2017年(平成 29年)

博士学位論文

心磁図における ICA を用いたノイズ除去の自動化に 関する研究

指導教員 小林 宏一郎 教授

岩手大学大学院 工学研究科

博士後期課程 電気電子・情報システム工学専攻

小林研究室

25614002 岩井守生

第一章 序論	
1.1 生体磁気計測	2
1.2 心臓における電気的活動	5
1.3 心磁図計測	6
1.4 心磁図計測におけるディジタル信号処理の役割	7
1.5 本研究の目的	
第二章 心磁図計測システムの概要	9
2.1 心臟磁界計測装置	
2.2 心磁図計測システム	
第三章 心磁図計測における信号処理	
3.1 FIR ディジタルフィルタ	
3.1.1 FIR ディジタルフィルタの作製法	
3.1.2 離散フーリエ変換	
3.1.3 FIR ディジタルフィルタの心臓信号への影響	
3.2 主成分分析	
3.3 独立成分分析	
第四章 独立成分分析を用いたノイズ除去法	
4.1 統計学の基礎	
4.2 独立成分分析の前処理	
4.2.1 白色化および次元縮約	
4.3 分離行列の推定	
4.3.1 非ガウス性最大化による推定法	
4.3.2 尖度を用いた非ガウス性最大化アルゴリズム	
4.4 ノイズの除去・データの復元	
第五章 成分選択法	
5.1 成分選択法とは	
5.2 従来法	
5.3 提案法	

52
52
55
56
61
62
62
62
63
64
65
67

第一章 序論

- 1.1 生体磁気計測
- 1.2 心臓における電気的活動
- 1.3 心磁図計測
- 1.4 心磁図計測におけるディジタル信号処理の役割
- 1.5 本研究の目的

1.1 生体磁気計測

生体の電気現象に関する研究は1789年 Luigi Galvani によってカエルの足の神経に電気が 流れることが発見されて以来、盛んに研究され今日の医学で利用されている筋電図、心電 図、脳波へと発展してきた。しかし電気現象と磁気現象は相互に関係があるにも関わらず、 生体における磁気現象の研究は極めて遅れていた。その理由として、体内の活動電流や蓄 積した磁性物質が発する磁場は地磁気の100万分の1と極めて微弱なため、生体電気のよ うに簡単に計測できないことが挙げられる。以前から様々な計測が試されてきたが対象の 磁界があまりにも微弱であったため計測ができなかった。しかしながら、1965年 Baule と Mcfee は数百万回も巻いたコイルを2個用いて世界で始めて心磁図の計測に成功した¹⁾。

これに刺激され、1967 年 米国 M.I.T の D.Cohen は磁気シールドルームを用いて巻き数の 少ない検出コイルと増幅器で心臓・脳などから発生する磁界の計測を行い、これに成功し ている^{2,3)}。しかし、ここで計測された波形は人間の身体から実際に磁界が発生しているこ とを確認できる程度のものでしかなった。1969 年に D.Cohen が M.I.T の磁気研究所に本格 的な磁気シールドルームを建設し、J.Zimmerman らによって開発された点接触型 SQUID(超 伝導量子干渉素子: Superconducting Quantum Interference Device)磁束計を用いて実験が行わ れるようになる。これが生体磁気計測の始まりでありおよそ 50 年前の出来事である。

その後 1971 年に J.Zimmerman らによって一次微分型 SQUID 磁束計が開発され、磁気シ ールドルームを使用せずに心磁図⁴⁾や脳磁図⁵⁾の計測が行われるようになり、超伝導現象を 利用した超高感度 SQUID 磁束計実用化の道が開けた。

また磁界の測定法に関して、D.Cohen らによって体表面に垂直な磁界には電流ダイポールの帰還電流・分布電流による磁界が含まれないことが検討された。その結果生体磁気計測、特に心磁図計測および脳磁図計測においては検出コイルの形状により体表面に垂直な磁界

成分の測定が多く行われ、この計測方法が主流となっている。

生体の各部から発生する磁界を磁界発生の原因から大別すると2種類ある。1つは、心磁 界・脳磁界・神経磁界などの体内に発生した活動電流により作られる磁界、もう1つは肺 の中に磁性物質の微粉塵が空気とともに吸い込まれ外部磁界により磁化されることで小さ な磁石となり残留磁界として体外に作りだされる磁界である。



図 1.1.1 人体の各部から発生する磁界の強度比較

ただ図 1.1.1 に示すように、肺から発生する磁界は約10⁻⁹ T と地磁気に比べ数万分の1 である。心臓から発生する磁界や脳から発生する磁界は肺磁界に比べてさらに小さい。その

ため肺磁界が他の生体から発生する磁界より強くまた地磁気はさらに強い磁界を発生し、 生体からの磁界計測の障害となっていた。しかし超伝導技術の急速な進歩により、超高感 度を有する SQUID 磁束計の開発は、生体から発生するほとんどの範囲を計測可能にすると 共に、現在ではさらに微弱な数十 fT 程度の脳幹部からの磁界や胎児の心磁図さらに脳磁図 をも計測可能にさせた。

生体磁気計測は電位計測と違って電極を必要としないため非接触かつ非侵襲での測定が 実現でき、現在では生体機能の非侵襲計測法の1つとして認められるほどである。さらに 電位計測はスカラーの計測であり、得られたデータは大きさの情報のみであるのに対し、 磁界計測はベクトルの計測であるため、大きさに加え方向の情報も得られる。そのため、 磁界計測は電位計測に比べて情報量が増すため有効的な計測法として認識されている 1.2)。 1.2 心臓における電気的活動

心臓における電気的活動は一般的に心電図を通して確認できる。心電図では主に P 波, QRS 混合波(R 波), T 波と呼ばれる心臓の活動と同期した電気的変動を確認できる。図 1.2.1 に一般的な心臓の電気的活動の経路及び心電図の一拍分の波形を示す。



図 1.2.1 心臓における電気的活動

(http://gendamar.com/sindenzu/451/より引用)

図 1.2.1 に示す様に心臓の電気的活動は洞結節から始まり心房全体に広がった後、房室結節に収束する。次に房室結節から Purkinje 繊維に伝わり心室全体に広がる。その後再分極により電気的活動が沈静化する。P 波は洞結節から房室結節までの心房の電気的活動を示し、 QRS 混合波(R 波)は心室の電気的興奮、T 波は電気的活動の終息を示す。

本研究で対象としている心磁図とは前述した心臓の拍動時におこる心筋の電気的活動に よって生じる磁界である。そのため心電図と同様に P 波, QRS 混合波(R 波), T 波といった 電気的現象に加え位置による電気的興奮の程度を知ることができる。 心臓から発生する磁界を計測する装置(心磁計)は、通常多チャンネルの SQUID センサで 心磁界を計測し、各チャンネルで計測される磁場強度を連続した時系列で計測する。この ように計測された波形を心磁図(MCG: MagnetoCardioGram)と呼ぶ。心磁図が心電図と異な る点は、心電図が 2 点間の電位差を記録したものであるのに対して、心磁図は 1 点の磁界 の記録であること、心磁図は非接触性記録である為 S-T 部などの直流成分の評価に適して いることが挙げられる。これらの点で心電図に比べ、虚血性心疾患である狭心症や心筋梗 塞に対する有用性が示されている。

心磁図より心起電力を推定するためには、電流と磁界の関係を示すビオサバールの法則 を用いて逆問題を解くことが一般的である。生体組織の透磁率は真空中と同じで、センサ と電流源の間に介在する組織の影響を無視できる。このことは心起電力を推定する上で有 用であり、脳磁図においては既にてんかんの部位の推定などに応用され、その精度は5mm 以内とされている。心磁図では脳磁図に比べて信号強度が大きいが、2次元の磁界分布測定 が一般的である為に、信号源推定には更なる工夫が必要である。

一方,心磁図の短所としては,センサである SQUID を超伝導状態で保持しなければなら ない為、液体ヘリウムを必要とする点が挙げられる。液体ヘリウムは高価で沸点が著しく 低い(-269°C)ため、取り扱いが煩雑である。そこで液体窒素で動作可能な高温 SQUID を用 いた心磁計システムも開発されている。

また、心磁界は地磁気の 100 万分の 1 と非常に微弱である為、磁気シールドルーム内で の計測が必須となっている。磁気シールドルームは高透磁率なパーマロイを幾層も用いて 外部磁場を低減させている。しかし、パーマロイは高価で重厚である為、設置場所が限ら れる。そこで、アクティブ磁気シールドを用いたシステムやシールドルームレスな計測シ ステムを目的とした研究が行われている 1.20。 1.4 心磁図計測におけるディジタル信号処理の役割

先にも述べた通り、心磁界に比べて都市の磁気雑音が大きいためシールドレスで測定す る場合、心磁界信号がノイズに埋もれて信号を読み取ることができない。よってディジタ ル信号処理を行うことで都市の磁気雑音などのノイズを除去する必要がある。

現在多くの場合、磁気シールドルーム(MSR: Magnetically shielded room)を用いて都市の磁 気雑音などの環境磁気ノイズを低減する手法がとられており、MSR の中での計測は十分可 能であることが分かっている。しかし、MSR は非常に重厚であるため地下もしくは1階に しか設置できず設置場所が限られることや人ひとり入るサイズのモノでも数千万円するな ど高価であることから MSR を用いないノイズ除去手法が必要とされている。

その一つの方法としてディジタル信号処理(DSP: Digital signal processing)を用いた手法が 注目されている。DSP を用いた場合既存のシステムに容易に組み込むことが可能であり、 重量などの問題もないため非常に有用であると考えられる。しかし現状のノイズ除去精度 では MSR 外での計測は困難でありさらなるノイズ除去精度の向上が求められている 1.2)。

1.5 本研究の目的

現在提案されている DSP におけるノイズ除去手法の一つに FIR(Finite impulse response)デ ィジタルフィルタがあるがこれは心磁図を歪ませるため問題がある⁹。そのため本研究では、 信号分離法である独立成分分析(ICA: Independent Component Analysis)を用いた手法に注目 した。っこの手法は、一度計測信号を各独立成分に分離した後に信号成分のみを用いて再構 成することでノイズ除去を行う手法である⁸⁻¹⁴⁾。しかし、この手法には大きな問題点が挙げ られる。それは、分離した各成分をノイズ成分と信号成分に判別する成分選択法が確立さ れていないことである。従来は、分離した信号を目視で確認し、心磁図としてもっともら しいものを信号成分としそれ以外の成分をノイズ成分として選択していた。しかしこのま まの方法では計測の自動化や心疾患などの特異的な信号の抽出を行うことができない。そ のため定性的かつ手動で行われてきたノイズ除去過程を自動かつ定量的に行うことを可能 とする成分選択法を提案された⁸⁾。その方法は、心磁図計測と同時に心電図を計測し心電図 計測データの自己相関におけるピークのタイミングと心磁図の各独立成分の自己相関のピ ークのタイミングが一致する成分を信号成分とする定量的な成分選択法である。しかし心 磁図計測を行う上で心電図を計測することは電極などがノイズ源となる可能性がある。こ の問題を解決するため心電図を計測することなく成分選択をする方法が必要とされている。

そこで本研究では心電計測を必要としない定量的なノイズ成分と信号成分を判別する成 分選択法を確立しノイズ除去過程の自動化を可能にするべく、提案した成分選択法とノイ ズ除去精度の検討のためシミュレーションを行った。

8

第二章 心磁図計測システムの概要

- 2.1 心磁図計測装置
- 2.2 心磁図計測システム

2.1 心臓磁界計測装置

本論文におけるシミュレーションに用いた測定データは、岩手医科大学循環器医療セン ター内にある 64ch-SQUID 磁束計を用いて測定されたものである。

装置構成

超伝導磁気センサ(SQUID: Superconducting Quantum Interference Device)
 磁気センサ : dc-SQUID 1 次微分型グラジオメーター ベースライン 50 mm

測定領域 : 175 mm×175 mm 8×8 格子配列(64ch)

冷媒 :液体ヘリウム



図 2.1.1 超伝導磁気センサ



図 2.1.2 センサ配置

■ 制御回路(FLL: Flux Locked Loop)

非変調磁東ロック方式 サンプリング周波数 500 Hz RS-232C ディジタル出力 BNC アナログ出力

 $30 \text{ mm} \times 45 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$



図 2.1.3 FLL 回路

■ 磁気シールドルーム(MSR: Magnetically Shielded Room) パーマロイ・アルミニウム・パーマロイ(三層構造)

2300 mm×1900 mm×2150 mm

遮蔽効果 30 dB 以上

残留静磁界 1mG以下



図 2.1.4 磁気シールドルーム

2.2 心磁図計測システム

本項では心磁図計測システムの構成について説明する。心磁図計測システムには前述の 2.1 で述べているセンサ、 制御回路及び磁気シールドルーム以外に表示信号解析用のコン ピュータを必要とする。計測システムの簡単な構成を下図に示す。



Magnetically Shielded Room

図 2.2.1 心磁図計測システムの構成

第三章 心磁図計測における信号処理

3.1 FIR ディジタルフィルタ

- 3.1.1 FIR ディジタルフィルタの作製法
- 3.1.2 離散フーリエ変換
- 3.1.3 FIR ディジタルフィルタの心臓信号への影響
- 3.2 主成分分析
- 3.3 独立成分分析

3.1 FIR ディジタルフィルタ

FIR(Finit Impulse Response)フィルタとは、ディジタル信号処理によりアナログフィルタに おける LPF(Low Pass Filter)、HPF(High Pass Filter)、BPF(Band Pass Filter)、BEF(Band Elimination Filter)の特性を限りなく理想化した状態で構成可能であり、作製したフィルタを使ってノイ ズ除去を行うディジタルフィルタである。インパルス応答が有限な FIR フィルタは非再帰 形によって構成され、FIR フィルタはフィードバックループを必要としないため、安定性が 保証される。また FIR フィルタは線形位相特性をとることが可能である。

3.1.1 FIR ディジタルフィルタの作製法

FIR フィルタの入出力を表す差分方程式の中で最も基本的なものは次の式(3.1.1)で表される。この式をそのまま実現した構成は図 3.1.1 のブロック図で表され、基本的な非再帰型フィルタの構造でありディジタルトランスサーバルフィルタと呼ばれる。

$$y(n) = \sum_{m=0}^{M} a_m * u(n-m)$$
 (3.1.1)



図 3.1.1 ディジタルトランスサーバルフィルタ (ディジタル信号処理 ⁶⁾より引用)

ここでa_m(m = 0,1,2…M)はフィルタ係数と呼ばれるもので、直線 FIR フィルタの場合この 係数を下付き文字順にa₁,a₂,…a_mと並べた場合にはこの係数はフィルタのインパルス応答 に一致する。また M はフィルタ次数である。上記式 3.1.1 に対応する伝達関数は

$$H_{(z)} = \sum_{m=0}^{M} a_m * z^{-m}$$
(3.1.2)

で表される。

さらにギブス現象を軽減するために窓関数を考慮してフィルタを設計する。次に窓関数 法を用いてフィルタ係数を設計する方法について述べる。

この方法では、任意の振幅特性および位相特性に近似するフィルタを設計できる。本論 文では直線位相特性のフィルタ設計について説明する。FIR フィルタはフィルタ係数の決定 がフィルタ設計の大きな割合を占める。上記のように LPF、HPF、BPF、BEF を設計できる が、LPF の設計法を例にその設計法を述べる。LPF のカットオフ周波数を、正規化角周波数 を用いてΩ_cと表すとき、システム関数は

$$H(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| < \Omega_c \\ 0, & \Omega_c < |\Omega| < \pi \end{cases}$$
(3.1.3)

と表せる。このシステム関数のインパルス応答を求めると

$$h(n) = \frac{\Omega_c}{\pi} \cdot \frac{\sin n\Omega_c}{n\Omega_c}$$
(3.1.4)

が得られる。式(3.1.4)がカットオフ周波数 Ω_c の LPF に用いる係数の式となる。表 3.1.1 に LPF を含む各種フィルタの係数の式を示す。

表 3.1.1 理想的フィルタのインパルス応答(ディジタル信号処理⁶⁾より引用)

フィルタのタイプ	$h_d(n), n \neq 0$	h _d (0)
LPF $H_d(\Omega)$ $-\pi - \Omega_e 0 \Omega_e \pi \Omega$	$\frac{\Omega_{\epsilon}}{\pi} \cdot \frac{\sin n \Omega_{\epsilon}}{n \Omega_{\epsilon}}$	$\frac{\Omega_c}{\pi}$
$\begin{array}{c c} & \text{HPF} & H_d(\Omega) \\ \hline & & 1 \\ \hline & & & \\ \hline & & -\pi & -\Omega_c & 0 \\ \hline & & \Omega_c & \pi & \Omega \end{array}$	$\frac{\Omega_c}{\pi} \cdot \frac{\sin n\Omega_c}{n\Omega_c}$	$1-\frac{\Omega_c}{\pi}$
$\begin{array}{c c} & & & \\ & & & \\ & & & \\ \hline \hline & & & \\ \hline \hline & & & \\ \hline \hline & & & \\ \hline \hline \\ \hline & & & \\ \hline \hline \\ \hline \\$	$\frac{\Omega_{c2}}{\pi} \cdot \frac{\sin n\Omega_{c2}}{n\Omega_{c2}} - \frac{\Omega_{c1}}{\pi} \cdot \frac{\sin n\Omega_{c1}}{n\Omega_{c1}}$	$\frac{1}{\pi}(\Omega_{c2}-\Omega_{c1})$
$\begin{array}{c c} BSF & H_d(\Omega) \\ \hline \\ $	$\frac{\Omega_{c1}}{\pi} \cdot \frac{\sin n\Omega_{c1}}{n\Omega_{c1}} - \frac{\Omega_{c2}}{\pi} \cdot \frac{\sin n\Omega_{c2}}{n\Omega_{c2}}$	$1 - \frac{1}{\pi} \left(\Omega_{c2} - \Omega_{c1} \right)$

しかし、上式の係数をシステムに組み込みフィルタを設計しようとすると、以下の 2 点 より実現することが不可能とわかる。

① インパルス応答が無限区間に存在していること。

② インパルス応答が負の領域にも存在しているため、因果性に反すること。

このため、無限系列h_d(n)のインパルス応答を適当な区間で打ち切り有限系列にした後、 さらに因果性を満たすため一定量の遅延時間を与えた係数を用いることで実現可能にする。 係数を有限で打ち切る場合、ギブス現象により周波数領域の不連続点においてリップルが 生じ、充分なフィルタ設計ができない。そこで、上記した通りフィルタ係数に窓関数法を 用いてそのリップルを抑える方法がとられる。窓関数の例を表 3.1.2 に示す。

なお時間領域の積のフーリエ変換は周波数領域で畳み込みの関係となるので図 3.1.2 のような関係となる。

名 前	関数形
方 形 窓	$w(k) = 1 (0 \le k \le M)$
ハニング窓 (Hanning)	$w(k) = \frac{1}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \right] (0 \le k \le M)$
ハミング窓 (Hamming)	$w(k) = 0.54 - 0.46 \cos\left(\frac{2\pi k}{M}\right) (0 \le k \le M)$
ブラックマン窓 (Blackman)	$w(k) = 0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi k}{M}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi k}{M}\right) (0 \le k \le M)$
カイザー窓 (Kaiser)	$w(k) = \frac{I_0 \left[\alpha \sqrt{1 - (1 - 2k/M)^2} \right]}{I_0[\alpha]} (0 \le k \le M, \ 4 < \alpha < 9)$
	$I_0[\alpha] \simeq 1 + \sum_{\ell=1}^{L} \left(\frac{(lpha/2)^{\ell}}{\ell!} \right)^2$ (Lは15程度)

表 3.1.2 代表的な窓関数の関数系(ディジタル信号処理⁶⁾より引用)



図 3.1.2 窓関数法による FIR フィルタの設計手順(ディジタル信号処理⁶⁾より引用)

0から2πまでの1周期の範囲をN等分して離散的な周波数について、

$$H(k) = \left| H\left(e^{j2\pi k/N}\right) \right| \tag{3.1.5}$$

この時 k は(k = 0,1,2……,N-1)となる。フィルタの振幅特性は式(3.1.5)で与えられる。そのためインパルス応答h(n)は次式(3.1.6)の逆離散フーリエ変換で求めることができる。

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) e^{j2\pi n/N}$$
(3.1.6)

窓関数の特性やタップ数による振幅特性の変化を設計した LPF を用いて下の図 3.1.3、図 3.1.4 に示す。



図 3.1.3 窓関数の特性



図 3.1.4 タップ数による振幅特性の変化

離散フーリエ変換(DFT)は離散時間信号の時間領域表現と周波数領域表現を関係づける ものとして重要であるが、スペクトル分析手法としても有効であり、音声信号処理、画像 処理などの分野で盛んに用いられている。

いま、時間領域上でN個の点x(0),x(T),x(2T),…x(NT – T)が与えられているとすると、そのz変換は

$$X(z) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT) z^{-n}$$
(3.1.7)

と求まる。上式に $z = e^{j\omega T}$ を代入すると周波数スペクトルが得られ

$$X(e^{j\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-j\omega nT}$$
(3.1.8)

と示される。さらに周波数領域上のN個の点ωkは次のように与えられる。

$$\omega_{\rm k} = \frac{2\pi k}{\rm NT} = \omega_{\rm s} \frac{\rm k}{\rm N} \tag{3.1.9}$$

ただし、k = 0,1,2,...,N-1である。式(3.1.8)の ω の代わりに周波数離散値 ω_k を代入すれば、

$$X(e^{j\omega_{k}T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT)e^{-j\frac{2\pi k_{n}}{N}}$$
(3.1.10)

と求まる。上式をx(nT)の DFT と呼ぶ。

以下に DFT の代表的な性質を 3 つ挙げる。

1. 線形性

任意の定数a,bに対して、

$$x(nT) = ax_1(nT) + bx_2(nT)$$
 (3.1.11)

という信号があるとするとその DFT は

$$X(k) = aX_1(k) + bX_2(k)$$
 (3.1.12)

と求められる。

2. 周期性

r を任意の整数とする、

$$X(k - rN) = X(k)$$
 (3.1.13)

が成り立ち、X(k)は周期関数である。

3. 対称性

x(nT)を実装するとき DFT は次のような対称性を有する。

$$X(N-k) = X^*(k)$$
 (3.1.14)

ただし、X*(k)はX(k)の共役複素数である。

次に N 点数列{x(0), x(T), x(2T), …, x(NT - T)}の DFT を{X(0), X(1), X(2), …, X(N - 1)}として DFT を表す。例として 8 点の DFT について見てみると、

$$X(k) = \sum_{n=0}^{7} x(nT) W^{kn}$$
(3.1.15)

で表される。以降計算の表現の煩わしさを避ける意味で、x(nT)をx(n)と表すこととする。

8 点の DFT は式(3.1.15)から

$$X(0) = x(0) + x(1) + \dots + x(7)$$

$$X(1) = x(0)W^{0} + x(1)W^{1} + \dots + x(7)W^{7}$$

$$X(2) = x(0)W^{0} + x(1)W^{2} + \dots + x(7)W^{14}$$

:

$$X(7) = x(0)W^{0} + x(1)W^{7} + \dots + x(7)W^{49}$$

$$W^{kn} = W^{(k+N)n}$$
 (3.1.16)

$$M/kn - M/(k+N)n$$



図 3.1.5 回転因子W^{kn} (ディジタル信号処理⁶⁾より引用)

したがって、

$$W^0 = W^8 = W^{16} = \cdots$$

 $W^1 = W^9 = W^{17} = \cdots$
.

 $W^7 = W^{15} = W^{23} = \cdots$

となる。このように直接計算を行うと8点DFTの場合、8×8つまりN²の複素乗算と複素加 算の演算を行うこととなる。実際に用いる場合には、十分な周波数領域の分解能を得るた めサンプル数を4000点以上取ることもある。標本化周波数500Hzとすると、0.061Hzの 分解能を得るためには、8192点ものサンプルが必要となり、多チャンネル解析を行う場合、 さらに計算回数が増加する。そこで加算を実行する場合は演算順序をどのように変えても 問題が起こらないようにするため、計算に都合の良いように並び替えて計算する高速フー リエ変換と呼ばれる手法がある。

高速フーリエ変換は図 3.1.6 にあるように 8 点数列の場合離散時間信号を一つ置きに並び 替えて、2 つの数列に分解することから始まる。すなわち N 点数列で N が 2 のべき乗 (N = 2^p, p: 整数)とすれば、信号を偶数番目数列

$$x(n) = x(2n)$$
 (3.1.17)

と奇数番数列

$$x(n) = x(2n+1)$$
(3.1.18)

に分けることができる。ここで、n = 0,1,2,..., N/2 – 1である。これは時間分割法と呼ばれ る方法である。



図 3.1.6 時間分割法(ディジタル信号処理⁶より引用) 分割したそれぞれの数列がさらに 2 で割り切れる場合はさらに分割を行う。 すると図 3.1.7 のような構成となる。



図 3.1.7 FFT の計算方法 (ディジタル信号処理 ⁶より引用)

ゆえに計算式は、

$$X_{00}(k) = \sum_{n=0}^{\frac{N}{4}-1} x_{00}(n) W_{N/4}^{kn} = x_{00}(0) W_{\frac{N}{4}}^{0} + x_{00}(1) W_{\frac{N}{4}}^{k}$$
(3.1.19)

ここで、

$$x_{00}(0) = x(0)$$
 , $x_{00}(1) = x(4)$ (3.1.20)

かつ

$$W_{\frac{N}{4}}^{k} = \begin{cases} 1 & , & k = 0 \\ -1, & k = 1 \end{cases}$$
(3.1.21)

であるので、

$$X_{00}(0) = x(0) + x(4)$$
 (3.1.22)

$$X_{00}(0) = x(0) - x(4)$$
 (3.1.23)

が得られる。このように乗算を用いずに加減算のみで計算が行われるため、大幅に演算時 間を短縮できる。これをバタフライ演算と呼ぶ。

そのほかx(2)とx(6), x(1)とx(5)などについても同様に求めることができる。

3.1.3 FIR ディジタルフィルタの心臓信号への影響

ー般的に心磁図のノイズ除去に対して FIR ディジタルフィルタによるノイズ除去を行う 場合、十分に効果を発揮するために、40 Hz をカットオフ周波数とする LPF(Low pass filter) を用いて行う。以下に信号処理(LPF[40 Hz])行った時の歪みを示す。図 3.1.8 の 0.3 秒付 近のピークを基の波形とフィルタ後で比べると明らかに減衰していることが分かる。また 図 3.1.9 に周波数解析の結果を比べるとほとんど差がみられないが、フィルタの通過帯域で 信号が減衰していることが分かる。



図 3.1.8 LPF による心磁図の歪み



図 3.1.9 LPF による心磁図の歪み

3.2 主成分分析

主成分分析(PCA: Principal Component Analysis)は Pearson の初期の研究から派生したもので、統計的データ解析や特徴抽出ならびにデータ圧縮の古典的な方法である。多変量の 測定値のデータが与えられたとき冗長度を減らしてより少数の変量でデータをできるだけ 完全に表現するには、どのような変量を用いたらよいかを決定するのがこの方法の主な目 的である。

PCA の出発点は n 個の要素を持つ確率ベクトル x である. この確率ベクトルの標本 $x(1), \dots, x(T)$ が与えられているとする。PCA においてはこの確率ベクトルの確率分布に関 して何ら仮定しない。ただし、1 次および 2 次の統計量は既知であるか、または標本から推 定できるものとする。また x の生成モデルも何ら仮定しない。PCA においては要素間の相 関による x の冗長性が本質的であり、そのための圧縮が可能となるのである。もし要素が 独立であれば PCA によって得られるものは何もないといえる。

PCA 変換ではまずベクトル x からその平均を差し引いて中心化を行う。

$$\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x} - \mathbf{E}\{\mathbf{x}\} \tag{3.2.1}$$

現実には、平均は得られた標本x(1),・・・,x(T)から推測される。以下ではデータの中心化 は済んでいて、したがってE{x}=0であると仮定する。次の段階ではxをm個(m<n)の要素 を持つようなベクトルyに線形変換し、相関によって生じている冗長性を取り除く。その ため、直交座標系を回転し、xの新しい座標成分がたがいに無相関になるようにする。同時 に、xの各座標軸への射影の分散を最大化し、第一の軸が最大の軸となり、第二の軸は第一 の軸と直行する空間の中で、分散を最大とする軸であるようにする。これを次々と繰り返 していく。このように繰り返していくことで、各成分は無相関になるのに加え、多くの応 用例において、各成分の分散は非常に異なっていて、かなりの数の成分は捨てられるほど その分散が小さい。こうして残った成分がベクトルyを構成する。PCA はこのようにほと んど情報量を減らすことなくずっと小さな次元のベクトルyを作ることができる。

次に PCA における各成分を求める方法について述べる。 数学的には \mathbf{x} の要素 $\mathbf{x}_1, \cdots, \mathbf{x}_n$ の線形結合であるが、

$$y_1 = \sum_{k=1}^{n} W_{k1} x_k = W_1^T x$$
 (3.2.2)

を考える。

n 次元ベクトル w_1 の要素 w_{11} ,…, w_{nl} はスカラーの係数で荷重と呼ばれる。 w_1^T は w_1 の転置を表す。

 y_1 の分散が最大であるとき、 y_1 を x の第一主成分と呼ぶ。分散は荷重ベクトル w_1 のノル ムと方向に依存し、ノルムが増加すればいくらでも大きくなるため、 w_1 のノルムは通常1 に固定するという制約を受ける。

PCA 規準である

$$J_1^{\text{PCA}}(\mathbf{w}_1) = E\{\mathbf{y}_1^2\} = E\left\{\left(\mathbf{w}_1^{\text{T}}\mathbf{x}\right)^2\right\} = \mathbf{w}_1^{\text{T}}E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^{\text{T}}\}\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}_1^{\text{T}}\mathbf{C}_{\mathbf{x}}\mathbf{w}_1$$
(3.2.3)

を $\|\mathbf{w}_1\| = 1$ という制約の下で最大化する荷重ベクトル \mathbf{w}_1 を探すことになる。

またw1のノルムとしては通常のユークリッドノルム

$$\|\mathbf{w}_1\| = (\mathbf{w}_1^{\mathrm{T}}\mathbf{w}_1)^{1/2} = \left[\sum_{k=1}^n w_{k1}^2\right]^{1/2}$$
 (3.2.4)

を用いる式(3.2.3)の n×n 行列C_xはxの共分散行列で、xが平均0のベクトルであるとき、 相関行列

$$\mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}\}\tag{3.2.5}$$

で与えられる。

線形代数の基礎で知られているように、PCA の問題の解は行列Cxの単位長の固有ベクト

 $ルe_1, ..., e_n$ を用いて表すことができる。固有ベクトルの順番は、対応する固有値 $d_1, ..., d_n$ が $d_1 > d_2 > ... > d_n$ を満たすようなものとする。式(3.2.1)を最大化する解は

$$\mathbf{w}_1 = \mathbf{e}_1 \tag{3.2.6}$$

で与えられる。そこでxの第一主成分は

$$\mathbf{y}_1 = \mathbf{e}_1^{\mathrm{T}} \mathbf{x} \tag{3.2.7}$$

である。

式(3.2.3)で与えた規準J₁^{PCA}は 1 と n との間の任意の m に対して、m 個の主成分へ一般化できる。m 番目(1 \leq m \leq n)の主成分を $y_m = w_m^T x$ と書くことにする。ここで w_m は対応するノルム 1 の荷重ベクトルである。 y_m がそれ以前の主成分のすべてと無相関、すなわち

$$E\{y_m y_k\} = 0$$
 (k < m) (3.2.8)

という制約の下でymの分散を最大化する。主成分ymは平均0である.なぜならば、

$$\mathbf{E}\{\mathbf{y}\} = \mathbf{w}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{T}}\mathbf{E}\{\mathbf{x}\} = \mathbf{0}$$
(3.2.9)

だからである。

式(3.2.8)は

$$E\{y_m y_k\} = E\{(\mathbf{w}_m^T \mathbf{x})(\mathbf{w}_k^T \mathbf{x})\} = \mathbf{w}_m^T \mathbf{C}_x \mathbf{w}_k = 0$$
(3.2.10)

となる。 $\mathbf{w}_1 = \mathbf{e}_1$ であることは既知である為、第二主成分に対する条件は、

$$\mathbf{w}_2^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{\mathrm{x}} \mathbf{w}_1 = \mathbf{d}_1 \mathbf{w}_2^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_1 = \mathbf{0}$$
(3.2.11)

となる。

したがって C_x の第一の固有ベクトルに直交する部分空間の中で、 分散 $E\{y_2^2\} = E\{(w_2^T x)^2\}$ を最大化するようなものを探すことになる。 その解は、

$$w_2 = e_2$$
 (3.2.12)

で与えられる。同様に再帰的に

$$\mathbf{w}_{k} = \mathbf{e}_{k} \tag{3.2.13}$$

が求まる。ゆえに第 k 主成分は、

$$\mathbf{y}_{\mathrm{k}} = \mathbf{e}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}} \mathbf{x} \tag{3.2.14}$$

となる。

ここでは独立成分分析の基本的事項や例に触れることとして、詳しい説明は第三章で述 べることとする。

独立成分分析(ICA: Independent Component Analysis)は多変量のデータから隠された源信 号や成分を見つけだす為の一手法である。他の手法との違いは探すべき成分が統計的に独 立であり、かつ非ガウス的である。

以下に独立成分分析について簡単に定式化する。

統計的に独立なn個の信号源から発生する未知の信号

$$\mathbf{s}(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t))^T$$
 $(t = 0, 1, 2, \dots)$ (3.3.1)

を考える。信号源は互いに干渉しあわず、各信号s_i(t)は互いに統計的に独立であるとする。 この信号源から発生した信号をn個のセンサで観測した場合、得られる観測信号を

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t), \cdots, \mathbf{x}_n(t))^T$$
 $(t = 0, 1, 2, \cdots)$ (3.3.2)

と書くこととし、信号源と観測信号の関係は未知の作用素 A を用いて

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \tag{3.3.3}$$

で表されるとすると、通常の定式化では、観測信号の次元は信号源の次元より大きい。 以下の仮定より独立成分分析を行う。

- 信号源と同じ数かあるいは信号源の数以上の異なった地点で観測が同時に行える。
- 観測点の数と信号源の数は等しい。
- 混合作用 A は時不変である。
- 源信号には、モーメントは適当な次数まで発散しないで存在する。
- 源信号の平均値は0であること。

以上の仮定のもとで、独立成分分析が対象とする問題は"混合作用素 A に関する知識を

何も持たずに、源信号**s**(t)の各成分同士が互いに独立であるという情報だけを用いて、観測 信号**x**(t)から源信号を復元する。"と定義される。

この解はある線形作用素Wを用いて観測信号x(t)から復元信号y(t)を

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \tag{3.3.4}$$

によって構成したとき、復元信号の各成分y_i(t), (i = 1,2,…n)が互いに独立となるように復元 作用素 W を求めることに帰着する。

実際の ICA を用いた信号解析では、復元信号を求めることが最終目的ではなく、目的に あわせて、観測信号を分解することが目的となることが多い。



図 3.3.1 独立成分分析概念図

第四章 独立成分分析を用いたノイズ除去法

- 4.1 統計学の基礎
- 4.2 独立成分分析の前処理

4.2.1 白色化及び次元縮約

- 4.3 分離行列の推定
 - 4.3.1 非ガウス性最大化による推定法
 - 4.3.2 尖度を用いた非ガウス性最大化アルゴリズム
- 4.4 ノイズの除去・データの復元

4.1 統計学の基礎

この節では ICA で使われる統計学について触れる。

はじめに期待値とモーメントについてである。g(x)は確率ベクトルxから得られる任意の 変量とし、g(x)はスカラーもしくはベクトルである。g(x)の期待値をE{g(x)}で示し、

$$E\{g(\mathbf{x})\} = \int_{-\infty}^{\infty} g(\mathbf{x}) p_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$
(4.1.1)

で定義する。ここで積分は**x**のすべての成分にわたって計算される。積分はベクトルの成分 または行列の要素ごとに別々に計算され、その結果、同じ大きさの新たなベクトルあるい は行列ができる。

期待値はいくつかの基本性質がある。

1. 線形性

x_i(i = 1,2,…,m)を異なる確率ベクトルの集合とし、a_i(i = 1,2,…,m)をスカラー定数係数 とすると、

$$\mathbf{E}\left\{\sum_{i=1}^{m} \mathbf{a}_{i} \mathbf{x}_{i}\right\} = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{a}_{i} \mathbf{E}\left\{\mathbf{x}_{i}\right\}$$
(4.1.2)

となる。

2. 線形変換

xをm次元の確率ベクトルとしAとBをk×mとm×lの定数行列とすると、

$$\mathsf{E}\{\mathbf{A}\mathbf{x}\} = \mathsf{A}\mathsf{E}\{\mathbf{x}\} \tag{4.1.3}$$

となる。

3. 変換不変性

y = g(x)を、ベクトル値を示すxの関数とすると、

$$\int_{-\infty}^{\infty} y p_{y}(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} g(\mathbf{x}) p_{x}(\mathbf{x}) dx$$
(4.1.4)

である。

つまり、もし積分が異なる確率密度関数について行われても、E{y} = E{g(x)}である。

次にモーメントについてであるが、確率ベクトル**x**のモーメントはその確率ベクトルを特 徴付ける典型的な期待値である。これはg(**x**)が**x**の成分の積からなる場合に得られる。特に、 確率ベクトル**x**の1次モーメントを**x**の平均ベクトル**m**_xと呼び、**x**の期待値を

$$\mathbf{m}_{\mathbf{x}} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}\} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{x} \mathbf{p}_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) \mathbf{d}\mathbf{x}$$
(4.1.5)

で定義する。

もう一つ重要なモーメントはxの2つの成分の相関からなるものである。xのi番目とj番 目の成分の相関r_{ij}は次の2次モーメントで与えられる。

ベクトルxに関する n×n の相関行列

$$\mathbf{R}_{\mathbf{X}} = \mathbf{E}\{\mathbf{X}\mathbf{X}^T\} \tag{4.1.6}$$

次に中心モーメントについて述べる。中心モーメントの定義は期待値を計算する前に確 率ベクトルからその平均ベクトルが引かれる。中心モーメントは、明らかに 2 次以上のモ ーメントについてのみ意味があり、相関行列R_xに対応するC_xはxの共分散行列と呼ばれ以下 の式で与えられる。

$$\mathbf{C}_{\mathrm{x}} = \mathrm{E}\{(\mathbf{x} - \mathbf{m}_{\mathrm{x}})(\mathbf{x} - \mathbf{m}_{\mathrm{x}})^{\mathrm{T}}\}$$
(4.1.7)

通常確率ベクトル**x**の確率密度は未知であるが、しばしば、**x**から k 個の標本(x₁, x₂,..., x_k) を利用することができる。これらの標本の平均から次式を使って期待値を推定することが できる(エルゴード近似)。

$$E\{g(\mathbf{x})\} \approx \frac{1}{K} \sum_{j=1}^{K} g(\mathbf{x}_j)$$
(4.1.8)

4.2 独立成分分析の前処理

独立成分分析を実際行う際に、前処理を行うことで精度が大きく変わってくる。その手 法として主成分分析を応用した白色化及び次元縮約について以下に説明する。

4.2.1 白色化および次元縮約

白色化とは ICA の前処理として非常に有効な手段である。そもそも白色化は PCA を基 にしており、多変量の測定値のデータが与えられたとき冗長度を減らしてより少数の変量 (次元)でデータをできるだけ完全に表現するものである。この条件に加え得られた成分の分 散を1とし、1次モーメントを0にすることを指す。白色化によって得られた成分は無相関 であるという弱い独立性を持っている。しかし、この無相関だけでは信号が独立であると はいえない為更なる処理が必要となる。また縮約次元数を一意に決定する指標を設けるこ とは困難であり、実用の上で問題となっている。以下に ICA の前処理としての白色化につ いて述べる。

白色化は観測されたデータベクトルxにある行列Vをかける線形変換

$$\mathbf{z} = \mathbf{V}\mathbf{x} \tag{4.2.1}$$

により、**z**という白色の新しいベクトルを得ることである。白色化の方法として良く用いられる方法として、共分散行列の固有値分解があり、

$\mathbf{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}\} = \mathbf{D}\mathbf{E}^{\mathrm{T}} \tag{4.2.2}$

と表される。ここでEはE{ xx^{T} }の固有ベクトルからなる直交行列であり、Dはその固有値か らなる対角行列でありD = diag($d_1, d_2, \cdots d_n$)と表される。白色化を行うには白色化行列

37

$$\mathbf{V} = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{E}^{\mathrm{T}}$$
(4.2.3)

を用いればよい。 $D^{-1/2}$ は簡単な要素ごとの計算で求められる行列であり、 $D^{-1/2} = (d_1^{-1/2}, d_2^{-1/2}, \dots, d_n^{-1/2})$ となる。この方法で計算される白色化行列は $E\{xx^T\}^{-1/2}$ または $C^{-1/2}$ と表される。以上が白色化のプロセスである。これにより、データの持つ情報が集約され少数の次元でのデータの表現が可能となる。

白色化によって得られたデータの情報を司る次元には寄与率が付与される i 番目の次元 に付与される寄与率r_iは次式で定義される

$$r_i = d_i / \sum_{j=1}^n d_j$$
 (4.2.4)

寄与率はその次元がもつ、元のデータの情報量の割合を示している。全次元のうち寄与 率が最大のものが第一主成分、以下第二,第三と続く。また、第一主成分がもつ寄与率か ら第i主成分のもつ寄与率の総和を累積寄与率と呼ぶ。一般的にこの累積寄与率基づき、情 報量の損失を考慮し、次元縮約が行われる。 4.3 分離行列の推定

ここでは、現在多くの場合用いられている ICA アルゴリズムである FastICA において独立 性を評価するための原理である非ガウス性最大化について述べる。

4.3.1 非ガウス性最大化による推定法

はじめに、この推定法の基礎的概念である中心極限定理について述べる。これは、簡単 にいうと独立な確率変数の和の分布が、ある条件の下でガウス分布に近づくというもので ある。

$$x_k = \sum_{i=1}^k Z_i$$
 (4.3.1)

を、独立で同一分布をする確率変数 Z_i の列 $\{z_i\}$ の部分和とする。 x_k の平均と分散は $k \rightarrow \infty$ のと きより大きくなるため、 x_k の代わりに標準化された変数

$$y_k = \frac{x_k - m_{xk}}{\sigma_{xk}} \tag{4.3.2}$$

を考える。ここでm_{xk}とσ_{xk}は平均と標準偏差である。y_kの分布は k→∞のとき。平均0で分 散が1のガウス分布に収束することが示される。これが中心極限定理である。

それでは本節の本題に入る。xは複数の確率変数の観測値の集合(x1(t),x2(t),...,xn(t))が与え られているとし、それらが独立な成分 s (s1(t),s2(t),...,sn(t))の線形結合によって生成されると 仮定する。すなわち、

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\mathbf{s} \tag{4.3.3}$$

である。ここで、Aは未知の混合行列である。すると独立成分分析は、xi(t)のみを観測して

行列 A と s_i(t)を求める問題ということになる。ここで、独立成分 s_iの数が観測される変数 の数と同じであると仮定した。この仮定により問題は簡単になるが、絶対に必要な仮定で はない。混合は、

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{x} \tag{4.3.4}$$

によって復元されるため独立成分の推定は、混合行列の正しい線形結合を見出せば良いこ とになる。そこで一つの独立成分を推定する為、混合変数の線形結合を考える。これを

$$\mathbf{y} = \mathbf{b}^{\mathrm{T}} \mathbf{x} = \sum_{i} \mathbf{b}_{i} \mathbf{x}_{i} \tag{4.3.5}$$

で表わす。ここでbが決定すべきベクトルである。さらに、

$$\mathbf{y} = \mathbf{b}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \mathbf{s} \tag{4.3.6}$$

と書けることに注目すれば。yはsiのある線形結合であり、その結合係数はbTAで与えられる。このベクトルをqで表わすとすると、

$$\mathbf{y} = \mathbf{b}^{\mathrm{T}} \mathbf{x} = \mathbf{q}^{\mathrm{T}} \mathbf{s} = \sum_{i} q_{i} s_{i}$$
(4.3.7)

となる。もし、bがAの逆行列の一つの行であれば、この線形結合 b^Tx は実際に独立成分の 一つと等しくなる。その場合には、対応する q はその一つの要素が1で、他はすべて0で あるようなベクトルである。

ここでの問題は、中心極限定理をどのように使えば b が A の逆行列の一つの行と等しく なるように決められるかということである。現実には A に関する知識は無いので、そのよ うな b を正確に決定することはできない。しかし、良い近似を与える推定法を見つけるこ とはできる。

そのため、qの要素を変化させて $y = q^Ts$ の分布がどう変わるかを考える。原理的な考え 方は次のとおりである。2 つの独立な変数のみでも、和を取ればもともとの変数よりはガウ ス的となるため、 $y = q^Ts$ は普通 s_i のどれよりもガウス的であり、最もガウス性から遠くな るのは、yが一つの s_i と等しいときである。この場合、明らかにqの要素 q_i のうち0でな いのはたった一つだけである。

実際には $q^Ts = b^Tx$ であるから、ただ b を変化させて b^Tx の分布を調べればよい。したがって b としては、 b^Tx の非ガウス性を最大にするベクトルを用いればよい。そのようなベクトルは 0 でない要素をただ一つだけもつ $q = A^Tb$ に必然的に対応する。つまり、 $y = b^Tx = q^Tx$ は独立成分のうちの一つに等しくなる。したがって、 b^Tx の非ガウス性を最大にすることにより、独立成分の一つが得られることになる。

この **b**^T**x** における非ガウス性を測る尺度として広く用いられている統計量が、尖度とネゲントロピーである。以下にそれぞれの統計量を用いた非ガウス性最大化アルゴリズムを示す。

4.3.2 尖度を用いた非ガウス性最大化アルゴリズム

尖度を用いた場合について述べる。尖度は確率変数の 4 次キュムラントにつけられた名前である。

Yの尖度を kurt(y)と書き、

$$kurt(y) = E\{y^4\} - 3(E\{y^2\})^2$$
(4.3.8)

と定義する。ここでは、すべての確率変数は中心化され平均が0になっているものとする。 したがって、一般には尖度の定義はもう少し複雑になる。そこで、簡単のために y は分散 が1、つまり E{y²} = 1となるように正規化されていると仮定する。すると式(4.3.8)は、E{y⁴}-3 と簡略化される。これより尖度は、正規化された4次のモーメント E{y⁴}に過ぎないことが 分かる。ガウス分布に従う y に対しては、4 次のモーメントは 3(E{y²})² と等しくなる。し たがって、ガウス確率変数に対して尖度は0になる。また、ほとんどの非ガウス確率変数 に対して尖度は0にならない。

ここで、白色化による前処理の有用性を見る。白色化データzに対して非ガウス性を最大 化するような線形結合 w^Tz を探すとする。この場合、ここでの状況は簡単化される。なぜ なら q = (VA)^Tw で、

$$\|\mathbf{q}\|^2 = (\mathbf{w}^{\mathrm{T}} \mathbf{V} \mathbf{A}) (\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{V}^{\mathrm{T}} \mathbf{w}) = \|\mathbf{w}\|^2 \qquad (4.3.9)$$

となるからであり、||w||=1の制約の下で、w^Tzの尖度の絶対値を最大化することになる。

次に、尖度の絶対値を尺度とする非ガウス性を最大化する高速不動点アルゴリズムについて述べる。

白色化されたデータに対しては、E{(w^Tz)²}=||w||²であるから、w^Tzの尖度の絶対値の勾配 は、

$$\frac{\partial \left| \operatorname{kurt}(\mathbf{w}^{\mathrm{T}} \mathbf{z}) \right|}{\partial \mathbf{w}} = 4 \operatorname{sign} \left(\operatorname{kurt}(\mathbf{w}^{\mathrm{T}} \mathbf{z}) \right) \left[\operatorname{E} \{ \mathbf{z} (\mathbf{w}^{\mathrm{T}} \mathbf{z})^{3} \} - 3 \mathbf{w} \| \mathbf{w} \|^{2} \right]$$
(4.3.10)

となる。これにおいて、尖度の勾配を w と等しくすると

$$\mathbf{w} \propto \left[\mathrm{E}\{\mathbf{z}(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{z})^{3}\} - 3\|\mathbf{w}\|^{2}\mathbf{w} \right]$$
(4.3.11)

となる。この式から直ちに導かれるアルゴリズムはまず右辺を計算し、それを w の新しい値とするという不動点アルゴリズム。すなわち、

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathrm{E}\{\mathbf{z}(\mathbf{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{z})^{\mathbf{3}}\} - 3\mathbf{w}$$
(4.3.12)

である。各反復の後に w を制約集合の上にとどめるため、そのノルムで割る。よって常に、||w||=1 となるのでノルムの項は省略する。

最終的なベクトルwによって、独立成分の一つが線形結合w^Tzとして得られる。実際 には式(4.3.12)の期待値はその推定値で置き換えられる。この不動点反復法が収束すると、 新旧のwの値が同じ方向を向く、つまりそれらの内積はほとんど1となる。wとw¹は 同じ方向を決めているからベクトルが一点に収束するとは限らない。

次に複数の独立成分の推定について述べる。

求められる複数の w は互いに直交していなければならない。この方法に逐次的直交化を 用いる。これは独立成分を一つ一つ求める方法で、p 個の独立成分、つまり p 個のベクト μ w₁,w₂,...,w_pが求まっているとき、1 単位アルゴリズムのいずれかを w_{p+1} について実行 し、各反復段後に、w_{p+1} から既に求められた p 個のベクトルへの射影(w^T_{p+1}w_j)w_j (j=1,...,p)を引き、w_{p+1}を再度正規化する。以下に複数独立成分推定の手順を示す。

複数独立成分推定の手順

- 1. 推定する独立成分の数 m を決める。p←1 とする。
- 2. w_pを乱数などを用いて初期化する。
- 3. 1 単位アルゴリズムを wp について一回適用する。
- 4. 次の直交化を行う。

$$\mathbf{w}_p \leftarrow \mathbf{w}_p \sum_{j=1}^{p-1} (\mathbf{w}_p^T \mathbf{w}_j) \mathbf{w}_j$$
(4.3.13)

- 5. wpを自身のノルムで割り正規化する。
- 6. wpが収束していなければ3.に戻る。
- 7. p←p+1 とする。もしp が求める独立成分の数 m より大きくなければ 2.に戻る。

4.4 ノイズの除去・データの復元

ICA によるノイズ除去の方法について述べる。ICA によって得られた独立成分yの内、ノ イズである(信号成分ではない)と判別された独立成分を無信号(常に 0)としてデータを復 元し、ノイズの除去を行う。

分離された独立成分yを元の観測信号xへと復元する方法について述べる.

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{z} \tag{4.4.1}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{V} \mathbf{x} \tag{4.4.2}$$

yからxへと復元するための理想的な形であり、W^TVの逆行列を求めyにかけることにより、 復元作用素が決まる。

$$(\mathbf{W}^{\mathrm{T}}\mathbf{V})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{x} \tag{4.4.3}$$

しかし、次元縮約を行った場合、W^TVは正方行列でない為に逆行列が一つに決まらない。 そこで、yからxへと復元する際に次元の復元を行う。その過程を以下に示す。

1. 独立成分yから主成分zへの復元

$$\mathbf{z} = (\mathbf{W}^{\mathrm{T}})^{-1}\mathbf{y} \tag{4.4.4}$$

主成分zに次元縮約によって失われた成分位置に無信号を挿入・追加する。
 (通常、次元縮約は下位主成分の消去によって行うので、無信号の挿入は無い)

$$\mathbf{z}' \leftarrow \text{extend}(\mathbf{z})$$
 (4.4.5)

3. 次元の復元済みの主成分z'から観測信号xに復元する

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}^{-1} \mathbf{z}' \tag{4.4.6}$$

第五章 成分選択法

- 5.1 成分選択法とは
- 5.2 従来法
- 5.3 提案法

5.1 成分選択法とは

成分選択法とは独立成分分析により分離した各成分をノイズ成分と信号成分に判別し、 信号成分のみを選択する方法である。従来、独立成分分析により分離した各成分を目視で 確認し、心臓信号としてもっともらしいものを信号成分、それ以外の成分をノイズ成分と して信号成分のみを選択していた。しかしこのままの方法では計測の自動化や心疾患など の特異的な信号の抽出を行うことができない。そのため本研究室では自動化を可能とする 成分選択法を提案した。その成分選択法を以下に述べる。

5.2 従来法

前述の通り従来多くの場合目視による経験則での判別と選択を行ってきた。そのため心磁計測と同時に心電図を計測しその自己相関のピークを基に判別する手法が提案された⁸⁰。独立成分分析により分離した各成分と心電図の自己相関係数を算出する。自己相関係数R_jは次式で得られる。

$$R_{j} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \bar{x}) (x_{i+j} - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \bar{x})^{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_{i+j} - \bar{x})^{2}}}$$
(5.2.1)

n=500 点、jは 0~4500 点時間シフトさせて、計 4500 点分の自己相関係数を得る。 この方法で得た自己相関係数のピークをとり、心電図の自己相関係数のピークのタイミン グと各成分の自己相関係数のピークのタイミングが一致する成分を信号成分とする方法で ある。この方法は定量的かつ自動化可能な成分選択法である。

しかし、心磁図計測と同時に心電図計測を行う必要があり、電極などがノイズの原因と なる可能性があるので心電図計測を必要としない成分選択法が望まれる。そのため、本研 究では心電図計測を必要としない成分選択法を提案したので次節に述べる。 図 5.2.1 に実際の心電図データを用いた自己相関係数を示す。図 5.2.2 に実際の独立成分 分析により分離した成分の自己相関係数を示す。図 5.2.3 に自己相関係数におけるピークの 例を示す。図 5.2.3 において〇で囲ってある部分がピークであり、最初の一秒間(心臓信号 を含む)と最も似ている一秒間の波形が現れるときにピークを示している。図 5.2.1~5.2.3 を見比べると心臓の信号であれば同一の自己相関のピーク周期を持つことが分かる。



図 5.2.1 心電図の自己相関係数概念図







図 5.2.3 自己相関係数ピーク概念図

5.3 提案法

本研究で提案する手法は心電図計測を必要としない成分選択法である。得られたピーク タイミングの自己相関係数の平均値(AP 値)を求める。この AP 値に閾値を設け、その閾値 によりノイズ成分と信号成分を定量的に判別する手法が本研究で提案する手法である。以 下に提案手法の手順を示す。

1. ICA 後の独立成分分析の自己相関関数を以下の式を用いて計算する。

自己相関関数
$$R_{(t)} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N} \frac{(\hat{s}_i - \bar{s}) * (\hat{s}_{i+t} - \bar{s})}{\sqrt{(\hat{s}_i - \bar{s})^2} * \sqrt{(\hat{s}_{i+t} - \bar{s})^2}}$$
 (0 ≤ t ≤ T - 1) (5.3.1)

ここで \hat{s}_i は各独立成分を表す行列 \hat{s} のj番目の列、 \bar{s} は行列 \hat{s}_i の平均,Nはサンプリング点数(500 point = 1 s)、 Tは計測時間そしてtはシフト時間を示す。

- 2. 自己相関関数のピークを検出し、MCG 信号成分を含む独立成分は同じピークタイミング を持つため、他の独立成分と同じピークタイミングを持つ成分を保持する。この時 0.5 s 以下のピーク間隔を持つ独立成分は心臓の信号ではないとして除去する。なぜなら MCG 信号のピーク間隔は多くの場合 0.5~2 s であるからである (0.5 s の場合心拍数 120, 2 s の場合心拍数 30)。
- 3. 独立成分のピーク値の平均(AP値)を算出する。

これらの処理後、閾値に従ってその独立成分が MCG 信号成分であるかノイズ成分である かを判別する。この判別は主に MCG 信号成分を含む独立成分の内、ノイズ成分を多く含む ものを削除することが目的である。

第六章 成分選択法の検討

6.1 概要

- 6.2 シミュレーションデータ
- 6.3 シミュレーション過程
- 6.4 シミュレーション結果

本章では、提案手法の有用性を確認するためにシミュレーションを行った。本シミュレ ーションでは独立成分の AP 値が MCG 信号成分とノイズ成分で差があることを確認した。 また本シミュレーションにより提案法による成分選択の精度を全通り解析により導いた最 高ノイズ除去精度となる成分選択パターンと比較した。以下に行った成分選択法のシミュ レーションについて述べる。

6.2 検討用データ

シミュレーションに用いた検討用データについて述べる。提案方法の有効性を定量的に 評価するため、別々に計測した心磁図データとノイズデータを用いて検討用データを作成 した。心磁図データとノイズデータの計測には、8×8 に配置した 64ch-SQUID 磁束計を用 いた。解析に利用したデータはサンプリング周波数 500 Hz の 5000 点(10 秒)とした。また 心磁図データ計測時に心電図も計測しており、それを基にシミュレーションによる従来法 の確認を行った。

心磁図データは実際にシールドルーム内で計測した 64ch の心磁図信号を加算平均し、得られた 1 波形をつなぎ合わせることで作成した。ノイズデータは磁気シールドルーム外で フラックスゲートにより計測した環境磁気ノイズを磁気シールドルーム内にコイルを用い て印加し測定した。

心磁図データとノイズデータを SN 比がそれぞれ 0,-10,-20dB となるように合成し、成分 選択のシミュレーションを行った。図 6.2.1 に心磁図データを図 6.2.2 にノイズデータを図 6.2.3 に 0dB の検討用データを示す。図 6.2.1, 6.2.2, 6.2.3 には例として R 波ピークが最も大 きい 51ch を正規化した状態で示した。







図 6.2.2. ノイズデータ(51ch)



6.3 シミュレーション過程

本シミュレーションでは FastICA を用いて提案法の検討を行った。このシミュレーション 過程は ICA を用いたノイズ除去法と同様の過程で行われる(4 章を参照)。以下にそのシミュ レーション過程を述べる。

- 検討用データに対してICAの前処理としてPCAによる白色化と次元縮約を行う。今回、 ノイズ成分と信号成分の違いを確認するために縮約次元数を 0,-10,-20dB すべてのシ ミュレーションデータにおいて累積寄与率が 99.9%以上となる次元数として 8 次元に 固定し次元縮約を行った(寄与率が高い8主成分を使用する)。
- 2. 8 主成分に対して FastICA を用いて独立成分を推定し、各独立成分に分離する。
- 3-1. 各独立成分データから前述の提案法を用いて N を 500 点、M を 5000 点として自己相関係数を 4500 点分(9 秒間)計算し、ピークを検出し AP 値を求める。
- 3-2. ICA 後の選択と再構成の全通り解析を行い、ノイズ除去精度が最もよくなる成分選パ ターンを導出する。
- 4. 提案手法による選択後再構成を行う。

図 6.3.1 に成分選択法のシミュレーション過程を示す。シミュレーションより得られたデ ータを基に心磁図成分とノイズ成分の AP 値の違い、全通り解析の結果と提案法の選択パタ ーンおよび提案法を用いた場合のノイズ除去精度を確認した。

提案法を用いた場合のノイズ除去精度を確認するために再構成した検討用データの 51ch における SN 比を導出した。また以下に示すシミュレーション結果では全通り解析の結果を 基に心磁図成分とノイズ成分を定義する。心磁図成分は最高精度選択パターンで選択され た成分、ノイズ成分は選択されなかった成分として定義する。



図 6.3.1. 成分選択法のシミュレーション過程

6.4 シミュレーション結果

図 6.4.1 に 0dB の検討用データを用いたシミュレーションの独立成分 8 成分の AP 値を示 す。図中のノイズ成分と心磁図成分は全通り解析の結果を示す。



図 6.4.1. 0dB 検討用データにおける AP 値

全通り解析で心磁図成分として判別された成分は 2,3,4,6 成分である。ノイズ成分である 1,5,7,8 成分とAP値を比べると明らかに心磁図成分として判別されていた成分の方が高い値 を示している。

図 6.4.2 に-10dB のシミュレーションデータを用いたシミュレーションの 8 成分の AP 値 を示す。



図 6.4.2. -10dB 検討用データにおける AP 値

全通り解析で心磁図成分として判別されていた成分は 1,2,4,5 成分である。ノイズ成分である 3,6,7,8 成分と AP 値を比べると明らかに心磁図成分として判別されていた成分の方が高い値を示している。

図 6.4.3 に-20dB のシミュレーションデータを用いたシミュレーションの 8 成分の AP 値 を示す。



図 6.4.3. -20dB 検討用データにおける AP 値

全通り解析で心磁図成分として判別されていた成分は 1,3 成分である。ノイズ成分である 2,4,5,6,7,8 成分と AP 値を比べると明らかに心磁図成分として判別されていた成分の方が高 い値を示している。また 0,-10,-20dB の各検討用データを用いたシミュレーションの結果(図 6.4.1~6.4.3 参照)、心磁図成分と判別された成分とノイズ成分において明らかな AP 値に差 があることが分かった。

図 6.4.4 に 0,-10,-20dB すべてのシミュレーションデータを用いたシミュレーションにお ける独立成分 8 成分の AP 値、合計 24 成分 AP 値順に並べ替えた結果を示す。



図 6.4.4. 全検討用データデータにおける AP 値

全通り解析で心磁図成分として判別された成分は 1~10 成分である。同様にノイズ成分と して判別されていた成分は 11~24 成分である。AP 値順に各成分を並べ直すと全通り解析で 心磁図成分として選択していた成分とノイズ成分は AP 値が 0.6 以上か 0.6 未満かで判別で きることが分かった。 このことから閾値を 0.6 とすることで AP 値により最高ノイズ除去 精度となる選択パターンと同様の成分選択が行えることが分かった。また、これらのこと より本研究の目的でもある心電図計測を必要としない成分選択が行えるといえる。また従 来法の成分選択も提案法と同様に最高ノイズ除去精度となる成分選択パターンとなった。

さらに提案法による成分選択をした際のノイズ除去精度はそれぞれ 0,-10,-20dB 検討用デ ータを用いた場合、33.98, 19.17, 13.56dB であった。以下の図 6.4.5~6.4.7 にそれぞれの検 討用データにおける除去前の検討用データを左にノイズ除去後の再構成データを右に示す。 図中の波形は T 波が最も大きい 45ch を示す。



図 6.4.5 0dB 検討用データにおけるノイズ除去効果



図 6.4.5 -10dB 検討用データにおけるノイズ除去効果



図 6.4.5 -20dB 検討用データにおけるノイズ除去効果

図 6.4.5 及び図 6.4.6 が示すように 0, -10dB 検討用データの場合、残存ノイズが少なく QRS 波及び T 波に関する診断を十分行える精度と言える。ただし-20dB 検討用データの場合、ベースラインの残存ノイズにより QRS 波の波形がつぶれ T 波の波形もノイズがある為に正確 に読み取ることが困難であると言える。

第七章 結論

7.1 結論

7.1.1 成分選択法のシミュレーションの結論

7.1.2 ノイズ除去精度比較のシミュレーションの結論

7.2 考察

7.1 結論

本研究で行ったシミュレーション(提案法の有用性の確認,提案法のノイズ除去精度の確認)の結果についての結論を以下に述べる。

7.1.1 成分選択法のシミュレーション

本研究の目的である心電図計測を必要としない成分選択法の実現のため提案法のシミュ レーションを行った。その結果、各検討用データにおいて全通り解析により心磁図成分と ノイズ成分を判別した場合、心磁図成分とノイズ成分には AP 値に明らかな差があった。ま た 0,-10,-20dB すべての検討用データにおいても心磁図成分とノイズ成分は AP 値 0.6 を閾 値として判別できることが分かった。これらの結果より心電図計測を必要としない成分選 択を実現できることが分かった。またその選択パターンは最高ノイズ除去精度になる選択 パターンと同様の選択であった。

7.1.2 ノイズ除去精度比較のシミュレーション

ICA を用いたノイズ除去において提案法による成分選択を行った場合、再構成データ(ノ イズ除去後のデータ)の SN 比はそれぞれ 0,-10,-20dB の検討用データにおいて 33.98,19.17, 13.56dB であった。この結果は T 波(通常 R 波の 1/4 の振幅を持つ)が確認できるノイズ除去 精度はあるがシールドルームレス計測を行うためにさらなるノイズ除去精度の向上が必要 であることを示す。しかしこれは成分選択の問題ではなくノイズ除去法の問題である。そ のため今後はノイズ除去法のさらなる改善が必要だと考えられる。

7.2 考察

はじめに提案法の適応範囲・限界について述べる。提案法は自己相関関数を用いている ため心磁図信号と全く同じ自己相関関数のピーク周期を持つノイズが存在した場合、その ノイズを除去することはできない。例えば前述の通りピーク周期が 0.5~2 秒以外の独立成 分は心磁図信号ではないとして除去しているがこの範囲のピーク周期を持つノイズは心磁 図信号成分の候補としてAP値を計算しその値が閾値を超えていた場合心磁図信号として選 択される可能性がある。ただしこの条件に当てはまらないノイズは問題なく除去できると 考えている。

次に提案手法に用いる閾値について述べる。AP 値は SN 比によって変動する。それは SN 比が低くなると ICA による分離が十分ではなくなり独立成分の心磁図信号成分にもノイズ が残存してしまうからである。そのため SN 比によってある程度閾値を変更する必要がある。 ただし本研究のシミュレーションによる閾値が 0.6~0.66の間であればノイズ除去精度が変 わらないことが分かった。このことから SN 比の大きな変化には閾値の変更は必要だが細か い調整は必要ないといえる。図 7.2.1 に閾値によるノイズ除去精度の変動を示す。



図 7.2.1 閾値によるノイズ除去精度の変動

次に提案手法を用いてノイズ除去過程を自動化した際の処理時間について述べる。今回 は AP 値の違いおよび他の成分選択法と比較するために別々のプログラムで実行した。合計 処理時間は約30秒であり、これは計測時間(数分)に比べて問題にならない程度の処理時間 であると言える。

最後に心臓病への適応について述べる。心磁図信号を含む独立成分は同じ自己相関ピー クのタイミングを持っているので、たとえ不整脈であっても提案法を使うことは可能であ る。ただし同期のとれない場合に関しては提案法では判別できない可能性がある。例えば 房室ブロックの症状があり P 波, QRS 波, T 波が別々のタイミングで発生しておりかつ独立 成分がそれらを別々の信号として別々の成分に分離した場合、提案手法では判別すること は困難である。

7.3 まとめ

心電図計測を必要としない定量的な成分選択法を提案し、従来法と同様に最高ノイズ除 去精度となる成分選択パターンを選択できることが分かった。しかし、自己相関係数を用 いているため定常的なノイズに対して判別を行えない可能性がある。また、本シミュレー ションにより 0~-20dB の SN 比を持つ計測データならば提案法を用いて最高ノイズ除去精 度となる成分選択パターンと同様の選択が行えることが分かった。

閾値について検討の結果、閾値は計測値の持つ SN 比によって変更する必要性が示唆され たが今回のシミュレーションのように限られた範囲であれば統一の閾値で対応できること が分かった。

シミュレーションによりノイズ除去精度を確認したところ、ノイズに対して有用性を示 すことができたが、シールドルームレス環境を想定した場合は診断に適応しうる十分な精 度を示すことができなかったため、さらなるアルゴリズムの改良、前処理を用いた方法の 検討やパラメーターの最適化を進めていく必要があることが分かった。 1) Detection of the magnetic field of the heart

G.Balue, R. McFee

Am. Heart J. 66, 95-96 (1963)

2) Magnetic field around the torso

D. Chohen

Science, 156 652-654 (1967)

3) Magnetoencephalpgraphy; Evidence of magnetic fields produced by alpha-rhythm currents

D. Chohen

Science, 161, 784-786 (1968)

4) Magnetocardiograms taken inside a shielded room with a superconducting point-contact magnetometer

D. Chohen

Applied Physics Letter, 16, 278-280 (1970)

5) Magnetoencephalography; Detection of brain's electrical activity with a superconductiong magnetometer

D. Chohen

Science, 175, 664-666 (1972)

6) ディジタル信号処理

大類重範

日本理工出版会(2001)

7) Independent Component Analysis

A. Hyvärinen, J. Karhunen, and E. Oja

John Wiley & Sons, Inc (2001)

- 8) Environmental Magnetic Noise Rejection Using Independent Component Analysis for MCG
 –Automated Component Selection and Number of Contraction Dimension Decisions-
 - K. Kobayashi, K. Oyamada, M. Yoshizawa, and Y. Uchikawa
 - J. Magn. Soc. Jpn. (2010), 34, 156-160
- Study of Parameter Decision for a Noise Rejection Method Using ICA for a Magnetocardiogram K. Oyamada, K. Kobayashi, M. Yoshizawa, and Y. Uchikawa
 - J. Magn. Soc. Jpn. (2010), 34, 146-150
- 10) A review of independent component analysis techniques
 - D. P. Acharya and G. Panda
 - IETE Tech. Rev. (2008), 25, 320-332
- 11) Independent component analysis: fetal signal reconstruction from magnetocardiographic recordings

S. Comani, D. Mantini, P. Pennesi, A. Lagatta, and G. Cancellieri

Snihonnris Biomed. (2004), 75, 163-177

- 12) Performance evaluation of nonparametric ICA algorithm for fetal ECG extraction
 - Y. Sevim and A. Atasoy
 - Turk. J. Elec. Eng. & Comp. Sci. (2011), 19, 657-666
- 13) Source Separation From Single-Channel Recordings
 - by Combining Empirical-Mode Decomposition and Independent Component Analysis
 - B. Mijovic, M. Vos, I. Gligorijevic, J. Taelman, and S. Huffel
 - IEEE Trans. Biomed. Eng. (2010), 57, 2188-2196
- 14) Independent component analysis, A new concept?

P. Comon

Signal Processing by Elsevier B.V. (1994), 36, 287-314

謝辞

本研究の進行に当たり、多大なるご指導・ご鞭撻を頂いた皆様へ深く感謝致します。

岩手大学 小林宏一郎 教授

本研究において、論文や発表資料等のご指導、また信号処理方法・評価方法など多岐に 渡ってたくさんのご指導を頂きました.深く感謝致します。

岩手医科大学 中居賢司 教授 福島明宗 准教授

本研究において、臨床の立場から問題点の提示や結果の評価,実験データの提供など、 様々な点でご指導下さいました。深く感謝致します。

Francis M. Bui Assistant Professor University of Saskatchewan

In the present study, I have received a lot of guidance over a wide range, such as signal processing method and evaluation methods. I deeply appreciate.

小林研究室の皆様

本研究において、データ解析を始めとして、論文や発表資料に対するアドバイス等、そ の他多くのサポートをして頂きました。深く感謝致します。

また、本研究の進行にあたり、大学院生の方々など小林研究室の皆様からは、常に良い 刺激を受けると共に背中を押し続けて頂きました。この小林研究室で出会うことのできた 先輩・同期・後輩の皆様に、技術のみならず本当に多くのものを学ばせて頂きました。重 ねて深く感謝致します。