $K$  中間子凝縮相が発現し、中性子星の進化に影響を及ぼすようになるのであろうか。ここでは、 $K$  中間子系の問題は今後の検討課題として、核子系のエネルギーの温度依存性を調べることにより、有限温度での  $K$  中間子凝縮相の発現可能性を検討する。いま有限温度を問題にしているので、系の自由エネルギー  $F(\alpha) = E(\alpha) - TS(\alpha)$  を調べる必要があり、 $E_{sym}$  の代わりに  $F_{sym} = F(\alpha = 1) - F(\alpha = 0)$  の温度依存性を検討する。また、中性子星の熱的進化を調べる時、全エネルギー  $U = AE$  ( $A$  は核子数) の温度  $T$  に関する変化率 ( $dU/dT = C_v A$ ,  $C_v$  は核子あたりの等積比熱) と時間的変化率 ( $dU/dt = -L$ ,  $L$  は luminosity) が必要になる。これまでの計算では比熱  $C_v$  として自由フェルミ気体の結果が用いられてきた [4]。ここでは、相互作用を考慮にいたした場合に比熱がどのようになるか、また、比熱の非対称度依存性や密度・温度依存性を調べ、簡単な近似に基づくものとの違いを検討する。

## §.2 有効相互作用アプローチ\*

非対称核物質の熱力学的諸性質を調べる処方として、次のようなアプローチを採用する [5]。まず、特定の密度  $\rho$  と非対称度  $\alpha$  の核子物質系において、温度零度での  $G$ -行列計算を行い、その結果に基づいて有効 2 体相互作用  $\tilde{V}$  を構成する。次に、その有効相互作用を用いて、有限温度の Hartree-Fock 方程式系の解を求め、熱力学的諸量を計算する。

有効相互作用としては、Reid soft-core (RSC) ポテンシャルを用いた  $G$ -行列計算の結果を、次のような 5 レンジのガウス型関数形で fit したものの  $\tilde{V}_{RSC}$  を使う [6]。

$$\tilde{V}_{RSC} = \tilde{V}(r; \rho, \alpha; \beta, \gamma) = \sum_{i=1}^5 c_i(\rho, \alpha; \beta, \gamma) e^{-(r/\lambda_i)^2}, \quad (4)$$

$$c_i(\rho, \alpha; \beta, \gamma) = a_i(\alpha; \beta, \gamma) + b_i(\alpha; \beta, \gamma) \sqrt{k_F}, \quad (5)$$

この相互作用は 2 核子状態の量子数  $\beta = ({}^1E, {}^3O, {}^3E, {}^1O)$  の他に密度  $\rho = 2k_F^3/3\pi^2$  ( $k_F$  は対称核物質でのフェルミ運動量) や非対称度ならびに相互作用する 2 核子の種類  $\gamma = (nn, pp, np)$  にも依存する。非対称度  $\alpha$  への依存性は簡単な多項式で parametrize している。

非相対論的な枠組みでの  $G$ -行列計算では、どのような現実的核力を用いても対称核物質の飽和性 (核子あたりのエネルギー:  $E \simeq -16\text{MeV}$ , 飽和密度:  $\rho_s = \rho_0 \simeq 0.17\text{fm}^{-3}$ ) を再現できないことが知られている。 $\tilde{V}_{RSC}$  の場合も、 $E \simeq -12\text{MeV}$ ,  $\rho_s \simeq 1.2\rho_0$  となっている。ここでは、この欠点を補うために、Lagaris-Pandharipande [7] の考えに沿って、3 体力以上の多体力効果を現象論的有効 2 体力  $\tilde{V}_{TNI}$  として取り入れることにする [5]。

$$\tilde{V}_{TNI}(r; \rho, \beta) = \tilde{V}_{TNR}(r; \rho) + \tilde{V}_{TNA}(r; \rho, \beta) \quad (6)$$

\*ここでは  $\hbar = c = k_B$  (Boltzman constant) = 1 という単位系を採用する。

$$\tilde{V}_{\text{TNR}}(r; \rho) = V_1 e^{-(r/\lambda_r)^2} (1 - e^{-\eta_1 \rho}) \quad (7)$$

$$\tilde{V}_{\text{TNA}}(r; \rho, \beta) = V_2 e^{-(r/\lambda_a)^2} \rho e^{-\eta_2 \rho} (\tau_1 \cdot \tau_2)^2 \quad (8)$$

ここで,  $\tilde{V}_{\text{TNR}}$  は高密度領域での斥力的寄与を与える項で,  $\lambda_r = 1.40 \text{fm}$ ,  $\eta_1 = 0.15 \text{fm}^3$  としている. また,  $\tilde{V}_{\text{TNA}}$  は低密度領域での引力的寄与を与える項で,  $\lambda_a = 2.00 \text{fm}$  である. 残りの3つのパラメータ;  $\eta_2, V_1, V_2$ , は対称核物質の飽和性;  $E_N = -16 \text{MeV}$  および  $\rho_s = \rho_0$ , を再現し, その非圧縮率  $\kappa$  が  $250 \text{MeV}$  となるように決定する.

特定の密度  $\rho$  と非対称度  $\alpha$  の核子物質系の有限温度  $T$  での Hartree-Fock 方程式系は,

$$\varepsilon_{na} = t_{na} + \sum_b f_{nb} \langle ab | \tilde{V} | ab - ba \rangle_{nn} + \sum_b f_{pb} \langle ab | \tilde{V} | ab - ba \rangle_{np} \quad (9)$$

$$\varepsilon_{pa} = t_{pa} + \sum_b f_{nb} \langle ab | \tilde{V} | ab - ba \rangle_{np} + \sum_b f_{pb} \langle ab | \tilde{V} | ab - ba \rangle_{pp} \quad (10)$$

$$f_{na} = [1 + \exp\{(\varepsilon_{na} - \mu_n)/T\}]^{-1} \quad (11)$$

$$f_{pa} = [1 + \exp\{(\varepsilon_{pa} - \mu_p)/T\}]^{-1} \quad (12)$$

$$\rho_n = \frac{1 + \alpha}{2} \rho = \frac{1}{\Omega} \sum_a f_{na} \quad (13)$$

$$\rho_p = \frac{1 - \alpha}{2} \rho = \frac{1}{\Omega} \sum_a f_{pa} \quad (14)$$

である [8]. ここで,  $t$  は運動エネルギー,  $\Omega$  は規格化体積である. これらを連立方程式として自己無撞着に解くことにより, 中性子 (陽子) の単一粒子エネルギー  $\varepsilon_{na}$  ( $\varepsilon_{pa}$ ) とフェルミ分布関数  $f_{na}$  ( $f_{pa}$ ) あるいは化学ポテンシャル  $\mu_n$  ( $\mu_p$ ) を決定する.

### §.3 計算結果

有限温度での Hartree-Fock 方程式の解を用いて, 核子あたりの内部エネルギー  $E$ , エントロピー  $S$  および自由エネルギー  $F$  は次式で計算される.

$$E = \frac{1}{2A} \left[ \sum_a f_{na} (\varepsilon_{na} + t_{na}) + \sum_a f_{pa} (\varepsilon_{pa} + t_{pa}) \right] + \frac{1}{2} (m_n - m_p) \alpha \quad (15)$$

$$S = -\frac{1}{A} \left[ \sum_a \{ (1 - f_{na}) \ln(1 - f_{na}) + f_{na} \ln(f_{na}) \} \right. \\ \left. + \sum_a \{ (1 - f_{pa}) \ln(1 - f_{pa}) + f_{pa} \ln(f_{pa}) \} \right] \quad (16)$$

$$F = E - TS \quad (17)$$

内部エネルギーの非対称度 ( $\alpha$ ) 依存性については,  $\alpha$  が大きくなるにつれて  $np$  間の相互作用よりも  $nn$  間の相互作用の寄与が大きくなるため, より斥力的になる. しかも, 密度が大きい程斥力的寄与が大きいので, 内部エネルギーが最小になる密度は低密度側に移

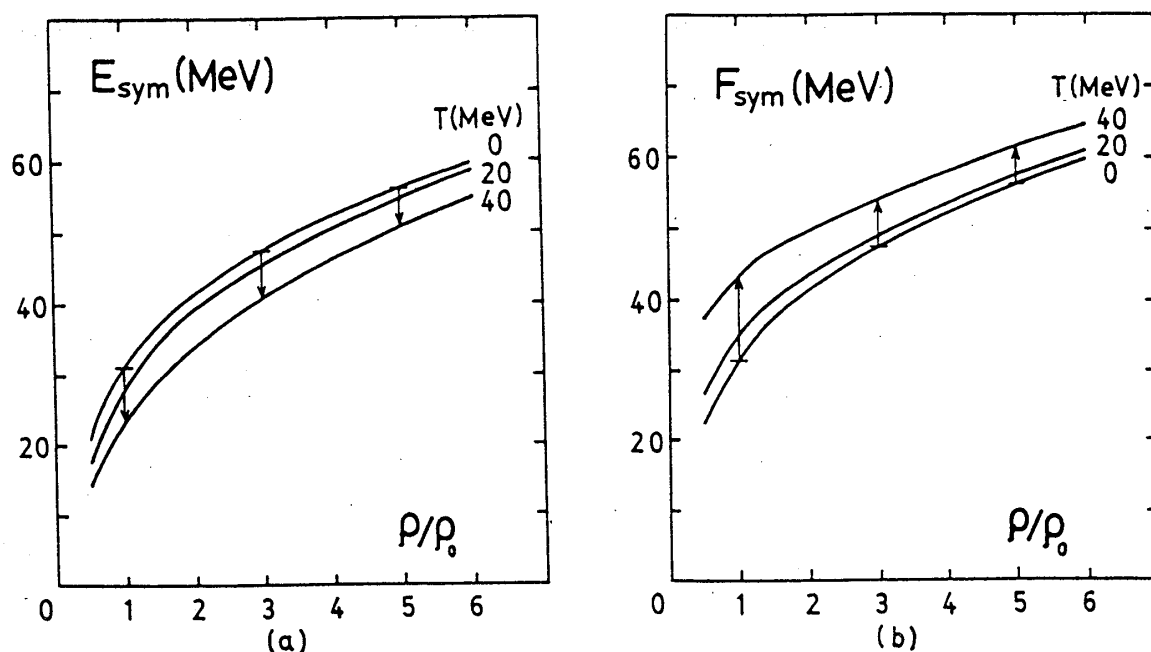


図 1: (a)  $E_{sym} = E(\alpha = 1) - E(\alpha = 0)$  at  $T = 0, 20$  and  $40$  MeV is plotted as a function of the density. (b)  $F_{sym} = F(\alpha = 1) - F(\alpha = 0)$  at  $T = 0, 20$  and  $40$  MeV is plotted as a function of the density.

動する。そして、温度零度では、 $\alpha$ が0.8を越えると有限密度で内部エネルギーが最小になることはない。一方、温度依存性については、フェルミ・エネルギーの小さい低密度領域で有限温度の斥力的効果が大きいため、内部エネルギーが最小になる密度は高密度側に移動する。中性子物質の内部エネルギーと対称核物質の内部エネルギーとの差より  $E_{sym}$  を定義すると、対称核物質において有限温度の斥力的効果が大きいため  $E_{sym}$  は温度上昇とともに減少する (図.1(a))。温度  $T = 40$  MeV においては、温度零度の場合と比較して、密度  $\rho = \rho_0, 3\rho_0$  および  $5\rho_0$  でそれぞれ 25%, 13% および 9% 程度減少している。

エントロピーは、もちろん温度が上昇するとともに増加するが、フェルミ・エネルギーの小さい低密度領域および対称核物質に近い核子物質程大きくなる。これは、自由エネルギー  $F = E - TS$  の第2項を通じて大きく寄与することになる。特に、低密度領域でこの寄与が著しい。中性子物質での自由エネルギーと対称核物質の自由エネルギーの差から対称エネルギー  $F_{sym}$  を定義すると、図.1(b) に見られるように、温度の上昇とともに  $F_{sym}$  は増加している。温度  $T = 40$  MeV においては、温度零度の場合と比較して、密度  $\rho = \rho_0, 3\rho_0$  および  $5\rho_0$  でそれぞれ 38%, 14% および 9% 程度増加している。この  $F_{sym}$  の増加は、 $K$  中間子凝縮相の発現に有利に作用する。

最後に、中性子星の熱的進化と関連する比熱について検討しておく。比熱は内部エネルギーを用いて、 $C_v = (\partial E / \partial T)_V$  で与えられる。図.2 の実線は対称核物質の比熱、一点鎖線は  $\alpha = 0.4$  の非対称核物質の比熱、長い破線は中性子物質の比熱を表している。それぞれ、密度が  $\rho = \rho_0$  および  $3\rho_0$  の場合が掲げている。低密度では、温度上昇とともに頭打ちの傾向

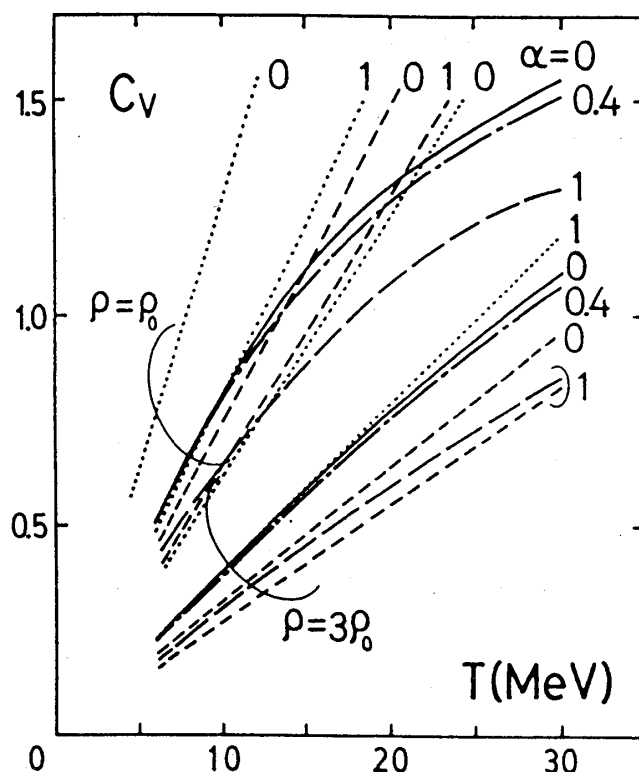


図 2: Specific heat at a constant volume of nucleon matter with  $\rho = r h o_0$  and  $3\rho_0$ . Results of symmetric nuclear matter ( $\alpha = 0$ ) are shown by solid lines, those of neutron matter ( $\alpha = 1$ ) by long-dashed lines, and those of asymmetric nuclear matter with  $\alpha = 0.4$  by dash-dotted lines. The short-dashed lines show  $C_v$  in the low-temperature limit given by Eq.(18). and the dotted lines those in the free Fermi gas.

を示すが、高密度になるとほぼ直線的に増加している。これは、短い破線で示した低温近似での比熱

$$C_v = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{m^*}{m}\right) \frac{\pi^2 m^*}{k_F^2} T \quad (18)$$

と同じ直線的振舞いである。ただし、比熱の値自身は、高密度の中性子物質を除いて、かなりの違いが見られる。低温近似の結果で有効質量  $m^*$  を自由核子の質量  $m$  で置き換えると、 $C_v = (\pi^2 m/k_F^2)T$  となる。図.2 の点線はこの結果を示しているが、核子間相互作用を取り入れたここでの結果と大きく異なっている。

#### §.4 まとめ

有効相互作用アプローチにより非対称核物質の熱力学的諸性質を調べた。K中間子凝縮と密接に関係する対称エネルギーについては、温度の上昇とともに内部エネルギーとエントロピーが逆向きに寄与し、結果として対称エネルギーが大きくなる傾向を示した。こ

の結果は、核子系の(自由)エネルギーという観点からは、有限温度で  $K$  中間子凝縮相の発現に有利に働くことになる。実際には、 $K$  中間子凝縮相そのものを有限温度で扱う必要があり、それは今後の課題である [9].

非対称核物質の比熱は、中性子星の熱的進化を研究する上で重要な物理量であるが、自由なフェルミ気体の近似や低温近似での比熱は実際の比熱を過大評価する傾向にある。特に、通常の核物質密度あたりでは、差異が著しいことが分かった。これがどの程度中性子星の進化に影響をおよぼすか、今後の検討が待たれる。

## REFERENCES

1. D.B. Kaplan and A.E. Nelson, Phys. Lett. **B175**(1986), 57.  
G.E. Brown, K. Kubodera and M. Rho, Phys. Lett. **B192**(1987), 273.  
T. Tatsumi, Prog. Theor. Phys. **80**(1988), 22.
2. H. Fujii, T. Muto, T. Tatsumi and R. Tamagaki, Nucl. Phys. **A571**(1994), 758.
3. H. Fujii, T. Muto, T. Tatsumi and R. Tamagaki, Phys. Rev. **C50**(1994), 3140.
4. S. Tsuruta, Phys. Rep. **56**(1979), 237.
5. S. Nishizaki, T. Takatsuka and J. Hiura, Prog. Theor. Phys. **92**(1994), 93.
6. S. Nishizaki, T. Takatsuka, N. Yahagi and J. Hiura, Prog. Theor. Phys. **86**(1991), 853.
7. I.E. Lagaris and V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A359**(1981), 349.
8. T. Takatsuka and J. Hiura, Prog. Theor. Phys. **79**(1988), 268.
9. T. Tatsumi, この研究会におけるコメント