高校における数学学習のつまずきと支援に関する研究
―「データの分析」の学習内容の理解に焦点を当てて―

中　村　好　則*

（2018年11月21日受付）
（2018年11月26日受理）

Yoshinori NAKAMURA

A Study on Understanding Learning Difficulties and Providing Support in Mathematices in High School
: Focusing on the understanding of "Analysis of Data"

要　約

本研究では，必履修科目である数学Ⅰの「データの分析」の学習内容の理解について，高校卒業後の学生の理解の様相を明らかにし，高校の数学学習におけるつまずきと支援を考察するための基礎的な資料を得ることと，「データの分析」の指導への示唆を得ることを目的に，質問紙調査とテスト調査を実施し分析した。その結果，「データの分析」の学習内容の理解の様相について，「データの分析」を苦手としている学生は約4割おり，その学習内容は，数学Ⅰの他の学習内容と比べて，好きではなく，楽しくないと考えられていること，最頻値，四分位数，箱ひげ図は，苦手意識はないが，実際にはそれらの意味を十分に理解していないことなどが明らかとなった。また，「データの分析」の指導への示唆として，分散や標準偏差，相関係数の指導では計算手順の視覚化を，四分位数や四分偏差の指導では5数要約量の視覚化を取り入れることなどが必要であることが示唆された。

第１章　背景と目的

平成30年３月に高校の新しい学習指導要領が告示された。今回の改定では，小中高校を通じて，統計教育の充実が図られている。例えば，小学校算数では「データの活用」領域が新設され，中学校第1学年で扱われていた代表値が小学校第６学年に移行した（文部科学省2018a）。中学校では，第２学年で扱われていた統計的確率が第１学年に移行し，第２学年には高校の数学Ⅰの「データの分析」で扱われていた四分位数や箱ひげ図が取り入れられた（文部科学省2018b）。また，高校の数学Ⅰの「データの分析」では，「（ウ）具体的な事象において仮説検証の考え方を理解すること」が加わった（文部科学省2018c）。

高校数学においては，数学Ⅰが必履修科目であり，その内容を生徒に共通に身に付けさせることが必要である。数学学習におけるつまずきと支援を検討するためには，学習内容の理解の様相をできるだけ具体的に把握する必要がある。筆者は，必履修科目である数学Ⅰの「二次関数（中村2016）」と「図形と計量（中村2017）」についての学習内容の理解の様相について分析し指導への示唆を得てきた。高校の数学Ⅰにおいて「データの分析」が設定されたのは，前回の学習指導要領（2009年公示）からであり，「データの分析」の

*岩手大学大学院教育学研究科

学習内容の理解の様相の分析について課題となっていた。

そこで，本研究では，必履修科目である数学Ⅰの「データの分析」の学習内容の理解に焦点を当て，高校卒業後の学生の理解の様相を明らかにし，（ｉ）高校の数学学習におけるつまずきと支援を考察するための基礎的な資料を得ることと，（ii）「データの分析」の指導への示唆を得ることを目的とする。

第２章　研究方法

公立短期大学校の第１学年（２学級）の学生45名（男33名，女12名）を対象に，質問紙調査とテスト調査からなる２段階の調査を行い，その結果を分析する。研究対象を高校生ではなく学生としたのは，高校教育として生徒に共通に身に付けさせる学力が身に付いているかどうかを見るためには，高校卒業後の学生の学習内容の理解の様相を検討する必要があると考えたからである。対象とする学生は，数学的な知識や技能を必要とする工業系の学科（建築科，情報技術科）に所属している。対象とする学生が卒業した高校の学科（平成30年度4月下旬調査）は，普通科（71%），総合学科（16%），工業科（７%），商業科（４%），農業科（２%）である（図１）。普通科の高校は進学校ではなく，就職希望者が多い高校からの進学であり，高校が所在する県では高校入試において中位に位置する高校からの進学者が多い。高校数学の科目の履修率（平成30年度４月下旬調査）は，数学Ⅰ（100%），数学Ⅱ（98%），数学Ⅲ（60%），数学Ａ（98%），数学Ｂ（84%），その他（４%，学校設定科目）である（図２）。これらから対象とした公立短期大学校の入学者学力レベルは所在する県の中位の高校のレベルと考えられる。

１）　第１段階調査

第１段階調査は，数学に対する学生の意識と数学Ⅰの「数と式」「二次関数」「図形と計量」「データの分析」の４つの学習内容についての理解の状況を概括的に知り，第2段階調査の内容を検討するための予備調査である。

(1)　質問紙調査（実施日：2018年４月16日，18日第２校時）

高校の数学に関する意識調査である。質問紙調査はテスト調査直前の15分間で実施した。１学級（建築科24名）を16日，もう一方の学級（情報技術科21名）を18日に実施した。

(2)　テスト調査（実施日：2018年４月16日，18日第２校時）

テスト調査は，高校卒業程度認定試験の数学の問題（2017年第１回）注(1)を使用し，40分で実施した。問題はマークシート形式の問題（資料１の問①から問⑳，問題番号は本研究のために通し番号に修正した）であるが，記述式で実施した。１学級（建築科24名）を16日，もう一方の学級（情報技術科21名）を18日に実施した。第１段階のテスト調査にこれらの問題を使用したのは，これらが高校を卒業した者と同程度以上の学力があるかどうかを認定するための試験であり，高校の数学

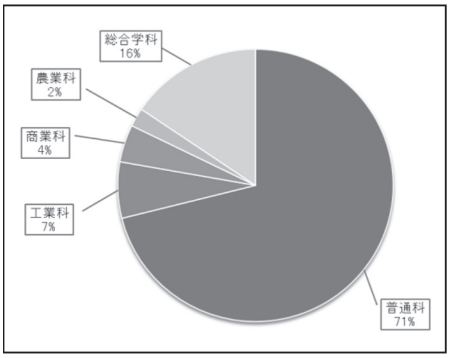


図１　卒業高校の学科（N=45）

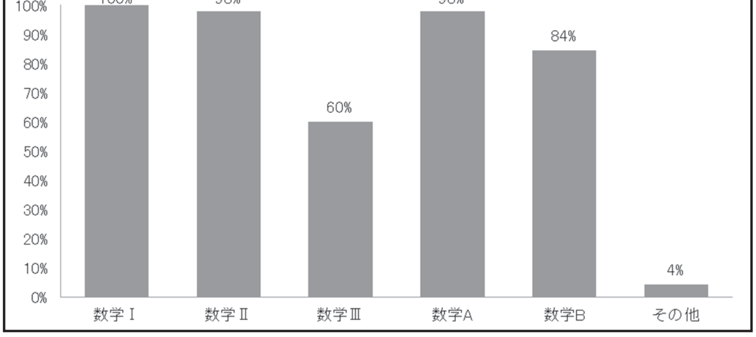


図２　高校数学の履修科目（N=45）

Ⅰの学習内容の習得状況を概括的に捉えることができると考えたからである。

２）第２段階調査

第２段階調査は,「データの分析」に対する学生の意識と学習内容の理解について詳細に検討するために，第１段階調査の結果をもとに内容を検討し作成した。

⑴ 質問紙調査（実施日：2018年４月19日, 25日 第２校時）

「データの分析」に関する意識調査である。質問紙調査は,テスト調査直前の15分間で実施した。１学級（建築科24名）を19日,もう一方の学級（情報技術科21名）を25日に実施した

⑵ テスト調査（実施日：2018年４月19日, 25日 第２校時）

「データの分析」の学習内容に関する調査である。教科書の例題等で扱われる基本的な問題で構成し，問題数は30問（資料２の問①から問㉚）である。実施時間は50分である。１学級（建築科24名）を19日，もう一方の学級（情報技術科21名）を25日に実施した。

第３章　結果と考察

１）第１段階調査の結果と考察

⑴ 質問紙調査（第１段階）の結果と考察

高校の時を振り返って，以下の質問㋐から㋕の６項目に４件法（①そう思う，②だいたいそう思う，③あまりそう思わない，④そう思わない）で回答するように依頼した。その結果は図３の通りである。

㋐「数学が好きであったか（好き）」

肯定的回答（「①そう思う」と「②だいたいそう思う」と回答,以下同様）の割合は73%と高く，数学が好きであった学生が多い。

㋑「数学が得意であったか（得意）」

肯定的回答の割合は56%であった。数学は好きだけれども，得意ではないと考える生徒が少なからずいることになる。

㋒「数学は楽しかったか（楽しい）」

肯定的回答の割合は67%であり，高校の数学の授業は７割弱の学生が楽しかったと考えていると言える。

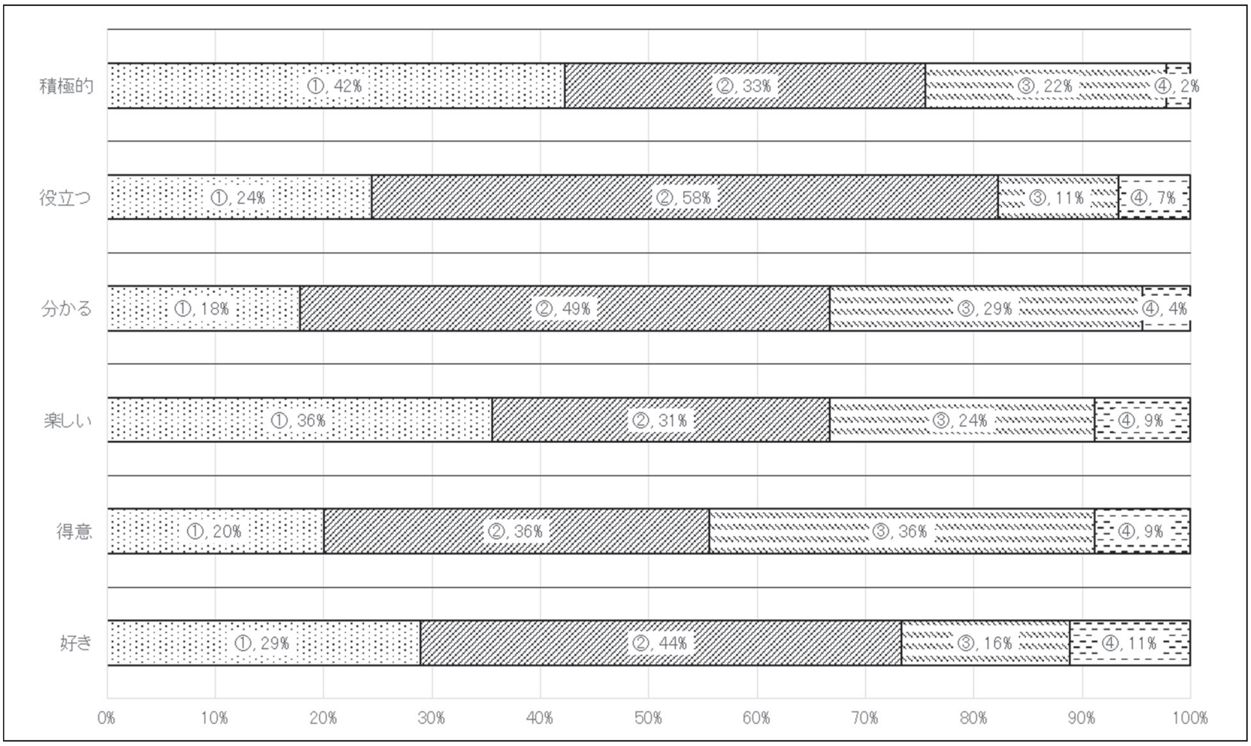


図3　質問紙調査の結果（N=45）

㊤「数学の授業は分かったか（分かる）」

肯定的回答の割合は67%であり，高校の数学の授業は７割弱の学生が分かったと考えていると言える。

㋔「数学は役に立つと思うか（役に立つ）」

肯定的回答の割合は82%と高く，学生の数学に関する有用感は高いと言える。

㋕「数学の授業は積極的に参加したか（積極的）」

肯定的回答の割合は75%であり，高校の数学の授業に積極的に参加していたことが分かる。

以上より，対象とする学生は，数学に対する好意度（㋐好き73%）や有用感（㋔役に立つ82%）が高く，高校数学の学習に積極的に取り組んできた（㋕積極的75%）と考えられる。これは，学生の在籍する短期大学校が工学系の大学校であり，専門学科を学ぶためには数学を必要とすることが影響していると考えられる。

㋖数学Ⅰにおける苦手な単元

数学Ⅰで苦手な単元を複数可で選択する質問をした（図４）。４つの単元についてカイ二乗検定を行った結果，単元間の人数差が有意であった（$\chi^2(3)=11.180$，$p<.05$）。残差分析の結果，「数と式」で苦手と回答した学生が有意に少なかった（表１）。つまり，「数と式」を苦手と考えている学生は少ないが，その他の単元は苦手な学生がある程度（約30～40%）いると言える。中村（2016）と中村（2017）が行った同様な調査でも，「数と式」を苦手とする学生は有意に少なかったが，「データの分析」を苦手とする学生はどちらも約４割いた〔中村（2016）では38%（N=24），中村（2017）では42%（N=50）〕。

⑵ テスト調査（第１段階）の結果と考察

対象学生は，平成27年度に高校へ入学し，平成21年度告示学習指導要領のもとで学習した学年である。

㈠ テスト調査（第１段階）の結果

テスト調査（第１段階）の平均値は73.4，中央値が75で半数が75以下である。第１四分位数が59.5であり，対象学生の４分の３は６割以上の点数を得ている。対象学生のヒストグラムと箱ひげ図は図５の通りである。

㈡ テスト調査（第１段階）の各問の結果と考察

各問の正答率と対象学生全体の平均正答率を比較した。対象学生全体（N=45）の平均正答率73%を母比率として直接確率計算を行った結果，問㉒⑯（p=0.0000,**p<.01,片側）が有意水準１%で，問㉓（p=0.0195,*p<.05,片側）と問⑥（p=0.0390, *p<.05,片側）が有意水準５%で有意に低かった。

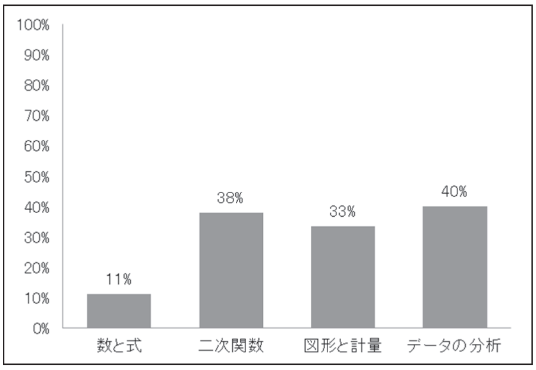


図４　数学Ⅰにおける苦手な内容(N=45)

表１　残差分析の結果

単元	苦手な生徒	苦手でない生徒
数と式	−3.270 **	3.270 **
2次関数	1.214 ns	−1.214ns
図形と計量	0.467 ns	−0.467ns
データの分析	1.588ns	−1.588ns

（**p＜.01）

表２　テスト調査（第１段階）の結果（N=45）

	人数	平均値	標準偏差	最小値	Q1	中央値	Q3	最大値
高校	45	73.4	16.6	33	59.5	75	88.5	100

各問の正答率は図６の通りである。この結果から，平均正答率よりも有意に正答率が低い問題が問⑳㉓の２問（50%，N=4）も「データの分析」に含まれており，「データの分析」の学習内容の理解と定着に課題があると考えられる〔「数と式」は０％（N=5），「２次関数」は11%（N=9），「図形と計量」は20%（N=5）〕。

２）　第２段階調査の結果と考察

⑴　質問紙調査（第２段階）の結果と考察

㈠「データの分析」の学習に関する意識

「データの分析」の学習について，高校数学Ⅰの他の単元と比較して「㋐好きであったか（好き）」「㋑得意であったか（得意）」「㋒楽しかったか（楽しい）」「㋓分かったか（分かる）」「㋔役に立つと思うか（役に立つ）」という質問に４件法

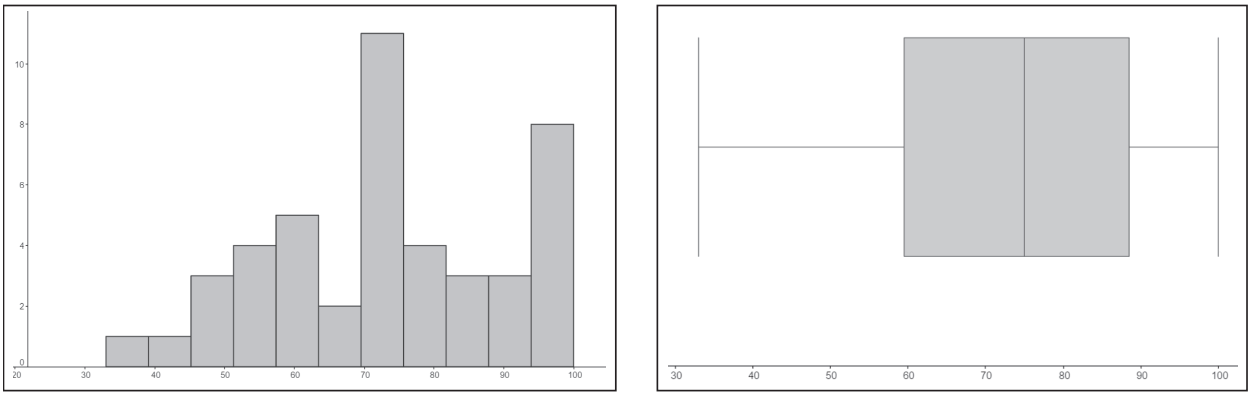


図５　テスト調査（第１段階）の散らばり（N=45）

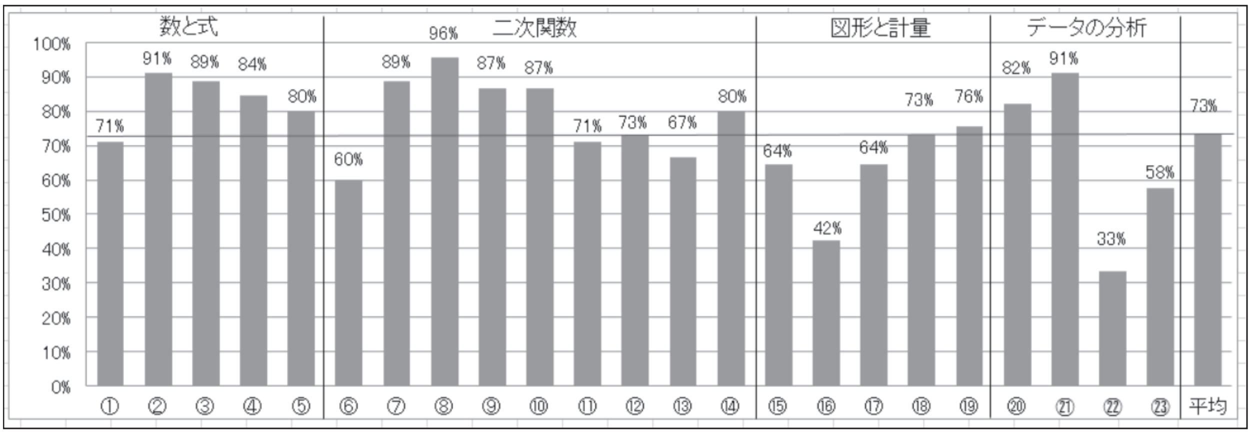


図６　数学Ⅰの各内容に対する理解度（高校卒業認定試験，N=45）

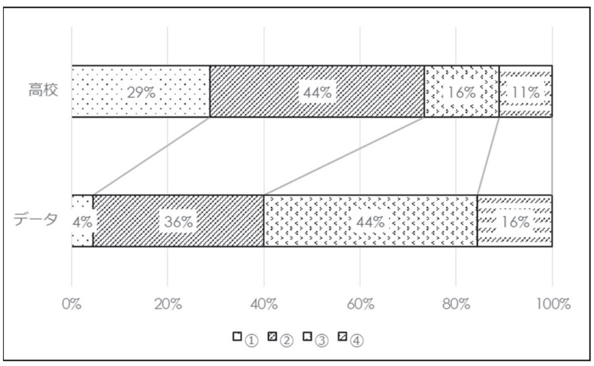


図７　㋐好き（N=45）

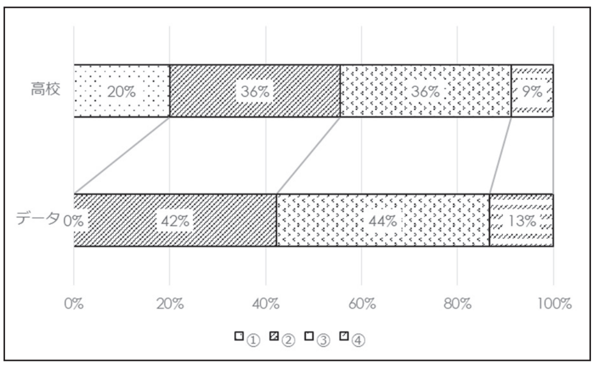


図８　㋑得意（N=45）

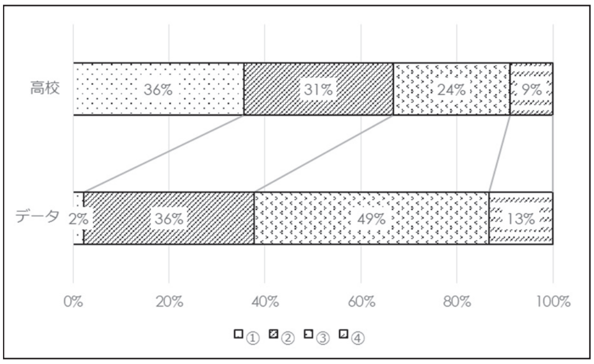


図９　㋒楽しい（N=45）

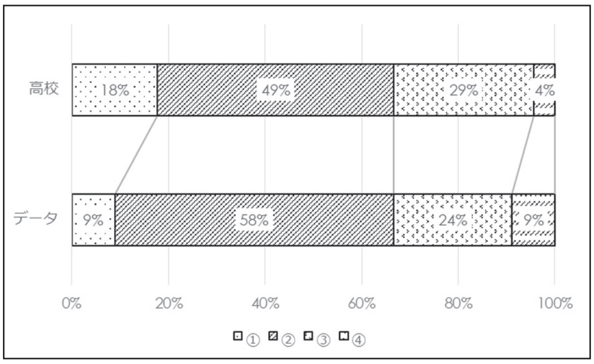


図10　㋓分かる（N=45）

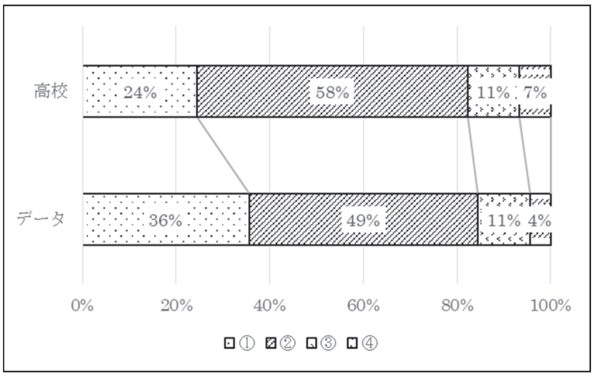


図11　㋔役立つ（N=45）

（①そう思う，②だいたいそう思う，③あまりそう思わない，④そう思わない）で回答を依頼した。その結果は図７から図11の通りである。㋐から㋔の各項目の高校数学と「データの分析」の肯定的回答と否定的回答の人数について直接確率計算を行った結果，㋐好き（p=0.0013,**p<.01,片側），㋒楽しい（p=0.0055,**p<.01,片側）が有意水準１％で有意に少なかった。これらから，「データの分析」は，数学Ⅰの他の単元と比較して，好きではなく，楽しくない単元と考えられていることが分かる。また，「データの分析」は，数学Ⅰの他の単元と比較して，役に立つと考えている学生の割合は85％と多い。

(イ)「データの分析」の学習内容に関す苦手意識

「データの分析」について，図12の下側の (a) から (v) の22項目の学習内容について「苦手であったか」を５件法（苦手，やや苦手，やや得意，得意，不明）で回答するように依頼した。その結果は図12の通りである。

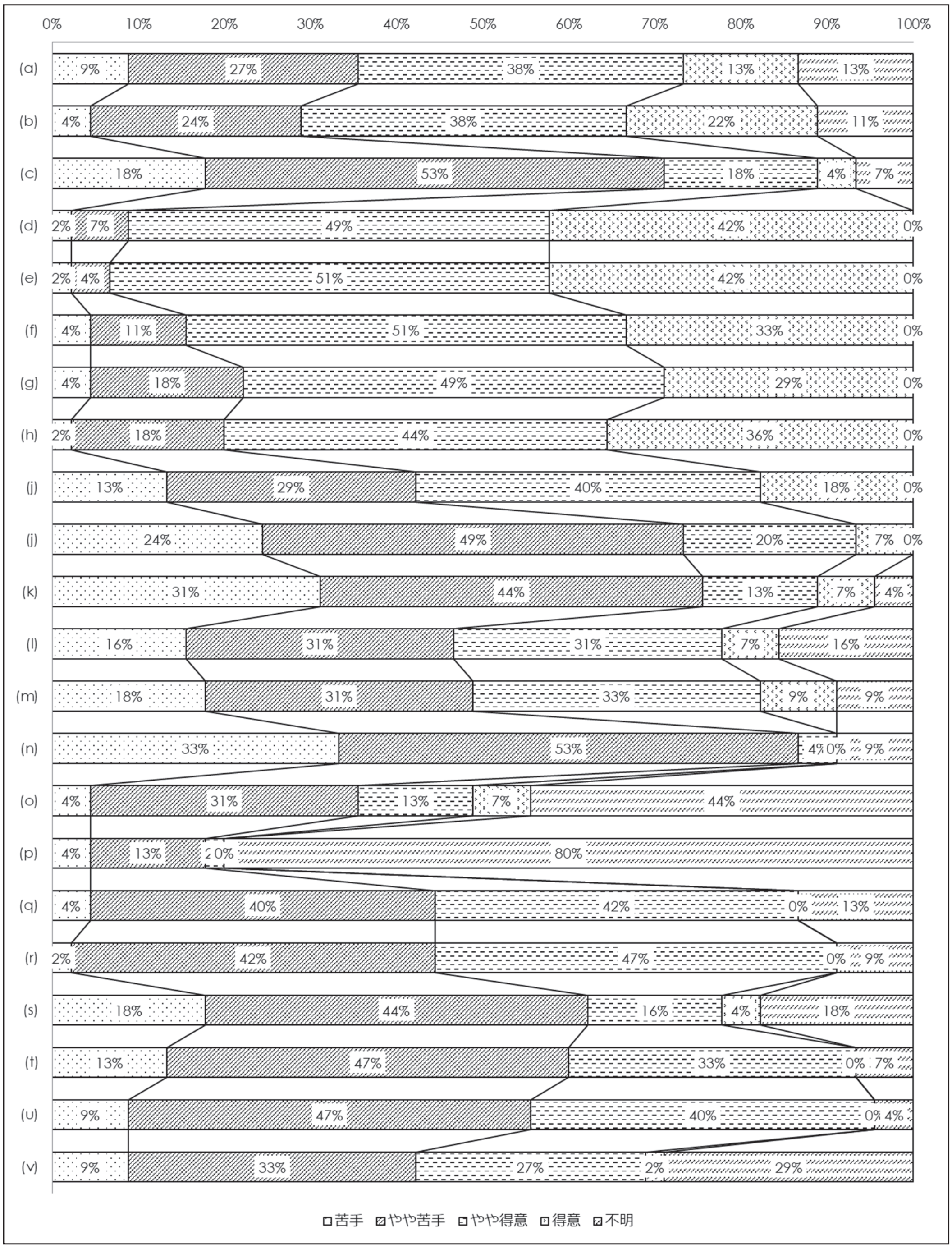
(a) から (v) までの学習内容について，苦手意識有（「苦手」「やや苦手」と回答）の学生の割合が50％を超える項目は，以下の７つの項目である。カッコ内の数字は苦手意識有の学生の割合である。

(c)　相対度数を求めること　（71％）
(j)　分散と標準偏差を求めること　（73％）
(k)　分散と平均値の関係式を覚えること（75％）
(n)　相関係数を求めること　（86％）
(s)　二つのデータの相関を把握し説明すること　（62％）
(t)　データの分析で使われる用語の意味を覚えること　（60％）
(u)　データの分析で使われる表やグラフの意味を考えること　（56％）

(2) テスト調査（第２段階）の結果と考察

(ア)「データの分析」と数学Ⅰのテスト調査結果の比較

数学Ⅰ（第１段階調査の高校卒業程度認定試



(a) 度数分布表を作成すること	(l) 散布図を作成すること
(b) ヒストグラムを作成すること	(m) 散布図から相関関係を調べること
(c) 相対度数を求めること	(n) 相関係数を求めること
(d) 平均値を求めること	(o) 仮平均を利用して平均値を求めること
(e) 中央値を求めること	(p) はずれ値を考えること
(f) 最頻値を求めること	(q) データを整理・分析し傾向を把握すること
(g) 四分位数を求めること	(r) データの散らばりを把握すること
(h) 箱ひげ図を作成すること	(s) 二つのデータの相関を把握し説明すること
(i) 範囲,四分位範囲,四分位偏差を求めること	(t) データの分析で使われる用語の意味を覚えること
(j) 分散と標準偏差を求めること	(u) データの分析で使われる表やグラフの意味を考えること
(k) 分散と平均値の関係式を覚えること	(v) データの分析の知識を使って現実事象を考察すること

図12　「データの分析」の学習に関する意識

験問題）と「データの分析（第２段階調査）」のテスト調査の得点について分散分析を行った結果（F（1，44）＝7.88，**p ＜ .01），数学Ⅰと「データの分析」のテスト調査の結果の差は有意水準１％で有意であった（表３）。また，得点の散らばりは数学Ⅰより「データの分析」が小さい（図13）。「データの分析」の結果の最大値は88であり，数学Ⅰの第３四分位数の88.5に近い（図13）。また，数学Ⅰと「データの分析」の得点の関係を見るために，相関係数を計算した。その結果，数学Ⅰと「データの分析」の得点の間には有意な正の相関が見られた（r=0.607，F=25.04，df1=1，df2=43，**p<.01）。相関の強さは中程度と言える（図14）。また，図14からは数学Ⅰである程度得点を取っていても「データの分析」であまり得点を得ていない学生が何名かいることが分かる。

(イ)「データの分析」に関するテスト調査結果の分析

「データの分析」に関するテスト調査の結果の正答率をグラフに表したものが図15である。「データの分析」に関するテスト調査の結果，対象学生

表3　数学Ⅰと「データの分析」の比較（N=45）

	人数	平均値	標準偏差	最小値	Q1	中央値	Q3	最大値
数学Ⅰ	45	73.4	16.6	33	59.5	75	88.5	100
データの分析	45	67.3	15.6	28	63	70	79	88

（F（1，44）＝7.88，**p＜.01）

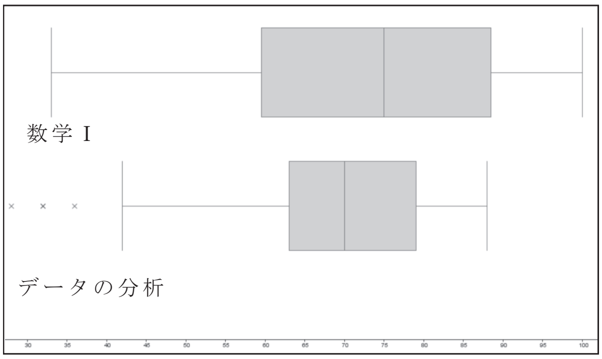


図13　数学Ⅰと「データの分析」の散らばり

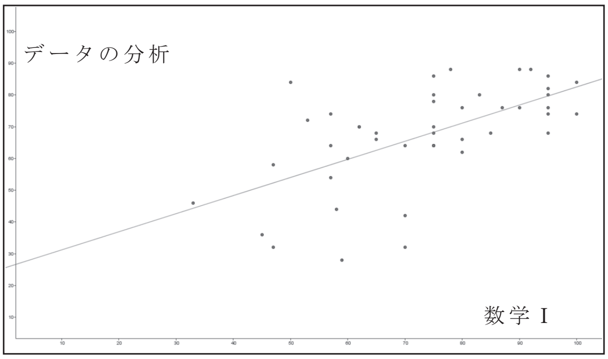


図14　数学Ⅰと「データの分析」の得点の相関

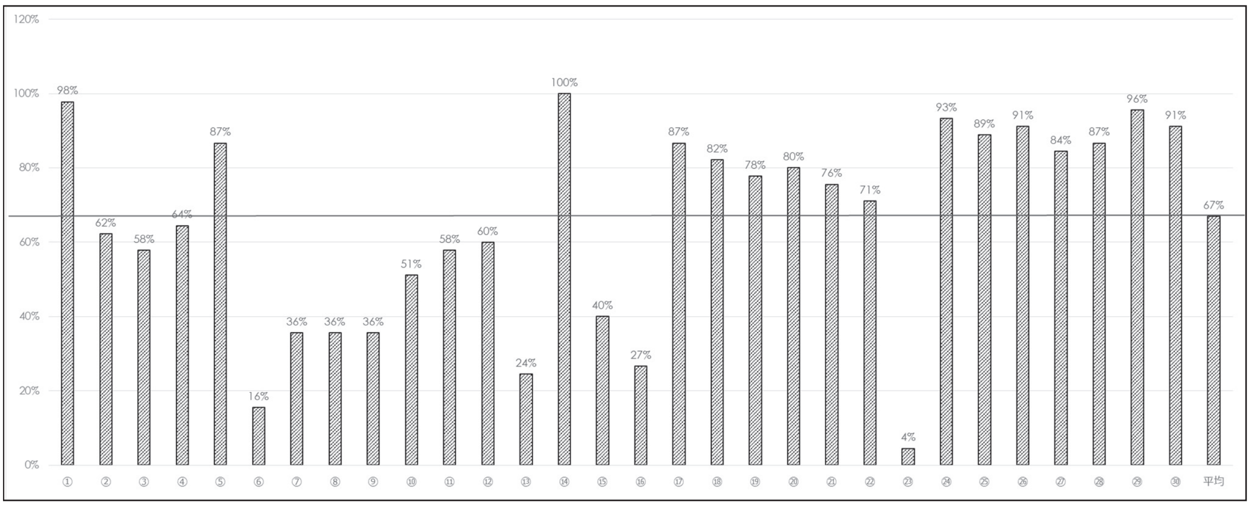


図15　「データの分析」の問題の正答率

全体の平均点（正答率）は67%であった。各問の正答数と不正答数（誤答数と無答数の合計）について，対象学生全体の平均点（正答率）67%を母比率として，直接確率計算を行った。以下の９項目（30.0%，N=30）で有意な差が見られた。以下に，それら９項目を正答率の低い順に記す。行末のカッコ内は，問題に対応する質問紙調査（第２段階）の学習内容に関する苦手意識の項目の記号と苦手意識を持つ学生の割合である。問㉓（相関係数）と問⑮（分散），問⑬（四分位偏差）以外の問題（⑥最頻値，⑦⑧⑨四分位数，⑩箱ひげ図）は苦手意識を持つ学生の割合が３割以下であり，学生の苦手意識と実際に問題に解答できるかどうかは異なっている。これは，それらの項目に対して，理解したつもりになってはいるが，十分には理解していないことが示唆される。

㉓相関係数：４%，p=0.0000 ** (p<.01) (片側確率)〔(n) 相関係数を求めること，86%〕
⑥最頻値：16%，p=0.0000 ** (p<.01) (片側確率)〔(f) 最頻値を求めること，15%〕
⑬四分位偏差：24%，p=0.0000 ** (p<.01) (片側確率)
〔(i) 範囲，四分位範囲，四分位偏差を求めること，42%〕
⑯標準偏差：27%, p=0.0000 ** (p<.01) (片側確率)〔(j) 分散と標準偏差を求めること，73%〕
⑦第１四分位数：36%，p=0.0000 ** (p<.01) (片側確率)〔(g) 四分位数を求めること，22%〕
⑧第２四分位数：36%，p=0.0000 ** (p<.01) (片側確率)〔(g) 四分位数を求めること，22%〕
⑨第３四分位数：36%，p=0.0000 ** (p<.01) (片側確率)〔(g) 四分位数を求めること，22%〕
⑮分散：40%, p=0.0002 ** (p<.01) (片側確率)〔(j) 分散と標準偏差を求めること，73%〕
⑩箱ひげ図：51%，p=0.0195 ** (p<.05) (片側確率)〔(h) 箱ひげ図を作成すること，20%〕

高松ら（2017）が，大学生を対象に行った数学Ⅰの「データの分析」の学習内容の定着度テストにおいても，「相関係数」と「四分位偏差」が顕著に低いことが指摘されており，本調査の結果と一致する。

逆に，次に示すように，正答率90%以上の問は６項目（20.0%，N=30），正答率80%以上90%未満の問は７項目（23.3%，N=30）であった。行末のカッコ内は，問題に対応する質問紙調査（第２段階）の学習内容に関する苦手意識の項目の番号と苦手意識を持つ学生の割合である。これらのうち10項目の問題（正答率の高い順に⑭①㉙㉔㉖㉚㉕⑤㉘㉗）は，どれも苦手意識有の割合が低く（50%以下），実際に解答できている問題であることが分かる。特に，平均値と中央値は，苦手意識も低く（平均値９%，中央値６%），実際に解答できている（平均値100%，中央値87%）。代表値でも，平均値と中央値は理解できているが，最頻値の理解は十分といえないこと（最頻値16%）が分かる。

⑭平均値：100%，〔(d) 平均値を求めること，９%〕
①度数分布表：98%，〔(a) 度数分布表を作成すること，36%〕
㉙散布図と相関係数：96%，〔(m) 散布図から相関係数を調べること，49%〕
㉔箱ひげ図とヒストグラム：93%，〔(r) データの散らばりを把握すること，44%〕
㉖箱ひげ図とヒストグラム：91%，〔(r) データの散らばりを把握すること，44%〕
㉚散布図と相関係数：91%，〔(m) 散布図から相関係数を調べること，49%〕
㉕箱ひげ図とヒストグラム：89%，〔(r) データの散らばりを把握すること，44%〕
⑤中央値：87%，〔(e) 中央値を求めること，６%〕
⑰総和：87%，
㉘散布図と相関係数：87%，〔(m) 散布図から相関係数を調べること，49%〕
㉗散布図と相関係数：84%，〔(m) 散布図から相関係数を調べること，49%〕

⑱総和：82%,

⑳偏差の２乗の総和：80%,

高松ら（2017）では,「平均値」「中央値」「四分位数」「四分位範囲」の学習定着度が高いことを報告している。しかし, 本調査では,「四分位数」は正答率（36%）が低く，高松ら（2017）の研究結果とは異なる。

(ウ)「データの分析」に関するテスト調査（第２段階調査）の誤答分析

⑥最頻値〔資料２の問１の(6)〕

最頻値を，苦手と考えている学生の割合は15%と低いにもかかわらず，実際の問題では15.6% しか正答を得ていない。誤答をみると，４分の１以上（26.7%）の学生が「0,5,9,10,15（図16）」と解答している。これは，最頻値を「最も多く出てくる数値」と捉えていることが考えられる。また，度数が最も多い階級「８時間以上12時間未満（図17)」と解答している学生が17.9% いる。また，度数が最も多い階級の度数（「６（図18)」）や最も多い階級の中央値（「9.5（図19)」）などの解答も見られ，最頻値の意味を正しく理解していないものと考えられる。また，無答の学生の割合も24.3% と多い。

⑦⑧⑨四分位数〔資料２の問１の (7)〕

四分位数を求めることを苦手と考えている学生は22% であったが，実際に第１四分位数から第３四分位数まですべてに正答を得ることができた学生は20.0% であった。四分位数が第１から第３まであることを理解していないと思わる解答（図24）もあり，四分位数の意味を十分に理解してないものと考えられる。各四分位数においてデータの個数が偶数の場合に平均値をとることができていない解答（図22）が見られた。

表４　最頻値の解答分類（N=45）

	解答		人数（人）	割合（%）	例
正答	10	最も多い階級の階級値	7	15.6	
誤答	0,5,9,10,15	最も多く出てくる数値	12	26.7	図 16
	8 時間以上 12 時間未満	度数の最も多い階級	8	17.9	図 17
	6	最も多い階級の度数	3	6.7	図 18
	9.5	最も多い階級の中央値	2	4.4	図 19
	23	最大値	2	4.4	図 20
無答			11	24.3	
合計			45	100	

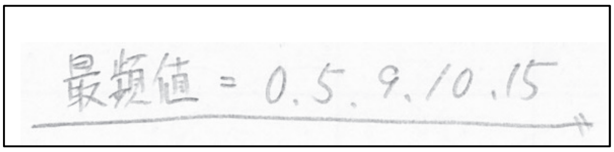


図16　最頻値の誤答例(1)

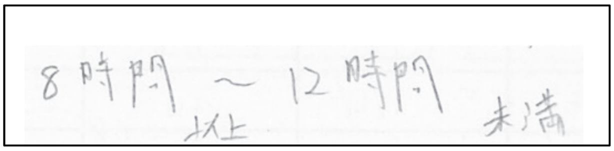


図17　最頻値の誤答例(2)

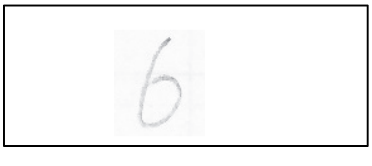


図18　最頻値の誤答例(3)

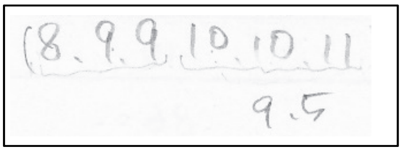


図19　最頻値の誤答例(4)

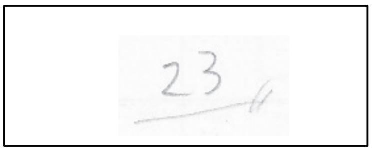


図20　最頻値の誤答例(5)

⑬四分位偏差〔資料２の問１の(6)〕

四分位偏差を求めることを苦手と考える学生は，42%もおり，実際に問題の正答率も24.4%と低い。四分位範囲（図26）やその平方根（図25）を解答としたり，各四分位数の平均（図27，図28）を求めたり，分散（図29）を求めたりするなど，様々な解答が見られた。四分位偏差の意味を正しく理解していないものと考えられる。また，無答の学生の割合も62.4%と多い。実際，佐藤（2018）は，偏差の意味と四分位偏差の意味があっておらず，四分位偏差という用語自体が誤りであることを指摘しており，四分位偏差という用語から，その意味を正しく推測しにくいことが誤りや無答の原因として考えられる。

表５　四分位数の解答分類（N=45）

	解答		人数（人）	割合（%）	例
正答	5.5，9.5，14.5		9	20.0	
誤答	5.5（第 1），14.5（第 3）	第 2 四分位数が無答	8	17.8	図 21
	9.5（第 2）	第 2 四分位数のみ正答	6	13.3	図 22
	0，5，9.5，15，23	4 個以上の数値を記入	2	4.4	図 23
	5.5	1 個の数値を記入	2	4.4	図 24
無答			18	40.1	
合計			45	100	

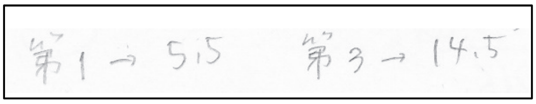


図21　四分位数の誤答例(1)

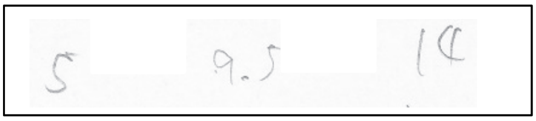


図22　四分位数の誤答例(2)

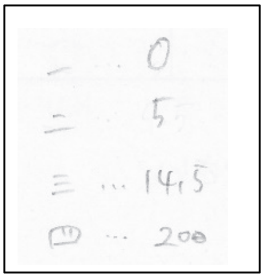


図23 四分位数の誤答例(3)

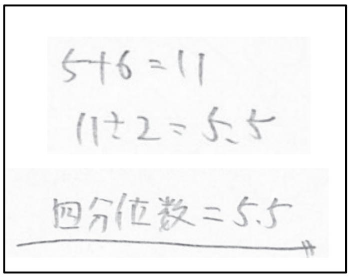


図24　四分位数の誤答例(4)

表６　四分位範囲の解答分類（N=45）

	解答		人数（人）	割合（%）	例
正答	4.5	四分位範囲の半分	11	24.4	
誤答	3	四分位範囲の平方根	2	4.4	図 25
	9	四分位範囲	1	2.2	図 26
	12	第 2 と第 3 四分位数の平均値	1	2.2	図 27
	10	第 1 と第 3 四分位数の平均値	1	2.2	図 28
	37	分散（偏差の 2 乗の平均値）	1	2.2	図 29
無答			28	62.4	
合計			45	100	

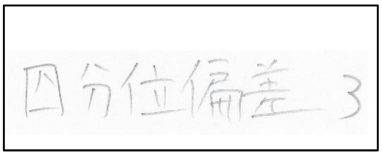


図25　四分位偏差の誤答例(1)

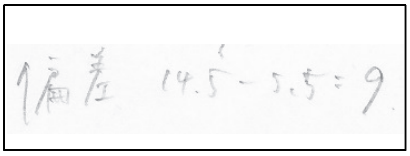


図26　四分位偏差の誤答例(2)

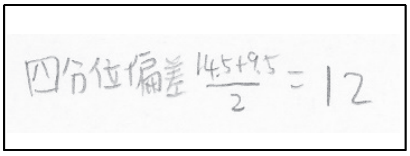


図27　四分位偏差の誤答例(3)

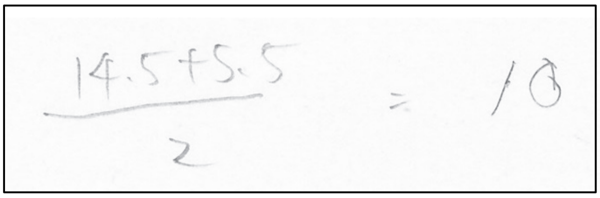


図28　四分位偏差の誤答例(4)

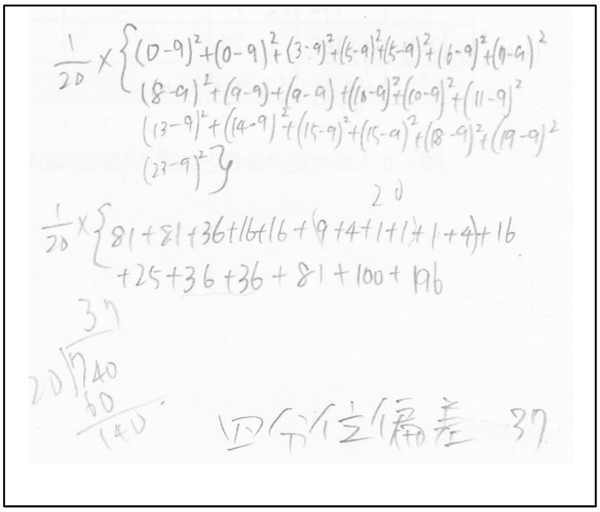


図29　四分位偏差の誤答例(5)

⑩箱ひげ図〔資料２の問１の (8)〕

箱ひげ図を作成することを苦手と考えている学生は20%と少ないが，実際の問題では51.1%しか正解していない。誤答の多くは，箱ひげ図に最小値，最大値，四分位数が明記されていなかったり（図31），記入されていても誤りである場合（図30）が多かった。また，数直線を書いている学生（図32）もいた。無答も15.6%であった。データの散らばりを見るためには，数値もしくは目盛りが必要であることの理解が必要である。

表７　箱ひげ図の解答分類（N=45）

	解答	人数（人）	割合（%）	例
正答		23	51.1	
誤答	数値が誤っている	10	22.2	図 30
	数値の記入がない	4	8.9	図 31
	数直線	1	2.2	図 32
無答		7	15.6	
合計		45	100	

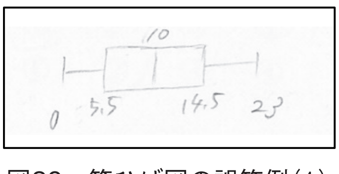


図30　箱ひげ図の誤答例(1)

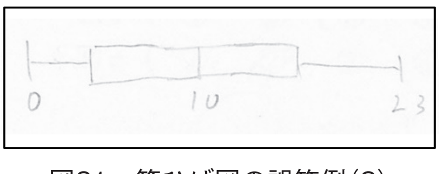


図31　箱ひげ図の誤答例(2)

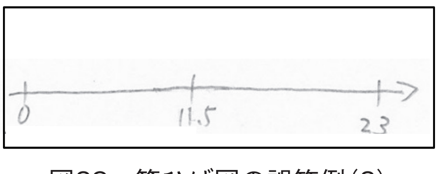


図32　箱ひげ図の誤答例(3)

⑮分散〔資料２の問２の (2)〕

分散や標準偏差を求めることを苦手と考える学生は，73% と多い。実際，分散の問題の正答率は 40.0% と低い。誤答例は，偏差の２乗の和の正の平方根（図33）や偏差の和の平均（図36）を求めている。また，偏差の２乗の平均を求めようとして，計算間違いしている学生（図34）もいた。

表８　分散の解答分類（N=45）

	解答		人数（人）	割合（%）	例
正答	3.6，18/5	偏差の２乗の平均	18	40.0	
誤答	$3\sqrt{2}$，$\sqrt{23}$，$2\sqrt{7}$	偏差の２乗の和の正の平方根	4	8.9	図 33
	6.4，2.4，4.2，3.2	偏差の２乗の平均（誤計算）	4	8.9	図 34
	18	偏差の２乗の和	2	4.4	図 35
	0 又は　式のみ	偏差の和の平均	1	2.2	図 36
	0.75	偏差の２乗の和÷平均値	1	2.2	図 37
無答			15	33.4	
合計			45	100	

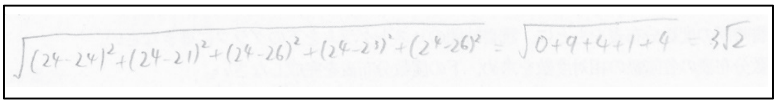


図33　分散の誤答例(1)

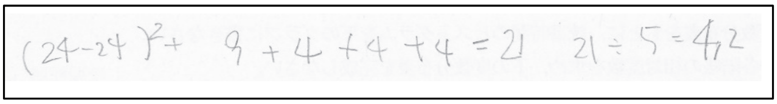


図34　分散の誤答例(2)

図35　分散の誤答例(3)

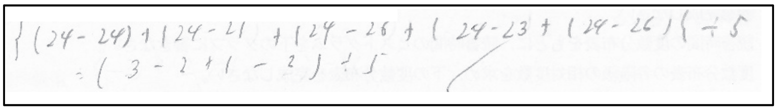


図36　分散の誤答例(4)

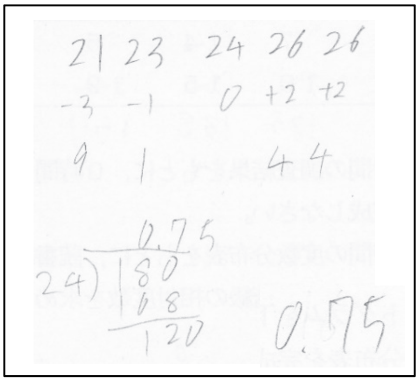


図37　箱ひげ図の誤答例(5)

表９　標準偏差の解答分類（N=45）

	解答		人数（人）	割合（%）	例
正答	$\sqrt{3.6}$，$3\sqrt{10}/5$	分散の正の平方根	12	26.6	
誤答	0.6，$\sqrt{2.4}$，$3\sqrt{2}$ など	分散の正の平方根(誤答)	4	8.9	図 38
	3.6，6.4	分散	2	4.4	図 39
	18，12.96	分散（誤答含む）の２乗	2	4.4	図 40
無答			25	55.7	
合計			45	100	

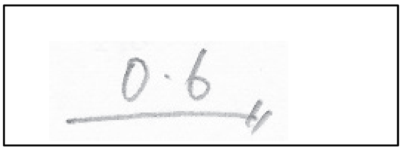


図38　標準偏差の誤答例(1)

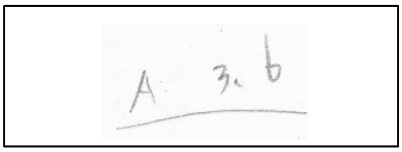


図39　標準偏差の誤答例(2)

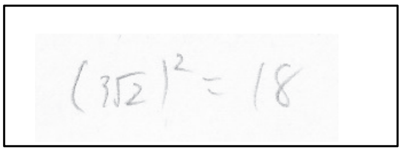


図40　標準偏差の誤答例(3)

表10　相関係数の解答分類（N=45）

	解答		人数（人）	割合（%）	例
正答	0.6（0.65）		1	2.2	
誤答	正の相関，正	相関があるかどうかを記入	2	4.4	図 41
	12	誤った解のみ記入	1	2.2	図 42
無答			41	91.2	
合計			45	100	

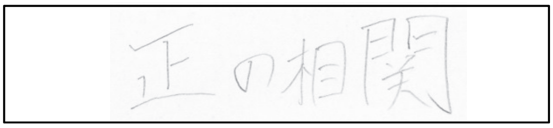


図41　相関係数の誤答例(1)

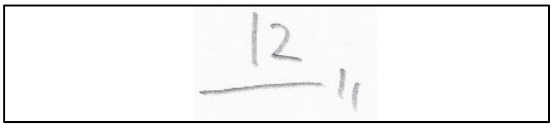


図42　相関係数の誤答例(2)

⑯標準偏差〔資料２の問２の (3)〕

標準偏差を求めることを苦手と考えているが学生は73%と多い。実際，標準偏差の問題の正答率は，26.6%と低かった。誤答は，分散の２乗（図40）や分散そのもの（図39）を書いているものがあった。また，分散の正の平方根を求めてはいるが，分散が間違っている学生（図38）がいた。

㉓相関係数〔資料２の問３の (3)〕

相関係数を求めることは，学生にとって，最も苦手と考えていること（86%）であり，実際，最も正答率（2.2%）が低かった。誤答例も少なく，ほとんどが無答（91.2%）であった。この問題は，この問題の前の問題で，x と y の偏差の２乗（問⑲⑳）や x と y の共分散（問㉑）を求める問題があり，相関係数を求めるのに必要な値がこの問題の前に出てきているのに無答の状況であった。相関関係の求め方を理解していないものと考えられる。

第４章　「データの分析」の指導への示唆

１）最頻値の指導

新しい小学校学習指導要領（平成29年）では，最頻値は第６学年の「Ｄデータの活用」で学ぶ。小学校学習指導要領解説算数編（文部科学省2018a）では，「最頻値はデータの中で最も多く現れている値のことである（p.307）」とある。中学校学習指導要領解説数学編（文部科学省2018b）では，「連続的なデータを取り扱う場合，同じ値をとる測定値はあまり見られないため，小学校第６学年で学習した最頻値が有効でないことがある。その際には，ヒストグラム等に整理し，同数が最大の階級の真ん中の値を最頻値として用いるとよい（p.90）」とある。中学校では，小学校で学ぶ最頻値と異なる最頻値の定義を学ぶことになる。

椛元（2013）は「最頻値（モード）は，２つの定義があるので注意が必要（p.11）」であることを指摘し，「もとの資料において最も多く出てく

る値で，質的データの場合は最大の度数を示すカテゴリー（定義Ａ）」と「度数分布表で最も多い階級の階級値（定義Ｂ）」を示し，留意点として「２つの定義を目的に応じて使う」ことを述べている。

実際には，現行の学習指導要領（平成21年度）のもとで作成された高校の教科書（俣野ら2014）では，定義Ｂについてだけ述べられ，定義Ａについては述べられていない（図43)。現行の学習指導要領（平成21年度）のもとで作成された中学校の教科書（藤井ら2012）では，定義Ｂが示され，注意として定義Ａが述べられている（図44の左)。同じ教科書の改訂版（藤井ら2016）では，定義Ａと定義Ｂがどちらも示されている（図44の右)。指導においては，２つの定義があり，どのような目的のときにそれぞれどちらの定義を使うかを具体的に明示した指導が必要と考える。

２）分散，標準偏差，相関係数の指導

分散や標準偏差の指導では，計算式の暗記だけではなく，分散は「平均値まわりの散らばり具合を数値化したものであること」を，標準偏差は「元のデータと単位を一致するために分散の正の平方根をとること」を理解することが必要である。また，相関係数では，相関係数と散布図との関係はある程度理解していると言える（問㉗㉘㉙㉚の正答率はそれぞれ84%, 87%, 96%, 91%）が，相関係数を求めることは困難である（問㉓の正答率は4%)。相関係数と分散や標準偏差との関係を理解するような指導が必要である。つまり，相関係数は，分母はｘとｙの標準偏差の積で，分子はｘの偏差とｙの偏差の積の平均値であることの理解である。柗元（2013）は，「共分散は変量ｘ，ｙの単位のとり方や散らばり具合に影響を受けるので，共分散S_{xy}を標準偏差S_xとS_yの積S_xS_yで割った値を考え，これを相関係数という」と述べており（p.17)，このことの理解が必要である。そのためには，例えば，図45のような表を活用したり，表計算ソフトを活用したりするなど，相関係数の計算手順の視覚化が有効と考える。実際，大学入学共通テストの平成30年度の試行調査問題（大学入試センター2018）では，表計算ソフトで相関係数を考える問題場面が出題されている（図46)。

３）四分位数，四分位偏差，箱ひげ図の指導

四分位数は，値を小さい順に並べたとき，４等分する位置にくる３つの数であり，４等分するのはデータの個数であって値ではないことの理解が必要である。また，四分位数で４等分された各区間内に総数の約１/４の個数が含まれることを理解することが必要である。柗元（2013）は，箱ひげ図の「ひげが長いと，そのひげの中にデータがたくさんあると考えてしまう生徒がいるので，指導には注意が必要（p.33)」と述べているが，四分位数の意味を正しく理解していれば，このような間違いは少なくなる。そのためには，図47のように，５数要約量（最大値，最小値，四分位数）の視覚化（柗元2013）が有効と考えられる。例えば，図48のようにICT（ここでは，TI-Nspireを使

最頻値

データを度数分布表に整理したとき，度数が最も大きい階級の階級値を**最頻値** または **モード** という。最頻値はヒストグラムにおいて，最も大きい度数を表す長方形における階級値である。

図43　最頻値の定義（高校，東書p.159）

度数分布表で，度数のもっとも多い階級の真ん中の値を**最頻値**（さいひんち） または **モード** という。

階級の真ん中の値のことを，階級値という。

注意▸▸ 資料の中で，もっとも多く出てくる値を最頻値ということもある。

最頻値（さいひんち） または **モード**

資料の中で，もっとも多く出てくる値

度数分布表では，度数のもっとも多い階級の階級値

図44　最頻値の定義（中学校，東書，左は2012版でp.206，右は2016版でp.213）

用）を活用して，箱ひげ図に各データを表示し，５数要約量を視覚化する指導が考えられる。

四分位偏差は，中央値の散らばりを数値化したものであることの理解が必要であるが，偏差という用語があるために，異なる意味に解釈している様子が見える。中央値と四分位偏差の関係は，平

分　　散：$s^2=\frac{1}{n}\sum_1^n(x_i-\bar{x})^2$

標準偏差：s

相関係数：$r=\frac{s_{xy}}{s_x s_y}$　（S_{xy}は x と y の共分散，S_xは x の標準偏差，S_yは y の標準偏差）

	x	y	$x-\overline{x}$	$(x-\overline{x})^2$	$y-\overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
a	178	68	4	16	−1	1	−4
b	172	66	−2	4	−3	9	6
c	168	62	−6	36	−7	49	42
d	172	74	−2	4	5	25	−10
e	180	75	6	36	6	36	36
計	870	345	0	96	0	120	70

$$r=\frac{\frac{1}{5}\times 70}{\sqrt{\frac{1}{5}\times 96}\sqrt{\frac{1}{5}\times 120}}=0.652\cdots \fallingdotseq 0.65$$

図45　表を活用した相関係数の求め方（保野ら2014，p.172）

〔２〕 太郎さんと花子さんは二つの変量 x，y の相関係数について考えている。
二人の会話を読み，下の問いに答えよ。

花子：先生からもらった表計算ソフトのＡ列とＢ列に値を入れると，
　　　Ｅ列にはＤ列に対応する正しい値が表示されるよ。
太郎：最初は簡単なところで二組の値から考えてみよう。
花子：２行目を$(x,\ y)=(1,\ 2)$，３行目を$(x,\ y)=(2,\ 1)$としてみるね。

このときのコンピュータの画面のようすが次の図である。

	A	B	C	D	E
1	変量 x	変量 y		（x の平均値）＝	セ
2	1	2		（x の標準偏差）＝	ソ
3	2	1		（y の平均値）＝	セ
4				（y の標準偏差）＝	ソ
5					
6				（x と y の相関係数）＝	タ
7					

（設問は(1)から(4)まであるが省略する。）

図46　大学共通テスト平成30年度試行調査問題

均値と標準偏差の関係と同様であり，データの散らばりを評価するためのものである。四分位偏差の２倍の範囲（四分位範囲）内に約50％のデータが含まれることの理解が重要である。また，四分位偏差が何に活用できるかを知ることが必要である。

箱ひげ図の指導では，箱ひげ図がデータの散らばりを正しく表現するためには，５数要約量が分かるように箱ひげ図に数値を明示するか目盛りを記すことが必要であることの理解が重要である。

第５章　まとめと課題

本研究では，必履修科目である数学Ⅰの「データの分析」の学習内容の理解について，高校卒業後の学生の理解の様相を明らかにし，高校の数学学習におけるつまずきと支援を考察するための基礎的な資料を得ることと「データの分析」の指導への示唆を得ることを目的に，質問紙調査とテスト調査を実施し分析した。

その結果，「データの分析」の学習内容の理解の様相について，次の (A)，(B)，(C) などが明らかとなった。

(A)「データの分析」を苦手としている学生は約４割おり，その学習内容は，数学Ⅰの他の学習内容と比べて，好きではなく，楽しくないと考えられている。

(B) 最頻値，四分位数，箱ひげ図は，苦手意識はないが，実際にはそれらの意味を十分に理解していない。

(C) 分散，標準偏差，相関係数は，苦手意識をもっており，実際にそれらの意味や関係を理

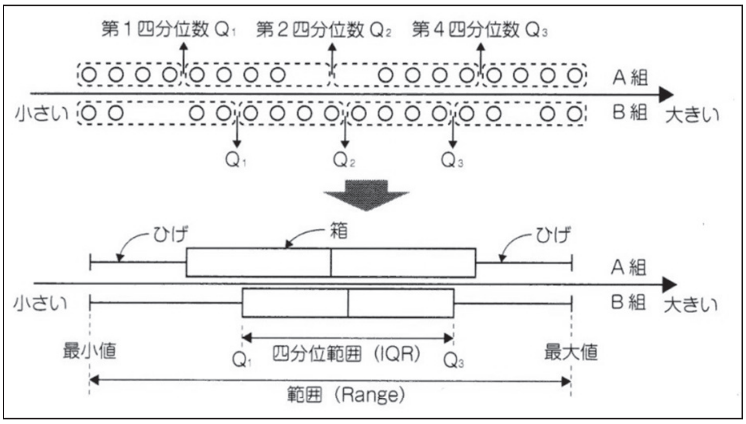


図47　５数要約量を視覚化する（柗元2013，p.33，図33）

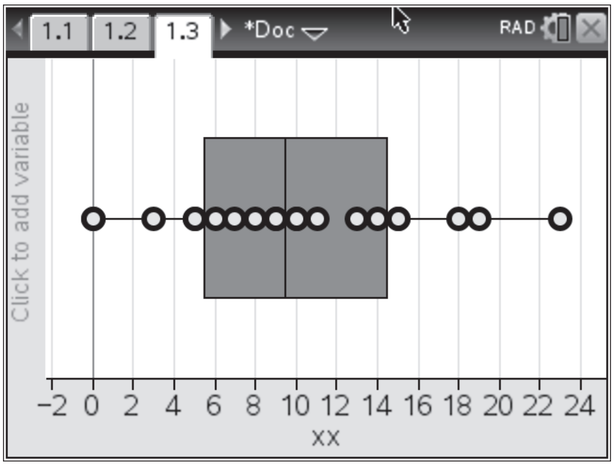


図48　TI-Nspireによる５数要約量の視覚化

解できていない。また，それらの値を求めることもあまりできていない。

誤答分析の結果からは，「データの分析」の指導への示唆として，次の（Ⅰ），（Ⅱ），（Ⅲ），（Ⅳ）などを得ることができた。

（Ⅰ）最頻値の指導においては，２つの定義があり，どのような目的のときにそれぞれの定義を使うかを具体的に明示した指導が必要である。

（Ⅱ）分散，標準偏差，相関係数は，それぞれの意味と関係の理解が重要である。そのためには，表を活用したり表計算ソフトを活用したりするなど，計算手順の視覚化が有効な指導となると考えられる。

（Ⅲ）四分位数と四分偏差の意味を理解し，箱ひげ図との関係で捉えることができるように指導することが必要である。そのためには，５数要約量の視覚化を指導に取り入れることが有効と考えられる。

（Ⅳ）「データの分析」の指導においては，苦手意識を取り，学習内容が好きで，楽しくなるような教材，題材や指導などの工夫が必要である。

高校教育として生徒に共通に身に付ける学力として「データの分析」の学習内容を検討してきたが，それらの理解と定着は十分とは言えない状況であった。高校数学で学習した内容を理解し，高校卒業後もそれぞれの進路に応じて学習内容が活用できるように指導する必要がある。

そのためには，本研究で得た「データの分析」の指導への示唆（Ⅰ）から（Ⅳ）を実際の高校数学の指導の中に指導者が意識して取り入れて実践していくことが重要である。

今後は，数学Ⅰを履修している高校生を対象に「データの分析」におけるつまずきを学習内容と学習活動の両面から捉え，そのつまずきを改善するための支援を考えることが課題である。

【謝辞】

ご協力頂いた学生の皆さんに感謝いたします。

【付記】

本研究は科学研究費補助金「基盤研究（C）」課題番号 JP18K02650の一部である。

【注記】

（1）平成29年度第１回高等学校卒業程度認定試験問題（数学）は以下を参照した（最終参照2018.6.27）。
http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/detail/_icsFiles/afieldfile/2017/09/04/1389260_07.pdf

【引用文献】

大学入試センター『大学共通テスト平成30年度試行調査問題（数学Ⅰ・数学A）』https://www.dnc.ac.jp/daigakunyugakukibousyagakuryokuhyoka_test/pre-test_h30_1111.html, 2018.（最終参照，2018,11,26）

藤井斉亮，俣野博ほか39名『新しい数学１』東京書籍，2012，pp.200-2018.

藤井斉亮，俣野博ほか38名『新編新しい数学１』東京書籍，2016，pp.200-203.

俣野博，河野俊丈編『数学Ⅰ』東京書籍，2014，pp.155-178.

柗元新一郎「統計の理論」柗元新一郎編『中学校数学科統計指導を極める』明治図書，2013，pp.7-46.

柗元新一郎，久保良宏，熊倉啓之，青山和裕「高等学校数学Ⅰ「データの分析」の指導に関する教師調査の分析」『静岡大学教育学部研究報告（教科教育学篇）』第48号，2017，pp.147-160.

文部科学省『小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編（平成29年７月）』日本文教出版，2018a.

文部科学省『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説数学編（平成29年７月）』日本文教出版，2018b.

文部科学省『高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編理数編』http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afieldfile/2018/07/17/1407073_05.pdf,

2018c.（最終参照，2018.11.26）
中村好則「高校における数学学習のつまずきと支援に関する研究～「二次関数」の学習内容の理解に焦点を当てて～」『数学教育学会誌』57巻1･2号，2016，pp.39-50.
中村好則「高校における数学学習のつまずきと支援に関する研究－「図形と計量」の学習内容の理解に焦点を当てて－」『岩手大学教育学部研究年報』第76巻，2017，pp.31-50.
佐藤一「「データの分析」における課題」『2018年度数学教育学会秋季例会予稿集』，2018，pp.14-16.
高松邦彦，村上勝彦，関雅幸，中田康夫「神戸常盤大学保健科学部新入生に対する統計学教育に関する一考察：高等学校数学Ⅰ（新課程）の「データの分析」の学習定着度をもとに」『神戸常盤大学紀要』10号，2017，pp.61-69.

【資料１】問題は概略を示している。詳細は注記(1)を参照。

高校数学（数学Ⅰ）問題（第１段階テスト調査の問題）

１　数と式

① $A=3x^2-x+2, B=x^2-3x+1, C=-2x^2+5x-4$ のとき，(B-A)+(A-C)

② $(x-2y+1)(x+2y+1)$の展開

③ $x^2=3\Rightarrow x=\sqrt{3}$，$x^2=1\Rightarrow x=-1$，$3x=9\Rightarrow x=3$，$x^2>0\Rightarrow x>0$ のうち真となる命題（x は実数）

④ $1-2(x+3)<3x$ の解

⑤ ある店では入会金を払って会員になると，1 個 500 円の商品を 40 円引きで買うことができる。この商品を買うとき，少なくとも（　）個以上買うと，入会して買った方が，入会しないで買うよりも安くなる

２　２次関数

⑥ $y=a(x-p)^2+1$ とグラフから，a と p の符号を選択（グラフは略）

⑦ グラフの頂点が(4,-3)で，点(3,-1)を通る 2 次関数を求める

⑧ $y=-x^2+2x$ のグラフから，頂点の座標を求める（グラフは略）

⑨ $y=(x-2)^2-5$ において，x の変域を$-3\leqq x\leqq 3$ とするのとき，y の最大値と最小値

⑩ $y=5x^2-7x+2$ のグラフと x 軸との共有点の座標

⑪ $x^2+2x-3>0$ の解（グラフは略）

３　図形と計量

⑫ 下の部のようにドローンを地点 A から飛ばした。地点 B からドローンを見上げたところ，水平方向となす角が 43°になった。ドローンの真下の地点 A から地点 B までの水平距離 AB は 400m である。このとき，ドローンの高さ AC はおよそ（　）m か（図略）

⑬ sin137°の値

⑭ sin0°+cos0°+tan0°の値

⑮ 四角形 ABCD において，AB=4cm，BC=5cm，∠B=60°のとき，対角線 AC の長さ（図略）

⑯ 三角形 ABC において，AC=6cm，$\sin A=\frac{1}{4}$，$\sin B=\frac{3}{4}$ のとき,BC の長さ（図略）

４　データの分析

⑰ 5 本の木のブルーベリーの実の収穫量のデータ（4,7,11,10,8kg）から，データに関する誤った記述（中央値，平均値，範囲，第 1 四分位数）を選ぶ（データと選択は略）

⑱ フットサル大会に参加した 10 チームの選手の人数のデータ（8,9,10,10,11,12,12,14,17,18 人）から，正しい箱ひげ図を選択（箱ひげ図略）

⑲ 大相撲の幕内上位 11 人の力士と十両上位 10 人の力士の体重のデータを，それぞれデータⅠ（135,155,155,158,168,168,172,175,181,186,197kg）とデータⅡ（111,115,130,138,138,156,156,160,164,199kg）としたとき，データⅠとデータⅡの分散を四捨五入すると，それぞれ 266，609 である。このとき正しい記述（範囲，標準偏差）を選択。

⑳ 与えられた散布図(A),(B),(C),(D)に対応する相関係数をそれぞれ a,b,c,d とするとき，相関係数の大小関係として正しいものを選択（散布図略）

【資料 2】〔囲み数字は，分析のために問題に通し番号を付したものである。問題は，高校の数学Ⅰの教科書（俣野ら 2014）から例題を中心に基本的な問題を選択〕

「データの分析」の確認問題（第 2 段階テスト調査の問題）

1　次の資料は，あるクラスの「一ヶ月の読書時間」について調べた結果です。

20人（単位　時間）									
３	１０	７	１４	５	９	１５	０	１３	１８	０
８	１１	１０	１５	１９	６	２３	９	５	

（１）読書時間の調査結果をもとに，０時間から２４時間までの間を 4 時間ずつの区間に分けて，下の①度数分布表を完成しなさい。
（２）読書時間の度数分布表をもとに読書時間の②ヒストグラムを下に書きなさい。
（３）度数分布表の各階級の③相対度数を求め，下の度数分布表を完成しなさい。
（４）読書時間の④平均値を求めなさい。
（５）読書時間の⑤中央値を求めなさい。
（６）読書時間の⑥最頻値を求めなさい。
（７）読書時間の四分位数（⑦第１，⑧第２，⑨第３）を求めなさい。
（８）読書時間の⑩箱ひげ図を書きなさい。
（９）読書時間の⑪範囲，⑫四分位範囲，⑬四分位偏差を求めなさい。

2　次のデータは，ある携帯音楽プレーヤーを充電してからの連続使用時間を５回調べた結果を記したものである。

２４　　２１　　２６　　２３　　２６　　（単位　時間）

（１）音楽プレーヤーの連続使用時間の⑭平均値を求めなさい。
（２）音楽プレーヤーの連続使用時間の⑮分散を求めなさい。
（３）音楽プレーヤーの連続使用時間の⑯標準偏差を求めなさい。

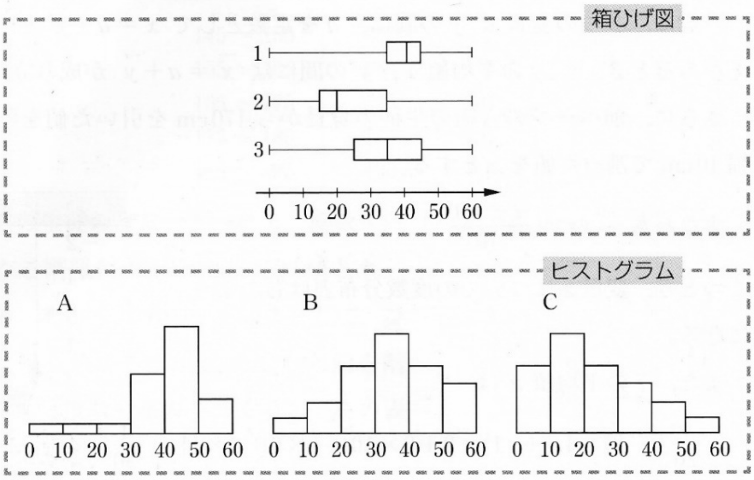
3　５人の生徒ａ，ｂ，ｃ，ｄ，ｅの身長ｘ cmと体重ｙkgが下の表のようであった。
（１）身長の⑰合計と平均値（$\overline{x}$），体重の⑱合計と平均値（$\overline{y}$）を求めなさい。
（２）下の表の空欄を埋めなさい。$\overline{x}$，$\overline{y}$はそれぞれ身長，体重の平均値である。

	x	y	$x-\overline{x}$	$(\overline{x}-x)^2$	$y-\overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
a	178	68					
b	172	66					
c	168	62					
d	172	74					
e	180	75					
計	⑰	⑱		⑲		⑳	㉑

（３）5人の生徒の身長と体重の㉓相関係数を求めなさい。

6

次の箱ひげ図1，2，3について，それぞれ対応するヒストグラムをA，B，Cの中から選べ。

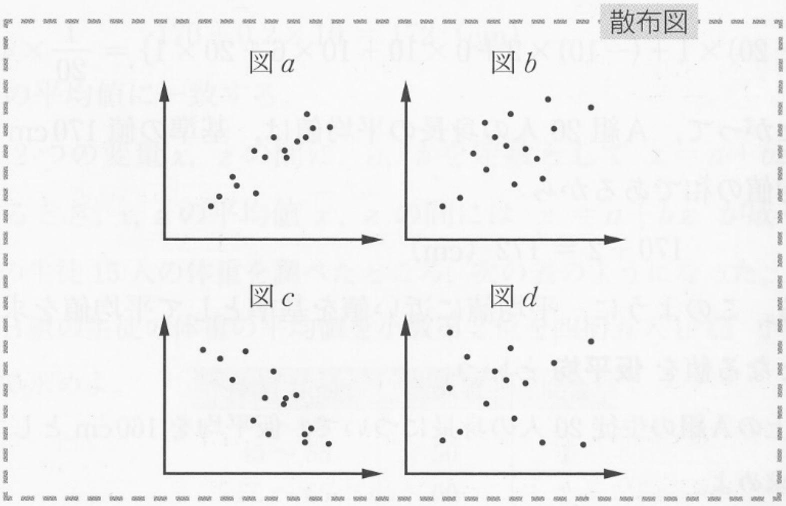


（保野ら 2014，p.176）

1（　A　B　C　）㉔　　2（　A　B　C　）㉕　　3（　A　B　C　）㉖

7

次のそれぞれの散布図に対応する相関係数はどれか。



相関係数

①：$r = 0.9$　②：$r = -0.8$　③：$r = 0$　④：$r = 0.6$

（保野ら 2014，p.173）

図a（　①　②　③　④　）㉗　　図b（　①　②　③　④　）㉘

図c（　①　②　③　④　）㉙　　図d（　①　②　③　④　）㉚