

空間概念を育成する指導 (Ⅲ)

立花正男*

(2018年2月14日受付)

(2018年2月14日受理)

Masao Tachibana

Instruction to Develop Student's Spatial Concepts (Ⅲ)

要約

見取図は立体図形を平面に表したものであり、3次元の情報を正確に表すことができない。例えば、線分の長さや、角の大きさについては、見取図の平面上の長さや大きさをそのまま、立体図形の大きさとして解釈すると、間違った解釈になってしまう。これまでの研究で、生徒は見取図の情報のまま解釈する傾向があることが明らかになっている。

そこで、本研究では線分の長さや、角の大きさについての見取図の読み取りの調査問題を2種類作成し、小学校第6学年、中学校第1学年、中学校第2学年の3つの学年に同一の問題を実施して、学年の違いを比較した。その結果、見取図の読み取りについて、どの学年も同じ傾向にあり、学年間の違いは認められなかった。

どの学年も線分の長さや角の大きさについては、線分の長さについては間違いは多くはなかったが、角の大きさについては、見た目に大きく左右される傾向があることが明らかになった。

第1章 研究の背景

立花(2016)は、岩手大学教育学部附属実践総合センター研究紀要「空間概念を育成する指導(Ⅱ)」において小学校第4学年と中学校第1学年にパイプグラムの使用した授業を行い、事前調査と事後調査を比較してその有効性を検討した。その結果として、「今回の研究では、小学校第4学年、中学校第1学年の空間図形についてパイプグラム(実物のモデル)を使用して指導することが効果があるかどうかについて検討した。その結果、小学校では、使用についての効果について見

いだすことはできなかったが、中学校の分析の結果から空間図形の指導にパイプグラム(実物モデル)を使うことは効果があるのではないかという可能性を見いだすことができた。小学校において有効性を見いだせなかったことは、小学校の児童には実物のモデルを持たせて思考することが、正の方向ではなく負の方向に働いた可能性もある。しかし、そのことが確実であるかについてはまだ確定できる段階ではない。今後さらに活用する方法について検討を加え、小学校、中学校のそれぞれの指導における有効な活用方法について検討を加える必要がある。」と記述している。また、研究

* 岩手大学大学院教育学研究科

の課題として、「調査の結果をみると、ある問題に対する回答として教師が求めていることと、児童生徒が答えようとしている内容に齟齬がある可能性がみいだされた。例えば、角度を求める問題等で、空間図形では、90度であるが、それを平面図形に書かれた角の大きさを答えているなどである。そこで、調査問題を再検討し、設問の表現を変えることによってどのような違いがあるかについて検討することが課題として残った。」としている。

第2章 研究のねらい及び方法

本研究のねらいは、「見取図の見方についての児童生徒の実態を調査し、今後の空間図形の指導の方向性を探る。」ことである。

このねらいを達成するために、見取図の読み取りについての調査問題を2種類作成し、小学校6年、中学校1年、2年、3年に実施する。その結果を分析を行い、学習の達成状況を比較し、今後の指導のあり方を探ることである。

第3章 調査問題及び調査対象

これまでの実施されている、全国学力・学習状況調査の問題を参考に、調査1と調査2の2種類の調査問題を作成した。

調査1と調査2は問1と問5が共通問題である。また、調査2～4はそれぞれの問題が類似問題となっている。実際の問題は参考資料として最後に示す。

小学校第6学年から中学校第2学年までに同一問題で実施した。調査時期は平成28年6月～8月である。

それぞれの学校の調査対象の学校及び人数は以下の通りである。

	調査1	調査2	計
A小6年	32	31	63
B小6年	34	35	69
C小6年	17	15	32
D小6年	112		112
E小6年	93		93
計	288	81	

	調査1	調査2	計
A中1年	97	65	162
B中1年	73	74	147
C中1年	153		153
D中1年	117		117
E中1年	159		159
計	599	139	

G中2年	31	34	65
B中2年	93	32	125
E中2年	92	61	153
D中2年	147		147
F中2年	159		159
計	522	127	

第4章 調査結果について

ここでは、それぞれの問題について、小学校第6学年、中学校第1学年、中学校第2学年の学年による違いがあるかを検討する。校種間の比較をする人数は以下の通りである。

	調査1	調査2	計(共通)
小学校6年	288	81	369
中学校1年	599	139	738
中学校2年	522	127	649

1 共通問題の比較

調査1と調査2の問1と問5は共通問題である。まず、その2問について分析を行う。

(1) 共通問題の問1での学年間の比較

共通問題であるため、分析では合計のところについて、学年間の差について比較した。

共通問題の問1について、正答を1点、誤答を0点として採点し、平均と標準偏差を計算した結果が以下の通りである。

全部の実施校 共通問題（問1）

			調査1	調査2	合計
		人数	288	81	369
小6	問1	平均	25.0%	27.2%	25.5%
		SD	0.433	0.445	0.436
		人数	599	139	738
中1	問1	平均	27.1%	23.0%	26.3%
		SD	0.444	0.421	0.440
		人数	522	127	649
中2	問1	平均	39.5%	32.3%	38.1%
		SD	0.489	0.468	0.486

この結果について分散分析を行った結果は、以下の通りである。

共通問題 問1

S.V	SS	df	MS	F
A	5.9494	2	2.9747	14.25 **
subj	366.0523	1753	0.2088	
Total	372.0017	1755		

+p<.10 *p<.05 **p<.01

共通問題である問1は、分散分析の結果、小学校第6学年と中学校第1学年では差がなく、中学校第2学年は小学校第6学年、中学校第1学年より有意に高かった。

(2) 共通問題の問5での学年間の比較

共通問題であるため、分析では合計のところについて、学年間の差について比較した。

共通問題の問5について、正答を1点、誤答を0点として、採点し平均と標準偏差を計算した結

果が以下の通りである。

全部の実施校 共通問題（問5）

			調査1	調査2	合計
		人数	288	81	369
小6	問5	平均	24.3%	28.4%	25.2%
		SD	0.429	0.451	0.434
		人数	599	139	738
中1	問5	平均	29.4%	23.7%	28.3%
		SD	0.456	0.426	0.451
		人数	522	127	649
中2	問5	平均	35.6%	32.3%	35.0%
		SD	0.479	0.468	0.477

この結果について分散分析を行った結果は、以下の通りである。

共通問題 問5

S.V	SS	df	MS	F
A	2.6621	2	1.3311	6.36 **
subj	366.9751	1753	0.2093	
Total	369.6372	1755		

+p<.10 * p<.05 ** p<.01

共通問題である問5は、分散分析の結果、小学校第6学年と中学校第1学年では差がなく、中学校第2学年は小学校第6学年、中学校第1学年より有意に高かった。

共通問題の問1、問5とも中学校第2学年が有意に高いという結果になった。これは、調査時期が1学期であり、中学校第1学年はまだ空間図形が未習であることが原因であると考えられる。つまり、中学校で空間図形をした中学校第2学年が有意に高いということは、中学校の指導の効果があつたと言える結果である。

2 共通問題以外の問題での比較

ここでは、類似問題について、学年間の比較と、問題間の比較を行う。

(1) 問2での学年間の比較および類似問題比較

調査1, 2の間2について, 正答を1点, 誤答を0点として, 採点し平均と標準偏差を計算した結果が以下の通りである。

全部の実施校

			調査1	調査2
			人数	288
小6	問2	平均	23.3%	34.6%
		SD	0.423	0.476
		人数	599	139
中1	問2	平均	19.4%	27.3%
		SD	0.395	0.446
		人数	522	127
中2	問2	平均	16.7%	20.5%
		SD	0.373	0.404

学年間の比較をするために分散分析を行った。その結果は以下の通りである。

調査1 問2

S.V	SS	df	MS	F
A	0.8121	2	0.406	2.63 +
subj	217.4491	1406	0.1547	
Total	218.2612	1408		

+p<.10 *p<.05 **p<.01

調査2 問2

S.V	SS	df	MS	F
A	0.9984	2	0.4992	2.58 +
subj	66.6097	344	0.1936	
Total	67.6081	346		

+p<.10 *p<.05 **p<.01

類似問題の間2については, 調査1と調査2について, 2つの問題について比較を行った。調査1, 2とも学年間に有意傾向が認められた。

さらに, 問題間の比較をするために, 各学年ごとに正答数と誤答数で, 直接確率計算を実施した。

調査1と調査2の問題間の比較をするために, 正答と誤答に数によって, 直接確率計算を実施した。その正答と誤答の生徒の人数は以下の通りで

ある。

		調査1		調査2	
		正答	誤答	正答	誤答
小6		67	221	28	53
		23.3%		34.6%	
中1		116	483	38	101
		19.4%		27.3%	
中2		87	435	26	101
		16.7%		20.5%	

それぞれの学年の偶然確率は以下の通りである。

小6	p=0.0447 *	(p<.05)	両側検定
中1	p=0.0483 *	(p<.05)	両側検定
中2	p=0.3000 ns	(.10<p)	両側検定

調査1と調査2について, 中2は有意差が認められなかったが, 小6と中1には有意差があった。

(2) 問3での学年間の比較および類似問題比較

調査1, 2の間3について, 正答を1点, 誤答を0点として, 採点し平均と標準偏差を計算した結果が以下の通りである。

全部の実施校 (問3)

			調査1	調査2
			人数	288
小6	問3	平均	84.0%	87.7%
		SD	0.366	0.329
		人数	599	139
中1	問3	平均	88.5%	84.9%
		SD	0.319	0.358
		人数	522	127
中2	問3	平均	89.1%	89.8%
		SD	0.312	0.303

学年間の比較をするために分散分析を行った。その結果は以下の通りである。

調査1 問3

S.V	SS	df	MS	F
A	0.5232	2	0.2616	2.44 +
subj	150.4804	1406	0.107	
Total	151.0035	1408		

+p<.10 *p<.05 **p<.01

調査2 問3

S.V	SS	df	MS	F
A	0.1587	2	0.0793	0.71 ns
subj	38.2621	344	0.1112	
Total	38.4207	346		

+p<.10 *p<.05 **p<.01

類似問題の問3については、調査1と調査2について、2つの問題について比較を行った。調査1に学年間に有意傾向が認められ、調査2は有意差がなかった。

さらに、調査1と調査2の問題間の比較をするために、正答と誤答に数によって、直接確率計算を実施した。その正答と誤答の生徒の人数は以下の通りである。

	調査1		調査2	
	正答	誤答	正答	誤答
小6	242 84.0%	46	71 87.7%	10
中1	530 88.5%	69	118 84.9%	21
中2	465 89.1%	57	114 89.8%	13

各学年の偶然確率は以下の通りである。

小6	p=0.4866 ns (.10<p)	両側検定
中1	p=0.2507 ns (.10<p)	両側検定
中2	p=1.0000 ns (.10<p)	両側検定

辺の長さの関係を答える問3は、どの学年も、調査1と調査2に有意差は求められなかった。線分の位置には結果が影響されていないということになる。

(3) 問4での学年間の比較および類似問題比較
調査1、2の問4について、正答を1点、誤答を0点として採点し、平均と標準偏差を計算した結果が以下の通りである。

全部の実施校（問4）

			調査1	調査2	
			人数	288	81
小6	問4	平均	83.3%	40.7%	
		SD	0.373	0.491	
		人数	599	139	
中1	問4	平均	89.2%	38.9%	
		SD	0.311	0.487	
		人数	522	127	
中2	問4	平均	85.8%	51.2%	
		SD	0.349	0.500	

学年間の比較をするために分散分析を行った。その結果は以下の通りである。

調査1 問4

S.V	SS	df	MS	F
A	0.7255	2	0.3628	3.16 *
subj	161.4562	1406	0.1148	
Total	162.1817	1408		

+p<.10 *p<.05 **p<.01

調査2 問4

S.V	SS	df	MS	F
A	1.1084	2	0.5542	2.26 ns
subj	84.3094	344	0.2451	
Total	85.4179	346		

+p<.10 *p<.05 **p<.01

類似問題の問4については、調査1と調査2について、2つの問題について比較を行った。調査1に学年間に有意傾向が認められたが、調査2は有意差がなかった。

調査1と調査2の問題間の比較をするために、正答と誤答に数によって、直接確率計算を実施した。その正答と誤答の生徒の人数は以下の通りである。

	調査1		調査2	
	正答	誤答	正答	誤答
小6	240 83.3%	48	33 40.7%	48
中1	534 89.2%	65	54 38.9%	85
中2	448 85.8%	74	65 51.2%	62

その偶然確率は以下の通りである。

小6	p=2.0000 ** (p<.01)	両側検定
中1	p=0.0000 ** (p<.01)	両側検定
中2	p=1 e-15.0000 ** (p<.01)	両側検定

どの学年とも、調査1と調査2に有意差が認められた。調査2の間4の問題の正答率が低かったということの意味する。

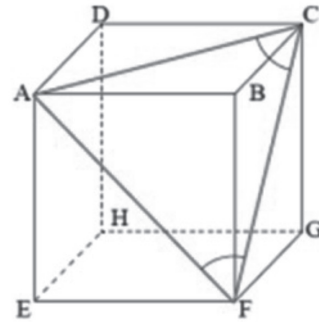
第5章 調査の考察

今回の調査結果から、児童生徒の見取図についての実態は、次の例のような角度についての認識に弱さがあることがわかった。

見目で角の大きさが等しく見えるときの正答率と、見目では等しくない時の正答率が極端に違うという事実がある。これは、以前から指摘されていることであるが、今後さらに、見取図の読み方について指導することが必要である。見取図から角度を読み取ることについての課題は、他の問題の正答率の低さからもうかがえることである。

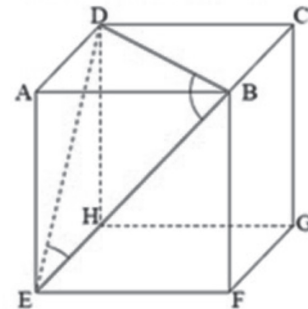
その指導の場合に、有効に働くのは、実物の模型である。以下のような実物のデルを使いながら、見取図上での辺の長さや、角の大きさと実物と比較させる活動をさせ、生徒に実感を伴った理解を

2 $\angle ACF$ と $\angle AFC$ の大きさについて、
下のア～エまでの中から正しいものを1つ選んで下さい。



- ア $\angle ACF$ の方が大きい
- イ $\angle AFC$ の方が大きい
- ウ $\angle ACF$ と $\angle AFC$ の大きさは等しい
- エ どちらが大きいかは問題の条件だけでは決まらない。

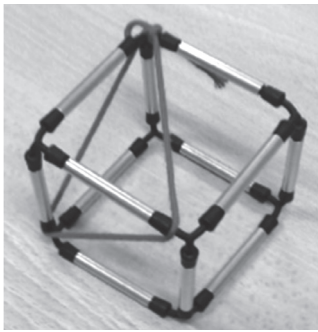
1 $\angle DBE$ と $\angle DEB$ の大きさについて、
下のア～エまでの中から正しいものを1つ選んで下さい。



- ア $\angle DBE$ の方が大きい
- イ $\angle DEB$ の方が大きい
- ウ $\angle DBE$ と $\angle DEB$ の大きさは等しい
- エ どちらが大きいかは問題の条件だけでは決まらない。

させることが重要である。





研究助成基金助成金）（基盤研究（C）（一般）
（16K00946 研究代表者 立花正男）の助成を
受けたものです。」

また、立花（2016）は、見取図等の指導において、
「平面上に表された見取図などから空間図形の位置関係等をよみとることが必要であるという意識があまりないためではないかと思われる。」と指摘している。このことについて教師が暗黙の了解事項としていて、生徒に伝わっていないか可能性もあるので、今一度見取図の役割について生徒に指導し、確実な理解ができるようにしたい。

〈引用文献〉

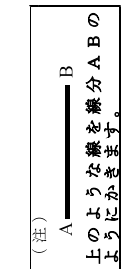
- 立花正男（2012） 空間概念を育成する指導 岩手大学教育学部附属教育実践センター研究紀要 11号（2012） 127-135頁
- 立花正男, 山本一美, 佐藤真, 菊池信夫, 藤井雅文, 佐々木亘(2016) 空間概念を育成する指導(Ⅱ) 岩手大学教育学部附属教育実践センター研究紀要15号（2016） 89-99頁
- 立花正男（2016） 児童生徒の空間概念の把握についての一考察 日本数学教育学会 第49回秋期研究大会発表集録 245-248頁
- 立花正男（2017）見取図の読み取りの児童の実態と指導の改善～パイプグラムの有効性～ 日本数学教育学会 第50回秋期研究大会発表集録 265-268頁

今回の研究でパイプグラムを使っでの指導をするにあたり、武州工業株式会社の林様にパイプグラムを準備していただいた。これらの協力があったこの研究は可能になりました。感謝申し上げます。

また、「本研究は科学研究費助成事業（学術

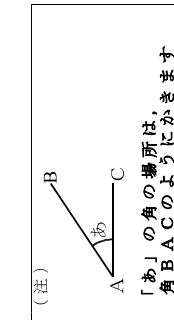
参考資料 1

3 下の図は、立方体の見取図です。
 この立方体の面ABCDにある線分BDの長さと同じ長さの面ABFEにある線分BEの長さを比べてみます。
 実物の立方体の関係が正しいものは、下の①から④までのうちのどれですか。正しいものを1つ選んで下さい。



- ① 線分BDの方が長い。
- ② 線分BEの方が長い。
- ③ 線分BDと線分BEの長さは等しい。
- ④ どちらが長いかはこの問題の条件だけでは決まらない。

4 下の図は、立方体の見取図です。
 この立方体の角ACFと角CFAの大きさを比べてみます。
 実物の立方体の関係が正しいものは、下の①から④までのうちのどれですか。正しいものを1つ選んで下さい。



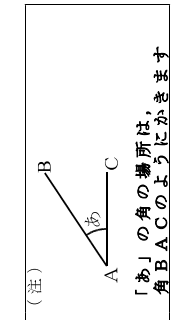
- ① 角ACFの方が大きい。
- ② 角CFAの方が大きい。
- ③ 角ACFと角CFAの大きさは等しい。
- ④ どちらが大きいかはこの問題の条件だけでは決まらない。

一 数学調査問題 (平成29年度) 一

中学校 年 組 番 氏名

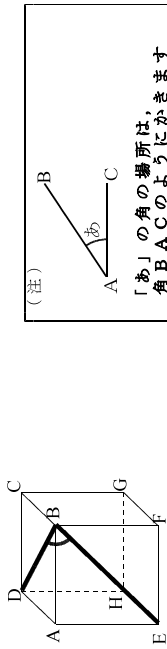
(注)
 見取図 (平面図形) は、立体 (空間図形) の関係を考えるためのものです。
見取図を見て、実物の立体図形の関係を考えることが必要です。

1 下の図は、立方体の見取図です。
 実物の立方体の角DBFの大きさについて、下の①から⑧までの正しいものを選んで下さい。



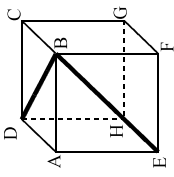
- ① 30度である。
- ② 45度である。
- ③ 60度である。
- ④ 90度である。
- ⑤ 120度である。
- ⑥ 135度である。
- ⑦ 180度である。
- ⑧ 角度の大きさはこの問題の条件だけでは決まらない。

2 下の図は、立方体の見取図です。
 実物の立方体の角DBEの大きさについて、下の①から⑧までの正しいものを選んで下さい。



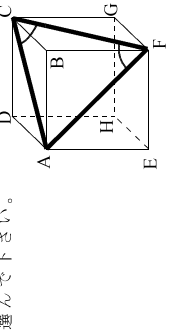
- ① 30度である。
- ② 45度である。
- ③ 60度である。
- ④ 90度である。
- ⑤ 120度である。
- ⑥ 135度である。
- ⑦ 180度である。
- ⑧ 角度の大きさはこの問題の条件だけでは決まらない。

3 下の図は、立方体の見取図です。
 この立方体の面ABCDにある線分BDの長さと同じ長さの面ABFEにある線分BEの長さを比べてみます。
 実物の立方体の関係が正しいものは、下の①から④までのうちのどれですか。正しいものを1つ選んで下さい。



- ① 線分BDの方が長い。
- ② 線分BEの方が長い。
- ③ 線分BDと線分BEの長さは等しい。
- ④ どちらが長いかはこの問題の条件だけでは決まらない。

4 下の図は、立方体の見取図です。
 この立方体の角ACFと角CFAの大きさを比べてみます。
 実物の立方体の関係が正しいものは、下の①から④までのうちのどれですか。正しいものを1つ選んで下さい。



- ① 角ACFの方が大きい。
- ② 角CFAの方が大きい。
- ③ 角ACFと角CFAの大きさは等しい。
- ④ どちらが大きいかはこの問題の条件だけでは決まらない。

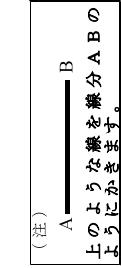
5 図1、2のように線分BFGと面EFGHが垂直です。それを、図2のように線分BFと面EFGH(斜線の面)を垂直にすることを考えます。この場合、どの角が90°(直角)であることを調べればよいですか。必ず調べる必要がある角はどの角ですか。下の①から④までの正しいものを選んで下さい。



- ① 角BFG (右がわの角) の1つの角だけを調べればよい。
- ② 角BFE (手前の角) の1つの角だけを調べればよい。
- ③ 角EFG (底面の角) の1つの角だけを調べればよい。
- ④ 角BFG (右がわの角) と角BFE (手前の角) の2つの角を調べればよい。
- ⑤ 角BFE (手前の角) と角EFG (底面の角) の2つの角を調べればよい。
- ⑥ 角BFG (右がわの角) と角EFG (底面の角) の2つの角を調べればよい。
- ⑦ 角BFE (手前の角) と角BFE (手前の角) と角EFG (底面の角) の3つの角を調べればよい。
- ⑧ 線分と平面が垂直になるかはこの問題の条件だけでは決まらない。

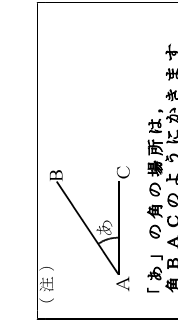
参考資料 2

3 下の図は、立方体の見取図です。
この立方体の面 $ABCD$ にある線分 BD の長さと同じ長さの面 $BFGC$ にある線分 CF の長さを比べてみます。
実物の立方体の関係が正しいものは、下の①から④までのうちのどれですか。正しいものを1つ選んで下さい。



- ① 線分 BD の方が長い。
- ② 線分 CF の方が長い。
- ③ 線分 BD と線分 CF の長さは等しい。
- ④ どちらが長いかはこの問題の条件だけでは決まらない。

4 下の図は、立方体の見取図です。
この立方体の角 D, B, E との角 D, B, E との大きさを比べてみます。
実物の立方体の関係が正しいものは、下の①から④までのうちのどれですか。正しいものを1つ選んで下さい。



- ① 角 D, B, E の方が大きい。
- ② 角 D, B, E の方が大きい。
- ③ 角 D, B, E と角 D, B, E の大きさは等しい。
- ④ どちらが大きいかはこの問題の条件だけでは決まらない。

5 図1、2のように線分 BF と面 $EFHG$ が垂直です。それを、図2のように線分 BF と面 $EFHG$ (斜線の面) を垂直にすることを考えます。この場合、どの角が 90° (直角) であることを調べればよいですか。必ず調べる必要がある角はどの角ですか。下の①から④までの正しいものを選んで下さい。



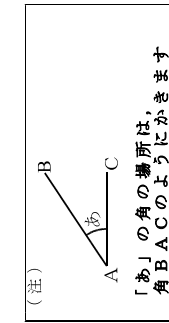
- ① 角 $BFEG$ (右前の角) の1つの角を調べればよい。
- ② 角 $BFEG$ (右前の角) の1つの角を調べればよい。
- ③ 角 $EFEG$ (底面の角) の1つの角を調べればよい。
- ④ 角 $BFEG$ (右がわの角) と角 $BFEG$ (手前の角) の2つの角を調べればよい。
- ⑤ 角 $BFEG$ (右がわの角) と角 $EFEG$ (底面の角) の2つの角を調べればよい。
- ⑥ 角 $BFEG$ (手前の角) と角 $EFEG$ (底面の角) の2つの角を調べればよい。
- ⑦ 角 $BFEG$ (右がわの角) と角 $BFEG$ (手前の角) と角 $EFEG$ (底面の角) の3つの角を調べればよい。
- ⑧ 線分と平面が垂直になるかはこの問題の条件だけでは決まらない。

二 数学調査問題（平成29年度）二

中学校 年 組 番 氏名

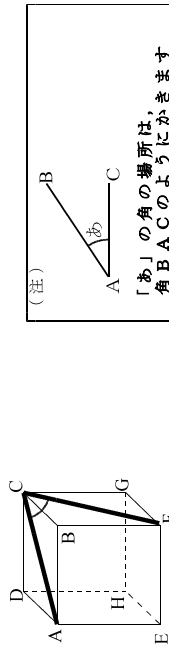
(注) 見取図（平面図形）は、立体（空間図形）の関係を考えるためのものです。
見取図を見て、実物の立体図形の関係を答えることが必要です。

1 下の図は、立方体の見取図です。
実物の立方体の角 DBF の大きさについて、下の①から⑧までの正しいものを選んで下さい。



- ① 30度である。
- ② 45度である。
- ③ 60度である。
- ④ 90度である。
- ⑤ 120度である。
- ⑥ 135度である。
- ⑦ 180度である。
- ⑧ 角度の大きさはこの問題の条件だけでは決まらない。

2 下の図は、立方体の見取図です。
実物の立方体の角 ACF の大きさについて、下の①から⑧までの正しいものを選んで下さい。



- ① 30度である。
- ② 45度である。
- ③ 60度である。
- ④ 90度である。
- ⑤ 120度である。
- ⑥ 135度である。
- ⑦ 180度である。
- ⑧ 角度の大きさはこの問題の条件だけでは決まらない。

