

# 幼・小・中一貫した数学的活動を通したカリキュラム開発に関する研究（第3年次）

—より豊かな図形指導のあり方を目指して—

山崎 浩二\* 高橋 文子\*\* 伊東 晃\*\*\* 藤井 雅文\*\*\*\* ほか 22 名

\*岩手大学教育学部, \*\*岩手大学教員学部附属幼稚園,

\*\*\*岩手大学教員学部附属小学校, \*\*\*\*岩手大学教員学部附属中学校

(令和2年3月4日受理)

## 1. 研究の背景および目的

本研究の目的は、算数・数学科においてより一層の充実が強調された数学的活動について、幼・小・中一貫したカリキュラムの開発を、大学教員と附属学校が共同で、理論的かつ実践的に進めることである。

昨年度は、「図形」領域を中心とした数学的活動の幼・小・中一貫したカリキュラムの検討を試みている。主として、「数や図形」(幼稚園)、「図形」(小学校・中学校) についてのカリキュラム案について作成し、検討してきた。図形に対する感覚、図形の指導を通して育まれる資質・能力について、数学的活動の観点から整理した。特に、体験的な活動による図形の感覚の育成、図形に対して観点を基に分類・整理すること、帰納的、演繹的に図形の性質を捉えていくこと、図形の性質を統合的・発展的に考えより創造的な学習を促すことなど、系統的に数学的な見方や考え方をを用いて数学的に考える力をつけていくことが顕在化されてきている。

今年度は、作成したカリキュラム案に則り、段階的、系統的に授業実践を行い、より質の高いものにしていくことが求められる。したがって、以下の2つを目的とする。

- (1) 作成したカリキュラムに基づき授業を実践し、その検証と評価・改善を行うこと。
- (2) 図形領域の学習における様々な課題等をより明らかにし、カリキュラム開発の基礎的な研究を進めること。

## 2. 研究の方法

昨年度は、幼稚園3歳児(年少)から中学校3年

までの12年間の図形領域の学習内容または図形に関わる活動を整理し、「図形」領域における幼・小・中一貫した数学的活動を通したカリキュラム(案)」にまとめた。このカリキュラム(案)では、それぞれの学年における図形領域の指導を「活動の内容」「活動を通して高めたい、身に付けたい力」「数学的活動を通した授業例」の3つの観点から分類・整理している。特に、「活動を通して高めたい、身に付けたい力」では、図形に対する感覚、図形の指導を通して育まれる資質・能力について、数学的活動の観点から整理することを試みた。具体的には、以下の2つの方法で推進する。

- (1) 数学的活動を通して、算数・数学の学習内容の確かな理解、数学的に考える力の育成、算数・数学の学習に対する興味・関心が高まっているのかどうかを検証する。
  - (2) (1)に基づき、その指導の評価・改善を試みる。
- これらを、主として、授業研究、調査研究を中心に質的および量的に考察し知見を得る。

## 3. 研究組織と概要

今年度の研究組織は、県内幼稚園教員2名、小学校教員14名、中学校教員9名および研究代表者1名の計26名で構成している。

研究会合は4回(7月・8月・12月・1月)、外部講師を招いての授業研究会は1回(10月)、それぞれ実施した。

## 4. 研究の内容

- (1) 図形領域の指導のカリキュラムの構成の見直し  
昨年度作成した「数や図形」(幼稚園)、「図形」(小学校・中学校)の数学的活動を軸としたカリキ

キュラムの形式や内容等の見直しを行うとともに、幼稚園から中学校3年までを2学年ごとにグループに分け、それぞれの学年における図形指導の課題について検討した。

### ① 研究グループの構成

| 学年          | メンバー                      |
|-------------|---------------------------|
| 幼稚園-小学校1年   | 高橋 本宮 桐山 ○宮崎              |
| 小学校2年-3年    | 及川 佐藤 ○白石 外館              |
| 小学校4年-5年    | ○菊池 工藤(美)<br>佐々木(一) 辻 沼川  |
| 小学校6年-中学校1年 | 伊東 稲垣 ○工藤(真)<br>佐々木(愛) 檜木 |
| 中学校2年-3年    | 川邊 清水 藤井 ○藤原<br>渡辺        |

○はグループ代表者

### ② カリキュラムの見直しと図形指導の課題

#### 1) 図形領域の内容とその系統性

算数・数学の学習内容は、系統的に配列されている。図形領域の内容であれば、「形」の認識、図形の構成要素の理解とそれによる形の弁別、図形の計量、さらには図形相互の関係の理解や対称性などによる見方の広がり、図形の持つ様々な関係や性質などの理解とその証明の仕方の習得へと続く。平面図形、立体図形を、時に具体的に、時に抽象的に取り扱うことを通して、日常の様々な事象や事柄を平面と空間におけるモデルとして捉えられるようになる。さらには、直観的な見方から論理的な考えへと、数学的な見方や考え方の育成も次第に図られていく。このような指導を通して、児童生徒は、図形に対する見方・考え方に目覚め、やがてそれらが豊かに伸びやかに育つ。併せて、直観と論理、とりわけ帰納と演繹などの数学的な推論などの数学的に考える力も育まれていく。特に、「なぜ？」を問う演繹的な考えや論理的に考察する力などは、数や式の指導よりも図形の指導の方がやりやすい。

#### 2) 図形指導の課題とカリキュラムの見直し

このような図形的な見方や考え方、数学的に考える力の育成には課題も少なくない。例えば、空間図形を平面図形に捉え直して表現し考察すること、帰納的に捉えてきたものに対して演繹的な説明を施すことの必要性や意味を理解することなどには、長い間課題が見られる。幼稚園での学びに基づいた小学校での学習内容のあり方の研究などもまだ端に

ついたところであるし、事象を図形的に捉えて問題解決を図ることなどについても授業実践の数は少ない。

そこで、グループごとに昨年度に作成した「「図形」領域における幼・小・中一貫した数学的活動を通じたカリキュラム(案)」を見直し、研究会合等を通じて議論し、図形指導における課題となる事柄を以下の10点にまとめた。

#### ア 具体的な操作を言語化するとともに、操作の目的を明確にしていくこと

幼稚園では、体験に基づく様々な図形に関する活動を行っている。豊かな遊びによる経験を通して、形の認識、形の弁別、形の構成など、図形に対する見方・考え方が萌芽する。「さんかく」「しかく」を書いたり、それらを使って模様作りをしたり、形だけでなく辺や角に着目させたり、箱などの立体をきれいに積み上げたりするなど、その多くは、小学校低学年の学習内容に通ずるものである。小学校教員はこのことを認識するとともに、例えば、活動を文字を使って表現したり、「ずらす」「回す」「ひっくり返す」などの意味を理解するとともに、その用語を使えるようにしたりするなど、形を用いた操作や活動の様子を幼稚園での経験を想起させながら、言語を通して算数の学習が進められるようにしていくことが大切である。「方向目標」として行われる幼稚園での様々な活動を「到達目標」として定めることも大切である。

#### イ 「問い返し」や「問い直し」を通して、直観的に捉えたものを論理的に説明すること

小学校低学年での「形づくり」など、色板やパターンブロックなどを用いた図形の構成や分解による操作活動は、図形の概念形成のためにもより充実させる必要がある。しかし、ともすると形ができたかどうかだけに終始し、活動が感覚的なものに止まる傾向にある。そこで、「どのようにしたら上手く作れそうかな」「似たようなことをやったことがなかったかな」など見通しを持たせたり、見方・考え方を意識させたりする問いかけや、さらには「なぜこの作り方でのよいのか」「本当にこれで大丈夫かな」などの問い返し発問などを、意図的に投げかけるこ

| 学 年             | 図形指導のカリキュラムおよび学習内容の課題  | 改善のための授業実践例  |
|-----------------|--|--|
| 幼稚園—<br>小学校1年   | <ul style="list-style-type: none"> <li>・幼稚園での活動と小1の学習内容との連携</li> <li>・具体的な操作等の言語化</li> <li>・形の概念形成（形づくりなど）の充実 など</li> </ul>                              | <ul style="list-style-type: none"> <li>・形をつくる（色板やパターンブロックを使って）</li> <li>・形を移動する（色板やパターンブロックを使って）</li> <li>・形の持つ特徴などを言語化する</li> <li>・立体図形の特徴を考察する</li> </ul>                    |
| 小学校2年—<br>3年    | <ul style="list-style-type: none"> <li>・図形をつくり出す活動の充実</li> <li>・立体を捉えたり、表現したりする活動の充実 など</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>・図形を作図する（二等辺三角形の作図など）</li> <li>・立体の見取り図を書く</li> </ul>   |
| 小学校4年—<br>5年    | <ul style="list-style-type: none"> <li>・図形をつくり出す活動の充実</li> <li>・図形に対する見方・考え方の充実</li> <li>・図形の包摂関係の指導</li> <li>・式と図形を関連づけていく活動の充実 など</li> </ul>           | <ul style="list-style-type: none"> <li>・図形を作図する（平行四辺形、ひし形の作図など）</li> <li>・式の意味を読み取り、面積を求め方を考える</li> <li>・立体図形の特徴を考察する</li> <li>・図形どうしの関係を考察する</li> </ul>                       |
| 小学校6年—<br>中学校1年 | <ul style="list-style-type: none"> <li>・小学校での活動や内容と中1の学習内容との連携</li> <li>・直観から論理的な考察への指導</li> <li>・空間図形の指導の充実</li> <li>・日常事象を図形を用いて解決する活動の充実など</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>・条件から立体を考察する</li> <li>・拡大図・縮図の特徴を考察する（概念、作図など）</li> <li>・作図の根拠を考え、説明する（正方形の作図など）</li> <li>・対称な図形を考察する</li> <li>・図形の移動の仕方を考える</li> </ul> |
| 中学校2年—<br>3年    | <ul style="list-style-type: none"> <li>・論証指導の意味と必要性の指導</li> <li>・証明の仕方を見通す指導</li> <li>・中2と中3の学習内容の連携</li> <li>・日常事象を図形を用いて解決する活動の充実など</li> </ul>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>・証明の意味や必要性を理解する</li> <li>・図形の角の大きさを求める</li> <li>・証明どうしを関連付ける</li> <li>・相似を活用して金額を設定する</li> </ul>  |

表1 各グループごとの図形指導における課題とその改善のための授業実践例

とで、直観的な見方から論理的な考察へと低学年から意識させていくことが大切である。

### ウ 立体図形の学習を充実させること

立体図形に関する理解や空間概念の把握などに課題が見られる。立体図形の学習を充実させる必要がある。例えば、低学年から立体を取り扱う機会を増やしたり、空間図形を構成する学習や平面図形との関連を図る学習をより系統立てたりするなど、立体図形や空間図形の学習を充実させることが必要である。特に、小学校4年から中学校1年までのカリキュラムについては検討する必要がある。

### エ 式と図形を関連づけるなど図形の見方・考え方を豊かにしていくこと

式と図形を関連づけた指導もより充実させる必要がある。特に、小学校4年から中学校3年にかけて

て意図的に取り上げていくことが大切である。例えば、図形の面積や体積の求め方を式から読み取ったり、式から面積や体積を求める公式に統合したりするなど、多様かつ多面的に捉えたり、それらを関連付けたりするなど、数学的な見方・考え方を豊かにしていく指導がより必要である。

### オ 小・中の学習内容の系統を理解すること

三角形などの多角形の内角の和、図形の合同、拡大図と縮図と図形の相似など、小学校と中学校の双方で扱う学習の意味とその必要性について、生徒に伝えるための指導が必要である。教師が、カリキュラムの系統性も理解し、それを顕在化できる指導をすることが大切である。

### カ 図形の関係や性質を統一的・発展的に考察できること

図形の性質や関係などを、子どもが統合的・発展的に考察する機会が少ない。統合的・発展的な考えることで、思考や労力を節約しよりよく問題解決ができたり、より一般的な性質やきまりを見いだしたりすることができるようになっていくなど、深い学びにつながる。算数・数学の学習の楽しさに気づく機会にもなる。統合的・発展的に考えていくことは、少なからず高次な思考でもあるため、意識して育てることが大切である。

**キ 数学的な推論の違いを早期より自覚させること**

数学的な推論（帰納・類推・演繹）は、小学校からも素朴な形で用いられてきている。したがって、その意義と違いについては小学校から中学校にかけ、意図的に取り扱うことが必要である。例えば、作図や移動の方法の根拠や一般性を考察したり、あるいは文字式の学習などとも関連付けたりすることである。

**ク 過程としての算数・数学を重視すること**

数学的活動を通すことで、数学的に問題解決するプロセスも学ばせたい。見慣れない問題に出会った時や困った時にどうすればよいのかに寄り添い、その知恵や術（すべ）も一緒に学べるよう、過程としての算数・数学の学びも顕在化させたい。例えば、事柄が複雑であれば、とりあえず簡単な場合で考えたり、似たような場面に置き換えたり、時には条件や数値を易しいもので考えたり、既習を振り返ったりするといった、しなやかな思考や行動が取れるようにすることが大切である。そのために、発問や板書を工夫したり、結果だけでなく授業の所々でも方法を振り返らせたりするなど、教師の工夫も必要である。

**ケ 誤答例も積極的に生かすこと**

例えば、あえて証明の誤答を示し、不足している条件を問いかけてみる。あるいは、時には、条件が過剰な問題や、逆に不備な問題などを考えさせてもよい。間違った結果を見て、その誤りを指摘したり、さらによりよい方法を模索したりすることも、数学の学びの一つである。数学の苦手な生徒にとっては理解を助けにもなる。全国学力・学習状況調査結果もそのようにも活用したい。

**コ 問題解決としての図形の指導を充実すること**

事象を図形的に捉えて問題解決を図ること、オープンエンド・アプローチや問題づくりの指導などの多様性を生かした創造的・発見的な学習を促すことなど、図形の指導と評価を多面的に充実させることも今後一層必要となろう。

**(2) 図形領域の課題を改善するための授業実践**

これらの課題を受け、その改善のための授業実践を行った。以下、そのいくつかの事例である。

**① 事例1 (式と図形を関連づける指導・小学校2年)**

1) 課題：「 $\frac{1}{4}$ って何？」(授業者：宮崎大地)

折り紙を使って、 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ や $\frac{1}{4}$ などの簡単な分数を作り出すことを通して、体験的に分数（分割分数）の意味を理解することをねらった。もとの大きさの半分、半分の半分、などは、幼稚園や第1学年でも活動を通して感覚的に身につけてきているが、それを分数として言語化する。特に本時では、様々な $\frac{1}{4}$ を作った上で、「この3つの大きさは同じ形なの？」(図1)と問いかけた。子どもたちの意見は「同じ」と「違うと思う」とに分かれ、3つの図形を相互に変形することを通して、「形が違っても、もとの大きさが同じならばその $\frac{1}{4}$ も同じ大きさになる」ことを認識させている。分割分数の意味について、図形を通して理解を深めることができた例と言える。

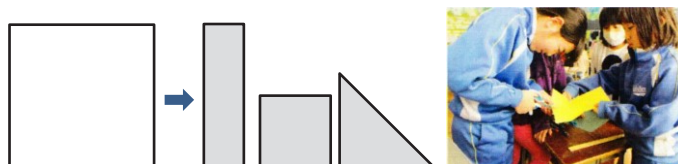
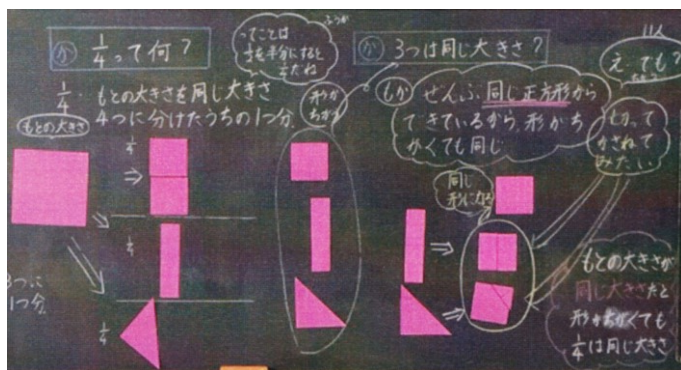
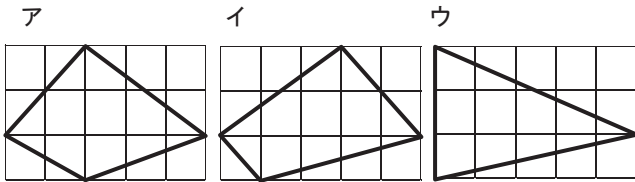


図1 正方形の1/4の大きさをつくる

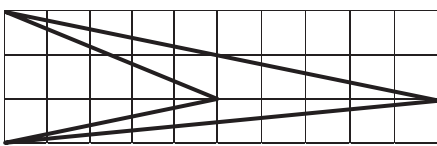


**② 事例2 (直観的に捉えたものを論理的に説明する指導・小学校5年)**

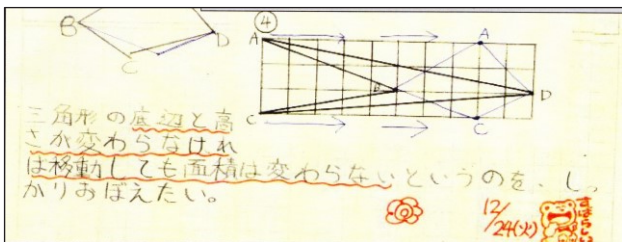
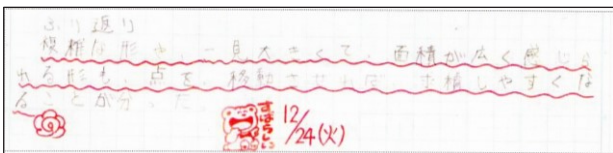
1) 課題：「下の3つの図形の中で、面積がいちばん大きいのはどれだろう」(授業者：佐々木一向)



本時では、結果を予想し、それを論理的に（筋道立てて）説明する活動を仕組んでいる。それぞれの面積を式を使って求めて結果を比較するだけでなく、「面積を求めなくても比べることができるか」と問いかけることで、より深い学びを追究した。本時の評価問題として、以下の形についても面積が同じかどうかを考察させた。



以下は、子どもたちの振り返りの一部である。



このように、直観的に捉えた事柄を論理的に確かめていくこと、数学的な見方・考え方を広げていくことなどは可能であり、高学年から積極的に取り入れていくことの大切さを示唆している。

③ 事例3 (立体図形の学習を充実させる指導・小学校6年)

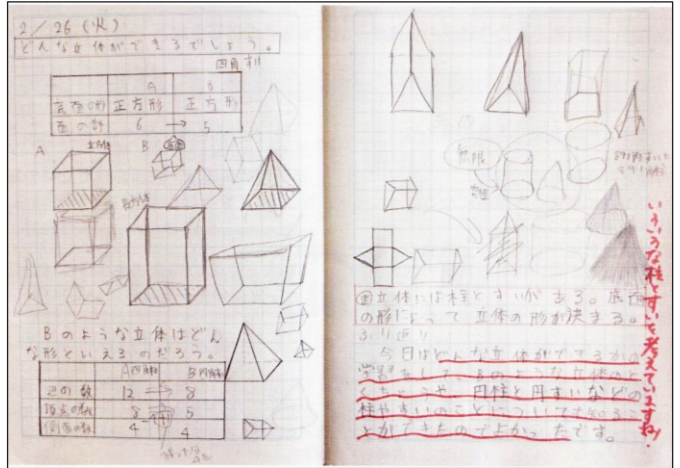
課題:「次の条件で、どんな立体ができるだろうか」

(授業者:伊東 晃)

|      |     |     |
|------|-----|-----|
| 立体   | A   | B   |
| 底面の形 | 正方形 | 正方形 |
| 面の数  | 6   | 5   |

本時では、条件から図形を予想し、その見取り図を書く活動を通して、柱体と錐体の学習を関連付けるとともに、錐体の理解をより深めることをねらっ

た。本時では、あえて模型を使わず、立体に対する感性を働かせることで、条件に合った図形を多様に考える機会となったり、面が1つ減ると頂点が1つ増えるという見方などに気づかせたりすることができている。

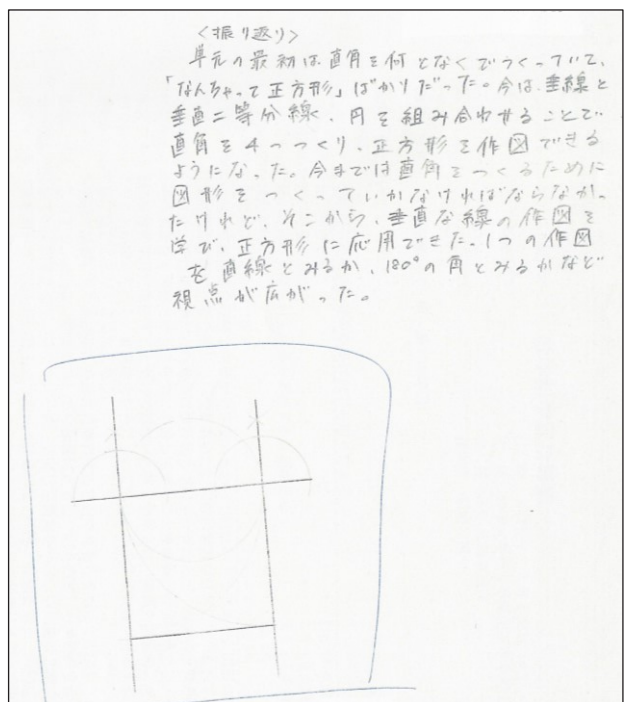


④ 事例4 (作図の仕方の意味を理解し、論理的に説明する指導・中学校1年)

課題:「正方形を作図しよう」(授業者:稲垣道子)

作図の学習を通して、直観的・形式的に捉えた事柄を論理的に説明する活動をねらった。

導入時ではできなかった作図が、単元の最後の生徒の姿を通して、学習の成果を顕在化するとともに、論理的に説明する機会を意図的に仕組み、中学校における推論の意味についても意識させていた。



(5) 授業研究会

① 日時：

令和元年10月5日(土) 10:00-17:00

② 場所

岩手大学教育学部附属小学校

③ 内容

1) 提案授業

ア 小学校3年「主体的・対話的で深い学びのある算数の授業① 二等辺三角形をつくる」

授業者 白石 円(岩手大学教育学部附属小学校)

イ 小学校3年「主体的・対話的で深い学びのある算数の授業② 二等辺三角形をつくる」

授業者:加固 希支男 (東京学芸大学附属小金井小学校)

2) 研究協議

加固希支男(東京学芸大学附属小金井小学校)・白石円(岩手大学教育学部附属小学校)・沼川卓也(盛岡市立緑が丘小学校)・菊池沙織(洋野町立種市小学校)・宮崎大地(宮古市立千徳小学校)・本宮和奈(岩手大学教育学部附属幼稚園)・伊東晃(岩手大学教育学部附属小学校)・工藤真以(岩手大学教育学部附属中学校)

3) 参会者の意見

ア 図形指導等に対する意識(抜粋)

| 項目内容   | 1  | 2  | 3  | 4 |
|--|----|----|----|---|
| (6) 図形の学習は、算数の学習の中でも子どもが楽しいと感じるものの一つだと思う。    | 17 | 13 | 1  | 0 |
| (7) 図形の指導は、算数の指導の中でもやりやすいものの一つだと思う。          | 2  | 16 | 10 | 2 |
| (8) 幼・小・中の学習の系統性を考えることは、算数・数学の指導において大切だと思う。  | 26 | 5  | 0  | 0 |
| (9) 算数・数学の指導においては、数学的活動(算数の学習のプロセス)を大切にしている。 | 22 | 8  | 0  | 0 |
| (10) 算数・数学の指導においては、「深い学び」を大切にしたい。            | 27 | 3  | 1  | 0 |

1 強くそう思う 2 まあそう思う 3 あまりそう思わない  
4 全くそう思わない

イ 図形の学習内容の中で指導が難しいと感じているもの(自由記述による)

・概念と操作・立体図形・板書・どこまでねらうべきか、どこまで子どもに任せるか、どこまで子どもに定着させるか・立体を平面に書き表すこと・操作の難しさ・論証指導・定義、定理の違い・図形の仲間分け指導における数学的活動(課題意識・なぜ分けるのか)・形式的な指導になりやすいこと・道具の使い方

5 主な知見と今後の課題

今年度は、作成したカリキュラム案に則り、段階的、系統的に授業実践を行い、より質の高いものにしていくことを試みた。その結果、図形指導の課題として以下8点をあげる。

- ア 具体的な操作を言語化するとともに、操作の目的を明確にしていくこと
  - イ 「問い返し」や「問い直し」を通して、直観的に捉えたものを論理的に説明すること
  - ウ 立体図形の学習を充実させること
  - エ 式と図形を関連づけるなど図形の見方・考え方を豊かにしていくこと
  - オ 小・中の学習内容の系統を理解すること
  - カ 図形の関係や性質を統一的・発展的に考察できること
  - キ 数学的な推論の違いを早期より自覚させること
  - ク 過程としての算数・数学を重視すること
  - ケ 誤答例も積極的に生かすこと
  - コ 問題解決としての図形の指導を充実すること
- 今年度は、この改善のための授業実践を試み、その検証を行った。今後は、さらに授業実践を充実させていくとともに、より豊かな図形指導のカリキュラムを考察していくことである。

本研究の推進にあたっては、今年度も県内の多くの先生がたにご協力をいただいている。今年度の本研究の推進にご協力いただいている方々は、表記の4名に加え、以下の22名(研究分担者)である。

本宮和奈(附属幼)、及川光代(米崎小)、菊池沙織(種市小)、桐山あかり(城北小)、工藤美波(大野小)、佐々木一向(沼宮内小)、佐藤杏奈(仙北小)、白石円(附属小)、辻裕美香(仙北小)、外館和雅(久慈小)、榎木航平(附属小)、沼川卓也(緑が丘小)、宮崎大地(千徳小)、稲垣道子(附属中)、川邊智津瑠(上野中)、工藤真以(附属中)、佐々木愛香(胆沢中)、清水貴之(見前中)、藤井雅文(附属中)、藤原英文(大槌学園)、渡辺葵(厨川中)、加固希支男(東京学芸大附属小金井小)