シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導の考察

―Excelによる実験を通した直感的指導を視野に―

中村　好則*

（2020年２月14日受付）
（2020年２月14日受理）

Yoshinori NAKAMURA

Consideration of Teaching "the Concept of Hypothesis Testing" using Simulation
: Intuitive Teaching by Experiments using Excel

要　約

平成30年に告示された高校の新学習指導要領では，統計教育の充実が図られ，数学Ⅰに「仮説検定の考え方」が新規に加わった。中村（2019）は，表計算ソフト（Excel）を活用した「仮説検定の考え方」の指導の可能性を検討した結果，Excelを活用することで，⑴繰り返し実験を行うことができ「不確実な事象の起こりやすさ」を体験的に理解できること，⑵計算時間を多くとらなくとも既習事項（相対度数や標準偏差等）を活用して考察できることなどを明らかにした。しかし，他の題材においても検討することが課題として残った。そこで，本研究では，Excelによる実験を通した直感的指導を視野に，シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導について「新素材枕問題」以外の題材をもとに考察した。その結果，シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導は，基本的には，6つのステップで構成可能であることなどが明らかとなった。

第１章　背景と目的

平成30年3月に高校の新しい学習指導要領が告示された。今回の新しい学習指導要領では，統計教育の充実が図られ，数学Ⅰの指導内容に「仮説検定の考え方」が新規に加わった。数学Ⅰは，すべての生徒が学習する必履修科目であり，どのような内容をどのように指導するかは重要な検討課題である。実際，「仮説検定の考え方」に関する研究や実践の報告は近年多数行われている。例えば，授業実践報告では，松井（2019）が二項分布の確率の数表の活用やアイロンビーズを用いた実験を，松本（2019）が紙飛行機の作成と測定等をもとにした実践を行い指導の在り方等を考察している。教材開発では，及川（2019）が「袋から青玉と白玉を取り出す」教材を開発し，指導展開を提案している。その他にも，塩澤（2019）は，学習指導要領解説（文部科学省2019）にある「新素材枕問題（p.48）」と「細工コイン問題（p.109）」について分析している。また，冨田（2019）はサイコロを用いた事象を活用した仮説検定の指導を実践し，その結果をもとに批判的思考について検討している。しかし，「仮説検定の考え方」の指導にICTを活用した実践や研究は，Doi.j（2019）

＊岩手大学大学院教育学研究科

や中村（2019）以外はまだあまり見られない。特にICTとして，表計算ソフトを活用した指導は有効と考えられるが，あまり検討されていない。

「仮説検定の考え方」の指導について，学習指導要領解説（文部科学省2019）では『仮説検定については「数学Ｂ」の「統計的な推測」で取り扱うが，この科目の履修だけで高等学校数学の履修を終える生徒もいることから，実際的な場面を考慮し，具体例を通して「仮説検定の考え方」を直観的に捉えさせるようにした（p.11，下線は筆者，以下同様）』とある。また，「中学校第1学年では，多数の観察や多数回の試行によって得られる結果を基にして，不確実な事象の起こりやすさの傾向を読み取り表現する力を養っている。これを踏まえ，数学Ⅰでは，不確実な事象の起こりやすさに着目し，実験などを通して，問題の結論について判断したり，その妥当性について批判的に考察したりできるようにする（P.48）」とある。さらに，「指導に当たっては，生徒が意欲をもって学習を進めることができるように，テーマを適切に選び，具体的な事象に基づいた取扱いをすることとともに，多くのデータを取り扱う場合や実験においては，コンピュータなどの情報機器を積極的に用いるようにすることが大切である（p.48）」ことが述べられている。これらから，「仮説検定の考え方」の指導は，実際的な場面を用いた具体例をもとに，コンピュータなどの情報機器を活用した実験を通して直感的に理解できるように指導することが重要であると考える。

中村（2019）は，表計算ソフトを活用した「仮説検定の考え方」の可能性について検討し，その結果，表計算ソフトを活用することで，（1）繰り返し実験を行うことができ「不確実な事象の起こりやすさ」を体験的に理解できること，（2）計算時間を多くとらなくとも既習事項（相対度数や標準偏差等）を活用して考察できること，（3）実験を計画し，入力作成，実施し，判断する学習活動を通して，批判的に考察できること，（4）表計算ソフトの利用は中学校，高校の数学の教科書でも取り上げられているが，実際には指導されていない場合が多く，表計算ソフトの関数については必要に応じて指導する必要があること，（5）「稀にしか起こらないこと」の判断基準を明確にする必要性を指導する必要があることなどが示唆された。しかし，中村（2019）で検討した「新素材枕問題」以外の題材においても，表計算ソフトを活用した「仮説検定の考え方」の指導が可能であるかを検討することが課題として残った。そこで，本研究では，Excelによる実験を通した直感的指導を視野に，シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導について「新素材枕問題」以外の題材をもとに考察する。

第２章　シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導

仮説検定は，昭和53年学習指導要領での高校数学科の科目である確率・統計の統計的な推測の学習内容にもあった（黒田ら2011）。しかし，その時に扱われた問題は，「仮説検定の考え方」の指導というよりは，仮説検定の方法による指導で扱われる問題と言える。つまり，今回の改訂では，数学Ｂの「統計的な推測」で扱われる「仮説検定の方法」での題材と言える。実際，学習指導要領解説（文部科学省2019）では，数学Ｂの仮説検定の方法について「数学Ⅰでは，具体的な事象において，実験などを通して仮説検定の考え方を理解することを取り扱っている。ここでは，数学Ⅰでの学習を踏まえながら，正規分布を用いた仮説検定の方法を理解できるようにする（p.108）」とある。つまり，数学Ⅰではこのような厳密な仮説検定の方法を扱うわけではないことに注意する必要がある。ただし，生徒によっては，数学Ｂを履修する場合と履修しない場合がおり，将来の状況に配慮する必要がある。「仮説検定の考え方」の指導目標は，（1）具体的な事象において仮説検定の考え方を理解すること（知識及び技能），（2）不確実な事象の起こりやすさに着目し，主張の妥当性について，実験などを通して判断したり，批

判的に考察したりすること（思考力，判断力，表現力等）の2つである（文部科学省2019, p.43）。従って，仮説検定の考え方は，知識及び技能であって，この仮説検定の考え方を用いて，主張の妥当性について判断したり批判的に考察したりできるような思考力，判断力，表現力等を身に付けることができるようにすることが大切である。

一方，米国では，シミュレーションに基づく統計的推論（Simulation Based Inference, 以下 SBI）が統計的推論の指導法として，米国の統計教育で多数実践されている（Doi,J2019）。Doi,J（2019）は「SBIでは，シミュレーションを通して，統計的推論の理論を理解させることを意図した指導法である。従来の指導法では，統計的推論は初めに確率と標本分布を理論的に学習する。一方，SBI を使用すると，サイコロ，コイン，カード，コンピュータアプリケーションなどの単純なデバイスを使用してシミュレーションを実行し，近似的な標本変動を体験させながら，標本分布の概念理解を促すことができる。このアプローチでは，生徒は統計的または数学的背景が最小限であっても，統計的推論について素早く理解することができる（p.28）」と述べている。また，SBI は，従来の指導に取って代わるものではなく補強するものである（Doi,J2019, p.31）。SBI はまさに高校数学Ⅰの「仮説検定の考え方」の指導法として，参考とすべき指導法である。しかし，Doi,J（2019）が活用したシミュレーションは，特別に開発されたウェブ･アプリケーションを使用している。従って，シミュレーションがどのようにできているかが生徒には分かりにくい。しかし，Excel を用いて，生徒自身がシミュレーションを作成することで，実験の過程の理解が期待できる。そこで，本研究では，Excel で生徒自身がシミュレーションを作成し活用する「仮説検定の考え方」の指導について考察する。

第３章　シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導の題材

中村（2019）では，学習指導要領解説（文部科学省2019）の「新素材枕問題（p.48）」を題材に，Excel を活用して指導する事例を提案した。ここでは，昭和53年の学習指導要領での教科書に対応した問題集等で扱われた仮説検定の問題が，シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導のための題材として活用可能かを検討する。以下では，題材（1）「政治上の意見」，題材（2）「数学テスト」，題材（3）「お茶当て能力」，題材（4）「袋の中の球（弘前大）」，題材（5）「箱の中の球（東北大）」を題材に，シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導について考察する。

１）題材（1）「政治上の意見」

題材（1）　政治上の意見 ある政治上の意見について，有権者中から１０人を任意抽出してたずねたら，９人までが賛成であった。有権者の過半数は賛成であると判断してよいか。危険率５％で検定せよ。 橋本純次（1975）新制チャート式数学Ⅲ，数研出版，p.325，試練436（1）

題材（1）は，次の①から⑥のステップで指導を行うことができる。

①　RANDBETWEEN（最小値 , 最大値）関数を用いて事象を表す。

RANDBETWEEN（最小値 , 最大値）関数を用いて，指定した範囲の整数を発生させる。この場合は，最小値を1，最大値を2とし，1が出た場合は「賛成」，2が出た場合は「反対」とし，10人分の乱数を発生される（図1の左側の表の4行目）。

②　COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，「賛成」になった回数を数える。

COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，10人中で，条件が1（「賛成」）であるセルの数を数える。この値が，10人の中で「賛成」と回答した人数になる（図1の左側の表の賛成数の欄）。

③　試行を100回繰り返す。

図1の4行目の行を試行回数が100回になるま

でコピーする。オートフィル機能を使うと短時間で簡単にコピーできる。また，ウインド枠の固定を設定し，最初に3行とA列がスクロールしないようにしておくと便利である（図1の左側の表)。ここでは「試行回数は100回でいいのか，10回程度でもいいのではないか，或いは1000回は必要なのでは」などと試行回数に関して批判的思考が働くことが期待できる。これにより，試行回数を変えてさらに実験を繰り返すことも可能である。

④　実験結果を表とグラフに整理する。

10人の中で「賛成」であった人の人数は，0人から10人まであるので，それぞれの人数が100回の試行のうち何回起ったかを表に整理する〔COUNTIF（範囲，条件）関数，オートフィル機能を使うときには絶対参照を利用〕。表を作成後に，度数の合計が100になることを確認する〔SUM（範囲）関数〕。次に，各賛成数の相対度数を求める。相対度数の合計が1になることを確認する（図1の右側の表)。また，相対度数のグラフを作成する（図1の右側のグラフ)。

⑤　相対度数を起りえないことの尺度として判断する。

9人以上が賛成であった場合の相対度数をSUM（範囲）関数で求め，起りえないことの尺度とする。図1の実験結果では，100回中1回しか起こっていないので，滅多に起こることではないと判断できる。したがって，「９人までが賛成であった」ということが偶然に起こったことという仮説は捨てられる。再計算することで，何回でも試行回数100回の実験を行うことが可能であり，9人以上が「賛成」であった場合の相対度数の変化を観察できる。判断基準として，確率または相対度数では，0.05（100回中5回しか起こらない）や0.01（100回中1回しか起こらない）が用いられることの指導が必要である。ここでは「何人以上賛成であれば偶然に起こりえないと言えるのだろうか，もっと少ない人数でもいいのか」など，賛成数に関して批判的思考が働くことが期待できる。これにより，実験結果の表やグラフを再考する。

⑥　Excelを用いて確率分布を求める。

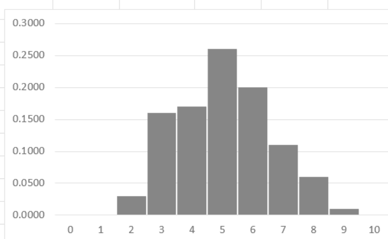
数学Ⅰの指導では，⑤までが実験による直感的指導ということになる。学習指導要領解説（文部科学省2019）では「この考え方を数学的に精緻化していくと，「帰無仮説：新素材の枕はよく眠れる効果がなかった」を確率分布を用いて検定する数学Bの内容につながる（p.48)」ことが述べられている。ここでは，Excelを用いて確率分布を求める（図2)。もちろん，数学Ⅰでは，組合せの計算や二項分布等は習っていな

有権者の賛否が五分五分であると言う仮説をたてる（帰無仮説）

1が賛成，2が反対

回数	1人目	2人目	3人目	4人目	5人目	6人目	7人目	8人目	9人目	10人目	賛成数
1	1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	6
2	2	2	1	2	1	2	1	1	2	1	5
3	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	5
4	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	7
5	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1	3
6	1	1	1	2	2	2	2	2	1	2	4
7	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	3
8	2	2	1	2	2	2	2	1	1	1	4
9	1	1	2	2	1	2	2	2	1	2	4
10	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	3
11	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	5
12	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	4
13	1	2	2	1	1	1	1	1	1	1	8
14	1	1	2	1	1	2	2	2	1	2	5
15	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	5
16	1	2	2	2	1	1	2	2	2	1	4
17	2	1	2	1	2	1	2	1	1	1	6
18	1	1	1	1	1	1	1	2	2	1	8
19	1	2	1	2	2	1	1	1	1	2	6

賛成数	度数	相対度数
0	0	0.0000
1	0	0.0000
2	3	0.0300
3	16	0.1600
4	17	0.1700
5	26	0.2600
6	20	0.2000
7	11	0.1100
8	6	0.0600
9	1	0.0100
10	0	0.0000
合計	100	1.0000

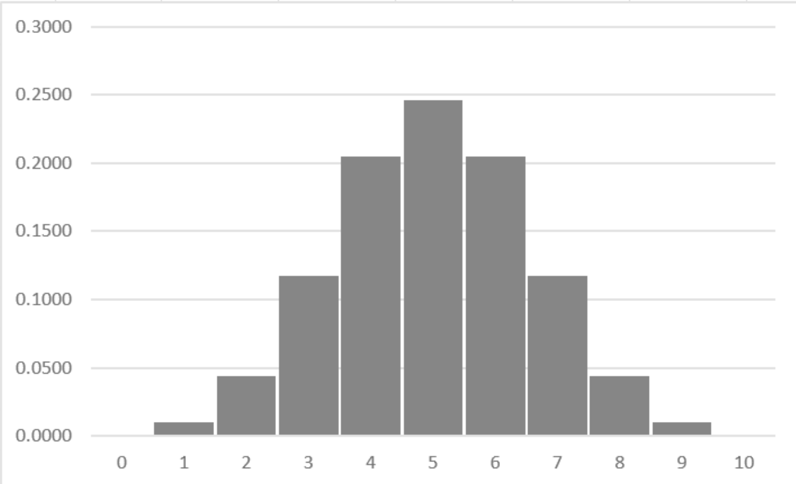


有権者の賛否が五分五分であると仮定すると，
10人中9人までが賛成する相対度数は，
0.01 <0.05
この相対度数は，滅多に起こりえることではないので，
有権者の賛否が五分五分だとは考えられない。
有権者の過半数が賛成であると判断してよい。

図１　題材(1)「政治上の意見」の実験例

有権者の賛否が五分五分であると言う仮説をたてる（帰無仮説）

正解数	確率
0	0.0010
1	0.0098
2	0.0439
3	0.1172
4	0.2051
5	0.2461
6	0.2051
7	0.1172
8	0.0439
9	0.0098
10	0.0010
合計	1.0000



有権者の賛否が五分五分だと仮定すると，
10人中9人以上が賛成する確率は，
0.0107 <0.05
この確率は，滅多に起こりえないことなので，
有権者の賛否が五分五分だと判断するわけにはいかない。
有権者の過半数が賛成であると判断してよい。

図２　題材(1)「政治上の意見」の確率計算

いことに留意する必要がある。9人以上が「賛成」である確率は，0.0107であり，判断基準である0.05よりも小さい。よって，実験結果と同様に，仮説は捨てられることが分かる。

２）題材(2)「数学テスト」

> 題材(2)　数学テスト
> 　Aは，これまでの数学のテストでは，3題のうち２題くらいの割合でしか問題が解けなかったが，今回のテストでは，これまでと同程度の問題に対して，８題のうち７題を解くことができた。このことから，Aの実力は上がったと判断してよいか。
> 　さらに，次回のテストにも，これと同程度以上の好成績を得たらどうか。
> 　危険率５％で検定せよ。
> 　　橋本純次（1975）新制チャート式数学Ⅲ，数研出版，p.324，主題192

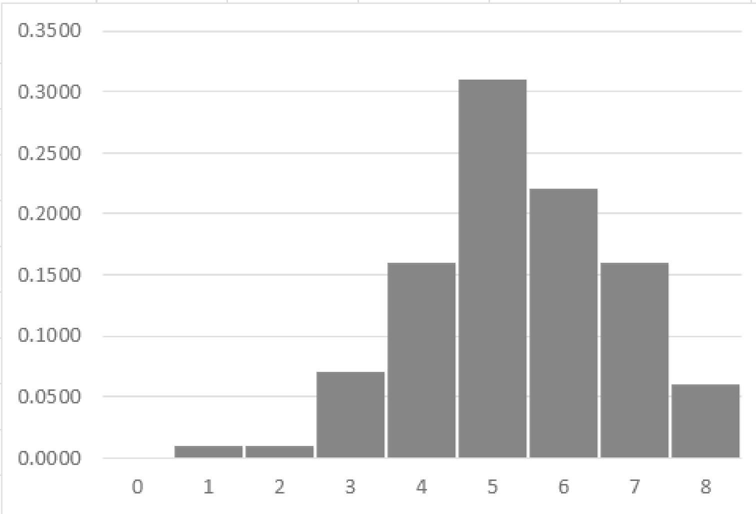
題材（2）は，次の①から⑦のステップで指導を行うことができる。

① RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて事象を表す。

RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて，最小値を1，最大値を3とし，Aが問題を正しく解く確率は2/3なので，1と2が出た場合は「正解」，3が出た場合は「不正解」とし，８題分の乱数を発生される（図1の上段の左側の表）。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1	Aの問題を解く確率は2/3，解けない確率は1/3（実力が上がっていないと仮定する）																							
2		1回目のテスト				1と2が正解，3が不正解							2回目のテスト				1と2が正解，3が不正解							
3	テストの回数	1問目	2問目	3問目	4問目	5問目	6問目	7問目	8問目	正解数		テストの回数	1問目	2問目	3問目	4問目	5問目	6問目	7問目	8問目	正解数		2回とも7以上	
101	98	3	1	3	3	2	2	1	1	5		98	3	1	3	3	3	2	1	3	3		0	
102	99	3	2	1	2	1	2	3	2	6		99	2	3	1	2	1	3	1	2	6		0	
103	100	2	2	3	1	3	2	1	3	5		100	3	1	3	1	1	1	2	1	6		0	
104																					合計		3	

正答数	度数	相対度数
0	0	0.0000
1	1	0.0100
2	1	0.0100
3	7	0.0700
4	16	0.1600
5	31	0.3100
6	22	0.2200
7	16	0.1600
8	6	0.0600
合計	100	1.0000



実力が上がっていないと仮定すると，
7台以上解ける相対度数は，
0.2200 >0.05
この相対度数は，実力が上がっていないとしても，この程度のことは起こりうるので，
実力が上がったと判断するわけにはいかない。

これが今回と次回と続いて起こったとすると(2乗)，
0.0484 <0.05
これは滅多には起こらないこと（100回中5回よりも少ない）ので，
仮説は間違っていると判断できるので，実力は上がったと判断した方がよい。

1回目も2回目も7問以上正解(実験)

回数	2	
相対度数	0.02	<0.05

図３　題材(2)「数学テスト」の実験例

② COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，「正解」になった問題数を数える。

COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，8問を解いた中で，条件が1又は2であるセルの数を数える。この値が，8題中の正解数になる（図3の上段の左側の表の正解数の欄）。

③ 試行を100回繰り返す。

②で作成した行を，試行回数が100回になるまでコピーする（図3の上段の左側の表）。

④ 実験結果を表とグラフに整理する。

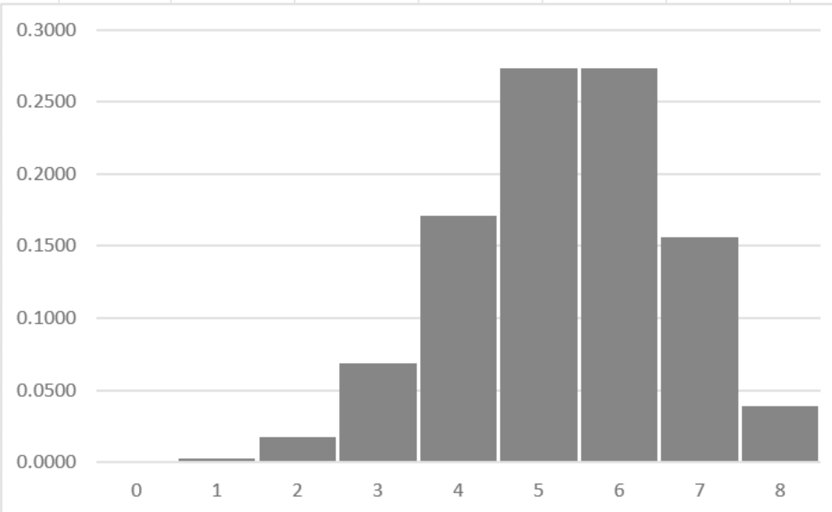
8題中での正解数は，0問から8問まであるので，それぞれの正解数が100回の試行のうち何回起ったかを表に整理する〔COUNTIF（範囲，条件）関数〕。表を作成後に，度数の合計が100になることを確認する〔SUM（範囲）関数〕。次に，各正解数の相対度数を求める。相対度数の合計が1になることを確認する（図3の中段の左側の表）。また，相対度数のグラフを作成する（図3の中段の右側のグラフ）。

⑤ 相対度数を起りえないことの尺度として判断する。

7問以上が正解になった場合の相対度数をSUM（範囲）関数で求め，起りえないことの尺度とする。図3の実験結果では，100回中22回も起こっているので，起こりえることであると判断できる。したがって，「8問中7問解くこと

Aの問題を解く確率は2/3，解けない確率は1/3（実力が上がっていないと仮定する）

正解数	確率
0	0.0002
1	0.0024
2	0.0171
3	0.0683
4	0.1707
5	0.2731
6	0.2731
7	0.1561
8	0.0390
合計	1.0000



実力が上がっていないと仮定すると，
7台以上解ける確率は，
0.1951 >0.05
この確率は，実力が上がっていないとしても，この程度のことは起こりうるので，
実力が上がったと判断するわけにはいかない。

これが今回と次回と続いて起こったとすると(2乗)，
0.0381 <0.05
これは滅多には起こらないこと（100回中5回よりも少ない）ので，
仮説は間違っていると判断できるので，実力は上がったと判断した方がよい。

図４　題材(2)「数学テスト」の確率計算

ができた」ということが偶然に起こったことという仮説は捨てられない。

⑥　2回続けてテストした場合を実験する。

1回目の実験結果を2乗すると，0.0484となり，8問中7問解けることが2回続けば，偶然起こりえることではないと考えられる（図3の下から2つ目の記述欄）。しかし，1回目の実験結果を単に2乗していいのかが疑問として残る。そこで,2回のテストも①から③の手順でシミュレーションを作成し，1回目も2回目も7問以上正解になった場合を数える(図3の上段の右側の表)。この実験において，2回続けて7問以上正解になった相対度数は0.02であり，偶然は起こりえないことが分かる（図3の最下段の記述欄)。この結果は，１回目の実験結果を２乗した場合よりも小さい値であり，より起こりえないことと考えらえる。

⑦　Excelを用いて確率分布を求める。

確率計算によると，7問以上が正解である確率は，0.1951であり，判断基準である0.05よりも大きい。よって，仮説は捨てられない。２回続けて７問以上が正解である確率は，0.1951を2乗し，0.0381を得る。これは，偶然には起こりえないことであり，実力が上がったと判断できる。これらの結果は実験結果と同様である（図4)。

３）題材(3)「お茶当て能力」

題材(3)　お茶当て能力

茶を味わって，それがどこの産地の茶であるかを言い当てることができるという人がいる。いま，ここで３種の茶があって，それはA，B，Cの３産地のものが１つずつあることがわかっている。この人がその各茶を味わい，それぞれの産地を当てたとすると，この人は，茶の産地を当てる能力があると判定してもよいか。危険率５％で検定せよ。

橋本純次（1975）新制チャート式数学Ⅲ，数研出版，p.325，試練436（3)

題材③は，次の①から⑥のステップで指導を行うことができる。

①　RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて事象を表す。

RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて，指定した範囲の整数を発生させる。この場合は，最小値を1，最大値を3とし，Aの産地のお茶を選択した場合を１，Bの産地のお茶を選択した場合は2，Cの産地のお茶を選択した場合は3とする。ここで注意が必要な点は，2番目の選択では最初に選択したお茶は選択しないこと，3番目の選択では2番目と3番目で選択したお茶を選択しないようにすることである。つまり，RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数をそのまま用いただけでは，同じ乱数が発生する場合がある。そのため，例えば，以下のようにIF関数を用いるなどの工夫が必要である（図5の右側の表の4行目)。

=RANDBETWEEN（1,3)：1から3の乱数を発生

=IF（B4=1，RANDBETWEEN（2，3)，IF（B4=3，RANDBETWEEN（1,2)，2*RANDBETWEEN（1, 2)-1))：もし１番目が１ならば２か3，そうでなければ（もし１番目が３ならば１か2，そうでなければ１か３）を発生

=IF（B4+C4=3,3,IF(B4+C4=4,2,IF(B4+C4=5,1)))：もし1番目と2番目が1と2か,2と1ならば3，1番目と2番目が1と3か，3と1ならば2，1番目と2番目が2と3か，3と2ならば1を発生

②　COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，「正解」になった数を数える。

COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，3つの産地のお茶の中で当たった数を数える。つまり，例えば，以下のようにCOUNTIF（範囲，条件）関数を複数用いて，1番目のセルが1，2番目のセルが2，3番目のセルが3とそれぞれ一

致している数を数える。

=+COUNTIF(B4,1)+COUNTIF(C4,2)
+COUNTIF(D4,3)

この値が，3つのお茶の産地が当たった数になる（図5の左側の表の正解数の欄）。

③　**試行を100回繰り返す。**

試行回数が100回になるまでコピーする（図5の右側の表）。

④　**実験結果を表とグラフに整理する。**

お茶の産地が当たった数は，0から3まであるので，それぞれの当たった数が100回の試行のうち何回起ったかを表に整理する〔COUNTIF（範囲，条件）関数〕。表を作成後に，度数の合計が100になることを確認する〔SUM（範囲）関数〕。次に，それぞれ当たった数の相対度数を求める。相対度数の合計が1になることを確認する（図5の右側の表）。また，相対度数のグラフを作成する（図5の右側のグラフ）。これらからは，当たった数が2になることは絶対に起こりえないことが分かる。2つの産地が当たるということは，残りも当たってしまうことになるからである。

⑤　**相対度数を起りえないことの尺度として判断する。**

当たった数が3になった場合の相対度数をSUM（範囲）関数で求め，起りえないことの

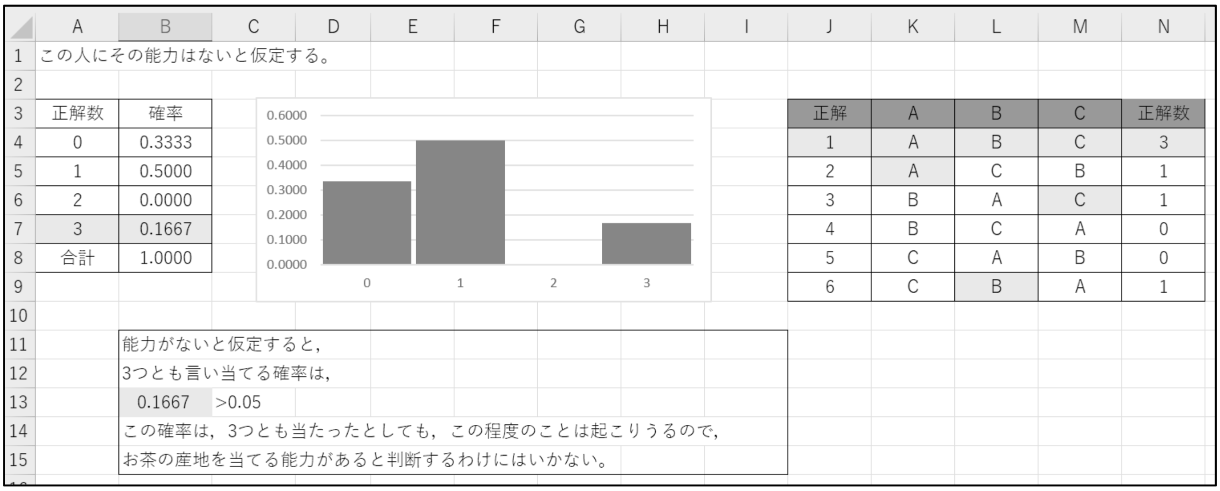
この人にその能力はないと仮定する。

試行回数	1つの目のお茶（1が正解）	2つの目のお茶（2が正解）	3つ目のお茶（3が正解）	正解数
1	3	1	2	0
2	3	1	2	0
3	3	2	1	1
4	3	2	1	1
5	3	1	2	0
6	3	1	2	0
7	3	1	2	0
8	1	2	3	3
9	2	1	3	1
10	3	2	1	1
11	3	1	2	0
12	1	2	3	3
13	3	1	2	0
14	3	2	1	1
15	1	3	2	1
16	3	2	1	1

正答数	度数	相対度数
0	28	0.2800
1	55	0.5500
2	0	0.0000
3	17	0.1700
合計	100	1.0000

能力がないと仮定すると，
3つとも言い当てる相対度数は，
0.1700 >0.05
この相対度数は，実力が上がっていないとしても，この程度のことは起こりうるので，
能力があると判断するわけにはいかない。

図５　題材(3)「お茶当て能力」の実験例



この人にその能力はないと仮定する。

正解数	確率
0	0.3333
1	0.5000
2	0.0000
3	0.1667
合計	1.0000

正解	A	B	C	正解数
1	A	B	C	3
2	A	C	B	1
3	B	A	C	1
4	B	C	A	0
5	C	A	B	0
6	C	B	A	1

能力がないと仮定すると，
3つとも言い当てる確率は，
0.1667 >0.05
この確率は，3つとも当たったとしても，この程度のことは起こりうるので，
お茶の産地を当てる能力があると判断するわけにはいかない。

図６　題材(3)「お茶当て能力」の確率計算

尺度とする。図5の実験結果では，100回中17回も起こっているので，起こりえることであると判断できる。したがって，「3つともに当てる」ということが偶然に起こったことという仮説は捨てられない（図5の右下の表）。

⑥　Excel を用いて確率分布を求める。

確率計算によると，3種のお茶を当てる確率は，0.1667であり，判断基準である0.05よりも大きい。よって，仮説は捨てられない（図6）。

4）題材(4)「袋の中の球（弘前大)」

題材(4)　袋の中の球（弘前大）

袋の中に4個の球が入っている。いま，よくかき混ぜて３個の球を同時に取り出し，球の色を調べてもとに戻すという実験を２回繰り返したところ，取り出された球の色は２回とも全部赤であった。この袋の４個の球の中に赤と異なる色の球が含まれているという仮説を有意水準（危険率）５％で検定せよ。

矢野健太郎監修，村上哲哉著（1990），モノグラフ22　統計，p.96，例題2

題材(4)は，次の①から⑥のステップで指導を行うことができる。

① RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて事象を表す。

RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて，指定した範囲の整数を発生させる。この場合は，4個の球の中から3個の球を取り出したら，3個とも赤であったのだから，この中に赤以外の球が含まれたとしても1個である。従って，最小値を1，最大値を4とし，1と2と3が出た場合は「赤」，4が出た場合は「赤以外」とする（図7）。ただし，題材（3）と同様に同じ乱数が発生されてはいけない。同じ乱数が発生された場合は，同じ球を引いたことになるためである（図7の上段の左側の表）。そこで，まずはRAND() 関数を用いて，1未満の乱数を4個発生する。その4個の乱数に RANK（数値,範囲,順序）関数で順位をつけ，左から3つの乱数の順位を取り出した球とする。2回の目の取り出しも同様に作成する（図7の下段の表）。

②　COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，「赤」の数を数える。

COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，2回とも全部赤であった回数を数える。つまり，1回目も2回目もセルの数が3以下であった場合は1，それ以外は0とする（図7の下段の表）。

③　試行を100回繰り返す。

試行回数が100回になるまでコピーする（図7)。

④　度数と相対度数を求める。

2回ともすべて赤であった場合が，100回の試行のうち何回起ったかを数える〔SUM（範囲）関数〕。図7の場合は7回であった。次に，それの回数の相対度数を求める。この場合は0.07である（図7の上段右側下の記述欄)。

⑤　相対度数を起りえないことの尺度として判断する。

2回とも全部赤であった相対度数は，図7の実験結果では，100回中7回も起こっているので，起こりえることであると判断できる。したがって，「2回とも全部赤である」ということが偶然に起こったことという仮説は捨てられない（図7の上段の右側下の記述欄)。

⑥　Excel を用いて確率分布を求める。

確率計算によると，2回とも全部赤である確率は0.0625であり，判断基準である0.05よりも大きい。よって，仮説は捨てられない（図8)。

	1回目				2回目				2回とも
試行	1	2	3	赤の数	1	2	3	赤の数	全部赤
1	1	1	1	3	2	4	3	2	0
2	4	4	1	1	1	4	4	1	0
3	3	3	3	3	4	1	2	2	0
4	1	2	3	3	4	1	3	2	0
5	1	3	1	3	3	4	2	2	0
6	3	2	2	3	2	2	4	2	0
7	1	2	1	3	1	2	3	3	1
8	3	2	3	3	2	2	3	3	1
9	4	4	2	1	3	3	4	2	0
10	4	2	4	1	1	2	3	3	0
11	3	1	2	3	3	3	1	3	1
12	3	1	1	3	2	2	1	3	1
13	4	1	4	1	1	2	3	3	0

× 左の実験（重複あり）
2回とも全部赤であった回数は，
19
2回とも全部赤であった相対度数
0.19　>0.05
偶然にも起こりえることである。
仮説は捨てられない。

○ 右の実験（重複なし）
2回とも全部赤であった回数は，
7
2回とも全部赤であった相対度数
0.07　>0.05
偶然にも起こりえることである。
仮説は捨てられない。

										乱数							
	1回目				2回目				2回とも	1回目				2回目			
試行	1	2	3	赤の数	1	2	3	赤の数	全部赤	1	2	3	4	1	2	3	4
1	1	3	2	3	1	4	2	2	0	0.22861	0.808602	0.728594	0.946432	0.033571	0.988056	0.496155	0.710817
2	1	2	3	3	2	1	4	2	0	0.176845	0.581913	0.880459	0.948819	0.290643	0.043215	0.613496	0.608613
3	4	1	2	2	4	3	2	2	0	0.723968	0.127604	0.359194	0.542893	0.99301	0.889113	0.498145	0.077064
4	1	3	2	3	1	2	4	2	0	0.166649	0.675209	0.300603	0.920664	0.035964	0.37393	0.704667	0.448026
5	3	2	1	3	4	3	1	2	0	0.702605	0.485826	0.267981	0.956759	0.820377	0.466483	0.075962	0.324814
6	2	3	1	3	3	2	1	3	1	0.75177	0.840199	0.55302	0.853221	0.837342	0.70963	0.356946	0.94013
7	4	1	2	2	1	3	4	2	0	0.942599	0.040029	0.639507	0.698624	0.140967	0.55353	0.779846	0.289016
8	3	4	1	2	4	2	1	2	0	0.599657	0.82472	0.322826	0.549706	0.635183	0.465174	0.358556	0.579667
9	3	4	2	2	3	1	2	3	0	0.748775	0.781813	0.672674	0.401542	0.621075	0.097232	0.553331	0.889961
10	3	4	1	2	1	4	3	2	0	0.529664	0.990961	0.213584	0.273994	0.362864	0.747014	0.73032	0.371102

図７　題材(4)「袋の中の球（弘前大)」の実験例

赤の数	赤以外	確率	2回続く確率	
0	3	ありえない		
1	2	ありえない		
2	1	0.75		
3	0	0.25	0.0625	>0.05

図８　題材(4)「袋の中の球（弘前大)」の確率計算

５）題材(5)「箱の中の球（東北大)」

題材(5)　箱の中の球（東北大)

Ａの箱には黒球が８個と白球が２個，
Ｂの箱には黒球が４個と白球が６個，
Ｃの箱には黒球が３個と白球が７個入っているが，外見から箱は区別できない。

いま１つの箱を指定し，「この箱はＡである」という仮説Ｈをたてる。

この箱から３個の球を同時の取り出して，その中に２個以上黒球が含まれていれば仮説Ｈを採択し，そうでなければＨを棄却する検定法を考える。

（１）仮説Ｈが正しいとき，誤ってしまう確率を求めよ。
（２）仮説Ｈが正しくないとき，誤って採択してしまう確率を求めよ。

矢野健太郎監修，村上哲哉著（1990），モノグラフ22　統計，p.95，例題１

題材(5)は，次の①から⑥のステップで指導を行うことができる。

①　RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて事象を表す。

RANDBETWEEN（最小値,最大値）関数を用いて，指定した範囲の整数を発生させる。この場合は，最小値を1，最大値を10とし，箱Ａは8以下が，箱Ｂは4以下が，箱Ｃは3以下が黒球とする。しかし,これでは題材(3)や題材(4)と同様に同じ乱数が発生される可能性がある。そこで，RAND（）関数とRANK（数値，範囲，順序）関数を用いて，同じ乱数が発生しないようにする（図9の上段の表)。

②　COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，各箱から同時に3個の球を取り出した場合の黒球と白玉の個数を数える。

COUNTIF（範囲，条件）関数を用いて，黒球の数は，箱Ａは8以下，箱Ｂは4以下，箱Ｃは3以下のセルの数を数える（図9の上段の表)。

③　試行を100回繰り返す。

試行回数が100回になるまでコピーする（図9の下段右側のグラフ)。

④　実験結果を表とグラフに整理する。

同時に3個取り出した場合の黒球の数は，0個から3個までであるので，各箱ごとにそれぞれの個数が100回の試行のうち何回起ったかを表に整理する〔COUNTIF（範囲，条件）関数〕。各箱の度数の合計が100になることを確認する〔SUM（範囲）関数〕。次に，各箱の相対度数を求める。各箱の相対度数の合計が1になることを確認する（図9の下段の左側の表)。また，相対度数のグラフを作成する（図9の下段の右側のグラフ)。

⑤　相対度数を起りえないことの尺度として判断する。

(1)では，箱Ａの場合に，誤ってしまう確率なので，黒球が0個か1個の場合である。それらの相対度数の和は，0.11である。(2)では，箱Ｂか箱Ｃの場合に，黒球の数が2個以上出るときである。それらの相対度数より，この場合は0.27である。

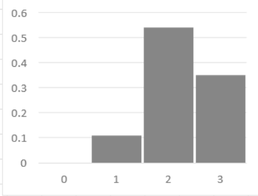
⑥　Excelを用いて確率分布を求める。

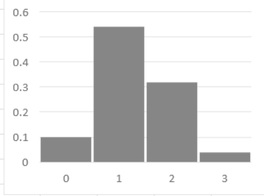
確率計算をすると，(1)の確率は0.067，(2)の確率は0.258である（図10)。

	Aの箱					Bの箱					Cの箱				
試行回数	1	2	3	黒	白	1	2	3	黒	白	1	2	3	黒	白
1	4	6	8	3	0	1	4	6	2	1	3	9	4	1	2
2	5	2	4	3	0	2	6	7	1	2	3	2	8	2	1
3	10	8	2	2	1	1	7	9	1	2	1	2	7	2	1
4	7	1	2	3	0	5	2	9	1	2	4	7	5	0	3
5	7	5	8	3	0	7	3	4	2	1	9	6	8	0	3
6	1	3	4	3	0	6	9	10	0	3	10	6	4	0	3
7	2	5	4	3	0	4	10	3	2	1	1	7	4	1	2
8	7	8	3	3	0	10	4	7	1	2	10	6	7	0	3
9	4	10	1	2	1	6	8	3	1	2	5	8	6	0	3
10	4	8	1	3	0	3	6	9	1	2	10	2	6	1	2

	乱数A										乱数B	
試行回数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2
1	0.749	0.439	0.339	0.96	0.189	0.914	0.43	0.643	0.009	0.855	0.983	0.7
2	0.869	0.973	0.882	0.485	0.767	0.982	0.551	0.365	0.171	0.909	0.805	0.4
3	0.171	0.381	0.878	0.408	1	0.597	0.529	0.653	0.253	0.527	0.961	0.
4	0.47	0.914	0.869	0.752	0.375	0.154	0.687	0.548	0.435	0.549	0.501	0.8
5	0.273	0.492	0.205	0.642	0.113	0.703	0.334	0.092	0.615	0.79	0.299	0.6
6	0.765	0.383	0.364	0.016	0.51	0.275	0.129	0.312	0.142	0.011	0.52	0.2
7	0.852	0.594	0.683	0.467	0.014	0.551	0.755	0.097	0.982	0.391	0.651	0.3
8	0.324	0.262	0.404	0.003	0.4	0.378	0.823	0.345	0.832	0.037	0.25	0.8
9	0.595	0.018	0.852	0.307	0.663	0.101	0.588	0.525	0.394	0.829	0.481	0.3
10	0.488	0.204	0.807	0.179	0.513	0.658	0.204	0.377	0.341	0.436	0.717	0.3

	度数			相対度数		
黒の数	A	B	C	A	B	C
0	0	10	22	0	0.1	0.22
1	11	54	60	0.11	0.54	0.6
2	54	32	17	0.54	0.32	0.17
3	35	4	1	0.35	0.04	0.01
合計	100	100	100	1	1	1





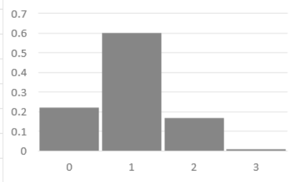


図９　題材(5)「箱の中の球（東北大)」の実験例

(1)　0.1

$$\frac{8C1\cdot 2C2}{10C3}=\frac{1}{15}=0.06666\cdots$$

(2)　0.3

$$\frac{4C3\cdot 6C0}{10C3}=\frac{4}{120}=0.03333\cdots \qquad \frac{3C3\cdot 7C0}{10C3}=\frac{1}{120}=0.00833\cdots$$

$$\frac{4C2\cdot 6C1}{10C3}=\frac{36}{120}=0.3 \qquad \frac{3C2\cdot 7C1}{10C3}=\frac{21}{120}=0.17$$

$$\frac{1}{2}\times\frac{40}{120}+\frac{1}{2}\times\frac{22}{120}=\frac{31}{120}=0.258333\cdots$$

図10　題材(5)「箱の中の球（東北大)」の確率計算

第４章　まとめと課題

本研究では，新しい学習指導要領において，高校の数学Ⅰのデータの分析に新設された「仮説検定の考え方」の指導について，Excelによる実験を通した直感的指導を視野に，5つの題材をもとにシミュレーションを活用した指導について考察した。その結果，シミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導は，基本的には，次の6つのステップで構成可能であることが分かった。①RANDBEWEEN関数を用いて事象を表す。②COUNTIF関数を用いて数える。③試行を必要な回数だけ繰り返す。③実験結果を表とグラフに整理する。④相対度数を起りえないことの尺度として判断する。⑥Excelを用いて確率分布を求める。題材(2)のように，同じ事象が2回繰り返す場合にはその分ステップが増えたり，題材(3)や題材(4)，題材(5)のように，重複していけない場合は，IF関数，RAND関数，RANK関数などを用いるなどの工夫が必要であることが分かった。また，中学校の数学の教科書（藤井ら2015, p.204）では，RAND関数とINT関数が，高校の数学Ⅰの教科書（大島ら2016，pp.179-183）では，SQRT関数，SUM関数，AVERAGE関数，VARP関数，STDEVP関数，CORREL関数が扱われており，計画的にExcel関数の指導を行うことで，シミュレーションに必要なExcel関数を生徒が使えるようになることが期待できる。

渡辺（2019）は「手作業とコンピュータを使ったシミュレーションの両方をベースに統計的推測を教える方法は，海外では初等教育から進められており，これは，限られた公式や計算方法を単に知っているよりは，はるかにAI型社会では応用の効く学習方法と言えます。シミュレーションを活用することで，早期から推測統計の考え方をインフォーマルに理解し，十分に考え方を理解したうえでフォーマルな理論を学ぶ方式です（p.22）」と述べている。今回検討したシミュレーションを活用した「仮説検定の考え方」の指導は，その具体化の1つである。

今後は，実際に高校で実践し効果と課題を検討することが課題である。

【付記】

１）本稿は, 令和元年6月21日（金）と9月17日（火）に岩手県立総合教育センターで行われた「思考力・判断力・表現力等を高める指導力向上研修講座Ⅰ・Ⅱ」での講演内容の一部に加筆・修正をしたものである。

２）本研究は科学研究費補助金「基盤研究（C)」課題番号JP18K02650の一部である。

【引用文献】

Doi,J.（ジミー・ドイ）『シミュレーションに基づく統計的推論とアクティブ・ラーニングの授業事例』日本数学教育学会誌，Vol.101，No.3，28-39，2019.

藤井斉亮，俣野博ほか38名『新編新しい数学3』東京書籍，2015.

橋本純次『新制チャート式数学Ⅲ』数研出版，1975.

黒田孝郎，森毅，小島順，野﨑昭弘ほか『高等学校の確率・統計』筑摩書房，2011.

松井真也『新数学Ⅰにおける仮説検定の考えの授業実践報告』日本数学育学会第101回大会発表要旨集（沖縄大会)，447，2019.

松本智恵子『「比較」を軸にした仮説検定の授業実践』日本数学教育学会秋期研究大会発表収録（51)，459-462，2018.

文部科学省『高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説数学編理数編（平成30年7月)』学校図書，2019.

中村好則『表計算ソフトを活用した「仮説検定の考え方」の指導の可能性』日本科学教育学会研究会研究報告（34)，No.1，1-6，2019.

村上哲哉『矢野健太郎監修　モノグラフ22　統計』科学新興社，1990.

及川久遠『新学習指導要領を見据えた「場合の数と確率」の教材開発』日本科学教育学会研究会研究報告（33)，No.5, 65-68，2019.

大島利雄ほか13名『数学Ⅰ』数研出版，2016.

塩澤友樹『高等学校数学科における仮説検定の学習指導の系統性に関する一考察―「棄却域の見方」と「仮説棄却の方法」に着目して―』日本科学教育学会年会論文集（43)，586-589，2019.

冨田真永『批判的思考に基づく数学Ⅰ「仮説検定の考え方」の指導に関する研究』日本科学教育学会年会論文集（43)，231-234，2019.

渡辺美智子『連載　統計の見方・読み方・使い方，第3回仮説検定の考え方～人類史の検証～』Rimse，No.26，20-22，2019.