

## 第4章

### 既設鋼鈹桁橋の温度挙動を用いた 橋梁モニタリングに関する検討

#### 4.1 概説

道路橋ストックの高齢化が急速に進む中で、これらの橋梁を合理的かつ効率的に維持管理するために、橋梁管理者は、橋梁長寿命化修繕計画を策定し、5年に1度の頻度で橋梁点検を実施している。このような中で、橋梁維持管理に係る技術者の高齢化や人材不足が顕在化し、近い将来、定期的な橋梁点検の実施が難しくなることが予想されることから、橋梁点検の効率化及び自動化を進める必要がある。

橋梁点検の効率化及び自動化の1つとして、橋梁の各部にセンサーを取付け、温度変化に伴う橋の挙動（以下、温度挙動と表す）をモニタリングする方法がある。温度は周期的に変動するため、温度変動とそれに伴う橋の挙動を相関的に捉えることが可能であり、また、温度挙動は活荷重によって生じる挙動に比べて大きくなることから、モニタリングの指標に適していると考えられ、近年、橋梁の温度挙動に関する調査・研究が行われている<sup>1)~6)</sup>。

橋梁モニタリングの目的の1つとして、劣化・損傷の検知が挙げられるが、これまでの研究では、劣化・損傷によって上部構造の温度挙動がどの程度変化するかについては、必ずしも明らかにされていない。

本章では、架設後約30年経過した既設鋼合成桁橋を対象に、主桁、支承及び橋脚の温度挙動を1分間隔で連続測定し、それらの結果から温度変化に伴う橋梁各部の挙動を明かにする。次に、橋梁全体をモデル化した3次元フレーム解析モデルを用いて実測値をほぼ再現できることを確認した後、様々な劣化状態を想定した解析を行い、温度変化に伴うひずみ・変位の挙動変化が既設鋼合成桁橋のモニタリングに応用できるかどうか検討する。加えて、対象橋梁は、支承の移動機能低下により支点拘束状態であったため、既設支承をゴム支承へ交換した場合の温度挙動の変化についても検討する。

## 4.2 既設鋼鈹桁橋の温度挙動

### 4.2.1 対象橋梁および測定方法

#### (1) 対象橋梁

対象橋梁は、昭和57年に架設された支間長27.75mの2径間単純合成鈹桁橋である。支承形式はBP-A支承，設計荷重はL-14（二等橋）である。目視調査の結果，沓座モルタルにひび割れが生じていたほか，目立った損傷は見られなかった。図-4.1に上部工断面図，図-4.2に橋梁側面図を示す。

実橋梁における温度挙動の計測では，活荷重による挙動成分と温度変化による挙動成分を分離することになるが，本橋梁は，交通量が非常に少なく，大型車両の通行も殆どないため，活荷重成分を分離する必要はなかった。また，計測期間中の晴れ日は，G3桁が7時30分～11時30分頃まで日射を受ける環境にあった。

#### (2) 測定方法

測定は，2010年8月27日から9月14日にかけて15日間実施し，温度，ひずみ，変位をそれぞれ1分間隔で測定した。測定対象は，第2径間のG2桁とG3桁である。なお，測定期間中のうち9月8日と9月10日は実橋載荷試験を行っている。

図-4.3はひずみゲージ，変位計及び熱電対の設置位置を示したものである。使用したひずみゲージは，1ゲージ3線式の自己温度補償ゲージで，G2桁とG3桁の上下フランジにそれぞれ9箇所設置した。

変位計は，主桁のスパン中央，橋脚天端，支承に設置し，それぞれ，主桁のたわみ，橋脚及び支承の水平変位を計測した。また，支承の回転機能を調べるために支点近傍の主桁の垂直変位も計測している。

熱電対は，スパン中央付近のG2桁，G3桁のウェブと床版下面に設置し，外気の影響を受けないように断熱シートで被覆した。また，G3桁の熱電対は，日射の影響を受けないようにG2桁側のウェブに取付け，気温はスパン中央付近のG1桁とG2桁の間の桁下約50cm（地面から1.5mの高さ）の温度を測定した。写真-4.1に現場状況，写真-4.2に支承部の変位計設置状況を示す。

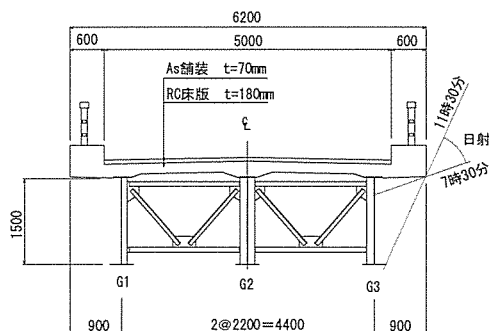


図-4.1 上部工断面図

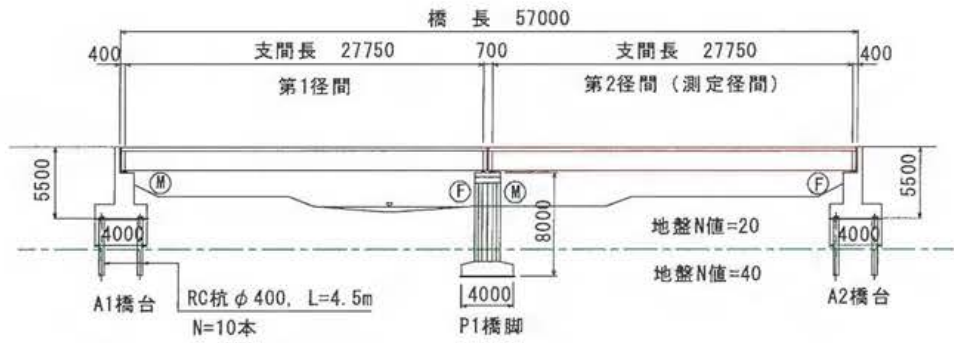


図-4.2 橋梁側面図

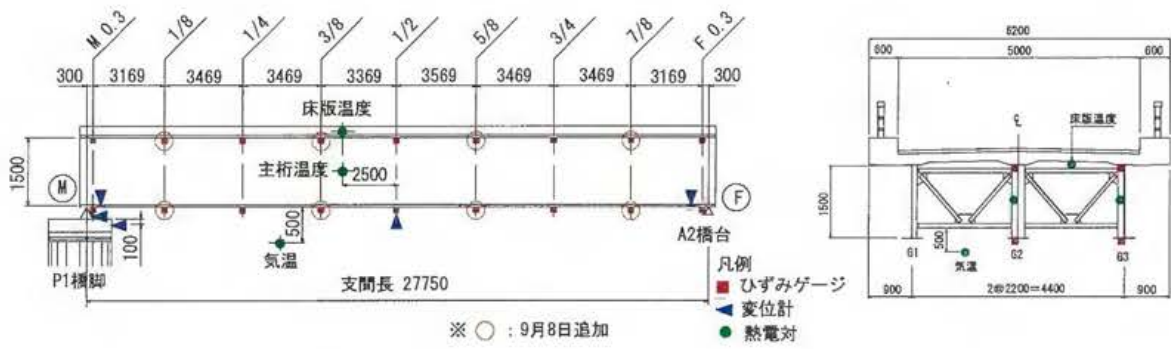


図-4.3 測定位置図



写真-4.1 現場状況



写真-4.2 支承部変位計設置状況

#### 4.2.2 気温および部材温度の測定結果と考察

図-4.4 は、大きな温度変化が連続して測定された8月31日から9月5日までの気温および部材温度の変動を示したものである。桁の温度と気温は、周期及び振幅が同様であることから桁の温度は、主に気温の影響を受けて変動しているものと考えられる。中桁（G2桁）の温度は、朝から昼頃に掛けての気温が上昇する時間帯を除いて、外桁の温度より2℃程度高い。また、G3桁は、7時30分～11時30分頃まで日射を受けるため温度の変動が大きい。例えば、9月4日のG3桁の温度変動を見ると、7時30分～9時頃の時間帯に温度が急上昇し、その直後に約3℃急降下して、再び急上昇している。温度の急上昇は日射の影響によるものであるが、その後の急降下は、G3桁のウェブ中央に取付けた熱電対の箇所が床版張出し部の日陰になったためと考えられる。日射に関する過去の研究<sup>3)</sup>では、日射側の鋼桁ウェブの温度と気温との差は、最大で20℃程度に達すると報告されていることから、G3桁の温度が急上昇した9月4日9時頃は、日射側のウェブの温度が45℃を超えていたものと推測される。

床版の温度は、夕方から翌朝までの気温が降下する時間帯では主桁の温度よりも高く、また、床版の最低・最高温度に達する時間が主桁のそれより4時間程遅い。これは、床版の熱伝導率が鋼桁の熱伝導率に比べ約1/30と小さいことに起因するものである。

表-4.1 に測定期間中の部材及び気温の最低・最高温度を示す。部材の最高温度は床版の40℃で、最低温度はG3桁の14.9℃であった。部材の最低温度と最高温度の差は、床版が21.3℃で最も大きく、次いで日射を受けるG3桁が20.3℃で、外桁に囲まれているG2桁は17.9℃と最も温度差が小さかった。また、床版と鋼桁との温度差の最大は11.3℃であり、測定期間中に10℃以上の温度差が生じた日は4日、発生時間は19時頃から22時頃までの約3時間であった。合成桁の設計で考慮している床版と鋼桁との温度差は10℃<sup>7)</sup>であるが、実橋梁においては、設計値を超える温度差がたびたび生じているようである。

表-4.1 測定期間中の最低・最高温度

項目	温度 °C				床版と鋼桁との温度差	
	G2桁	G3桁	床版	気温	床版-G2	床版-G3
最低	16.3	14.9	18.7	13.6	-2.5	-8.6
最高	34.2	35.2	40.0	33.5	9.8	11.3
差	17.9	20.3	21.3	19.9	—	—

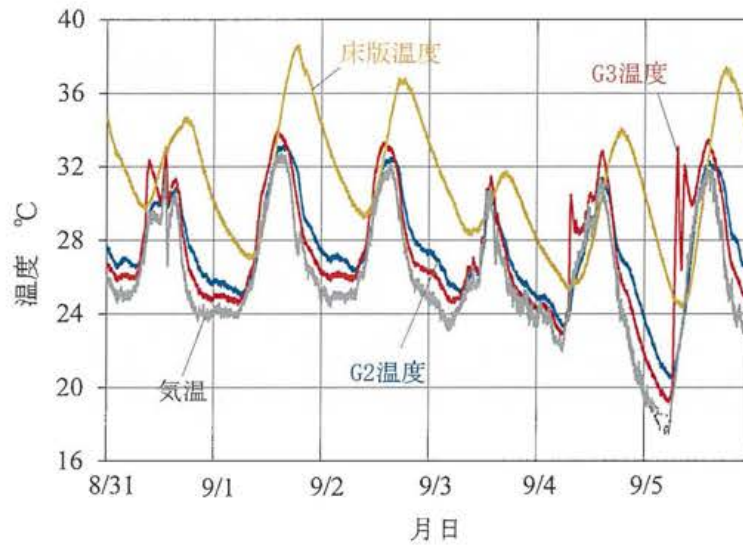


図-4.4 気温と部材温度の変動

#### 4.2.3 可動支承と橋脚の水平変位の測定結果と考察

図-4.5は、8月31日から9月5日における可動支承及び橋脚天端の水平変位（地盤を不動点とする絶対変位）を示したものである。8月31日から9月3日までの支承の変位を見ると、G3 支承が変位しているのに対し、G2支承の変位は橋脚の変位とほぼ同じ周期・振幅となっている。これは、橋脚天端に支持されているG2支承自体がほとんど変位していなかったことを示すものである。しかし、9月4日にはG2支承にも動きが見られ、9月5日はG2桁とG3桁どちらの支承も大きく変位している。この変位挙動について次のように考察する。

図-4.6は、9月3日21時から9月5日15時までの支承の変位と桁温度の関係を示したものである。日中には殆ど動かなかったG2支承が4日21時から5日6時にかけて大きく動いている。その動きは特徴的で、約30分～50分に1回の間隔で変位している。桁の温度は14時頃から降下するが、G2支承が動き始めるのは最高温度から約6度低下した21時頃からである。測定期間中においてG2支承が大きく変位したのは、8月31日、9月4日、5日、9日であるが、いずれの日も鋼桁の温度が最高温度から約6℃低下した場合に、このような特徴的な変位挙動を示している。以上から、対象橋梁では、G2可動支承の水平移動機能が拘束されており、その拘束力は約6℃の温度荷重に相当する大きさであると考えられる。

また、図-4.6には、鋼桁の温度勾配（ある2点における温度差をある2点における時間の差で除した値）を示している。G2支承が桁の伸び方向へ変位するのは、G2桁の温度勾配が1.53℃/h（h点-i点）の時であり、この直前の1.47℃/h（f点-h点）では支承はほとんど変位していない。同様に、G3支承もG3桁の温度勾配が0.90℃/h（c点-e点）では変位せず、4.39℃/h（a点-b点）、3.46℃/h（f点-g点）の時に大きく変位している。これらのことか

ら、桁の温度勾配が $1.5^{\circ}\text{C}/\text{h}$ 程度に達した場合に可動支承が桁の伸び方向へ変位するものと考えられる。

次に橋脚の変位について考察する。図-4.5に示すように橋脚も周期性を持って僅かに水平変位し、その方向は、温度が上昇する朝の時間帯において、測定径間の支承の変位方向とは反対の方向に変位している。橋脚上に存在する測定径間の支点と隣接径間の支点には、それぞれ異なる大きさの温度水平反力が生じ、橋脚は、その反力が大きい方の径間の影響を受けて変位しているものと考えられる。

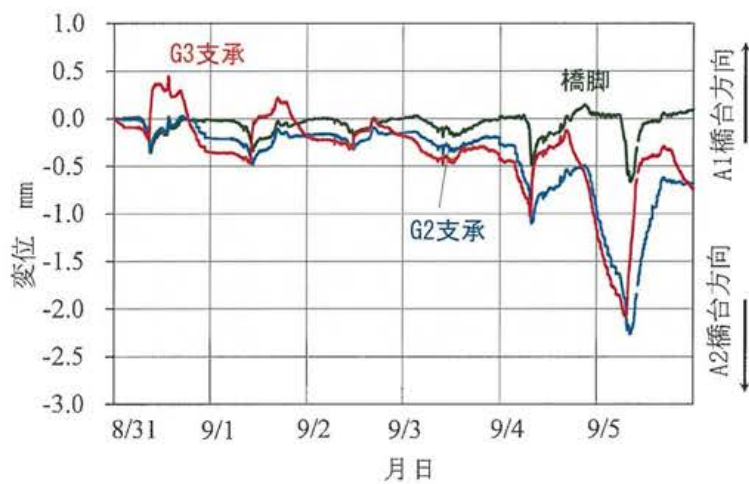


図-4.5 可動支承と橋脚の水平変位

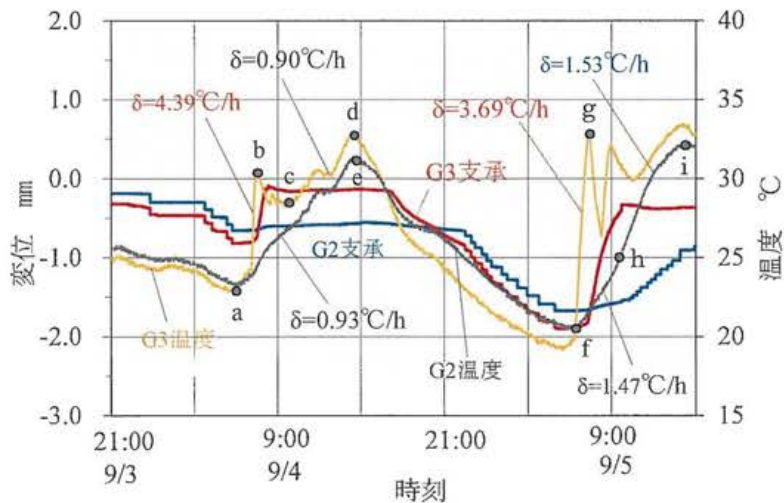


図-4.6 支承変位と鋼桁温度の関係



図-4.7 (a), (b), (c)は、可動支承及び橋脚天端の水平変位と鋼桁温度との相関性を示したものである。使用したデータは、8月31日から9月4日までのデータとし、支承の水平変位が異常に大きい9月5日のデータは棄却している。図に示すように、可動支承及び橋脚の水平変位と鋼桁温度との相関は、どちらも相関係数が0.55以下と小さく強い相関性は認められなかった。

橋梁モニタリングでは、橋梁に生じた変状を温度挙動の特性の変化によって発見することを目的とするため、対象とする部材の温度挙動と温度変化の関係には、強い相関性が必要である。対象橋梁のように支承の移動機能が低下した橋では、支承及び橋脚の水平変位と温度変化の相関性は低く、これらをモニタリングデータとして使用できる可能性は低いと考えられる。

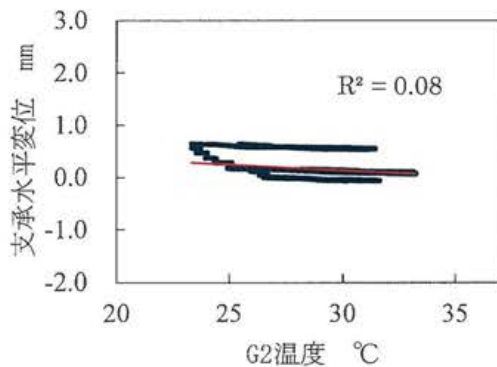


図-4.7(a) G2 桁の可動支承水平変位と温度の関係

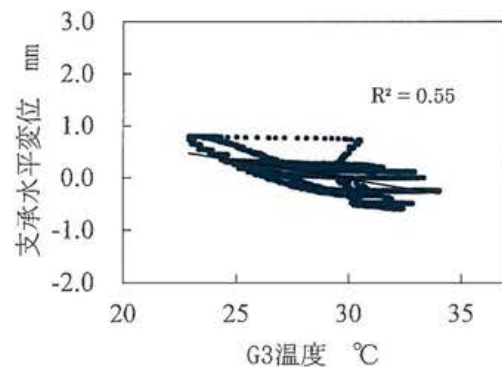


図-4.7(b) G3 桁の可動支承水平変位と温度の関係

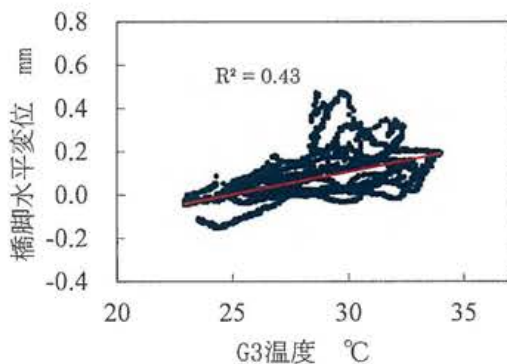


図-4.7(c) 橋脚水平変位と G3 温度の関係



#### 4.2.4 主桁のたわみの測定結果と考察

図-4.8は8月31日から9月5日までのG3桁のたわみ、床版の温度及び床版とG3桁との温度差の変動を示したものである。合成桁のたわみは、床版と鋼桁との温度差によって生じるものであるが、図-4.8を見ると、たわみと温度差のそれぞれの周期の頂点が4時間程度ずれている（たわみの方が早い）。一方、たわみと床版温度では、周期の頂点がほぼ同じである。これらのことから、合成桁のたわみ変動は、主に床版の温度変動の影響を受けていることが分かる。

主桁のたわみと床版温度との相関は、図-4.9に示すように相関係数が0.89と高く、両者は強い相関関係にある。この結果から、支承の移動機能が低下した橋でも、主桁のたわみはモニタリングデータとして使用できる可能性が高いと考えられる。

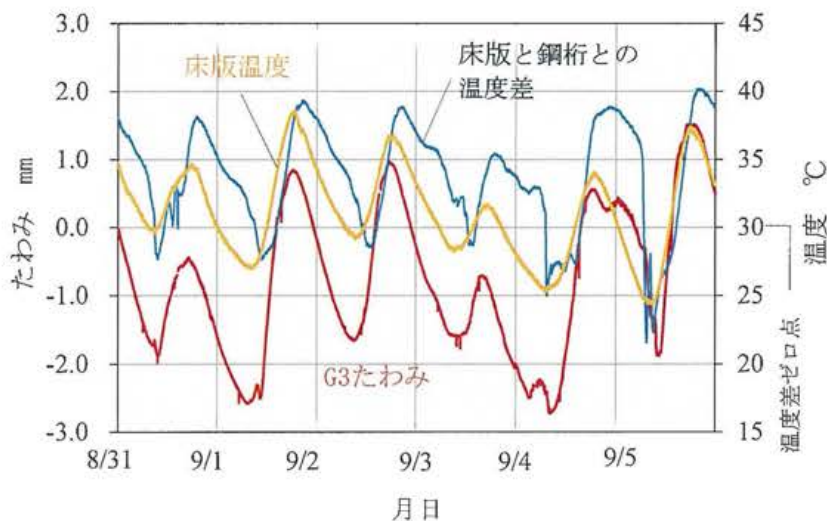


図-4.8 G3桁のたわみと温度の変動

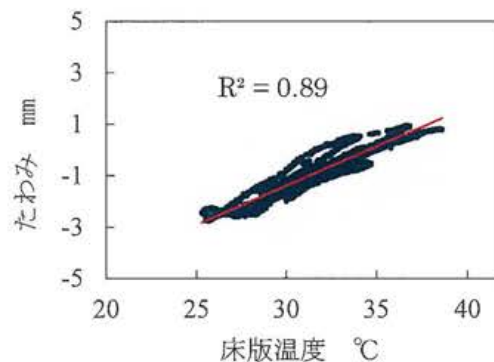


図-4.9 G3桁のたわみと床版温度の関係

#### 4.2.5 主桁のひずみの測定結果と考察

G2 桁及び G3 桁の上下フランジのひずみの変動をそれぞれ図-4.10, 図-4.11 に示す。可動支点から 0.3m (M0.3 点), 固定支点から 0.3m (F0.3 点) 離れた点のひずみが, 可動支点からそれぞれ 6.938m(1/4 点), 13.875m (1/2 点), 20.813m (3/4 点) 離れた点のひずみよりも大きくなっている。これらは, 支承の移動機能が拘束されているために, 主桁のひずみ挙動が両端固定梁のそれと同様になっていることを示すものである。

G2 桁及び G3 桁のひずみの変動は周期的ではあるが, 日射を受ける G3 桁の方が日射を受けない G2 桁よりもひずみの変動が大きくなっている。また, 可動支承が大きく動いた 9 月 5 日において, G3 桁 F0.3 点のひずみが約 300 $\mu$  に達している。設計活荷重によって主桁のスパン中央に生じる設計ひずみが約 250 $\mu$  であることから温度変化によるひずみがかなり大きな値であることが分かる。

図-4.12(a), (b), (c)は, G2 桁下フランジのひずみと温度の関係を示したものである。使用した測定データは, 変位と温度の相関と同じく, 8 月 31 日から 9 月 4 日のデータである。また, 表-4.2 は測定点全ての相関係数とひずみの振幅を示したものである。

G2 桁, G3 桁共に, 固定支点側の F0.3 点, 3/4 点の相関係数が 0.8 程度と高く, この点のひずみと温度が強い相関関係にあることを確認できる。ただし, 橋梁モニタリングでは, 橋梁に生じた変状を温度ひずみの挙動特性の変化によって検知する必要があるため, ひずみの振幅が小さい F3/4 点は, モニタリングには適していない。以上から, 対象橋梁のように, 支承の移動機能が低下している橋では, 固定支承近傍 (F0.3 点) のひずみがモニタリングデータとして使用できる可能性がある。

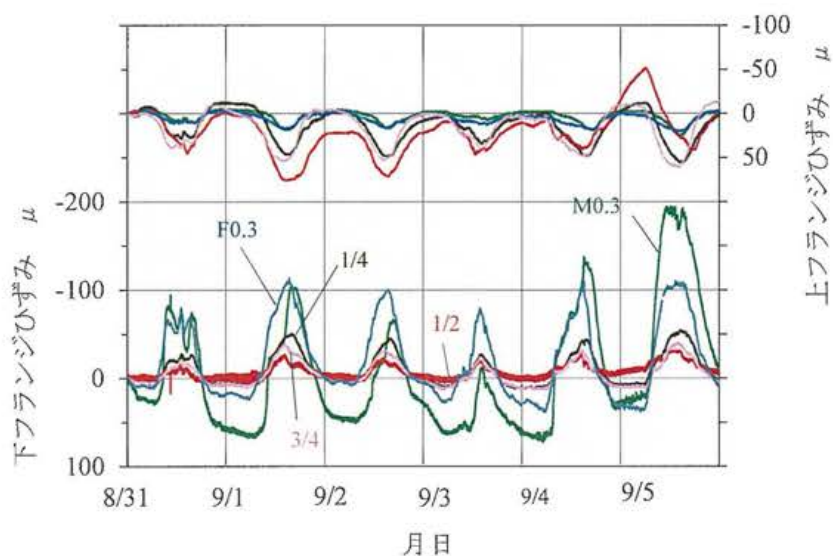


図-4.10 G2 桁上下フランジのひずみ変動

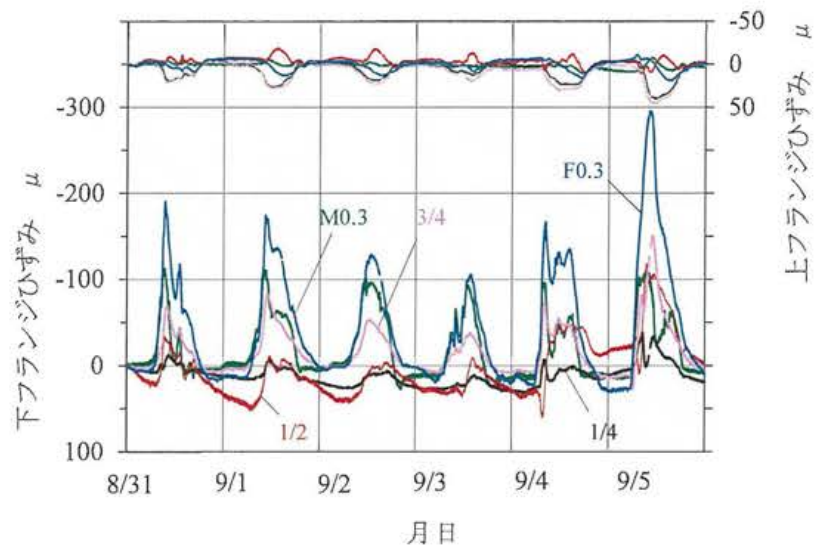


図-4.11 G3桁上下フランジのひずみ変動

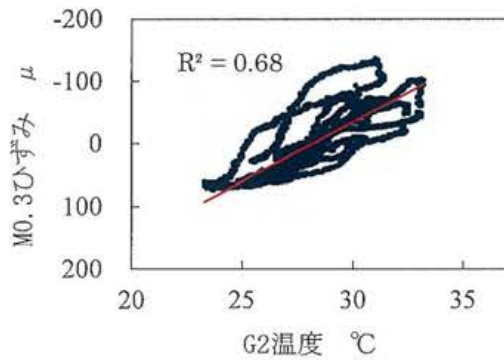


図-4.12(a) G2桁M0.3点ひずみとG2鋼桁温度の関係

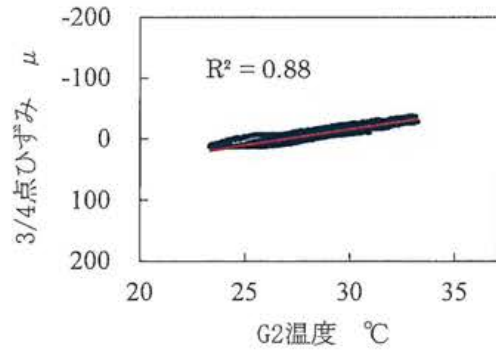


図-4.12(b) G2桁3/4点ひずみとG2鋼桁温度の関係

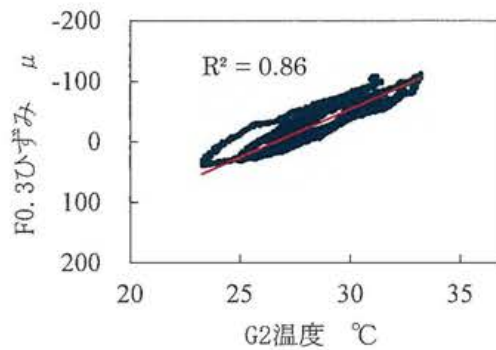


図-4.12(c) G2桁F0.3点ひずみとG2鋼桁温度の関係

表-4.2 ひずみと温度の相関, ひずみの振幅

計測点	G2桁		G3桁	
	相関係数	振幅 (N/mm <sup>2</sup> )	相関係数	振幅 (N/mm <sup>2</sup> )
M0.3点	0.68	-138~72	0.53	-113~27
1/4点	0.88	-51~11	0.43	-13~32
1/2点	0.58	-28~16	0.37	-47~60
3/4点	0.88	-39~12	0.78	-83~14
F0.3点	0.86	-114~38	0.79	-191~23

### 4.3 解析モデルによる温度実挙動の再現

ここでは、温度変化に伴う主桁のたわみ、ひずみが橋梁の劣化・損傷によりどの程度変化するのかを解析モデルを用いて検討する。最初に、対象橋梁の温度実挙動を再現できる解析モデルを作成し、次に、このモデルに対して、様々な劣化・損傷を考慮して解析を行い、得られた解析値が劣化・損傷を与える前と比べて、どの程度変化するかを検討する。

#### 4.3.1 解析モデルの概要と解析条件

##### (1) 解析モデルの概要

第3章で示したとおり支点拘束を有する2径間単純桁橋では、下部構造が上部構造の挙動に影響を及ぼすため、解析モデルは、下部構造を考慮した3次元フレームモデルを用いる。

上部構造のモデル化では、主桁（合成桁）の設計において考慮していない床版のハンチや地覆について、本検討ではこれらを考慮してモデル化した。これは、床版本体の断面積に比べ、ハンチと地覆を合わせた断面積の方が大きく、これらを考慮しないモデルでは、温度実挙動を再現することができなかつたためである。また、床版と鋼桁との温度差によって生じる内部応力を考慮するため、合成桁の図心から床版図心までを仮想剛体要素でモデル化し、床版図心の位置に床版と鋼桁との温度差によって生じる軸力を作用させた。軸力の大きさは、道路橋示方書<sup>9)</sup>に基づき式(4.1)により求めた。図-4.13に支点部のモデル図、表-4.3に各部材の物理定数を示す。

$$P = E_c \cdot \varepsilon \cdot t \cdot A_c \quad (4.1)$$

ここで、

$P$  : 床版と鋼桁との温度差による軸力 (N)

$E_c$  : 床版コンクリートのヤング係数 (N/mm<sup>2</sup>)

$\varepsilon$  : コンクリートの線膨張係数 (10×10<sup>-6</sup>/°C)

$t$  : 温度差 (°C),  $A_c$  : 床版の断面積 (mm<sup>2</sup>)

橋台及び橋脚のモデル化では、主桁を支持する仮想横梁を剛体要素でモデル化して、この要素の中央に下部構造の柱とフーチングからなるフレームモデルを設定した。基礎は、道路橋示方書<sup>10)</sup>に基づき地盤N値から鉛直ばね、水平ばね、回転ばねを計算し、これらの値をフーチング下面の節点に定義した。また、上部構造の温度変化に伴って橋台が背面方向（主働土圧方向と反対）へ変位するケースでは、橋台背面に地盤ばねを考慮して解析した。地盤ばねの値は、橋台背面を良質土で埋め戻しているものと推測しN値30に相当する値を設定した。図-4.14に3次元フレームモデル図、表-4.4に基礎ばね及び地盤ばねの値を示す。なお、3次元フレームモデルの節点数は148、要素数は176である。

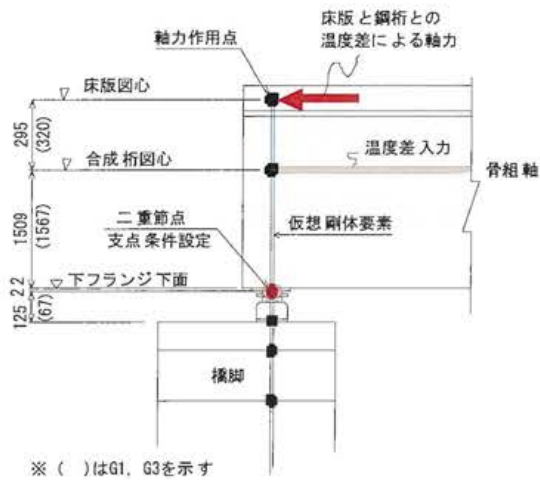


図-4.13 支点部モデル図

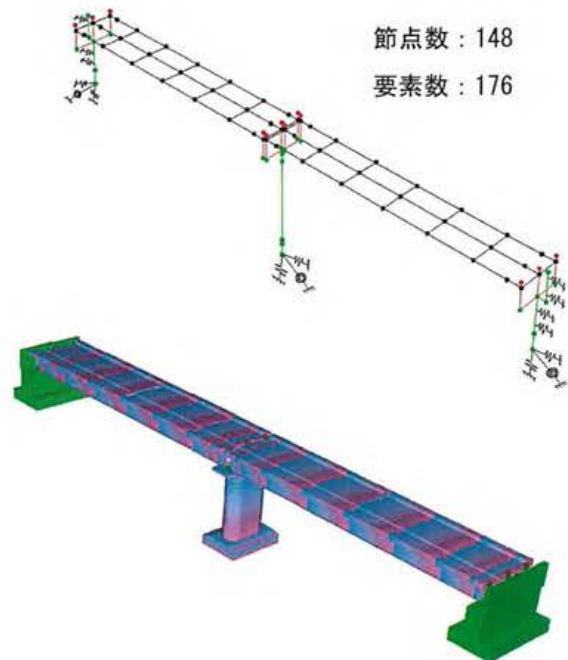


図-4.14 3次元フレームモデル図

表-4.3 各部材の物理定

項目	床版	鋼桁	下部工
ヤング係数 ( $N/mm^2$ )	$2.86 \times 10^4$	$2.0 \times 10^5$	$2.35 \times 10^4$
線膨張係数 ( $1/^\circ C$ )	$10 \times 10^{-6}$	$12 \times 10^{-6}$	—

表-4.4 基礎バネおよび地盤バネ

名称	基礎バネ kN/m, kNm/rad		
	鉛直	水平	回転
橋脚	1,044,600	1,044,600	1,392,800
橋台	4,387,000	518,500	10,350,000
橋台背面の水平方向地盤バネ $kH=202,090kN/m^2$			



## (2) 解析条件

検討対象日は、センサーを追加して主桁の挙動を詳細に測定した9月8日以降の晴れ日とし、9月9日を選定した。同日の温度の変動を図-4.15に示す。基準温度は、G2桁、G3桁及び床版の温度差が小さい7時30分の温度とし、この時刻におけるひずみ・変位の計測値をゼロとする。検討対象温度は、日射を受けないG2桁においてひずみの値が最大となった15時49分の温度とした。表-4.5に解析で用いた温度条件を示す。

次に支点条件を設定する。図-4.16に示す支承水平変位（地盤面を不動点とする絶対変位）を見ると、G2支承は、6時から23時の時間帯においてG2支承を支持する橋脚とほぼ同じおよび動きをしている。これは、支承自体が殆ど水平変位していないことを示すことから、G2支承の水平方向の支点条件を「固定」とした。一方、G3支承はG2支承に比べて、水平変位が大きく変化しているため、水平方向の支点条件を「自由」とした。

図-4.17は、支点近傍の主桁下フランジの鉛直変位（=支承の回転変位）を示したものである。G3可動支承は、G2桁の固定及び可動支承に比べて回転変位が小さいため、G3可動支点には、回転移動を制御する「回転バネ」を設定した。回転バネの大きさは、主桁のひずみ、たわみの解析値が実測値と近似するように、バネ値を変化させて繰り返し計算した結果より、 $\theta L=350\text{kN/mrad}$ と定めた。なお、回転変位が大きいG2桁の固定及び可動支承は、回転方向の支点条件を「自由」でモデル化し、計測していないG1支承は、同じ外桁の支承であるG3支承と同じ条件とした。表-4.6に解析モデルの支点条件を示す。

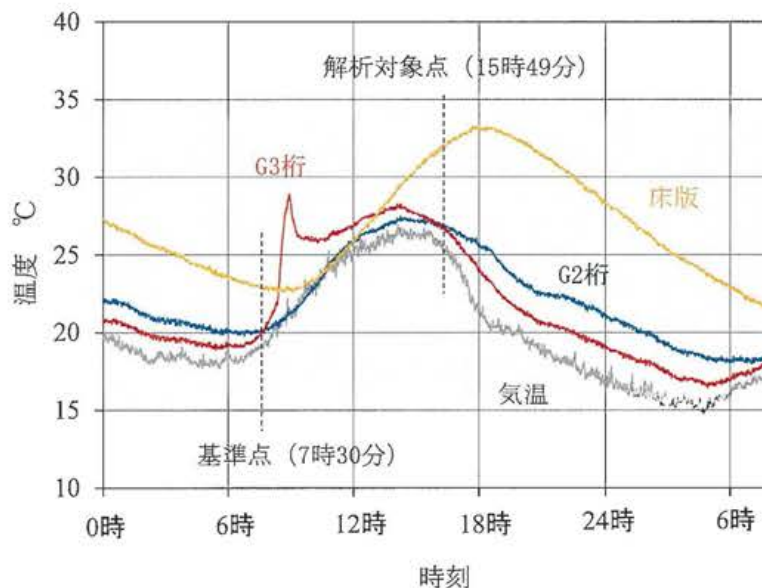


図-4.15 温度の変動 (9月9日～10日8時)

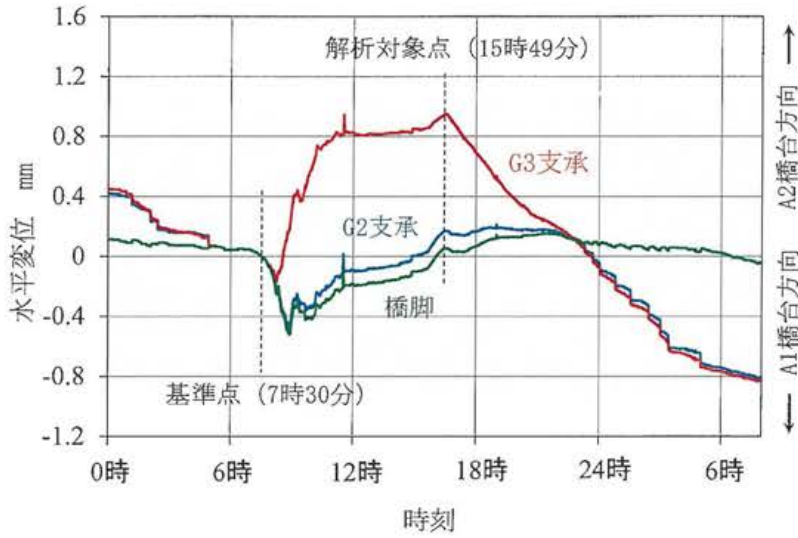


図-4.16 可動支承および橋脚天端の水平変位

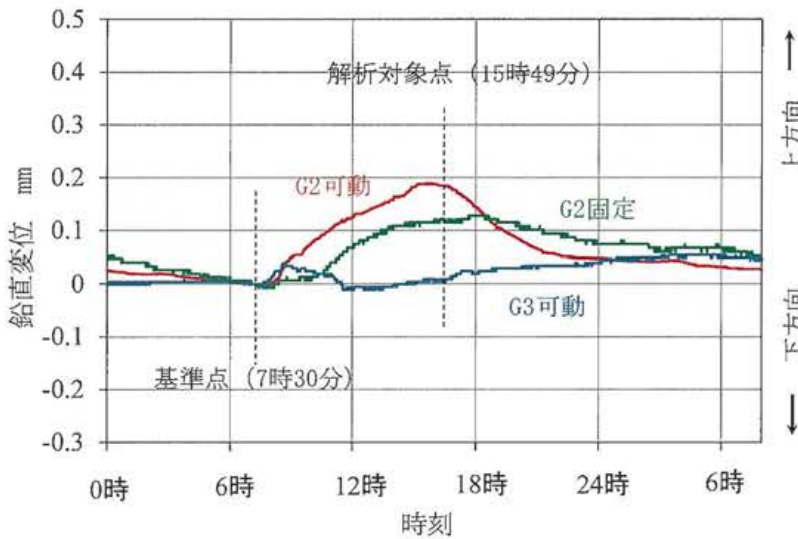


図-4.17 支点近傍の主桁下フランジの鉛直変位

表-4.5 解析で用いる温度等の条件

項目	G2	G3	床版	
①基準点の温度 ℃	20.1	19.9	23.0	
②検討点の温度 ℃	27.0	27.1	31.4	
②-①	6.9	7.2	8.4	
床版と鋼桁の温度差 ℃	1.8	1.7	-	
インプットデータ	温度差 ℃	6.9	7.2	-
	軸力 kN	197	264	-

表-4.6 解析モデルの支点条件

支承名	橋軸方向の支点境界条件	
	水平移動	回転移動
G2可動支承	固定	自由
G1,G3可動支承	自由	バネ 350kN/mrad
固定支承	固定	自由

※上記以外の方向は全て固定

### 4.3.2 解析結果

図-4.18, 図-4.19 は, それぞれ G2 桁, G3 桁の下フランジのひずみ分布と主桁のたわみの実測値と解析値を示したものである. ひずみの解析値は実測値とほぼ近似し, その差は, 最大でも  $20\mu$  程度である. 実測値のひずみ分布は不規則であり, 特に G3 桁の M0.3 点から次の点 (1/8 点) では, 引張ひずみから圧縮ひずみへ変化するが, 解析結果も同様の变化を示している. 通常のローラー支点では, このようなひずみの変化を再現することはできず, 可動支承に回転拘束バネモデルを導入することにより再現可能となったものである.

G2 桁のひずみの実測値は, M0.3 点が約  $-200\mu$ , F0.3 点が約  $-80\mu$  で, 両端部のひずみが大きく異なる特徴的な分布であるが, 解析でも同様のひずみ分布が得られている. G3 桁と同様に, 通常のローラー支点では実挙動を再現できず, 可動支承の水平移動を完全拘束することにより再現可能となったものである.

主桁のたわみについても実測値と解析値はほぼ同じ値を示している. 両者の差は G2 桁が  $0.028\text{mm}$ , G3 桁が  $0.161\text{mm}$  である.

以上の結果から, 地覆及び床版ハンチをも考慮した上部構造モデルと基礎バネ及び橋台背面の地盤バネをも考慮した下部構造モデルからなる 3 次元フレーム解析モデルを作成し, 適切な支点条件を設定することで, 既設合成桁橋の温度実挙動をほぼ再現できることが分かった.

一方, 対象橋梁のように支承の移動機能が低下している橋では, 上部構造に作用する荷重が下部構造へ伝達される. 今回の解析結果では, A1 橋台で約  $270\text{kN}$  の温度水平反力が生じ, この値は, A1 橋台の設計地震力  $318\text{kN}$  の約  $85\%$  に相当する大きな荷重であるため, 本橋梁のような橋を維持管理する場合, 温度変化は注目すべき要素であると考えられる.

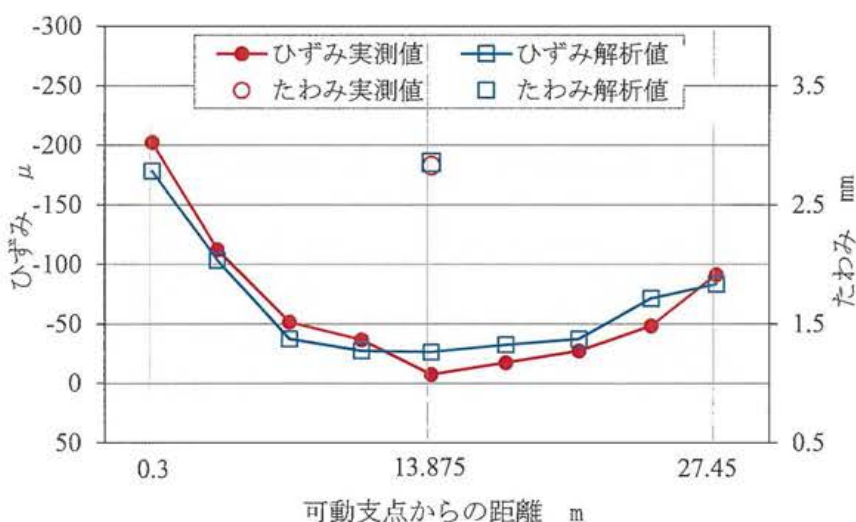


図-4.18 G2 桁下フランジのひずみの実測値と解析値



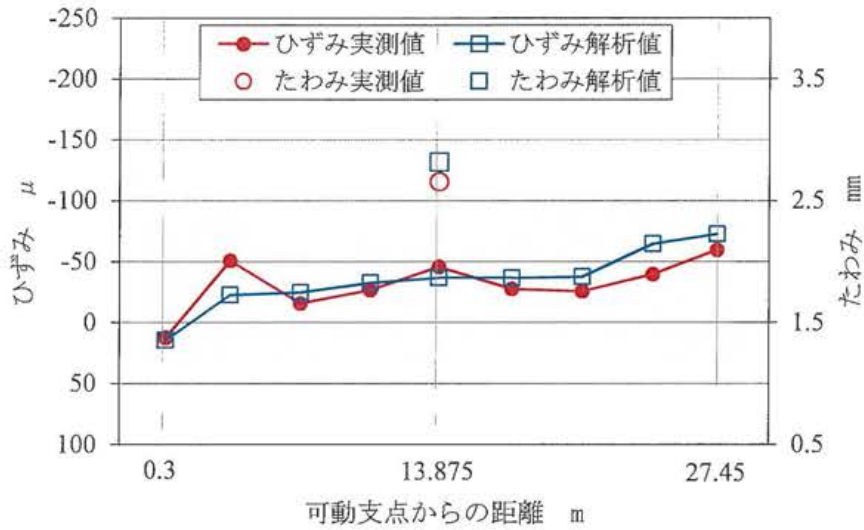


図-4.19 G3 桁下フランジのひずみの実測値と解析値

#### 4.4 劣化・損傷による温度挙動の検討

ここでは、前節と同じ解析モデル、同じ温度条件を用いて、対象橋梁に各種の劣化・損傷が生じた場合、対象橋梁の温度挙動が劣化・損傷する前と比べてどの程度変化するかを検討する。

##### 4.4.1 劣化・損傷ケースの設定

劣化・損傷ケースとして表-4.7に示す6ケースを設定した。Case1, 2は床版上面の土砂化による損傷を想定して、床版コンクリート上面を一様に50mm欠損させたモデルを設定した。Case1の損傷範囲は、第2径間（計測径間）のスパン中央から前後4.7m（対傾構間隔2パネル分）の範囲とし、Case2の損傷範囲は、第2径間全体とした。Case3は、床版コンクリートの経年劣化を想定し、床版コンクリートのヤング係数を30%低減した。劣化の範囲は、第1、第2径間の全体である。

Case4, 5は、各鋼桁の腐食による損傷を想定し、下フランジの下面を5mm欠損させた。損傷範囲はCase4が第2径間のスパン中央から前後4.7mの範囲、Case5が第2径間全体である。Case6は、鋼桁の経年劣化による剛性低下を想定し、鋼桁の曲げ剛性を30%低減した。損傷範囲は、第1・第2径間全体である。

表-4.7 劣化・損傷ケース

Case No	対象部材	劣化・損傷の程度	対象径間	対象範囲
Case1	床版上面	50mm欠損	第2径間	スパン中央前後 L=4.7mの範囲
Case2	床版上面	50mm欠損	第2径間	全体
Case3	床版全体	30%剛性低下	第1・2径間	全体
Case4	下フランジ	5mm欠損	第2径間	スパン中央前後 L=4.7mの範囲
Case5	下フランジ	5mm欠損	第2径間	全体
Case6	鋼桁	30%剛性低下	第1・2径間	全体

#### 4.4.2 解析結果と考察

劣化・損傷前と劣化・損傷後の解析値の差を図-4.20に示す。

まず、ひずみの変化について考察する。床版を劣化・損傷（以下、劣化とする）させた Case.1,2,3 とスパン中央付近の鋼桁の下フランジを 5 mm欠損させ Case.4 は、ひずみの変化が  $10\mu$  より小さい値となった。また、鋼桁の下フランジ全体を 5 mm欠損させた Case.5 では最大  $24\mu$ 、鋼桁の剛性を 30%低下させた Case.6 では最大  $16\mu$  であった。

小林らの研究<sup>9)</sup>では、2年間の温度挙動の測定値の頻度分布から、下フランジの温度応力差が 4MPa 以上（ひずみ値で  $20\mu$  以上）の時に橋梁に何らかの変状が生じたものとしている。この値を参考にすれば、対象橋梁では下フランジのひずみの変化から上部構造の劣化を判断するのは難しいものと思われる。

次に、たわみの変化について考察する。鋼桁を劣化させた Case.5 と Case.6 で、たわみが 0.2mm 程度変化（劣化前たわみの約 8%）するが、その他のケースは 0.1mm 程度以下と小さい。変位計の測定分解能が 0.01mm と高いためこれらの変化を捉えることは可能であるが、実橋梁の計測では、温度以外の荷重の影響や計測誤差等が生じることを考慮すれば、対象橋梁のような比較的小規模な橋では、主桁のたわみの変化から上部構造の劣化を明確に判断するのは現状では難しいものと思われる。しかし、今後の計測機器の精度向上を考えるとモニタリングデータとして使用できる可能性がある。

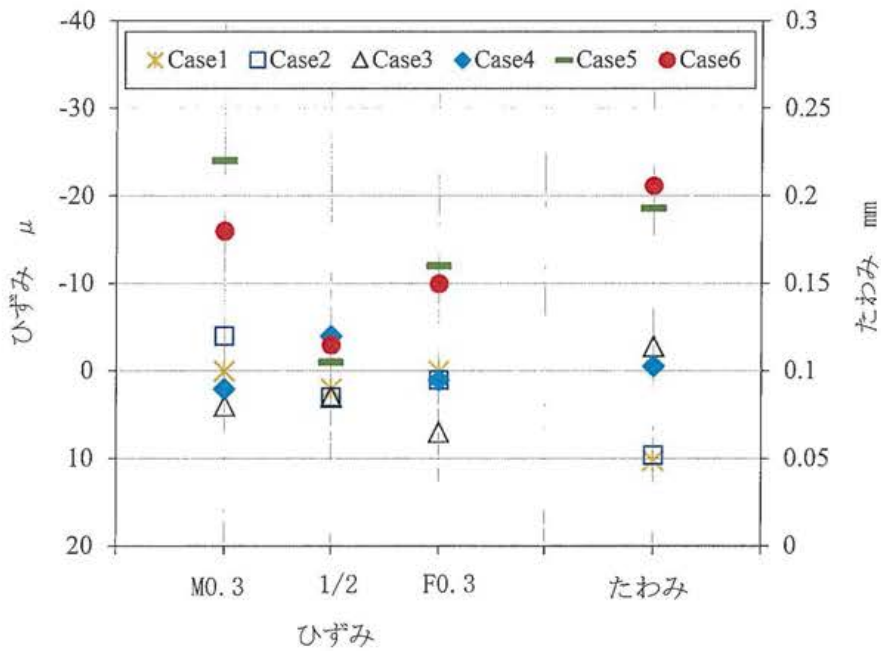


図-4.20 劣化・損傷によるひずみとたわみの変化

#### 4.5 支承交換後の温度挙動

主桁の劣化前後のひずみやたわみの変化が小さかった要因として支点拘束の影響が考えられる。そこで、既設支承をゴム支承へ交換し、支承機能を正常にした場合の温度挙動について検討する。

##### 4.5.1 検討条件

ゴム支承は概略設計を行い表-4.8に示す諸元とした。検討対象時刻は、9月9日における部材温度の変化点とし、8時54分(G3最高)、9時35分(G3降下)、14時15分(G2最高)、17時42分(床版最高)、4時54分(全部材降下)の5ケースとした。表-4.9に検討対象時刻の温度変化を示す。

表-4.8 ゴム支承の諸元

支承名	型式	鉛直バネ kN/mm	水平バネ kN/mm	回転バネ kNm/mrad
可動支承	RB-430M	180.80	0.91	0.32
固定支承	RB-500F	225.99	1.14	0.40

※型式はゴム支承標準設計(日本支承協会)の品番



表-4.9 検討対象時刻の温度

時刻	温度実測値 °C			温度変化 °C・温度軸力 kN			
	G2桁	G3桁	床版	G2温度	G3温度	G2軸力	G3軸力
7時30分	20.1	19.9	23.0	-	-	-	-
8時54分	21.3	28.9	22.9	1.2	9.0	-171	-2001
9時35分	22	26.0	23	0.7	-2.9	-79	660
14時15分	27.5	28.3	29.6	5.5	2.3	148	946
17時42分	26.1	24.8	33.3	-1.4	-3.5	669	1583
(4時54分)	18.2	16.5	23.6	-7.9	-8.3	-236	-308

・ ( ) は9月10日を示す

#### 4.5.2 解析結果と考察

図-4.21, 図-4.22 に支承交換後の下フランジのひずみ分布を示す。また, 図-4.23, 図-4.24 は, 支承交換前の検討対象時刻におけるひずみ分布の実測値である。

図-4.21, 図-4.22 に示す支承交換後のひずみ分布を見ると, 温度変化に応じて安定的にひずみが増加しているのが分かる。一方, 支承交換前は, 図-4.23, 図-4.24 に示すようにひずみの変化が不規則であり, 温度変化によって支点の拘束状態が変化しているものと考えられる。また, ほとんどのケースで圧縮のひずみが生じ, 引張のひずみが生じる点及び時刻は限定的で, その値も小さい。これらのことから, 支承交換前の主桁劣化断面のひずみ, たわみの変化が小さかった要因を次のように考える。一つは, 支点拘束により両端固定梁と同じような構造系となり, 支点拘束がない単純桁構造に比べて床版と鋼桁との温度差によって生じる最大曲げモーメントが小さいこと, もう一つは, 圧縮軸力が卓越する応力状態となっているため, 合成桁の断面積に占める割合が小さい下フランジでは, 部材劣化に伴う応力変化が小さいことなどが要因であると考えられる。

ただし, 今回の計測は夏場の部材温度が高い状態で実施されているが, 冬場の低温時の計測では, 床版は引張り軸力が卓越する応力状態となるため, 応力変化は異なる可能性も考えられる。今後冬場における温度計測も必要と思われる。

図-4.25 は, 支承交換前後の G3 桁スパン中央のたわみの変化を示したものである。支承交換後は, たわみの変化が大きく, 変化量は交換前の約 4 倍に達する。

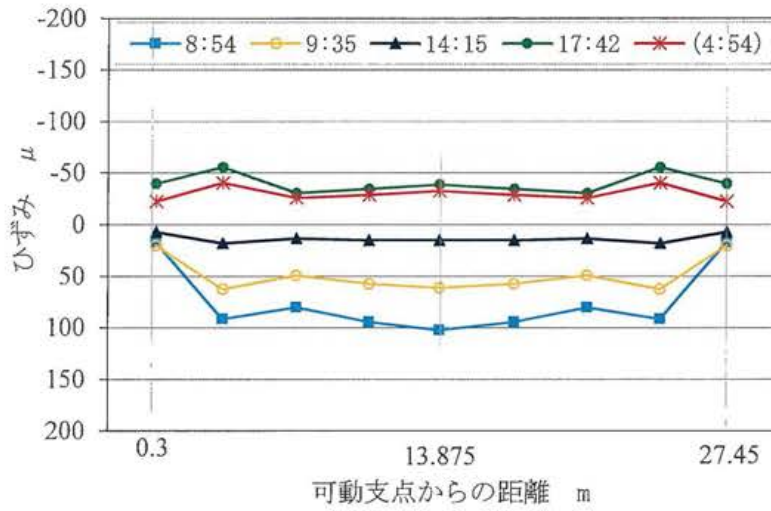


図-4.21 支承交換後の G2 桁の解析ひずみ分布

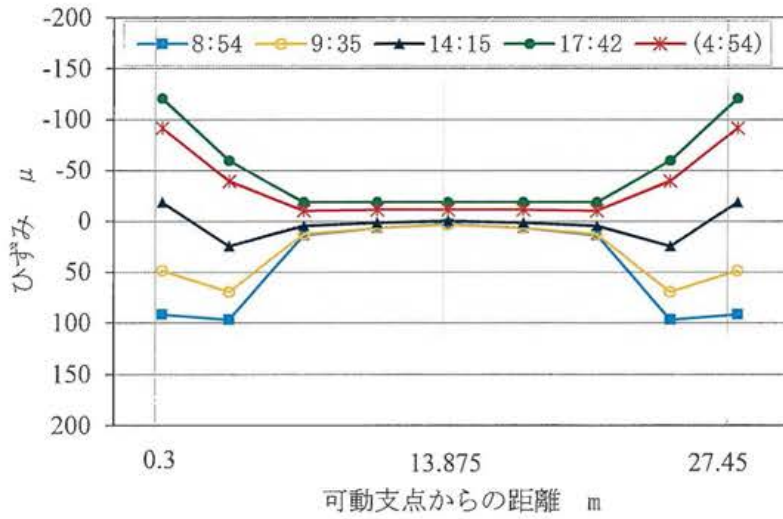


図-4.22 支承交換後の G3 桁の解析ひずみ分布

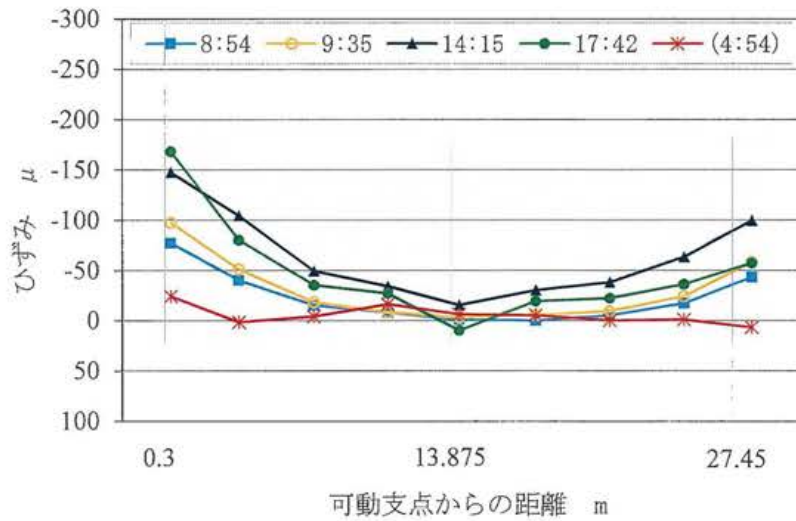


図-4.23 支承交換前の G2 桁の実測ひずみ分布

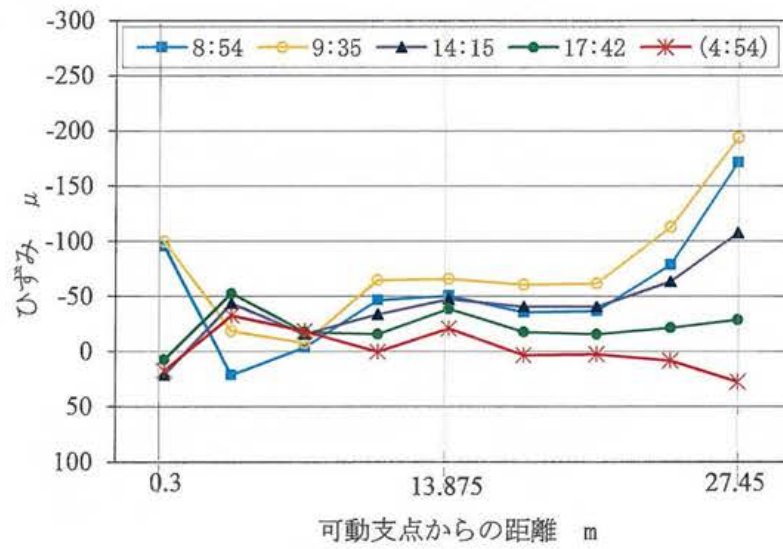


図-4.24 支承交換前の G3 桁の実測ひずみ分布

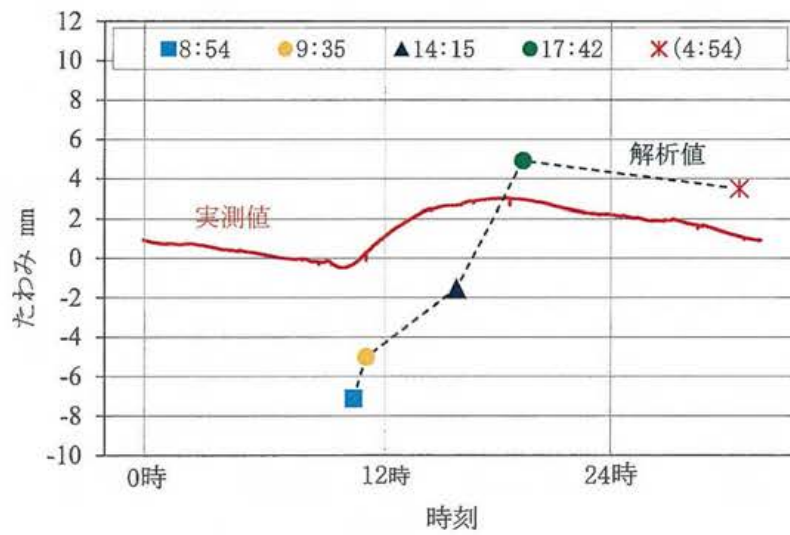


図-4.25 支承交換前後の G3 桁のたわみ

### 4.5.3 支承交換後の劣化・損傷に伴う温度挙動

#### (1) 検討概要

支承交換後に上部構造に劣化が生じた場合、ひずみ、たわみが劣化前と比べどの程度変化するかを前述した3次元フレームモデルを用いて解析し、支承交換後のひずみ、たわみのモニタリングデータとしての有効性を検討する。検討対象とする主桁及び温度は、図-4.21, 4.22のひずみ分布から、桁端部付近のひずみが大きいG3桁、8時54分の温度とする。また、劣化ケースは、表-7に示す6ケースとし、温度変化は表-4.9の値を、支点条件は表-8に示す値を用いる。ひずみの着目点は、支点付近の7/8点とF0.3点とする。

#### (2) 解析結果と考察

図-4.26に劣化前後のひずみ及びたわみの変化を示す。床版が劣化するCase.1,2,3のひずみの変化は、F0.3点で20 $\mu$ から40 $\mu$ 程度である。また、鋼桁が劣化するCase.4,5,6はF0.3点で40 $\mu$ から110 $\mu$ 程度変化する。これらの値は、支承交換前と比べ4倍以上の変化となり、また、いずれの劣化ケースも小林<sup>9)</sup>らが提案する20 $\mu$ (橋梁に何らかの変状が生じたものと判断するひずみの大きさ)を超える。

たわみの変化量も大きく、最小がCase.1で約0.5mm、最大はCase.6の約2.3mmである。支承交換前と比べると、たわみの変化は、5倍以上である。

これらの結果から、支承交換後の上部構造劣化に対するひずみ、たわみの感度は高く、温度変化を利用した橋梁モニタリングデータとして有効であると言える。

なお、支承交換前は、橋台に約270kNの温度水平反力が生じたが、支承交換後は殆ど生じない。

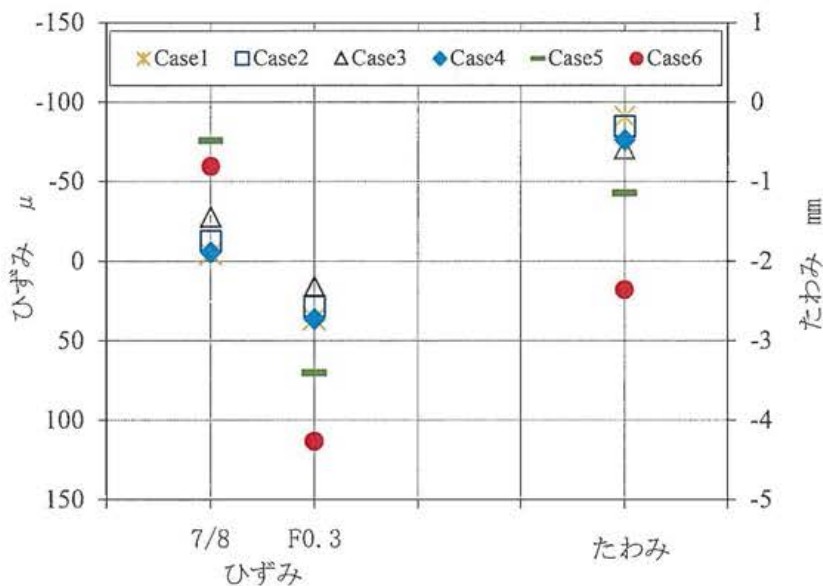


図-4.26 支承交換前後の劣化・損傷によるひずみ、たわみの変化 (G3桁)

#### 4.6 まとめ

本章では、架設後約 30 年経過した 2 径間の既設鋼合成桁橋を対象に、温度変動に伴う上部構造及び支承、橋脚の挙動を 15 日間連続計測し、その結果を用いて温度変化と橋梁各部の挙動との関係を明らかにした。また、3 次元フレーム解析モデルを用いて温度変化による対象橋梁の実挙動の再現及び劣化・損傷による挙動の変化について検討した。最後に、対象橋梁の支承を交換し支承機能を正常にした場合の温度挙動及び劣化・損傷による挙動の変化を支承交換前と比較して、ひずみ、たわみの橋梁モニタリングデータとしての有効性を検討した。本研究から得られた結論を以下にまとめる。

- (1) 支承機能が低下した対象橋梁では、固定支承付近の下フランジのひずみと鋼桁の温度及び主桁のたわみと床版の温度が強い相関関係にある。
- (2) 支承及び橋脚天端の水平変位の計測結果から、対象橋梁の可動支承は、温度勾配が約  $1.5^{\circ}\text{C}/\text{h}$  を超えると水平変位する。また、支点拘束がある場合は橋脚天端の水平変位も、上部構造の温度変形の影響を受けて変形する。
- (3) 15 日間の温度計測の結果にもかかわらず、対象橋梁では合成桁の設計で考慮している床版と鋼桁との温度差  $10^{\circ}\text{C}$  をたびたび超えることが分かった。
- (4) 支点拘束を有する橋では、温度変化による主桁のひずみ分布は複雑であるが、下部工及び基礎工を含む橋梁全体をモデル化した 3 次元フレームモデルにより、実挙動をほぼ再現できる。
- (5) 3 次元フレームモデルによる実測温度挙動の再現では、一般的なモデル条件の他に、上部工では地覆及び床版のハンチを考慮したモデル、下部工では橋台背面の地盤バネ、可動支承では回転拘束を考慮するための線形バネモデルを導入する必要がある。
- (6) 解析モデルを用いて、対象橋梁の支承をゴム支承へ交換した場合の温度挙動について検討し、交換前に比べ、温度変化に応じた安定的な挙動を示すことが分かった。
- (7) 上部構造が劣化・損傷した場合の温度変化に伴うひずみ、たわみの変化について解析モデルを用いて検討した。その結果、今回取り上げた支承機能が低下した小規模橋梁では、ひずみ、たわみの変化は小さい傾向にあった。支承交換後は、ひずみ、たわみの感度が高く、橋梁モニタリングデータとして有効であることが分かった。

## 参考文献

- 1) 西川和廣, 山本悟司, 鹿嶋久義: 温度変化に伴う橋梁の挙動に関する計測結果の分析, 土木学会第 47 回年次学術講演会, I-449, pp.1074-1075, 1992.9
- 2) 出野麻由子, 三木千壽: 温度変形を利用した橋梁の健全度評価モニタリングにおける可能性の検討, 土木学会第 56 回年次学術講演会, CS6-106, pp.286-287, 2001.10.
- 3) 小林裕介, 三木千壽, 出野麻由子, 斎藤勝晶: 合成桁橋梁の健全度モニタリングを目的とした温度変形挙動の検討, 構造工学論文集, Vol.48A, pp.979-985, 2002.3.
- 4) 高木伸也, 村越潤, 麓興一郎, 次村英毅: 既設 I 桁橋における応力・変位測定結果の分析, 土木学会第 58 回年次学術講演会, I-404, pp.807-808, 2003.9.
- 5) 小林祐介, 三木千壽, 田辺篤史: 鋼床版箱桁橋梁の温度変形を利用した健全度評価モニタリング, 土木学会論文集 A, Vol.62pp.794-807, 2006.10
- 6) 町口敦志, 横山功一, 原田隆郎, 高木優任: 構造ヘルスマニタリングにおけるひずみ測定の影響の補正に関する研究, 構造工学論文集, Vol.53A, pp.718-726, 2007.3.
- 7) 岩崎正二, 出戸秀明, 兼子清, 宮本裕, 上野大介: 支点状態を考慮した既設鋼板桁橋の簡易健全度評価に関する一考察, 構造工学論文集, Vol.53A, pp.727-738, 2007.3
- 8) 山村浩一, 出戸秀明, 岩崎正二: 支承機能低下が既設鋼合成 I 桁橋の応力に及ぼす影響度について, 構造工学論文集, Vol.56A, pp.701-709, 2010.3
- 9) 道路橋示方書・同解説Ⅱ鋼橋編/社団法人日本道路協会, 平成 24 年 3 月
- 10) 道路橋示方書・同解説Ⅳ下部構造編/社団法人日本道路協会, 平成 24 年 3 月



## 第5章

### 支点状態を考慮した既設鋼鈹桁橋の 簡易健全度評価に関する検討

## 5.1 概説

本章では、可動支承が拘束された既設鋼鈹桁橋の実測ひずみと実測固有振動数を用いて、簡易的に健全度評価を行う手法を提案するものである。第2章、第3章で示した支点拘束を有する既設鋼鈹桁橋の挙動特性を考慮し、支点拘束によって生じる水平支承反力を算定する方法として2つの方法を考えた。一つは梁理論を用いる方法、もう一つは2次元弾性論を用いる方法である。

健全度評価の流れは、まず、実橋載荷試験による主桁の実測ひずみと実測固有振動数を用いて、床版コンクリートと鋼桁とのヤング係数比（鋼のヤング係数  $E_s=2.0 \times 10^8 \text{kN/m}^2$  は固定値とする）を仮定しながら水平支承反力  $P$  を計算する。さらに、支点拘束が最も強い状態である両支点ピンとした場合の水平支承反力  $P_0$  を計算し、支点拘束率  $P/P_0$  を求める。ヤング係数比の変化に伴う支点拘束率の変化をグラフ化し、実測ひずみから計算した支点拘束率と固有振動数から計算した支点拘束率が一致する点をヤング係数比及び支点拘束率の最適値とする。

上部構造の健全度評価は、ヤング係数比の最適値から評価するが、本研究では、ヤング係数比が  $n=10.5$  を超えた場合に経年劣化が生じている可能性が高いと判定している。図-5.1 に簡易健全度評価のフロー図を示す。

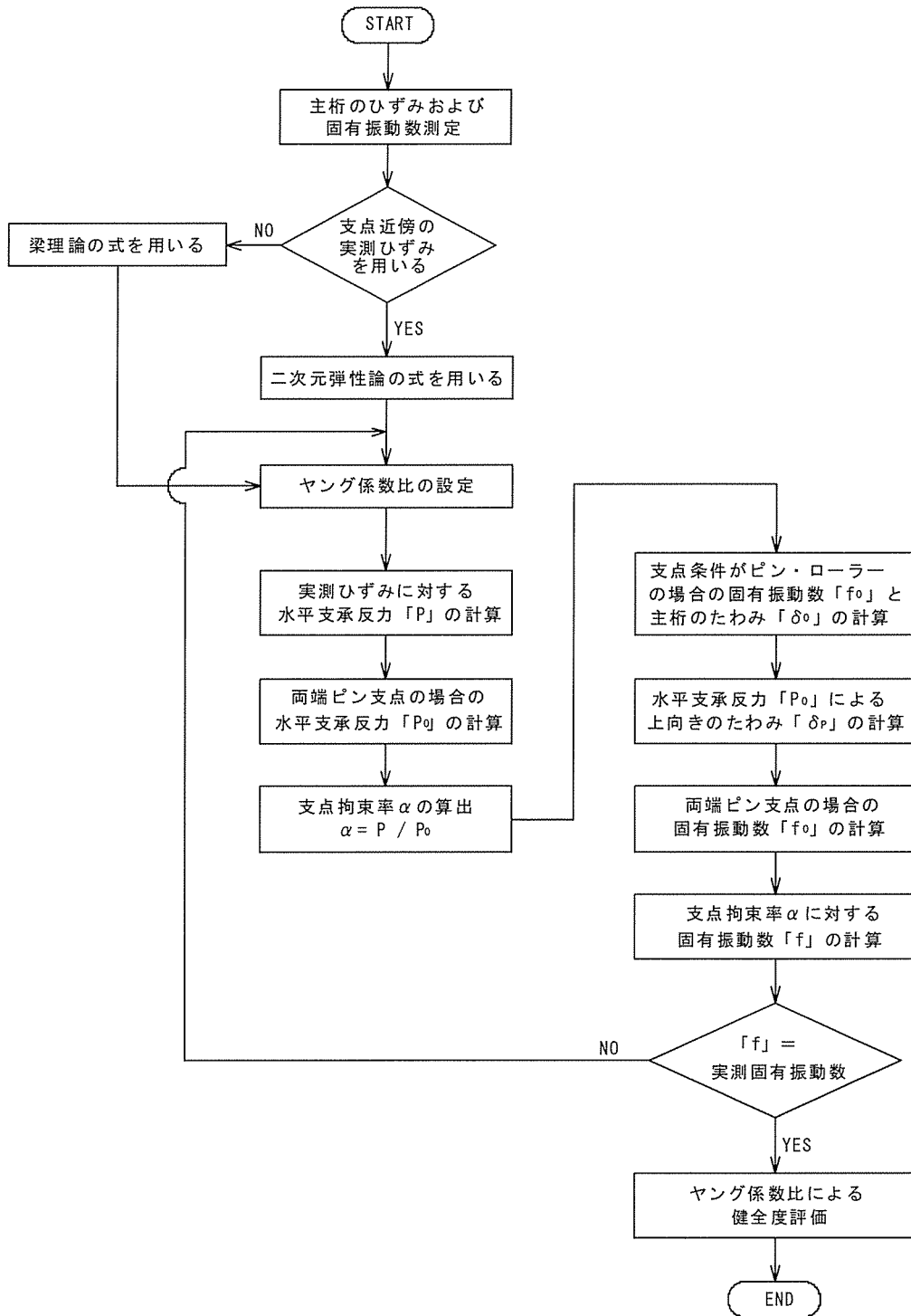


図-5.1 簡易健全度評価フロー図

## 5.2 既設鋼鈹桁橋の簡易健全度評価法

### 5.2.1 支点拘束を有する鋼鈹桁橋の水平支承反力の推定法

これまで著者等が実施したトラック車両を用いた実橋載荷試験では、全ての試験橋梁で鋼製支承の老朽化、機能不全などのため可動支承の移動機能が拘束されて水平支承反力が発生していた。このような橋の健全度評価を行うためには、最初に水平支承反力を推定する必要がある。

本節では、静的載荷試験により生じる支点近傍の主桁下フランジの実測ひずみを用いて水平支承反力を逆算する手法について述べる。水平支承反力を推定する方法として、梁理論を用いる方法と2次元弾性論を用いる方法の二つの算定方法を考えた。

#### (1) 梁理論による水平支承反力推定法

梁理論を用いる方法は、図-5.2に示すように支点からL/8やL/2(Lは支間長)離れた点などの梁理論の成立する範囲内において、主桁下フランジの実測ひずみを梁理論式(5.1)に代入して水平支承反力を求める方法である。

$$P = \frac{E_s I}{y^2 + r^2} \left( \frac{My}{E_s I} - \varepsilon \right) \quad (5.1)$$

ここで、

- P : 水平支承反力 (kN)
- $\varepsilon$  : 実測値ひずみ (ただし、梁理論の成り立つ範囲内)
- M : トラック車両支間中央載荷時の単純梁の計算曲げモーメント (kN・m)
- $E_s$  : 鋼桁のヤング係数 ( $2 \times 10^8 \text{kN/m}^2$ )
- I : 主桁の断面二次モーメント ( $\text{m}^4$ )
- y : 主桁の中立軸から主桁下フランジ下面までの距離 (m)
- r : 主桁の断面二次半径 (m)

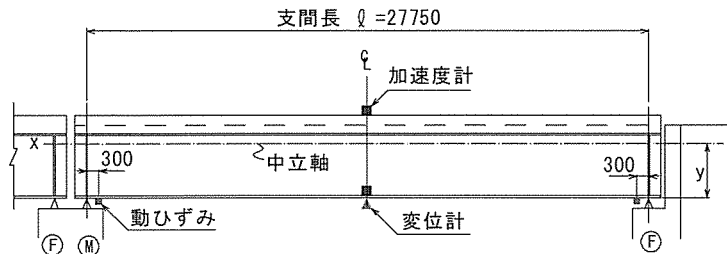


図-5.2 水平支承反力算定に用いる実測値の測定位置 (例)

(2) 二次元弾性論による水平支承反力推定法

もう一つの水平支承反力推定法は、主桁下フランジの支点近傍の実測ひずみを二次元弾性論から誘導した理論式 (5.2) に代入して求める方法である。

推定式の誘導にあたっては、支点近傍を図-5.3 に示すようにモデル化し、半無限扇形板の縁端に集中荷重を受ける応力式に下フランジと垂直補剛材の効果を考慮して理論式を求めている。式誘導の詳細については、章末の付録を参照されたい。なお、式 (5.2) 中の  $r$  は支点からの距離であり、式 (5.1) 中の断面二次半径を表す  $r$  ではない。

$$P = a(r) \varepsilon(r) + b(r)R \quad (5.2)$$

ここで、

$$a(r) = \frac{E_s A_1 A_2}{A_1 \sin^2 \alpha_1 + A_2 \cos^2 \alpha_1}$$

$$b(r) = \frac{(A_1 - A_2) \sin \alpha_1 \cos \alpha_1}{A_1 \sin^2 \alpha_1 + A_2 \cos^2 \alpha_1}$$

$$A_1(r) = rt_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + B_2 t_2 \cos^2 \alpha_1 + B_3 t_3 \cos^2 \alpha_1$$

$$A_2(r) = rt_1 \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + B_2 t_2 \alpha_1 \sin \alpha_1 + B_3 t_3 \frac{\left( \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right)^2}{\alpha_1} \sin \alpha_1$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{l'}{r} \right)$$

$$\alpha_1 = \frac{2rt_1 \alpha_0^2 + B_3 t_3 \frac{\pi}{2}}{2rt_1 \alpha_0 + B_2 t_2 + B_3 t_3}$$

$$\alpha_2 = 2\alpha_0 - \alpha_1$$

ただし,

$\varepsilon(r)$  : 支点から  $r$  離れた点の下フランジのひずみの実測値

$R$  : 鉛直支承反力 (kN)

$E_s$  : 鋼桁のヤング係数 ( $2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ )

$r$  : 支点からの距離 (m)

$t_1$  : ウェブの厚さ (m)

$B_2$  : 下フランジの幅 (m)

$t_2$  : 下フランジの厚さ (m)

$B_3$  : 垂直補剛材の幅 (m)

$t_3$  : 垂直補剛材の厚さ (m)

$l'$  : 桁端部の張出し長 (m)

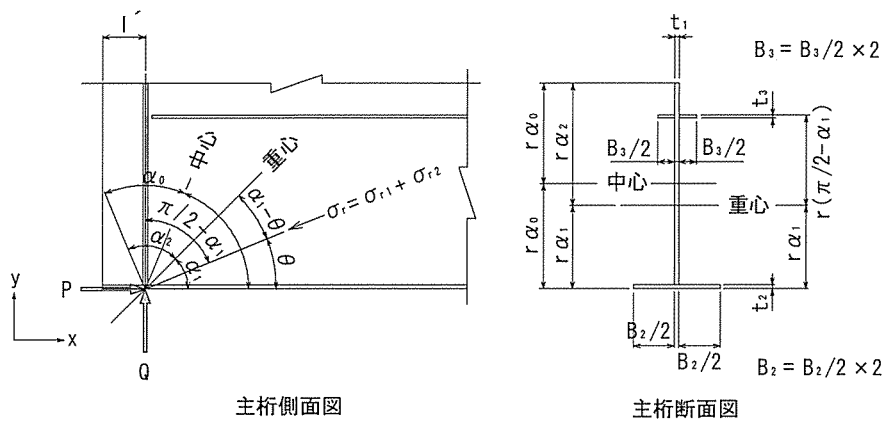


図-5.3 支点付近のモデル化



### 5.2.2 支点拘束率の導入

既設鋼板桁において、可動支承の水平移動機能が完全に拘束された状態は、両端ピン支持（以下、ピン・ピン支点とする）の梁と考えることができる。そのとき、両支点に生じる水平支承反力  $P_0$  は、以下の手順で求めることができる。

両支点のうち一方の支点がピン、もう一方の支点がローラー（以下、ピン・ローラー支点とする）の単純梁に対して、死荷重による曲げモーメント  $M_X$  が作用しているときの単純梁下端の橋軸方向の伸び  $\Delta l_1$  は式 (5.3) で表される。

$$\Delta l_1 = \int_0^l \frac{M_X y}{E_s I} dx \quad (5.3)$$

次に、水平支承反力  $P$  が主桁下フランジに作用した時の橋軸方向の伸び  $\Delta l_2$  は、式 (5.4) のようになる。

$$\Delta l_2 = Pk \int_0^l \frac{y^2 + r^2}{E_s I} dx \quad (5.4)$$

ここで、 $k$  は支点近傍の局部ひずみによる補正係数で 1.03～1.07 の値となる。従って、支点がピン・ピン状態の水平支承反力  $P_0$  は、 $\Delta l_1 = \Delta l_2$  ( $P = P_0$ ) の関係より式 (5.5) のように求めることができる。

$$P_0 = \frac{\int_0^l \frac{M_X y}{E_s I} dx}{k \int_0^l \frac{y^2 + r^2}{E_s I} dx} \quad (5.5)$$

桁が変断面の場合は、式 (5.5) を数値積分して  $P_0$  を求める。もし、平均断面二次モーメントを用いて等断面の桁に置き換えると、 $w$  の等分布荷重が作用した場合、 $P_0$  は式 (5.6) のようになる。

$$P_0 = \frac{wl^2 y}{12k(y^2 + r^2)} \quad (5.6)$$

従って支点の拘束状態は、水平支承反力を  $P$  とすると  $P/P_0$  で表すことができる。この  $P/P_0$  を  $\alpha$  とおいて支点拘束率とする。なお、2 径間の橋梁において、上部工への荷重载荷により橋脚が変形する橋梁は、支点拘束率を第3章の式 (3.11) より求めることができる。

$$\alpha = P/P_0 \quad (5.7)$$

### 5.2.3 支点拘束を有する鋼鈹桁橋の基本固有振動数

本研究で用いる解析手法は、「架設後年数が経過した鋼製支承を有する既設鋼鈹桁橋は、可動支承の水平移動機能が低下し、架設時よりも可動支点が拘束されている」という前提のもとに、桁理論より算出した固有振動数と実測固有振動数とを一致させることにより、可動支承の支点拘束率と主桁の経年劣化の状態を同時に判定する方法である。

そのためには、支点拘束を有する鋼鈹桁橋の基本曲げ固有振動数の近似式を求めなければならない。近似式は「重力の方向に振動する'質量-ばね系'の固有振動数は、重力による静的たわみの平方根に逆比例する」という考え方をを用いて誘導する。なお、本論文における主桁の経年劣化とは、主に床版コンクリートの剛性低下を考えている。

まず、単純支持桁（ピン・ローラー支持）において、自重だけが作用した場合の曲げ一次固有振動数  $f_0$  は、死荷重によるたわみの公式を用いて式 (5.8) のように表せる。

$$f_0 = \frac{\pi}{2l^2} \sqrt{\frac{E_S I g}{w}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\left(\frac{5g}{384}\right) \frac{1}{\delta_0}} \quad (5.8)$$

ここで、

- $l$  : 支間長 (m)
- $E_S$  : 鋼鈹のヤング係数 ( $2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ )
- $I$  : 主桁の断面二次モーメント ( $\text{m}^4$ )
- $g$  : 重力加速度 ( $9.807 \text{ m/s}^2$ )
- $w$  : 主桁の死荷重 ( $\text{kN/m}$ )
- $\delta_0$  : 死荷重による主桁中央のたわみ (m)

次に、支点拘束を有する主桁(ピン・ピン支持)の曲げ一次固有振動数は、式 (5.8) 中の  $\delta_0$  のかわりに支点拘束を有する主桁の中央たわみ  $\delta$  を代入することで求められる。支点拘束を有する主桁の中央たわみは、単純支持桁の死荷重による中央たわみ  $\delta_0$  から、図-5.4 に示す支点拘束によって生じる水平支承反力  $P_p$  による上向き中央たわみ  $\delta_p$  を差引くことにより求めることができる。すなわち、式 (5.9) となる。

$$\delta = \delta_0 - \delta_p = \delta_0(1 - 0.8\beta/k) \quad (5.9)$$

ここで、

- $\beta = y^2 / (y^2 + r^2)$
- $y$  : 中立軸から主桁下端までの距離 (m)
- $r$  : 主桁の断面二次半径 (m)

したがって、支点拘束を有する主桁(ピン・ピン支持)の固有振動数  $f_p$  は式 (5.10) のようになる。

$$f_p = f_0 \sqrt{\frac{1}{1 - 0.8\beta/k}} \quad (5.10)$$

なお、式 (5.10) 中の  $0.8\beta/k$  は支点拘束によって生じる水平反力  $P_0$  によるたわみ  $\delta_p$  の  $\delta_0$  に対する割合である。これに前節で定義した支点拘束率  $\alpha$  を乗ずると  $\alpha$  に応じたたわみの割合が求められ、支点拘束率  $\alpha$  のときの曲げ一次固有振動数  $f$  が求められる。よって、支点拘束率  $\alpha$  を有する既設鋼鉄桁橋の曲げ一次固有振動数は次式のようなになる。

$$f = f_0 \sqrt{\frac{1}{1 - 0.8\beta\alpha/k}} \quad (5.11)$$

ただし、 $0 \leq \alpha \leq 1$

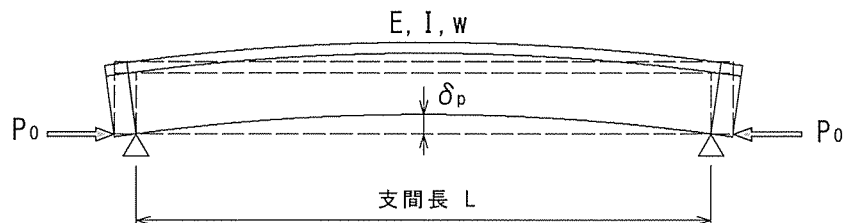


図-5.4 水平支承反力と主桁たわみの概要図

#### 5.2.4 支点状態を考慮した簡易健全度評価法の提案

本研究の健全度診断は、通常の日視点検に加えて主桁の耐荷力性能に着目し、簡易な実橋載荷試験を実施して架設時に主桁が有していた耐力（あるいは剛性）が、経年劣化によって現状でどの程度減少しているか評価する方法である。したがって、支点が正しく機能しているときは、鋼桁と床版コンクリートの弾性係数比の変化により、各主桁の劣化度を大枠評価することができるが、支点拘束が生じている場合には、支点状態を正しく考慮しないと正確な耐荷力評価は出来ない。本節では、5.2.1～5.2.3 節の流れを整理して、次のような簡易健全度評価法を提案する。

まず、活荷重合成鋼桁橋に、加速度計とひずみ計を設置して計量済みの 20tf トラック 1 台を支間中央に静的に載荷したり、走行させたりして計測を実施する。この計測方法は、平成 15 年に（社）岩手県土木技術センターが発表した「既設鋼桁橋の計測・評価マニュアル（案）」<sup>1)</sup>の中の一次計測（簡易計測）に対応している。それらの実測ひずみを用いて最初に水平支承反力を推定する。水平支承反力  $P$  を推定する方法としては 2 つある。1 つは、支間長の 1/8 点（梁理論の成立する範囲なら他の点でもよい）の実測ひずみから梁理論式によって水平支承反力を算定する方法である。もう 1 つは、支点近傍の実測ひずみを二次元弾性論式に代入して求める方法である。その際、支点近傍のひずみ計は 2 箇所必要である。1 箇所は、支点から 30cm の位置（ただし、ソールプレート前面から 10cm 以上離す）、もう 1 箇所は、支点から 60cm～120cm 程度離れた位置（橋座内作業可能範囲）である。

次に梁理論式から主桁下フランジの伸び（支点条件はピン・ローラー）とその伸びを抑える水平支承反力  $P_0$ （支承条件はピン・ピン）を算定すると、支承の拘束状態を  $P/P_0$  で表すことができる。この  $P/P_0$  を  $\alpha$  とおいて支点拘束率とする。支点拘束率  $\alpha$  が求まれば、提案式（5.11）より支承の拘束状態を考慮した第一次固有振動数  $f$  が求められる。この計算値  $f$  が実測加速度波形から求めた第一次固有振動数の値に収束するように、合成鋼桁橋のヤング係数比  $n$  と支点拘束率  $\alpha$  を同時に算定する方法である。

健全度評価のための劣化判定は、実測加速度波形から求めた曲げ一次固有振動数  $f$ 、本手法で推定した支点拘束率  $\alpha$ 、主桁のヤング係数比  $n$  を用いて総合的に判断する。劣化判定基準の詳細については、参考文献 2) を参照してほしい。前述したマニュアル（案）の計測・評価フローでは一次計測（簡易計測）を行い、支点拘束や経年劣化が有る場合には、二次計測（詳細計測）を行うようになっている。また、実橋載荷試験の前に日視点検を実施し、大きな損傷（建設省が制定した「橋梁点検要領（案）」の判定区分 I、現行では「橋梁定期点検要領」判定区分 E）がある場合には、直接補修・補強を行うという流れになっている。

### 5.3 実橋載荷試験

本節では、簡易健全度評価の妥当性の検討対象とする実橋載荷試験の概要と試験結果について述べる。本論文で提案している簡易健全度評価法では、既設合成鋼鈹桁橋の健全度把握を迅速・低廉で行うことを目的としているため、支点近傍のひずみと地覆上における加速度計のみの必要最小点の計測となっている。しかし、今回行った実橋載荷試験では、それらの点以外にも桁全体にわたって測定点を設け詳細な計測を行っている。すなわち、対象橋梁の実応力を正確に把握し、簡易的な評価法で得られた結果を照査するためである。

#### 5.3.1 対象橋梁と実橋載荷試験概要

図-5.5 に示す試験対象橋梁である下梅田橋は、岩手県紫波町に 1982 年に竣工し経過年数 24 年、支間長 27.75m、桁高 1.5m の 2 等橋 (TL-14) である。主桁は 3 本、上部工形式は 2 径間単純合成鋼鈹桁橋である。今回の載荷試験では 1 径間について静的載荷試験と動的載荷試験 (車両走行試験) を実施した。静ひずみ測定では、図-5.6 に示すように各桁の下フランジの両支点と両支点より 300, 600, 1200mm 離れた点、および支間長の 1/2, 3/8, 1/4, 1/8 の点に橋軸方向にひずみゲージを貼り、桁全長にわたって計測を行った。また、支点近傍の詳細なひずみデータの採取を目的として、G3 桁の可動側のウェブ 15 箇所に図-5.7 に示すように橋軸方向にひずみゲージを設置した。載荷重は 20tf トラックを 2 台用意し耳桁 (G1、G3 桁) や中桁 (G2 桁) に最大応力が生じるように幅員方向に位置を変えて、トラックの後方どうしを突き合わせる形で直列載荷した。1 台による単独載荷の場合は、トラック後輪の前タイヤが支間中央に一致するように載荷させた。

動的載荷試験 (車両走行試験) における測定は、図-5.8 に示すように地覆の 1/2 点、各主桁の 1/2 点の下フランジに加速度計を設置し、各主桁の 1/2 点の下フランジに垂直に変位計を設置して行った。各主桁の支点近傍の動的ひずみも測定したが、それらの結果は文献 10) を参照して頂きたい。試験車両は 20t トラックを耳桁及び中桁に 10km/h 及び 20km/h で各 2 回走行させた。

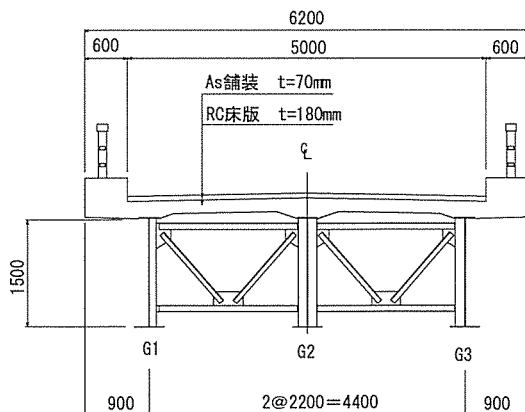


図-5.5 下梅田橋の上部工断面図

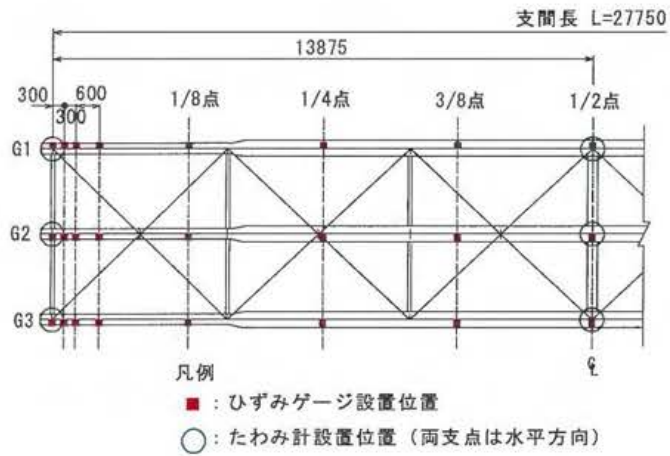


図-5.6 ひずみゲージ, たわみ計設置図  
(左半分のみ表示)

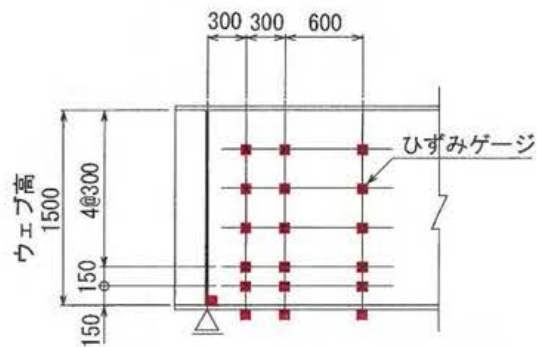


図-5.7 G3 桁支点近傍のひずみゲージ設置図



図-5.8 動的載荷試験の測定機器設置図



### 5.3.2 試験結果と考察

#### (1) 静的載荷試験

静的載荷試験結果の一例として、20tfトラック2台をG3桁側の支間中央に直列載荷した場合を取り上げる。図-5.9は、下フランジの橋軸方向の実測ひずみ分布を桁ごとに描いて比較したものである。すべての桁で両支点から $l/8$ までの区間で圧縮ひずみが生じており、最大ひずみは支間中央の引張ひずみより大きな値となっている。このようなひずみ分布は、両端固定桁に生じるひずみ分布と同じであることから、下梅田橋では可動支承が拘束されて軸方向に水平反力が発生している状態と考えることができる。図-5.10は、G3桁の可動支点近傍ウェブの桁高方向の実測ひずみ分布を、可動支点から30、60、120cm離れた点で比較したものである。下フランジでは、支点に近づく程大きな圧縮ひずみが生じているが、ウェブ上では、支点から60cm離れた点で桁高方向に大きな圧縮ひずみが計測されている。支点近傍では梁理論とは異なるひずみ分布となっている。

図-5.11は、それぞれG1桁の下フランジの橋軸方向のひずみ分布についてFEM解析値と実測値を比較したものである。FEM解析では、主桁と水平・垂直補剛材をシェル要素、床版はソリッド要素を用いて3次元でモデル化している。解析支承条件としては、固定支承側をピン、可動支承側をローラー（ピン・ローラー支点）またはピン（ピン・ピン支点）でモデル化する場合を取り上げた。さらにピン・ローラー支点において、ひずみの実測分布に一致するように、任意の水平支承反力を可動支承側に作用させるケース（ピン・ローラー支点+水平支承反力）も解析した。このケースを導入することで、例えば橋脚変形により支承が相対的に水平変位を起こす場合も解析可能となる。

図-5.11より下梅田橋の下フランジの実測ひずみ分布は、支承条件がピン・ピン支点とピン・ローラー支点の場合のFEM解析値の中間的な性状を示した。水平支承反力を作用させたFEM解析結果は、支点附近で若干誤差があるものの実測値に極めて良く近似している。ここで、ピン・ピン支点でFEM解析した場合の支承には、224.5kNの水平支承反力が生じた。一方、ひずみ実測値に一致させるためには122.8kNの水平支承反力を必要とした。従って、ピン・ピン支点状態の支点拘束率を1.0とすると下梅田橋の支点拘束率は、約0.55と考えることができる。

また、図-5.12に示すように可動支点近傍ウェブの桁高方向のひずみ分布においても、水平支承反力を作用させたFEM解析結果は実測値とよく合うことが分かった。

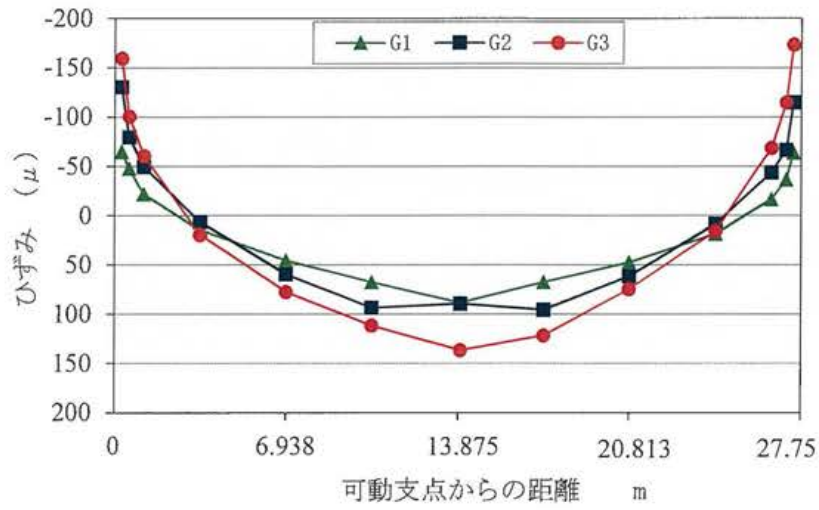


図-5.9 主桁下フランジの実測ひずみ分布

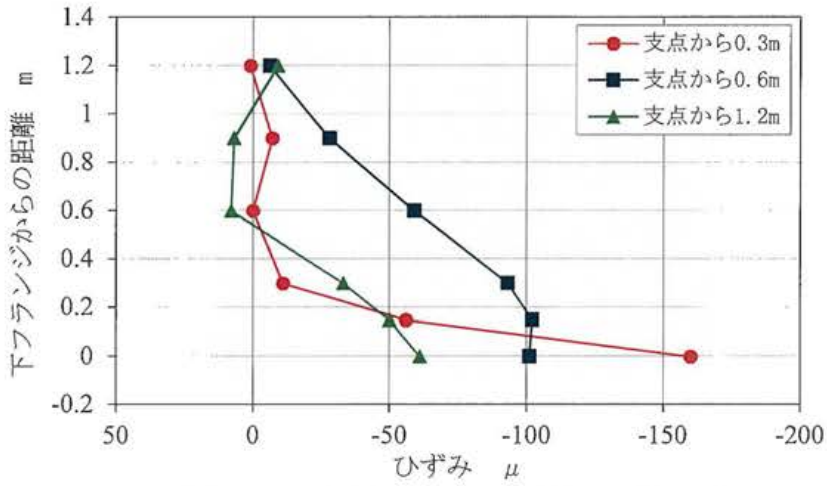


図-5.10 支点近傍ウェブの実測ひずみ分布

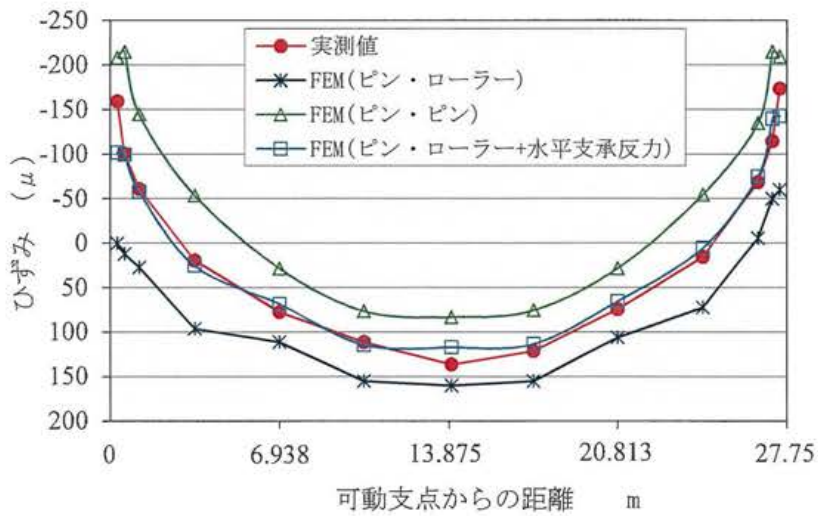


図-5.11 主桁下フランジのひずみの実測値と解析値の比較

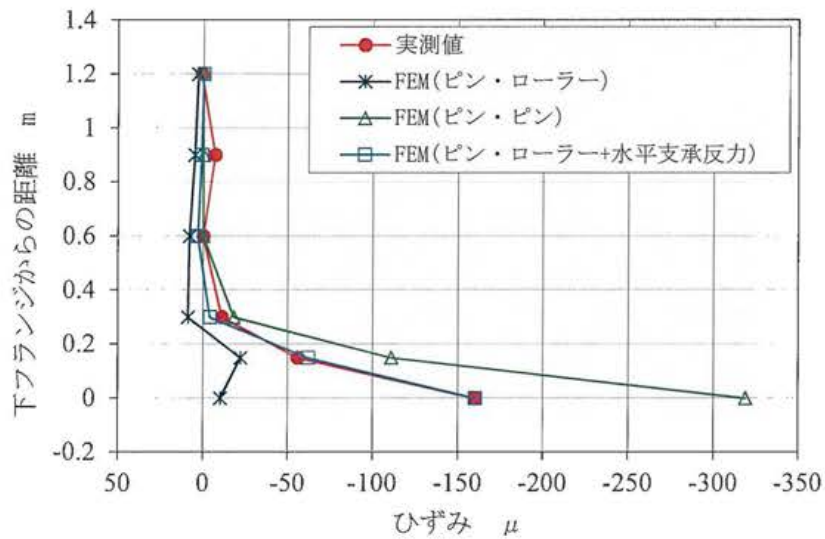


図-5.12 支点近傍ウェブのひずみの実測値と解析値の比較

## (2) 動的载荷試験

支間中央の主桁下フランジに設置した加速度計より得られた応答加速度データから FFT 方式によりパワースペクトルを算出し、卓越固有振動数により動的特性を評価した。代表例として走行車両が 20km/h・中桁走行時の応答加速度波形を図-5.13 に示し、図-5.14・図-5.15 にはそれぞれ車両走行中・退出後のパワースペクトル図を示す。パワースペクトル図によると卓越固有振動数は 3.22Hz、4.69Hz であるが、走行車両による影響が少ない車両退出後に 3.22Hz が減少しているため 3.22Hz は車両の影響によるものと考えられる。よって、曲げ振動に関する基本固有振動数は 4.69Hz となる。なお、本論文で提案している簡易健全度評価手法における加速度計測では、地覆上に加速度計を設置して計測する。本論文の地覆上の加速度計から得られた実測固有振動数は下フランジに設置した加速度計より得られた値と同様の結果となった。

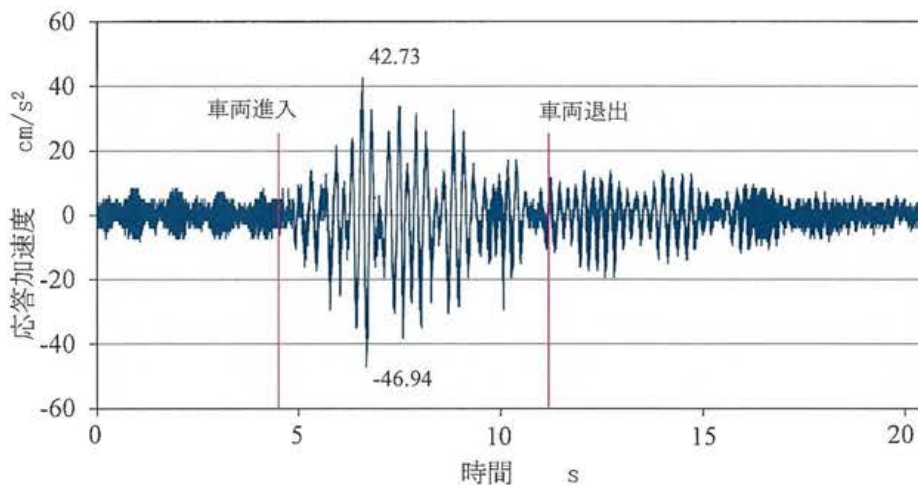


図-5.13 応答加速度 (20km/h・耳桁走行・中桁 1/2 点)

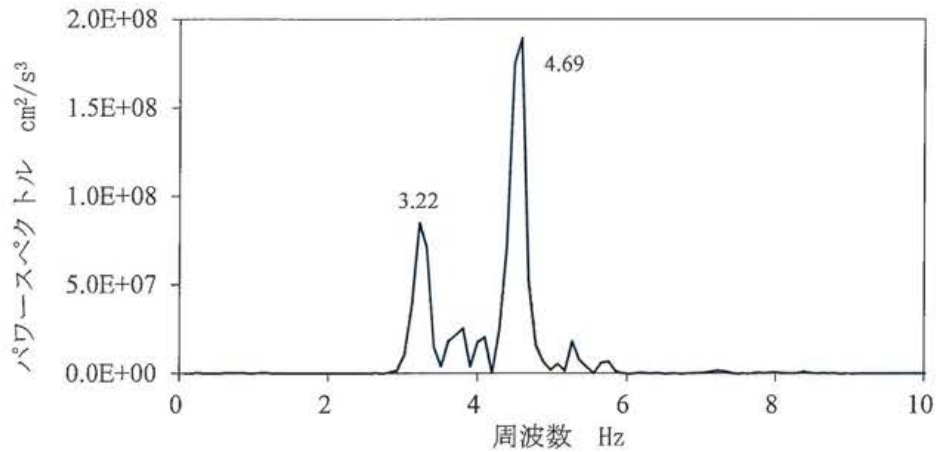


図-5.14 車両橋上走行中パワースペクトル図

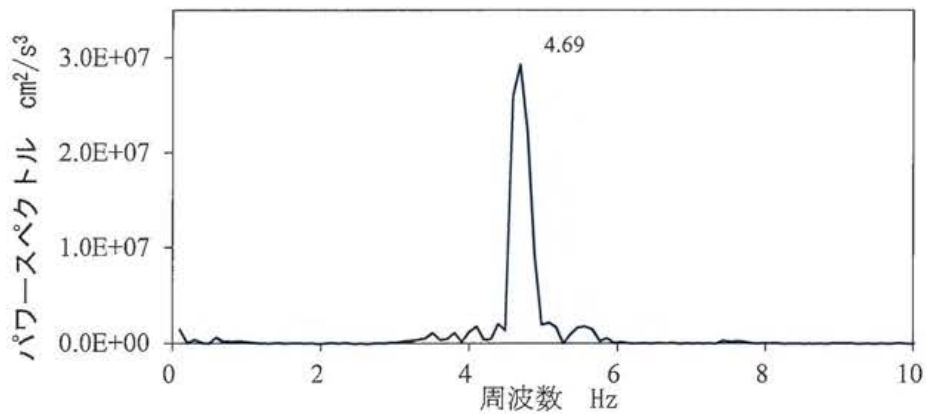


図-5.15 車両橋上退出後パワースペクトル図

次に、3次元FEMプログラム(ANSYS)を用いて、支点条件がピン・ローラー支点、ピン・ピン支点の2ケースについて固有振動解析を行い、実測結果と比較した。

3次元FEM解析値はピン・ローラー支点の場合で3.58Hz、ピン・ピン支点の場合で5.56Hzとなり、実測値はピン・ローラー支点の場合とピン・ピン支点の場合の解析値の中間の値となった。図-5.16は、単純鋼鈹桁橋の支点拘束がある場合(ピン・ピン支点)と無い場合(ピン・ローラー支点)の支間長と基本固有振動数の関係を示したものである<sup>1)</sup>。なお、鋼鈹と床版コンクリートのヤング係数比は $n=10.5$ を用いている。本研究で得られた実測結果と解析結果が図中に示されているが、妥当な結果が得られていると思われる。同橋梁において行われた静的載荷試験では、可動支承の水平変位は、ほとんどゼロに近い値が得られた。それに対して同時に測定した橋脚上端の水平変位は極めて大きな値が得られた。これらのことから、下梅田橋は可動支承が十分に機能していないため、実測基本固有振動数はピン・ローラー支点時の固有振動数より高くなった。しかし、可動支承が橋脚と一体になって動くため、ピン・ピン支点時の基本固有振動数の値までには上らないものと考えら

れる。これらの考察については文献3)を参照して頂きたい。

次に、変位計により得られた各桁 1/2 点の動的最大変位を、静的変位と比較することにより動的応答倍率（衝撃係数）を求めた。結果を表-5.1 に示す。道路橋示方書に示されている衝撃係数は式 (5.12) で表させる。

$$i = \frac{20}{50 + L} \quad (5.12)$$

ここで、 $i$ ：衝撃係数， $L$ ：支間長（m）

道路橋示方書式から求めた下梅田橋の衝撃係数は、0.257 となる。たわみによる動的応答倍率は全平均で 0.259 となり、道路橋示方書に示される衝撃係数とほぼ同程度の値を示した。しかし、10km/h、20km/h について動的応答倍率の各平均を見れば、0.247、0.343 となり、下梅田橋の動的応答倍率は車両速度の影響が大きいことが分かった。

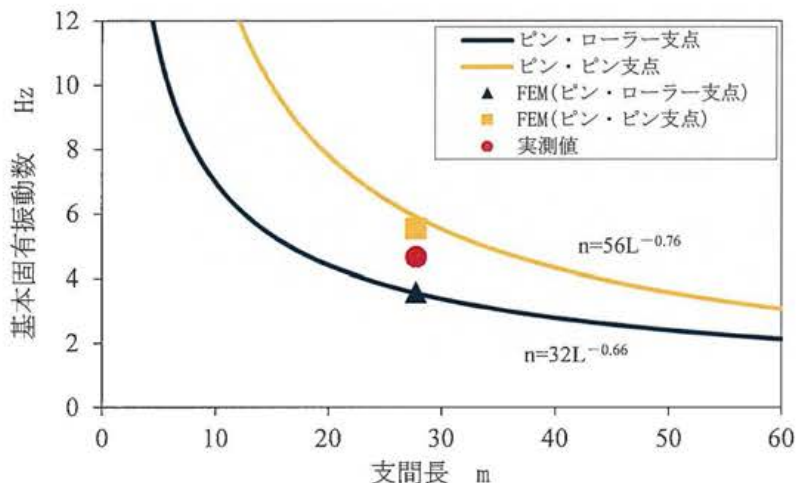


図-5.16 支点条件による支間長と基本固有振動数

表-1 動的応答倍率

走行状態	速度 km/h	動的応答倍率				
		G1	G2	G3	平均	
耳桁走行 (G3桁)	9.9	0.309	0.239	0.217	0.255	0.250
	8.6	0.281	0.233	0.221	0.245	
	18.3	0.380	0.315	0.288	0.328	0.348
	18.3	0.409	0.352	0.343	0.368	
中桁走行 (G2桁)	9.4	0.180	0.247	0.265	0.231	0.244
	9.2	0.246	0.258	0.267	0.257	
	17.7	0.339	0.396	0.408	0.381	0.338
	18.3	0.232	0.297	0.355	0.295	



#### 5.4 簡易健全度評価法の適用例

検討対象橋梁（下梅田橋）で実施した静的載荷試験から図-5.17に示す20tfダンプトラック1台を支間中央中桁に載荷したケースを解析対象とする。また、解析に必要な実測基本曲げ一次固有数は、20tfダンプトラック1台を20km/hで中桁走行させた場合の応力加速度から求めた。計測器は静ひずみ計を支点近傍では0.30、0.60、1.20mとℓ/8点（支点から3.469m）の位置に、加速度計は支間中央地覆上に1個ずつ両側に配置した。表-5.2に実測値と計算結果を示す。検討ケースは2ケースで、ケース1はℓ/8点のひずみを用いた検討、ケース2は支点から0.30m、0.60m、1.20mのひずみを用いた検討である。また、ひずみ値は静的載荷試験結果であり、固有振動数は車両退出後の応答加速度波形から求めた第一次固有振動数である。

ヤング係数比 $n$ の値を仮定しながら固有振動数計算値が実測固有振動数に一致するようにケース1では式(5.1)、(5.7)、(5.11)の計算を繰り返す。ケース2では(5.2)、(5.7)、(5.11)の計算を繰り返す。図-5.18、図-5.19は、それぞれケース1、ケース2におけるヤング係数比 $n$ の変化に伴う支点拘束率 $\alpha$ の変化を示したものである。図中の実線は式(5.1)より求めた支点拘束率-ヤング係数比の関係であり、点線は式(5.11)より求めた「支点拘束率-ヤング係数比」の関係式である。両曲線が交わる点が対象橋梁の支点拘束率とヤング係数比となる。図-5.18、図-5.19から分かるように、ヤング係数比 $n$ が大きくなる場合（床版が剛性低下する場合）、支点拘束率の変化は、実測ひずみの値よりも実測固有振動数の値の方が感度がよいように思われる。それぞれのケースにおける固有振動数の計算値は、 $n=9.9$ 、 $(\alpha=0.590)$ 、 $n=9.2$ 、 $(\alpha=0.568)$ の場合に実測固有振動数の値4.69Hzと一致した。

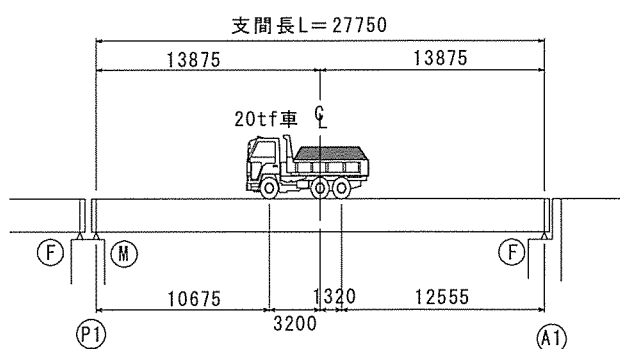


図-5.17 静的載荷試験載荷ケース



両ケースの検討結果より、下梅田橋の健全度は支点拘束率  $\alpha=0.57\sim 0.59$ 、ヤング係数比  $n=9.2\sim 9.9$ 、基本固有振動数  $f=4.69\text{Hz}$  となり、これらの値から総合的に健全度を評価した。前述したマニュアル（案）<sup>1)</sup>の劣化判定基準に従うと可動支承が拘束されている場合は、実測基本固有振動数が以下の式を満たす場合は経年劣化が生じている可能性が高いと判定している。

$$f < 0.85 \times 56 L^{-0.76} \quad (5.13)$$

ここで、 $f$  : 実測基本曲げ固有振動数 (Hz)

$L$  : 支間長 (m)

表-5.2 実測値と計算結果

項目	結果
実測値	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 0.3, 0.6, 1.2m点のひずみ値 <math>\epsilon=-68\mu, -44\mu, -22\mu</math></li> <li>・ 1/8点のひずみ値 <math>\epsilon=1.33\mu</math></li> <li>・ 車両退出後の固有振動数 <math>f=4.69\text{Hz}</math></li> </ul>
ケース1 ひずみゲージをL/8点に 設置した場合の検討	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ヤング係数比 <math>n=9.9</math>と仮定</li> <li>・ 式 (5.1) より水平支承反力 <math>P=204.4\text{kN}</math></li> <li>・ 式 (5.7) より支点拘束率 <math>\alpha=0.590</math></li> <li>・ 式 (5.11) より固有振動数 <math>f=4.69\text{Hz}, f_0=3.815\text{Hz}</math></li> </ul>
ケース2 ひずみゲージを支点から0.3m, 0.6m,1.2mに設置した場合の検討	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ヤング係数比 <math>n=9.2</math>と仮定</li> <li>・ 式 (5.1) より水平支承反力 <math>P=196.1\text{kN}</math></li> <li>・ 3点のPがほぼ同値となるように調整</li> <li>・ 式 (5.7) より支点拘束率 <math>\alpha=0.568</math></li> <li>・ 式 (5.11) より固有振動数 <math>f=4.69\text{Hz}, f_0=3.846\text{Hz}</math></li> </ul>

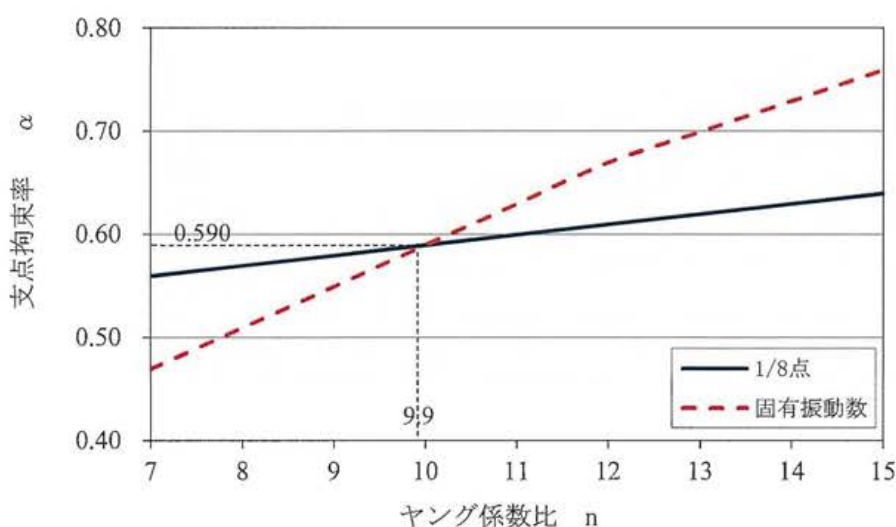


図-5.18 ヤング係数の変化に伴う支点拘束率の変化  
(ケース1の場合)

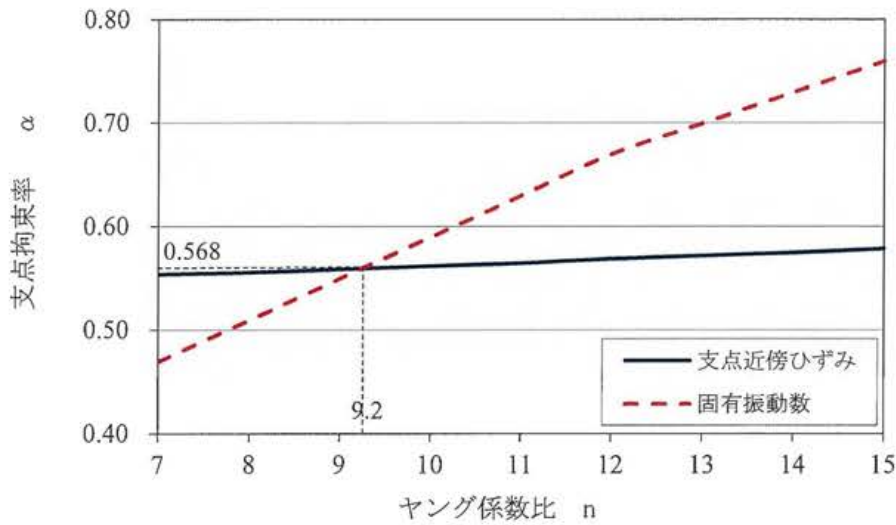


図-5.19 ヤング係数の変化に伴う支点拘束率の変化  
(ケース2の場合)

本橋の場合、式(5.13)を満足しないので健全度は高いものと判断される。なお、式(5.13)の判定式の誘導過程については、参考文献2)に詳しく述べられている。次に、目視点検の結果より、鋼主桁に腐食や損傷が見られないのでヤング係数比  $n=9\sim 10$  の解析結果は、設計でのヤング係数比  $n=7$  と比較すると床版コンクリートに経年劣化の可能性があると判断される。しかし、そのように判断すると固有振動数による診断と矛盾するようである。

今回の3次元FEM解析モデルでは、 $n=10.5$ で解析結果と実測値がよく一致した。目視点検結果からも、床版コンクリートには、ひび割れ等の劣化・損傷は見られなかった。また、著者らが以前実施した新設橋の実橋載荷試験においても、 $n=10.5$ を用いた3次元FEM解析結果が実測値と一致した。このように設計でのヤング係数比  $n$  は実橋梁の初期状態の  $n$  と一致するとは限らないので、設計で用いる  $n$  と本手法で推定した  $n$  にどの程度の差があれば、経年劣化と判定できるかなど劣化基準について今後検討が必要と思われる。合成鋼鈹桁橋のヤング係数比の推定値による劣化判定条件については、現段階では  $n$  が 10.5 より高くなった場合に経年劣化が生じている可能性が高いと判定する。

## 5.5 まとめ

本論文では、支点拘束を有する既設鋼鈹桁橋の特長を活かし、支点近傍ひずみと固有振動数の実測値を用いた健全度評価手法を提案した。また、2径間単純鋼鈹桁橋における実橋載荷試験の結果より、提案手法を用いて試験橋梁の簡易健全度評価を行うとともに、提案手法の妥当性を検討した。本章で得られた結論を以下にまとめる。

- (1) 支点拘束を有する鋼鈹桁橋の健全度評価を行うためには、水平支承反力を推定する必要がある。本研究では、静的載荷試験により生じる支点近傍の主桁下フランジの実測ひずみを用いて水平支承反力 ( $P$ ) を逆算するものとした。水平支承反力を推定する方法として、梁理論を用いる方法と2次元弾性論を用いる方法の二つの方法を提案した。
- (2) 提案手法は、ひずみの実測値と固有振動数の実測値を用いて、それぞれの支点拘束率とヤング係数比の関係曲線を求め、2つの曲線の交点を支点拘束率とヤング係数比の最適解とした。健全度評価では、ヤング係数比が10.5を超え場合に、経年劣化が生じている可能性が高いと判断するものとした。
- (3) 本提案式による結果とFEM解析結果を照査したところ、支点拘束率、ヤング係数比ともに7%以内の誤差に収まり、簡易な提案式でも十分有効であることを明らかにした。

本提案手法は、簡易計測により多数の橋梁を迅速・低廉で力学的評価ができるため実用的と考える。今後の課題としては、本手法の実用性を高めるため、多くの橋梁で本手法を適用し、橋梁の健全度とヤング係数比との関係を明らかにしていくことである。

## 参考文献

- 1) 社団法人岩手県土木技術センター：既設鋼鉄桁橋の計測・評価マニュアル（案），  
2003. 11
- 2) 新銀武，岩崎正二，出戸秀明，宮本裕，保憲一：支点拘束を考慮した既設鋼鉄桁橋  
の計測・評価手法の提案，土木学会構造工学論文集，Vol.51A,pp.1081-1092,2005.3
- 3) 上野大介，橋芳明，黒墨秀行：静的載荷試験に基づく下梅田橋の静的挙動特性につ  
いて，土木学会東北支部技術研究発表会講演概要，I-47,pp.108-109,2006.3

【付録】

二次元弾性論を用いた応力式の誘導

二次元弾性理論に用いられる数式は無限の領域または、半無限の領域を対象とした場合が多く本研究のように橋桁端部の有限の領域に対して取り扱っている例は少ない。また用いられる領域においては対称性が保たれていることも適用の条件に挙げられるが、本研究が適用する箇所は対称性が保たれていない。さらに半無限の領域として橋桁端部を取り扱っている为上フランジや床板等の付加部材について考慮していない、そのため得られる解は厳密解ではなく近似解となる。

以下に本研究で用いる応力式の誘導過程を示す。

1. 扇形板の縁端に集中荷重を受けるときの応力分布

(1) 水平荷重が作用した場合

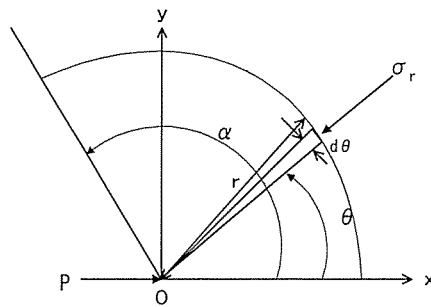


図-A.1 扇形板の縁端に水平荷重を受ける時の応力分布

集中荷重（水平）を受ける半無限板の応力

$$\sigma_r = \frac{\beta \cos \theta}{r} \tag{A.1}$$

$$dp = \sigma_r \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta \tag{A.2}$$

$$dp = \frac{\beta \cos \theta}{r} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

$$\int_0^\alpha \beta \cos^2 \theta \cdot d\theta = \beta \int_0^\alpha \cos^2 \theta = \beta \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) = -P$$

$$\beta = \frac{-P}{\frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha}$$

式 (A.1) に代入

$$\sigma_r = \frac{-P \cos \theta}{r \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2P \cos \theta}{r \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \quad (\text{A.3})$$

ここで

$$\cos \theta = \frac{x}{r}, \quad r = \frac{x}{\cos \theta}, \quad r^2 = x^2 + y^2, \quad \sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_r \cdot \cos^2 \theta &= \frac{-2P \cos^3 \theta}{\frac{x}{\cos \theta} \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2P \cos^4 \theta}{x \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2P}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{x^4}{x \cdot r^4} \\ &= \frac{-2P}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = \sigma_r \cdot \sin^2 \theta &= \frac{-2P \cos \theta \sin^2 \theta}{\frac{x}{\cos \theta} \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2P \cos^2 \theta \sin^2 \theta}{x \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \\ &= \frac{-2P}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{r^2} \cdot \frac{y^2}{r^2} = \frac{-2P}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = \sigma_r \cdot \sin \theta \cos \theta &= \frac{-2P \cos^2 \theta \sin \theta}{\frac{x}{\cos \theta} \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2P \cos^3 \theta \sin \theta}{x \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \\ &= \frac{-2P}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{x^3}{r^3} \cdot \frac{y}{r} = \frac{-2P}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$  のとき

$$\sigma_x = \frac{-2P}{\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \sin \pi} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{4P}{\pi} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma_y = \frac{-2P}{\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \sin \pi} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{4P}{\pi} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.8})$$

$$\tau_{xy} = \frac{-2P}{\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \sin \pi} \cdot \frac{x^2y}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{4P}{\pi} \cdot \frac{x^2y}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.9})$$

(2) 鉛直荷重が作用した場合

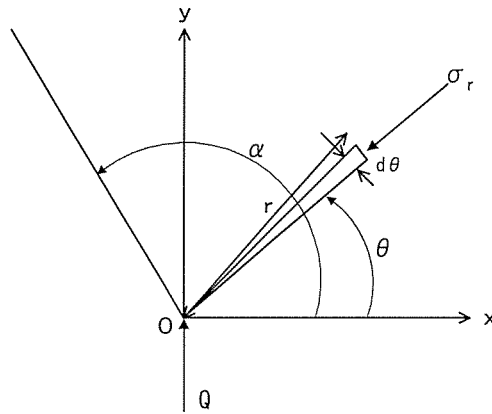


図-A.2 扇形板の縁端に鉛直荷重を受ける時の応力分布

集中荷重（鉛直）を受ける半無限板の応力式

$$\sigma_r = \frac{\beta}{r} \sin \theta \quad (\text{A.10})$$

$$dp = \sigma_r \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta \quad (\text{A.11})$$

$$\int_0^\alpha \frac{\beta}{r} \cdot r \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta = \beta \left( \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) = -Q$$

$$\beta = \frac{-Q}{\frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \sin 2\alpha}$$



式 (A.10) に代入

$$\sigma_r = \frac{-Q \sin \theta}{r \left( \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2Q \sin \theta}{r \left( \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \quad (\text{A.12})$$

ここで

$$\cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \sin \theta = \frac{y}{r}, \quad r = \frac{y}{\sin \theta}, \quad r^2 = x^2 + y^2$$

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sigma_r \cdot \cos^2 \theta &= \frac{-2Q \sin \theta \cos^2 \theta}{\frac{y}{\sin \theta} \left( \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2Q \sin^2 \theta \cos^2 \theta}{y \left( \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \\ &= \frac{-2Q}{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

同様にして

$$\sigma_y = \sigma_r \cdot \sin^2 \theta = \frac{-2Q \sin^3 \theta}{\frac{y}{\sin \theta} \left( \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2Q}{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.14})$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \cdot \sin \theta \cos \theta = \frac{-2Q \sin^2 \theta \cos \theta}{\frac{y}{\sin \theta} \left( \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} = \frac{-2Q}{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.15})$$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$  のとき

$$\sigma_x = \frac{-2Q}{\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{4Q}{\pi} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.16})$$

$$\sigma_y = \frac{-2Q}{\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi} \cdot \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{4Q}{\pi} \cdot \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.17})$$

$$\tau_{xy} = \frac{-2Q}{\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} = -\frac{4Q}{\pi} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.18})$$

## 2. 支点付近に集中荷重を受けるときの応力分布

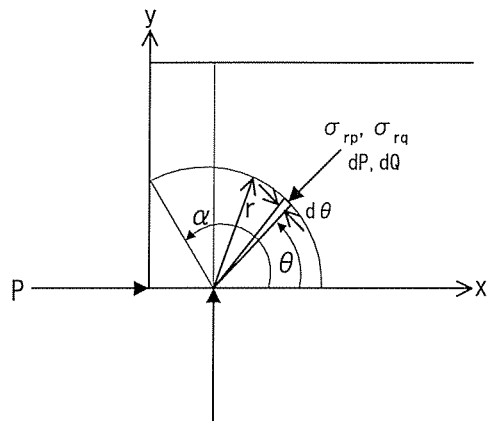


図-A.3 支点付近の応力分布

放射状に受ける単純圧縮の応力成分は次式で表される

- ・ 水平力  $P$  が作用する場合

$$\sigma_{rp} = -\frac{kP \cos \theta}{r} \quad (\text{A.19})$$

- ・ 鉛直力  $Q$  が作用する場合

$$\sigma_{rq} = -\frac{kQ \sin \theta}{r} \quad (\text{A.20})$$

- ・ 水平力が作用する場合

作用方向の力の合計を  $P$  として  $\sigma_{rp}$  を表す

$$dP = -\sigma_{rp} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta$$

$$\begin{aligned} P &= -\int_0^\alpha \sigma_{rp} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta = \int_0^\alpha \frac{kP \cos \theta}{r} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta \\ &= kP \int_0^\alpha \cos^2 \theta = kP \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) \end{aligned}$$

より,  $k$  を求めると

$$k = \frac{1}{\frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha} = \frac{2}{\alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha}$$

式 (A.19) に代入して

$$\sigma_{rp} = -\frac{2P \cos \theta}{r \left( \alpha + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \quad (\text{A.21})$$

・鉛直力が作用する場合

作用方向の力の合計を  $Q$  として  $\sigma_{rq}$  を表わす

$$dq = -\sigma_{rq} \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta$$

$$\begin{aligned} Q &= -\int_0^\alpha \sigma_{rq} \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta = \int_0^\alpha \frac{kQ \sin \theta}{r} \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta \\ &= kQ \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cdot d\theta = kQ \left( \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) \end{aligned}$$

より  $k$  を求めると

$$k = \frac{1}{\frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{4} \sin 2\alpha} = \frac{2}{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha}$$

式 (A.20) に代入して

$$\sigma_{rq} = -\frac{2Q \sin \theta}{r \left( \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \quad (\text{A.22})$$

### 3. フランジのある板の縁端に集中荷重を受けるときの応力分布

(1) 水平荷重が作用した場合

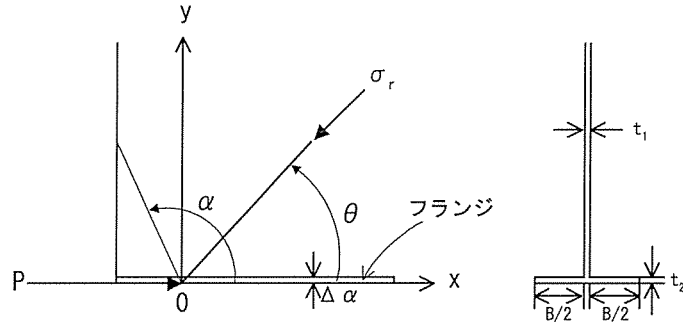


図-A.4 フランジのある板の縁端に水平荷重を受けた場合

ウェブに対して

$$\sigma_{r1} = \frac{-P_1 \cos \theta}{r \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) t_1}$$

このとき

$$\left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) = A \quad \text{とおくと} \quad \sigma_{r1} = \frac{-P_1 \cos \theta}{r A t_1} \quad (\text{A.23})$$

フランジに対して

$$\sigma_{r2} = \frac{-P_2 \cos \theta}{r \left( \frac{1}{2} \alpha_2 + \frac{1}{4} \sin 2\alpha_2 \right) B}$$

$\alpha_2$  が微小のとき

$$\left( \frac{1}{2} \alpha_2 + \frac{1}{4} \sin 2\alpha_2 \right) \doteq \alpha_2 = \Delta \alpha \quad \alpha_2 \doteq \frac{t_2}{r}$$

$$\sigma_{r2} = \frac{-P_2 \cos \theta}{r \Delta \alpha B} \quad (\text{A.24})$$

$\theta = 0$  で  $\sigma_{r1} = \sigma_{r2} = \sigma_r$  であり  $P = P_1 + P_2$  である

$$\sigma_r = \frac{-P_1}{rAt_1} = \frac{-P_2}{r\Delta\alpha B} \quad , \quad P_2 = P - P_1 \quad ,$$

$$\frac{-P_1}{rAt_1} = \frac{-P + P_1}{r\Delta\alpha B}$$

$$\frac{-P_1}{rAt_1} + \frac{-P_1}{r\Delta\alpha B} = \frac{-P}{r\Delta\alpha B}$$

$$P = \frac{P_1 r \Delta\alpha B}{rAt_1} + P_1 = \frac{P_1}{rAt_1} (r\Delta\alpha B + rAt_1)$$

$$-P \cos \theta = \frac{-P \cos \theta}{rAt_1} (r\Delta\alpha B + rAt_1) = \sigma_r (r\Delta\alpha B + rAt_1)$$

$$\sigma_r = \frac{-P \cos \theta}{r\Delta\alpha B + rAt_1} = \frac{-P \cos \theta}{r \left\{ \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) t_1 + \Delta\alpha B \right\}}$$

このとき

$$\cos \theta = \frac{x}{r} \quad , \quad r = \frac{x}{\cos \theta} \quad , \quad r^2 = x^2 + y^2 \quad , \quad \sin \theta = \frac{y}{r} \quad , \quad \Delta\alpha = \tan^{-1} \frac{t_2}{x} \doteq \frac{t_2}{x}$$

$$\sigma_x = \sigma_r \cdot \cos^2 \theta = \frac{-P \cos^3 \theta}{\frac{x}{\cos \theta} \left\{ \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) t_1 + \Delta\alpha B \right\}} = \frac{-P}{t_1 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) + \frac{Bt_2}{x}} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.25})$$

$$\sigma_y = \sigma_r \cdot \sin^2 \theta = \frac{-P \cos \theta \sin^2 \theta}{\frac{x}{\cos \theta} \left\{ \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) + \Delta\alpha B \right\}} = \frac{-P}{t_1 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) + \frac{Bt_2}{x}} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.26})$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{-P \cos^2 \theta \sin \theta}{\frac{x}{\cos \theta} \left\{ \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) t_1 + \Delta\alpha B \right\}} = \frac{-P}{t_1 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) + \frac{Bt_2}{x}} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.27})$$

$\alpha = \frac{\pi}{2}$  のとき

$$\sigma_x = \frac{-P}{t_1 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{Bt_2}{x}} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.28})$$

$$\sigma_y = \frac{-P}{t_1 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{Bt_2}{x}} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.29})$$

$$\tau_{xy} = \frac{-P}{t_1 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{Bt_2}{x}} \cdot \frac{x^2y}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.30})$$

(2) 鉛直荷重が作用した場合

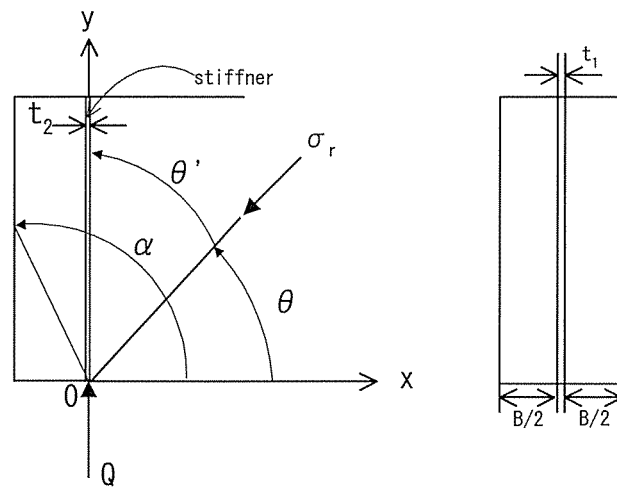


図-A.5 フランジのある板の縁端に鉛直荷重を受けた場合

ウェブに対して

$$\sigma_{r1} = \frac{-Q_1 \cos \theta}{r \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) t_1} \quad (\text{A.31})$$

スティフナーに対して

$$\sigma_{r_2} = \frac{-Q_2 \cos \theta}{r \left( \frac{1}{2} \alpha_2 + \frac{1}{4} \sin 2\alpha_2 \right) B} \quad (\text{A.32})$$

※ただし、 $\alpha_2$  は  $y$  軸からの角で + とする

このとき

$$\frac{1}{2} \alpha_2 + \frac{1}{4} \sin 2\alpha_2 \doteq \Delta \alpha$$

$$\sigma_{r_2} = \frac{-Q_2 \cos \theta}{r \Delta \alpha B}$$

$\theta' = 0$  で  $\sigma_{r_1} = \sigma_{r_2} = \sigma_r$  であり  $Q = Q_1 + Q_2$  である

$\theta' = \frac{\pi}{2} - \theta$  とすると

$$\cos \theta' = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \sin \theta, \quad \Delta \alpha = \tan^{-1} \frac{t_1}{y} \doteq \frac{t_2}{y}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r},$$

$$r = \frac{x}{\cos \theta}, \quad r^2 = x^2 + y^2, \quad \sin \theta = \frac{y}{r}$$

水平荷重のときと同様にして

$$\sigma_r = \frac{-Q \sin \theta}{r \left\{ \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) t_1 + \Delta \alpha B \right\}} \quad (\text{A.33})$$

$$\sigma_x = \sigma_r \cdot \cos^2 \theta = \frac{-Q}{t_1 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) + \frac{B t_2}{y}} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.34})$$

$$\sigma_y = \sigma_r \cdot \sin^2 \theta = \frac{-Q}{t_1 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) + \frac{B t_2}{y}} \cdot \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.35})$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{-Q}{t_1 \left( \frac{1}{2} \alpha + \frac{1}{4} \sin 2\alpha \right) + \frac{B t_2}{y}} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.36})$$



$\alpha = \frac{\pi}{2}$  のとき

$$\sigma_x = \frac{-Q}{t_1 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{Bt_2}{y}} \cdot \frac{x^2 y}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.37})$$

$$\sigma_y = \frac{-Q}{t_1 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{Bt_2}{y}} \cdot \frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.38})$$

$$\tau_{xy} = \frac{-Q}{t_1 \cdot \frac{\pi}{4} + \frac{Bt_2}{y}} \cdot \frac{xy^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad (\text{A.39})$$

#### 4. フランジのあるくさび形について

くさび形の両縁にフランジがついた場合は、集中力がくさび軸に直角に働く場合の応力式と単純梁の応力式が近似しているのでこれを利用して応力式を誘導する。

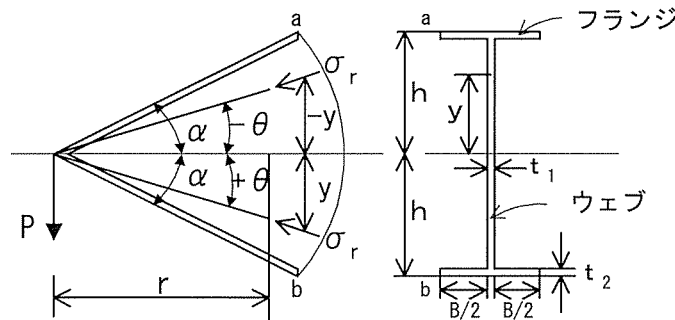


図-A.6 くさびにフランジがついた場合の応力分布

点  $r, \theta$  の応力度は次式で表される

$$\sigma_r = \frac{-P \sin \theta}{r \left( \frac{1}{2} \alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha \right)} \doteq \frac{-Pr y}{I} \quad (\text{A.40}) \quad \text{誤差}$$

$\alpha = 10^\circ$	$\rightarrow 0.10\%$
$\alpha = 45^\circ$	$\rightarrow 1.85\%$
$\alpha = 67.5^\circ$	$\rightarrow 3.57\%$
$\alpha = 90^\circ$	$\rightarrow 4.50\%$

断面二次モーメント

$$h = r\alpha \quad I = \frac{t_1(2h)^3}{12} = \frac{8t_1h^3}{12} = \frac{2}{3}t_1r^3\alpha^3$$

点  $a, b$  の応力度  $\sigma_r$  は  $\theta = \alpha$  とすると次式のように表される

$y = h = r\alpha$  とすると

$$\sigma_r = \frac{-Pr^2\alpha}{\frac{2}{3}t_1r^3\alpha^3} = \frac{-P\sin\alpha}{\frac{2}{3}t_1r^3\alpha^3 \frac{\sin\alpha}{\alpha r^2}} = \frac{-P\sin\alpha}{I \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha r^2}} = \frac{-P\sin\alpha}{(I_1 + I_2) \frac{\sin\alpha}{\alpha r^2}} \quad (\text{A.41})$$

このうち  $I_1 \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha r^2}$  はウェブによるものであり  $r\left(\frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)$  に相当する

$I_2$  はフランジの断面二次モーメントで次式による

$$I_2 = 2Bt_2\left(h - \frac{t_2}{2}\right)^2 = 2Bt_2\left(r\alpha - \frac{t_2}{2}\right)^2 = 2Bt_2\left(r^2\alpha^2 - t_2r\alpha + \frac{1}{4}t_2^2\right)$$

$$I_2 \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha r^2} = 2Bt_2\left(r^2\alpha^2 - t_2r\alpha + \frac{1}{4}t_2^2\right) \cdot \frac{\sin\alpha}{\alpha r^2} = 2Bt_2\left(\alpha \sin\alpha - \frac{t_2}{r}\sin\alpha + \frac{t_2^2 \sin\alpha}{4\alpha r}\right)$$

$\frac{t_2^3 \sin\alpha}{4\alpha r}$  を微小として省略する

$$\sigma_r = \frac{-P\sin\theta}{r\left(\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right) + 2t_2B\left(\alpha - \frac{t_2}{r}\right)\sin\alpha}$$

$\frac{t_2}{r}$  も微小項として省略すると

$$\therefore \sigma_r = \frac{-P\sin\theta}{r\left(\alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\right) + 2Bt_2\sin\alpha} \quad (\text{A.42})$$

5. 上フランジ, 下フランジの断面が非対称の場合

(1) 集中力  $P$  がくさびに直角に働く場合

非対称の場合にくさびの中心線を重心線に置き換えて解く, 重心線と  $P$  のなす角は  $\frac{\pi}{2}$  である.

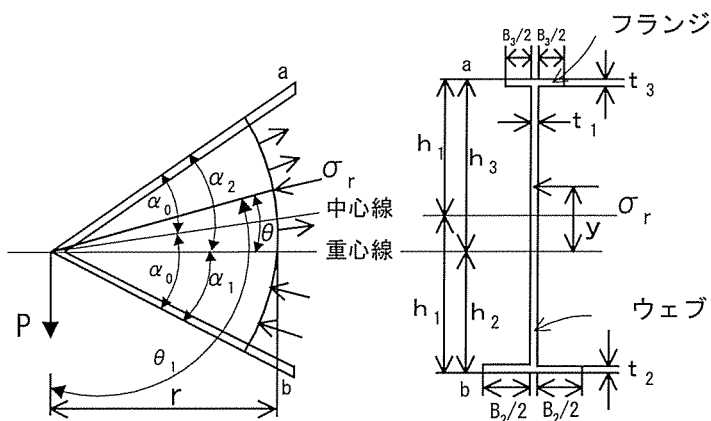


図-A.7 くさびにフランジがついた場合 (非対称) の応力分布

・ ウェブのみの場合

重心軸まわりの断面二次モーメント

$$\sigma_r = \frac{-kP \cos \theta_1}{r} \quad (\text{A.43})$$

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$I_1 = \frac{t_1}{3} (h_2^3 + h_3^3)$$

$$I_2 = B_2 t_2 h_2^2 = B_2 t_2 \alpha_1^2 r^2$$

$$I_3 = B_3 t_3 h_3^2 = B_3 t_3 \alpha_2^2 r^2$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\alpha_1}^{\frac{\pi}{2}+\alpha_2} \sigma_r \cdot r \cdot \cos \theta_1 \cdot d\theta_1 = -P$$

$$-kP \left[ \frac{1}{2} \theta_1 + \frac{1}{4} \sin 2\theta_1 \right]_{\frac{\pi}{2}-\alpha_1}^{\frac{\pi}{2}+\alpha_2} = -P$$

$$-kP \left\{ \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} = -P \quad (\text{A.44})$$

式 (A.44) を  $k$  について解くと

$$k = \frac{1}{\frac{1}{2}(\alpha_1 + \alpha_2) - \frac{1}{4}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2)} = \frac{1}{\alpha_0 - \frac{1}{4}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2)} \quad (\text{A.45})$$

(5a.43) 式に代入して

$$\therefore \sigma_r = \frac{-P \cos \theta}{r \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{4}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}} = \frac{-P \sin \theta}{r \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{4}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}} \quad (\text{A.46})$$

・フランジを含む場合 ( $\theta = \alpha_1$  とする)

$$\sigma_r \doteq \frac{-Pr\gamma}{I} = \frac{-Pr^2\alpha_1}{I} = \frac{-P \sin \alpha_1}{I \frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1 r^2}} = \frac{-P \sin \alpha_1}{(I_1 + I_2 + I_3) \frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1 r^2}}$$

※  $I_1 \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\alpha_1 r^2}$  は  $r \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{4}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}$  に相当するとすれば

$$\therefore \sigma_r = \frac{-P \sin \theta}{rt_1 \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{4}(\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + B_2 t_2 \alpha_1 \sin \alpha_1 + B_3 t_3 \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1} \sin \alpha_1} \quad (\text{A.47})$$

(2) 集中力 P が重心方向の場合

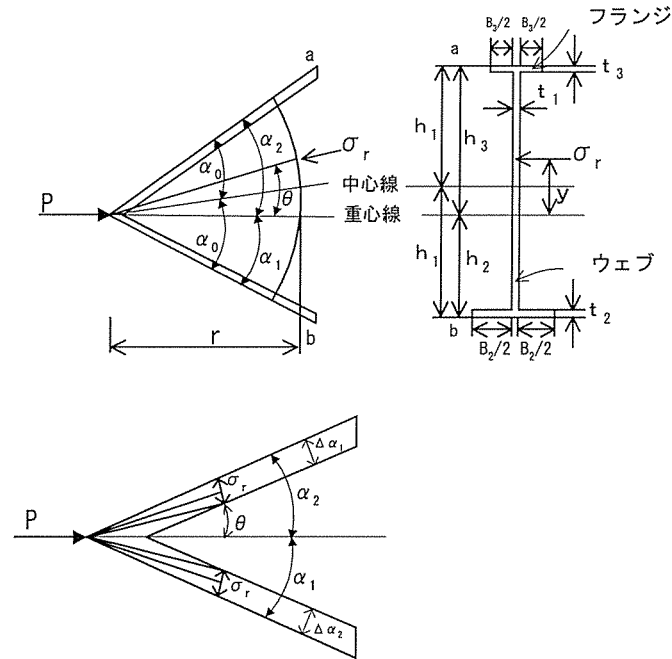


図-A.8 集中力 P が重心方向の場合の応力分布

$$\text{単位幅の応力式 } \sigma_r = \frac{kP \cos \theta}{r} \quad (\text{A.48})$$

$$\int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \sigma_{r0} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta + \int_{-\alpha_1}^{-\alpha_1 + \Delta \alpha_1} \sigma_{r1} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta + \int_{\alpha_2 - \Delta \alpha_2}^{\alpha_2} \sigma_{r2} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta = -P \quad (\text{A.49})$$

条件は

$$\theta = -\alpha \text{ で } \sigma_{r0} = \sigma_{r1} \quad \theta = \alpha_2 \text{ で } \sigma_{r0} = \sigma_{r2} \text{ である}$$

ウェブでは

$$P_1 = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} -kP_1 \cdot \cos^2 \theta \cdot d\theta = -kP_1 \left\{ \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} = -P_1$$

これより k を求めると

$$k = \frac{1}{\alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2)}$$

式 (A.48) に代入して

$$\therefore \sigma_{r1} = \frac{P_1 \cos \theta}{rt_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}} \quad (\text{A.50})$$

下フランジでは

$$\begin{aligned} P_2 &= \int_{-\alpha_1}^{-\alpha_1 + \Delta\alpha_1} \sigma_{r1} \cdot r \cdot \cos \theta \cdot d\theta = \int_{-\alpha_1}^{-\alpha_1 + \Delta\alpha_1} -k_2 P_2 \cdot \cos^2 \theta \cdot d\theta \\ &= -kP_2 \left[ \frac{\Delta\alpha_1}{2} + \frac{1}{4} \{ \sin 2(\alpha - \Delta\alpha_1) - \sin 2\alpha_1 \} \right] = P_2 \end{aligned}$$

これより  $k$  を求めると

$$k = \frac{1}{\frac{\Delta\alpha_1}{2} + \frac{1}{4} \{ \sin 2(\alpha - \Delta\alpha_1) - \sin 2\alpha_1 \}}$$

式 (A.48) に代入して

$$\therefore \sigma_{r2} = \frac{P_2 \cos \theta}{rB_2 \left[ \frac{\Delta\alpha_1}{2} + \frac{1}{4} \{ \sin 2(\alpha - \Delta\alpha_1) - \sin 2\alpha_1 \} \right]} \quad (\text{A.51})$$

このとき

$$\Delta\alpha_1 = \frac{t_2}{r} \text{ を (5a.51) 式の分母に代入すると}$$

$$\text{分母} = rB_2 \left[ \frac{\Delta\alpha_1}{2} + \frac{1}{4} \{ \sin 2(\alpha - \Delta\alpha_1) - \sin 2\alpha_1 \} \right] \doteq B_2 t_2 \cos^2 \alpha_1$$

となり式 (A.51) は次のようになる

$$\therefore \sigma_{r2} = \frac{P_2 \cos \theta}{B_2 t_2 \cos^2 \alpha_1} \quad (\text{A.52})$$

上フランジも下フランジと同様にして

$$\therefore \sigma_{r3} = \frac{P_3 \cos \theta}{B_3 t_3 \cos^2 \alpha_2}$$

次に

$$P = P_1 + P_2 + P_3, \quad \theta = \alpha_1 \text{ で } \sigma_{r1} = \sigma_{r2}, \quad \theta = \alpha_2 \text{ で } \sigma_{r1} = \sigma_{r3} \text{ とすると}$$

$$\sigma_{r1} = \frac{P_1 \cos \alpha_1}{rt_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}} = \frac{P_2 \cos \alpha_1}{B_2 t_2 \cos^2 \alpha_1} = \sigma_{r2}$$

$$\sigma_{r1} = \frac{P_1 \cos \alpha_2}{rt_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}} = \frac{P_3 \cos \alpha_2}{B_3 t_3 \cos^2 \alpha_2} = \sigma_{r3}$$

ここで

$$X = rt_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}, \quad Y = B_2 t_2 \cos^2 \alpha_1, \quad Z = B_3 t_3 \cos^2 \alpha_2$$

とおくと

$$\frac{P_1 \cos \alpha_1}{X} = \frac{P_2 \cos \alpha_1}{Y}, \quad \frac{P_1 \cos \alpha_2}{X} = \frac{P_3 \cos \alpha_2}{Z}$$

$$P_2 = P - P_1 - P_3$$

$$\frac{P_1 \cos \alpha_1}{X} = \frac{P \cos \alpha_1}{Y} - \frac{P_1 \cos \alpha_1}{Y} - \frac{P_3 \cos \alpha_1}{Y}$$

$$\frac{P \cos \alpha_1}{Y} = \frac{P_1 \cos \alpha_1}{X} + \frac{P_1 \cos \alpha_1}{Y} + \frac{P_3 \cos \alpha_1}{Y}$$

$$P \cos \alpha_1 = \frac{P_1 \cos \alpha_1}{X} Y + P_1 \cos \alpha_1 + P_3 \cos \alpha_1$$

$$= \frac{P_1 \cos \alpha_1}{X} \left( Y + X + \frac{P_3}{P_1} X \right)$$

$$= \sigma_n \left( X + Y + \frac{P_3}{P_1} Z \right) = \sigma_{r1} (X + Y + Z)$$

となる, よって次式のように表せる

$$\sigma_{r1} = \frac{P \cos \alpha_1}{X + Y + Z}, \quad \sigma_{r2} = \frac{P \cos \alpha_2}{X + Y + Z} \quad (\text{A.53})$$

さらに一般式は次式のように表せる

$$\sigma_r = \frac{P \cos \theta}{rt_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + B_2 t_2 \cos^2 \alpha_1 + B_3 t_3 \cos^2 \alpha_2} \quad (\text{A.54})$$

6. 1/4 無限板の場合の応力分布

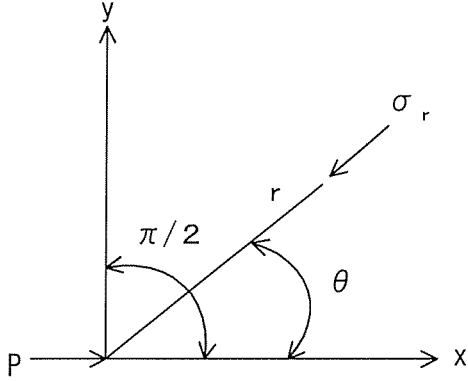


図-A.9 1/4 無限板の応力状態

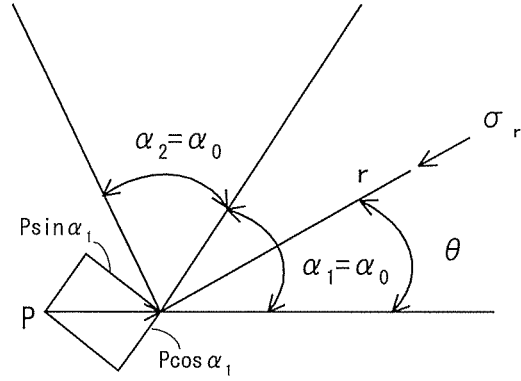


図-A.10 一般の場合

応力度  $\sigma_r = \sigma_{r1} + \sigma_{r2}$

$$\sigma_{r1} = \frac{-P \cos \alpha_1 \cdot \cos(\alpha_1 - \theta)}{r \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}} \quad (\text{A.55})$$

$$\sigma_{r2} = \frac{-P \sin \alpha_1 \cdot \sin(\alpha_1 - \theta)}{r \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\}} \quad (\text{A.56})$$

ここで、 $P=1, r=1, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_0 = \frac{\pi}{4}$  とすると

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{-\cos \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{4} - \theta)}{\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2}} - \frac{\sin \frac{\pi}{4} \sin(\frac{\pi}{4} - \theta)}{\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2}} \\ &= -\frac{4}{\pi + 2} \left\{ \cos \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{4} - \theta) \right\} - \frac{4}{\pi - 2} \left\{ \sin \frac{\pi}{4} \sin(\frac{\pi}{4} - \theta) \right\} \\ &= \frac{-4}{\pi^2 - 4} \left\{ \cos \frac{\pi}{4} \cos(\frac{\pi}{4} - \theta)(\pi - 2) + \sin \frac{\pi}{4} \sin(\frac{\pi}{4} - \theta)(\pi + 2) \right\} \quad (\text{A.57}) \end{aligned}$$



$$\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sigma_r = \frac{-4 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}}{\pi^2 - 4} \left[ \pi \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \right\} + 2 \left\{ \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \right\} \right]$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \theta + \sin \theta), \sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \theta - \sin \theta)$$

$$\sigma_r = \frac{-4}{\pi^2 - 4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \pi \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \theta + \sin \theta + \cos \theta - \sin \theta) \right\} + 2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}(\cos \theta - \sin \theta - \cos \theta - \sin \theta) \right\} \right]$$

$$\sigma_r = \frac{-4}{\pi^2 - 4} \left\{ \pi \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \cos \theta - 2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot \sin \theta \right\}$$

$$= \frac{-4}{\pi^2 - 4} (\pi \cos \theta - 2 \sin \theta) \quad (\text{A.58})$$

式 (A58) に  $P, r$  を入れ整理すると

$$\sigma_r = \frac{4}{\pi^2 - 4} \cdot \frac{P}{r} \cdot (2 \sin \theta - \pi \cos \theta) \quad (\text{A.59})$$

$\theta$  を  $y$  軸からとすると

$$\sigma_r = \frac{4}{\pi^2 - 4} \cdot \frac{P}{r} \cdot (2 \cos \theta - \pi \sin \theta) \quad (\text{A.60})$$

## 7. 橋桁端部の応力分布

橋桁端部の応力式は次のように表すことができる

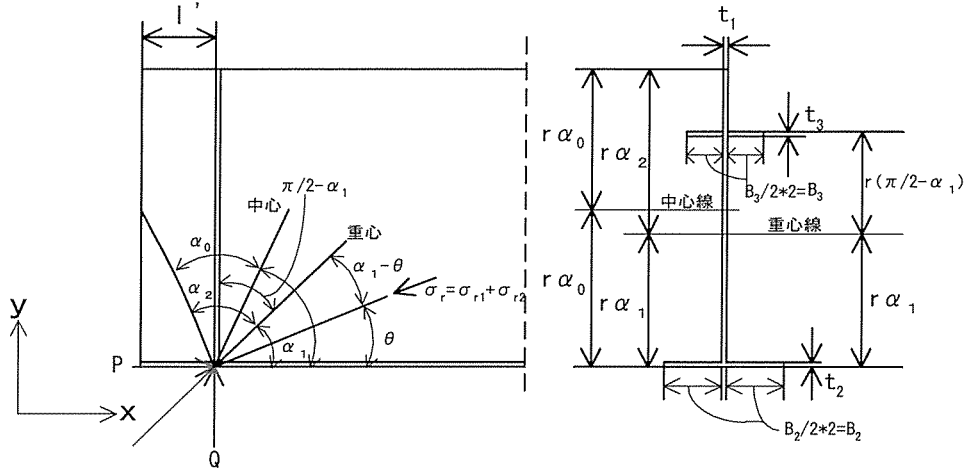


図-A.11 支点付近の応力分布

応力式

$$\sigma_r = \sigma_{r1} + \sigma_{r2} \quad (\text{A.61})$$

$$\sigma_{r1} = \frac{-(P \cos \alpha_1 + Q \sin \alpha_1) \cdot \cos(\alpha_1 - \theta)}{rt_1 \left\{ \alpha_0 + \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + B_2 t_2 \cos^2 \alpha_1 + B_3 t_3 \sin^2 \alpha_1} \quad (\text{A.62})$$

$$\sigma_{r2} = \frac{-(P \sin \alpha_1 - Q \cos \alpha_1) \cdot \sin(\alpha_1 - \theta)}{rt_1 \left\{ \alpha_0 - \frac{1}{4} (\sin 2\alpha_1 + \sin 2\alpha_2) \right\} + B_2 t_2 \alpha_1 \sin \alpha_1 + B_3 t_3 \frac{\left( \frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right)^2}{\alpha_1} \sin \alpha_1} \quad (\text{A.63})$$

・ 重心角

$$\alpha_1 = \frac{2rt_1 \alpha_0^2 + B_3 t_3 \frac{\pi}{2}}{2rt_1 \alpha_0 + B_2 t_2 + B_3 t_3}, \quad \alpha_2 = 2\alpha_0 - \alpha_1$$

・ 中心角

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \frac{l'}{r} \right)$$

応力成分

$$\sigma_x = \sigma_r \cos^2 \theta \quad (\text{A.64})$$

$$\sigma_y = \sigma_r \sin^2 \theta \quad (\text{A.65})$$

$$\tau_{xy} = \sigma_r \cos \theta \sin \theta \quad (\text{A.66})$$

解析はこのようにして導出された応力式を用いて行う。

ひずみに関しては得られた応力式 (A.64), (A.65) を用いて以下の式から算出した。

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \quad (\text{A.67})$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \quad (\text{A.68})$$

## 第 6 章

### 総 括

本論文は、支点拘束を有する既設鋼鈹桁橋の挙動特性および健全度評価に関する研究を行ったものであり、各章ごとに示してある結論を取りまとめて本論文の総括とする。

第2章「1径間鋼鈹桁橋の挙動特性に関する実験と検討」において得られた主な結論は次のとおりである。

(1) 支点拘束が強い橋では、主桁下フランジのひずみ分布は、両支点から支間長の1/4程度の区間で圧縮ひずみが生じ、その最大値は支間中央の引張ひずみよりも大きくなる。

(2) 支点拘束がある橋は、支点拘束が無い橋に比べて固有振動数が高くなるため、この特性を利用して、支点拘束の有無を判定することができる。

(3) 支点拘束が強い橋の挙動は、両支点をピンでモデル化したFEM解析モデルで再現することができる。

(4) FEM解析モデルによる検討結果から、支点拘束力が無潤滑な状態の鋼と鋼の摩擦係数 $\mu=0.8$ まで達した場合でも、常時の外力によって生じる主桁、横桁・対傾構の応力度は、許容応力度を超えない。

第3章「2径間単純鋼鈹桁橋の挙動特性に及ぼす下部構造の影響」において得られた主な結論は次のとおりである。

(1) 支点付近で高精度傾斜計によるたわみ角測定を行った結果、試験車両載荷時には橋脚が非常に小さな倒れ角で載荷位置の反対方向に傾く。このことから、対象橋梁は、上部構造だけではなく橋脚を含む橋梁全体の挙動で載荷時の安定性を保っていると考えられる。

(2) 動的載荷試験結果から、橋が加振されているときの曲げ1次モードには、両支点の拘束状態（可動－固定、固定－固定）と橋脚変形の影響により3種類あることが分かった。また、基本固有振動数において実験載荷試験結果が、他の試験法より小さく算出されることから、供用中の橋梁は、自然状態と異なる固有振動数を有することが分かった。

(3) トラック車両走行時のたわみ・ひずみの応答及び支承に発生する水平反力について、各径間の主桁下フランジの伸びと、下部構造上端の水平変位との適合条件から求める応力的な解析方法を提案した。

(4) 上記の解析方法では、実測値に近いたわみ・ひずみを再現することが出来た。これにより解析上からも、2径間単純鋼鈹桁橋のトラック車両走行時の動的挙動に下部構造(主に橋脚)が影響を及ぼしていることが明らかとなった。また、可動支承が完全拘束に近い状態の橋梁でも、橋梁形式が2径間の場合には、下部構造の影響で支点拘束率が0.55～0.6に低下することが分かった。

第4章「既設鋼鈹桁橋の温度挙動を用いた橋梁モニタリングの検討」では、既設鋼鈹桁橋の温度挙動を1分間隔で15日間連続計測し、それらの結果から温度変化に伴う

橋梁各部の挙動を明かにした。また、3次元フレーム解析モデルを用いて、橋梁各部の劣化状態を想定した解析を行い、温度変化に伴うひずみ・変位の挙動変化が既設鋼合成鋼桁橋のモニタリングに応用できるかどうか検討した。得られた主な結論は次のとおりである。

(1) 支点拘束を有する対象橋梁では、固定支承付近の下フランジのひずみと鋼桁の温度、および主桁のたわみと床版の温度が強い相関関係にある。

(2) 温度変化による主桁のひずみ分布は複雑であるが、下部工及び基礎工を含む橋梁全体をモデル化した3次元フレームモデルにより、実挙動をほぼ再現できる。

(3) 上部構造が劣化・損傷した場合の温度変化に伴うひずみ、たわみの変化について解析モデルを用いて検討した。その結果、支点拘束を有する対象橋梁では、ひずみ、たわみの変化が小さい傾向にあった。支承交換後は、ひずみ、たわみの感度が高く、橋梁モニタリングデータとして温度挙動が有効であることが分かった。

第5章「支点状態を考慮した既設鋼桁橋の簡易健全度評価に関する検討」では、支点拘束を有する既設鋼桁橋の実測ひずみと実測固有振動数を用いて、簡易的に健全度評価を行う手法を提案した。また、2径間単純鋼桁橋における実橋載荷試験の結果より、提案手法を用いて試験橋梁の簡易健全度評価を行うとともに、提案手法の妥当性を検討した。得られた主な結論は次のとおりである。

(1) 支点拘束を有する鋼桁橋の健全度評価を行うためには、水平支承反力を推定する必要がある。本研究では、静的載荷試験により生じる支点近傍の主桁下フランジの実測ひずみを用いて水平支承反力(P)を逆算するものとした。水平支承反力を推定する方法として、梁理論を用いる方法と2次元弾性論を用いる方法の二つの方法を提案した。

(2) 提案手法は、ひずみの実測値と固有振動数の実測値を用いて、それぞれの支点拘束率とヤング係数比の関係曲線を求め、2つの曲線の交点を支点拘束率とヤング係数比の最適解とした。健全度評価では、ヤング係数比が10.5を超え場合に、経年劣化が生じている可能性が高いと判断するものとした。

(3) 本提案式による結果とFEM解析の結果を照査したところ、支点拘束率、ヤング係数比ともに7%以内の誤差に収まり、簡易な提案式でも十分有効であることを明らかにした。

本提案手法は、簡易計測により多数の橋梁を迅速・低廉で力学的評価ができるため実用的と考える。今後の課題としては、本手法の実用性を高めるため、多くの橋梁で本手法を適用し、橋梁の健全度とヤング係数比との関係を明らかにしていくことである。

本研究の新規性は、多くの既設鋼桁橋で生じている支点拘束に着目し、これまで十分に検討されていなかった当該橋梁の挙動特性を明らかにし、簡易な健全度評価手法を提案

したことである。本研究の成果は、既設橋梁の維持管理において、健全度評価を行う際に役立つものと考えている。

## 謝辞

本研究は、平成 10 年から平成 27 年にかけて岩手大学工学部社会環境工学科 岩崎正二教授の指導の下に行った研究成果をまとめたものであります。

岩崎教授には、17 年もの長きに渡りご指導、ご鞭撻を賜りました。仕事の関係上、休日にご指導をお願いすることが多く、そのたびに大学へ出向いて頂きました。また、研究以外の私事に対しても暖かいお言葉を頂きました。長い間研究を続けることができたのも、ひとえに岩崎教授の支えがあったお陰です。心より深く感謝申し上げます。

ご多忙の中、副査をお引き受け頂き、多くのご指導、ご指摘を下さいました岩手大学工学部社会環境工学科 海田輝之教授、出戸秀明教授、大西弘志准教授、小山田哲也准教授には、心より御礼申し上げます。特に出戸教授には、研究当初からご指導を頂きました。出戸教授のご指導なくしては、数々の実橋載荷試験を滞りなく実施することができませんでした。心より感謝申し上げます。

第 2 章、第 3 章の実験は、(社) 岩手県土木技術センターと岩手大学工学部との産学共同研究で行ったものであります。この共同研究への参画がきっかけとなり、筆者の研究活動が始まりました。本研究は、(社) 岩手県土木技術センターと共同研究員の方々のご協力なくしてはできませんでした。心より感謝申し上げます。また、第 4 章、第 5 章の実験は、共同研究が終了してから数年後に岩手大学工学部構造研究室が行ったものですが、研究員であった方々が快くご協力して下さいました。重ねて御礼申し上げます。

日本大学工学部土木工学科 五郎丸英博元教授には、遠方より共同研究に参加して頂き、動的載荷試験についてご指導を賜りました。心より御礼申し上げます。

実橋載荷試験や構造解析を手伝って下さった岩手大学工学部構造研究室の卒業生の皆様、大変お世話になりました。ここに記して御礼申し上げます。

最後に、研究活動を理解し、支えて下さった株式会社昭和土木設計社長 村上功氏、株式会社土木技術コンサルタント社長 島崎司氏 (故人)、東邦技術株式会社社長 石塚三雄氏並びに各社職員の皆様、そして我が家族に対して心から感謝致します。本当にありがとうございました。

平成 28 年 1 月