

偏心を伴う水平二重管環状部における  
自然対流熱伝達に関する研究

1999年3月

岩手大学大学院工学研究科

生産開発工学専攻

八戸俊貴

①

目 次

偏心を伴う水平二重管環状部における  
自然対流熱伝達に関する研究

1.1 研究の目的と意義 2

1.2 研究の範囲と内容 3

1.3 研究の進捗 4

1.4 参考文献 5

2章 偏心を伴う水平二重管環状部における自然対流熱伝達に関する研究 6

2.1 研究の目的と意義 6

2.2 研究の範囲と内容 7

2.2.1 実験装置の概要 7

2.2.2 実験条件 16

2.3 実験結果 19

2.4 結果の考察 22

2.4.1 偏心率と熱伝達係数の関係 22

2.4.2 偏心率と熱伝達係数の関係 26

2.4.3 偏心率と熱伝達係数の関係 28

2.4.4 偏心率による熱伝達係数の変化 34

2.5 結論 37

参考文献 38

1999年3月

岩手大学大学院工学研究科  
 博士後期課程 生産開発工学専攻  
 八戸 俊貴

## 目 次

## 記号表

## 第1章 序論

1.1 研究の背景	1
1.2 従来からの研究と本研究の位置づけ	2
1.2.1 管形状による分類	2
1.2.2 作動流体による分類	3
1.3 本研究の目的	4
1.4 本論文の構成	5
参考文献	6

## 第2章 管形状を円管とし、作動流体として空気を使用した場合の偏心に伴う二重円管内の自然対流熱伝達

2.1 緒言	7
2.2 数値解析	7
2.2.1 基礎方程式の導出	7
2.2.2 数値解析手法	16
2.3 実験方法	19
2.4 結果および考察	22
2.4.1 T.H.Kuehnら <sup>(4)</sup> の実験結果と数値解析結果との比較	22
2.4.2 実験結果と数値解析結果との比較	26
2.4.3 内管加熱・外管冷却の場合と外管加熱・内管冷却の場合における相違	29
2.4.4 数値解析による各種パラメータを変化させた場合の結果	30
2.5 結言	37
参考文献	38

## 第3章 管形状を楕円管とし、作動流体として空気を使用した場合の偏心に伴う二重管内の自然対流熱伝達

3.1 緒言	39
3.2 数値解析	40
3.2.1 基礎方程式の導出	40

3.2.2	数値解析手法	44
3.3	実験方法	44
3.4	結果および考察	48
3.4.1	実験結果と数値解析結果との比較	48
3.4.2	数値解析による各種パラメータを変化させた場合の結果	53
3.5	結言	62
	参考文献	62
<b>第4章 管形状を円管とし、作動流体として水を使用した場合の偏心に伴う二重円管内の自然対流熱伝達</b>		
4.1	緒言	64
4.2	数値解析	64
4.2.1	基礎方程式の導出	64
4.2.4	数値解析手法	75
4.3	実験	76
4.3.1	実験方法	76
4.3.2	流れの可視化	76
4.4	結果および考察	80
4.4.1	実験結果と数値解析結果との比較	80
4.4.2	流れの3次元性	85
4.4.3	数値解析による各種パラメータを変化させた場合の結果	93
4.5	結言	107
	参考文献	108
<b>第5章 結論</b>		
		110
<b>謝辞</b>		
		113

## Nomenclature

$a$	: thermal diffusivity	[m <sup>2</sup> /s]
$b$	: major axis of the elliptical tube	
$B(\phi)$	: shape function of outer tube	
$c$	: $\beta_2+3\beta_3T_i+6\beta_4T_i$	
$d$	: $\beta_3+4\beta_4T_i$	
$D_i$	: temperature graduation	
$e$	: $\beta_4$	
$f(T)$	: function that originates from the density of water	
$F(\phi)$	: shape function of inner tube	
$g$	: gravitational acceleration	[m/s <sup>2</sup> ]
$h$	: heat transfer coefficient	[W/(m <sup>2</sup> ·K)]
$j$	: $\beta_1+2\beta_2T_i+3\beta_3T_i^2+4\beta_4T_i^3$	
$Pr$	: Prandtl number, $Pr = \nu/a$	
$Q$	: heat transfer rate	[kJ/s]
$R$	: radius of tube	[m]
$Ra$	: Rayleigh number	
$\bar{R}_o$	: reference radius of outer tube	[m]
$r$	: radial direction	[m]
$T$	: temperature	[K]
$T_i$	: inner tube wall temperature	[K]
$T_i(\phi)$	: inner tube wall temperature(case of water)	[K]
$T_o$	: outer tube wall temperature	[K]
$T_o(\phi)$	: outer tube wall temperature (case of water)	[K]
$T_s$	: standard temperature(case of water)	[K]
$t$	: time	[s]
$u, v$	: velocity of $r, \phi$ direction	[m/s]
$\alpha$	: elliptical ratio	
$\beta$	: volume expansion coefficient	[1/K]
$\beta_1$	: $-0.678964520 \times 10^{-4}$	[1/°C]
$\beta_2$	: $0.907294338 \times 10^{-5}$	[1/°C <sup>2</sup> ]

## 記号表 2

$\beta_3$	: $-0.964568125 \times 10^{-7}$	[1/°C <sup>3</sup> ]
$\beta_4$	: $0.873702983 \times 10^{-9}$	[1/°C <sup>4</sup> ]
$\beta_s$	: standard volume expansion coefficient	[1/K]
$\gamma$	: revision angle of the outer tube	
$\varepsilon$	: eccentricity	[m]
$\eta$	: dependent variable by boundary fixing method	
$\lambda$	: thermal conductivity	[W/(m·K)]
$\nu$	: kinematic viscosity	[m <sup>2</sup> /s]
$\rho$	: density	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_s$	: standard density(case of water)	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\psi$	: stream function	
$\Omega$	: vorticity	
$\phi$	: angular direction	[deg]
$\phi_g$	: oriented angle of annuli	[deg]

## &lt;Superscript&gt;

+ : dimensionless quantity

## &lt;Subscripts&gt;

$i$  : inner tube

$o$  : outer tube

$w$  : tube wall

## 第1章 序論

### 1.1 研究の背景

二重管環状部における自然対流熱伝達問題は昔から取り組まれてきた古くて新しい問題である。ボイラなどの関連もあり、二重円管環状部において、内管側を加熱し、外管側を冷却するという加熱形態において、多くの研究がなされてきた。また近年は都市の温暖化による冷房需要の高まりとそれを満たすための電力需要形態のアンバランスなどが問題視され、電力需要の時間的整合性を調整するための各種蓄冷装置の開発などが行われつつある。こうした蓄冷装置の一つにカプセル内に相変化物質を封入したカプセル型蓄熱装置がある。最近ではダイナミック型としてリキッドアイスを用いた蓄冷装置の開発が盛んであるが、環境との調和が論じられる際、密封式のカプセル型蓄冷装置の意義があると思われる。こうしたカプセル型蓄冷装置の場合、冷房過程においては外管側からの加熱が行われ、カプセル内では固相と液相があり、環状液層内の自然対流熱伝達形態が現れることになる。さらに近年の各種エネルギーの有効利用や省エネルギー思考の高まりを考えると、太陽エネルギーの集熱システムやゴミ焼却における排熱を用いて蓄熱するシステムの際に現れる伝熱形態として考えることができる。また、自然対流を利用した熱伝達は駆動力という点で有利になる。自然対流熱伝達は、流れの駆動力として重力を利用したものであり、発生する流れによって熱を伝えるため、外部からの特別な動力を必要としない。そのため、それによって熱エネルギーを回収するような熱交換器や熱エネルギーを蓄える蓄熱システムなど長期に利用するような場合には、外部動力や熱損失の低減化などが可能になると考えられるため、比較的早くから様々な場合に関して研究が行われてきた。さらに近年では省エネルギーや自然エネルギーの積極的利用が望まれるに至り、自然対流熱伝達に関する研究は再注目されつつある。

こうしたことを踏まえ、本研究では二重管環状部における自然対流熱伝達に着目し、研究を行った。二重管環状部における自然対流熱伝達を扱う際には外管および内管のどちらか一方を加熱し、もう一方を冷却する事により温度差を確保し、その温度差により発生する自然対流を利用することになるが、外管および内管のどちら側を加熱しどちら側を冷却するかという問題がある。本研究においては、容器内の自然対流熱伝達の有効利用という観点に着目し、特に省エネルギーや自然エネルギーの有効利用の方向性として上記のような利用形態を想定しているため、その点に重点を置き、外管側を加熱し、内管側を冷却した場合を想定した。さらに、二重管環状部における自然対流熱伝達に関して、様々な条件による管内の対流形態の変化、および伝熱量の変化をまとめ、二重管環状部における自然対流熱伝達において動力を用いないパッシブな伝熱制御技術を確立させることは、今後のエネルギーの有効利用を考える上で重要な意味を持つと考えられる。

## 1. 2 従来からの研究と本研究の位置づけ

二重管環状部における自然対流熱伝達に関する研究は従来から実験及び数値解析により数多く行われてきたが、それらの研究を大別すると、

- (1) 管形状による分類
- (2) 作動流体による分類

に分類される。

本節では、それらの分類に基づき、従来から行われてきた代表的な研究をいくつか選択して紹介し、それらの研究の特色などに関して述べていく。

### 1. 2. 1 管形状による分類

二重管における管形状に関しては、従来の研究はほとんどが円管の場合である。しかし、近年の管の加工技術の進歩に伴い、円管以外の様々な形状の管が制作されるに至っている。

まず、管形状として円管の場合における従来の研究に関して紹介する。二重円管内の自然対流熱伝達に関する初期の研究においては、Grigull and Hauf<sup>(1)</sup>の研究がある。彼らは内管側を加熱し、外管側を冷却した場合における同心二重円管内の自然対流に関して実験的研究を行い、流れの可視化および熱伝達特性を調べた。また同様な条件下で実験を行い、後に多数の研究者らに引用されている代表的な研究として、Poweら<sup>(2)</sup>の研究がある。彼らは内管側を加熱し、外管側を冷却した場合の同心二重円管内の自然対流に関して作動流体として空気を用い、実験的研究を行った。そして実験における流れの可視化を通して内外径比、 $Gr$ 数の変化に伴う対流形態の変化に着目し、自身の研究結果（煙による流れの可視化）と他の研究者らの研究結果を併用して、それらと対流形態との間の相関関係を示すFlow pattern chartを提唱した。彼らはその図の中で流れの形態を主に4つに分類したが、それらはTwo-Dimensional Oscillatory Flow, Three-Dimensional spiral flow, Two-Dimensional Multicellular flow, Stable flowである。Two-Dimensional Oscillatory Flowは2次元的な変化ではあるが、いわゆる一定の周期を持って左右の対流領域が相互に拡大、縮小するような流れとなる非定常流であり、Three-Dimensional spiral flowは管の軸方向に対して螺旋を描くような3次元的な流れであり、Two-Dimensional Multicellular flowは2次元的ではあるがいわゆる2次流れが発生する流れであり、Stable flowは通常の管内の代表的な流れである三日月型の単一流れである。

Kuehnら<sup>(3)</sup>は偏心させた二重円管内の自然対流に関して実験的研究を行った。彼らもPoweらと同様、内管側を加熱し、外管側を冷却し、作動流体として空気を使用した場合を想定した。偏心方向は垂直上方、水平、垂直下方に関して行った。実験は内部温度場の測定およびマッハツェンダー干渉計による流れの可視化を行った。その中で偏心方向の違いだけではなく、 $Ra$ 数の変化による対流挙動の変化にも着目し、流れが層流から乱流に変



化するまでの幅広い $Ra$ 数に関して研究を行い、その層流から乱流へと流れが遷移する $Ra$ 数がある程度示唆した。そして同心および偏心させた場合に関して、対流形態の違いによる内部温度場の違いを明らかにした。

一方、例えば日射による蓄熱を考える場合、日射の有効面積の観点から集熱管形状を従来の円管から楕円管等にすることが考えられている。そのような中、数値解析のみではあるが、管形状を楕円管にした場合の研究を行ったのが、Cheng<sup>(4)</sup>らおよび廣瀬ら<sup>(5)</sup>である。

まず、Chengら<sup>(4)</sup>は内外管の管形状を楕円管とし、内管側を加熱し、外管側を冷却した場合に関して、作動流体として空気を使用した場合の数値解析を行った。その際、偏心方向は垂直方向のみとし、内外管の楕円率（楕円の長径/短径の比）、偏心量、 $Ra$ 数、楕円の配置（縦形楕円、横形楕円）を変化させた場合に関して熱伝導のみによる熱移動と対流のみによる熱移動の比で表される等価熱伝導率の変化を検討し、楕円管内の自然対流における各種条件の違いによる伝熱特性を示した。

一方、廣瀬ら<sup>(5)</sup>は外管側を加熱し、内管側を冷却した場合に関して、作動流体を空気として数値解析を行った。その際、外管の楕円率、 $Ra$ 数、楕円管の配置を変化させた場合の対流形態の変化及び伝熱量変化に関して検討し、楕円管内の自然対流において各種条件の違いによる伝熱特性の変化を示した。

しかし、それらの研究の中では内管側を加熱し、外管側を冷却した場合がほとんどである。また、それらの研究の大半は対流形態の変化および局所、平均 $Nu$ 数に着目したものが多く、熱伝達に影響を及ぼすパラメータとしては管形状、偏心率、偏心方向、 $Ra$ 数、内管と外管との相対的な大きさなど非常に多くのパラメータが考えられるが、これらのパラメータの変化による伝熱特性への影響を詳細に調べた研究はいまだ行われていない。

## 1. 2. 2 作動流体による分類

二重円管内の自然対流熱伝達を扱う際に、実用上は汎用性、入手性の点および全体的な伝熱量の点で、より熱容量の大きい水を使用することが、より实际的であると考えられる。しかし、作動流体を水にした場合には水特有の問題を含むことになる。一般的な流体は温度の上昇に伴い、密度はほぼ単調に減少していくのに対し、周知の通り、水は4[°C]付近で最大密度を持ち、それ以下およびそれ以上の温度では密度が小さいといった特性を有している。そのため、設定温度範囲によっては他の流体の場合には見られない密度反転現象が生じるため、流れはより複雑な様相を呈する。ここでは作動流体を水にした場合における他の研究者らの研究を紹介する。

まず作動流体として水を使用した場合の同心二重円管内の代表的な研究の一つとしてはSekiら<sup>(6)</sup>の研究がある。彼らは外管側を加熱し、内管側を冷却した場合を想定し、実験的研究を行った。その際、異なる直径の内外管を2組用意し、それらに関して内管側の設定温

度を $0[^\circ\text{C}]$ と固定し、外管側の設定温度を変化させて実験を行い、水の密度反転領域における流れの様相の変化を流れの可視化および内部温度場の測定により明らかにし、それらの結果を平均 $Nu$ 数および平均等価熱伝導率で評価した。

同様に作動流体として水を使用し、偏心させた場合の二重円管に関する代表的な研究の一つとしてはC.J.Hoら<sup>(7)</sup>の研究がある。彼らは内管側を加熱し、外管側を冷却した場合において、作動流体として水を使用し、内管を垂直方向、水平、斜め上方 $45^\circ$ 、斜め下方 $45^\circ$ に偏心させた場合に関して数値解析的に研究した。さらに水の密度反転領域に主に注目し、密度反転パラメータと呼ばれるパラメータを導入して、内外管の設定温度として様々な温度を採用し、それらに関して平均 $Nu$ 数を用いて結果を整理したが、対流形態の変化に着目するあまり、伝達特性の変化に関する観点が乏しいように思われた。

このように、作動流体として水を用いることはより実際的であるにも関わらず、困難な点が伴うため、作動流体として水を使用した場合について、二重管の内外管の設定温度、偏心量、偏心方向の違いによる対流形態の変化および伝熱特性の変化という点からの詳細な研究がいまだなされていないのが現状である。

### 1. 3 本研究の目的

本研究では二重管環状部における自然対流熱伝達において、その対流形態および伝熱特性を左右するパラメータを変化させた場合に関して、実験的および数値解析的に研究を行い、二重管環状部における自然対流熱伝達現象についての解明を行う。

まず、基礎的な研究という点および温度変化に対する密度変化が単調な代表的な流体という点で作動流体を空気として考える。

二重管環状部における自然対流熱伝達において、その伝熱形態を支配する具体的なパラメータとして、管形状を変更することが考えられる。その場合、利用の容易さといった点から円管が考えられ、さらに太陽熱集熱における有効伝熱面の点から楕円管の有利性が考えられる。次に、二重管を相対的に偏心させることが考えられる。内外管を相対的に偏心させる場合には、その偏心量および偏心方向を変化させることが考えられるが、それらの変化に伴い円管内部の対流形態は変化し、その結果伝熱特性が変化することになるため、偏心させた場合における自然対流熱伝達特性を詳細に調べ、様々なパラメータの影響を明らかにする事を目的として研究を行った。

次に、実際的な利用という点から熱容量の大きな水の場合を考える。作動流体として水を使用した場合、例えば管内に氷などの相変化物質を封入し、その融解によって管内部に自然対流が発生するような場合には、水特有の密度反転効果の問題が生ずる。水は $4[^\circ\text{C}]$ 近辺で最大密度を持ち、それ以上あるいはそれ以下の温度では密度が小さくなる。さらに、この密度反転効果に付加して二重管の場合には内外管の温度設定および偏心量、偏

心方向などにより、流れは複雑な様相を呈する。そのため、それぞれのパラメータの違いによる対流形態および伝熱量の変化に関して詳細に検討することにより、作動流体として水を使用した場合における二重管環状部における自然対流熱伝達を利用する際の方向性を示すことができると考えられる。

上記のような観点に基づき研究を行い、二重管環状部における自然対流熱伝達に関して、その対流形態の違いや伝熱量の違いを詳細に検討することにより作動流体による違い、および様々なパラメータによる伝熱特性への影響を明らかにすることによって、特別な動力を用いない、パッシブな伝熱制御技術の確立を目指した基礎的な研究として本研究を行った。

#### 1. 4 本論文の構成

本研究の目的で述べた研究の目的に沿って、本論文は以下のように構成される。

第1章では本研究における研究背景を述べた後、他の研究者らの研究を調べ、本研究の位置づけを行うとともに、本研究における目的を述べた。

第2章では基礎的な研究という意味で作動流体として空気を使用し、外管側を加熱し、内管側を冷却した場合の二重管環状部における自然対流熱伝達に関して、管形状を円管とした場合について実験結果と数値解析結果との比較を管内部の温度分布などを用いて行った。実験に関しては偏心させた場合について行った。偏心量は固定し、偏心方向を変化させて行い、偏心方向の違いによる内部温度場および対流形態の違いを明らかにした。その後、数値解析において $Ra$ 数、内外径比、偏心量、偏心方向などを変化させて計算を行い、それらの違いによる対流形態の変化、無次元温度勾配の分布、伝熱量の変化を検討した。

第3章では作動流体として空気を使用し、外管側を加熱し、内管側を冷却した場合の二重管環状部における自然対流熱伝達に関して、管形状を楕円管とした場合について実験結果と数値解析結果との比較を管内部の温度分布などを用いて行った。実験に際しては、同心の場合及び偏心させた場合の両者を行った。偏心させた場合に関しては、偏心量は固定し、同心及び偏心させた場合の両者において、管の配置を変化させ、それらの違いによる内部温度場および対流形態の違いを明らかにした。その後、数値解析により $Ra$ 数、内外径比、偏心量、偏心方向などを変化させて計算を行い、それらの違いによる対流形態の変化、無次元温度勾配の分布、伝熱量の変化を検討した。

第4章では作動流体として水を使用し、外管側を加熱し、内管側を冷却した場合の二重管環状部における自然対流熱伝達に関して、管形状を円管とした場合について実験結果と数値解析結果との比較を管内部の温度分布および対流形態などを用いて行った。実験に関しては偏心させた場合について行い、流れの可視化も行った。偏心量は固定し、偏心方向を変化させて行った。また、内管側の設定温度は $0[^\circ\text{C}]$ と固定し、外管の設定温度を変化さ

せ、水の密度反転による影響および偏心方向の違いによる管内部の温度分布および対流形態の違いを明らかにした。その後、数値解析により偏心量を変化させて計算を行い、それらの違いによる対流形態の変化、伝熱量の変化を検討した。

第5章では結論として、各章で得られた結果に関してまとめ、二重管環状部における自然対流熱伝達に関する研究において得られた結果全体を述べる。

## 参考文献

- (1)U. Grigull and W. Hauf, "Natural convection in horizontal cylindrical annuli", Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conf. (1966) 182-195.
- (2)R. E. Powe, C.T.Carley and E.H.Bishop, "Free convection flow pattern in cylindrical annuli", Journal of Heat Transfer, **91** (1969) 310-314.
- (3)T.H.Kuehn and R. J. Goldstein, "An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli", Journal of Heat transfer, **100** (1978) 635-640.
- (4)Chin-Hsiang Cheng and Chih-Chung Chao, "Numerical prediction of the buoyancy-driven flow in the annulus elliptical cylinders", Numer. Heat Transfer (Part A), **30** (1996) 283-303.
- (5)廣瀬 宏一, 齊藤 二三, 大内 雅樹, "二重円管内の自然対流熱伝達の研究(対称軸上での偏心による伝熱促進効果)", 日本機械学会論文集(B編), **60-575** (1994) 2511-2117.
- (6)N.Seki, S.Fukusako and M.Nakaoka, "Experimental study on natural convection heat transfer with density inversion of water between two horizontal concentric cylinders", Journal of Heat Transfer, **97** (1975) 556-561.
- (7)C.J.Ho and Y.H.Lin, "Natural convection heat transfer of cold water within an eccentric horizontal cylindrical annulus", Journal of Heat Transfer, **110** (1988) 894-900.
- (8)関 信弘, "蓄熱工学 1基礎編", 森北出版 (1995) 215-217.
- (9)関 信弘, "蓄熱工学 2応用編", 森北出版 (1995) 13-41.

## 第2章 管形状を円管とし、作動流体として空気を使用した場合の偏心に伴う二重円管内の自然対流熱伝達

### 2. 1 緒言

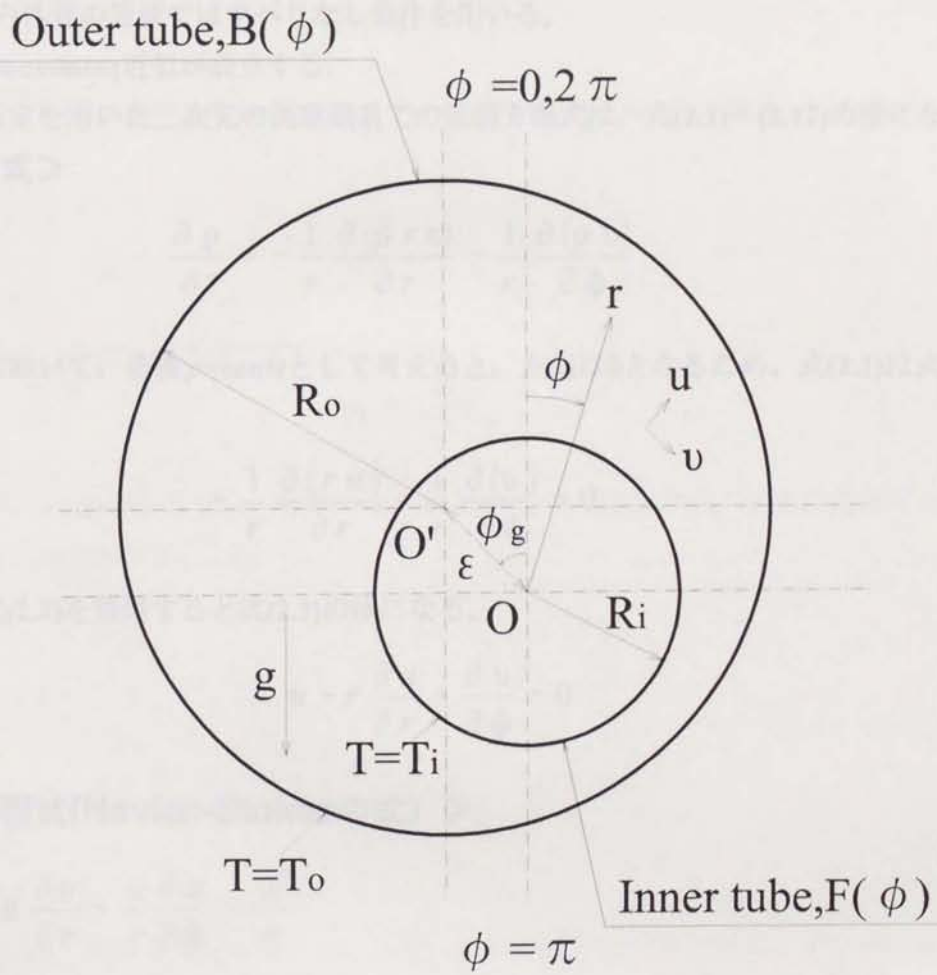
内管と外管を有する二重円管内の自然対流熱伝達は、熱交換器や様々な蓄熱システムにおいて現れてくる伝熱形態であり、容器内の自然対流熱伝達の基本となるものの一つである。二重円管内の自然対流熱伝達に関する研究は、実験及び数値解析により従来から数多く行われているが、従来の研究の大半は同心二重円管内の自然対流熱伝達を対象としており、偏心を考慮したものは少なく、熱的には内管側を加熱し、外管側を冷却する場合を主としている。しかし、近年の冷房需要に対して、適当な融点を持つ相変化物質をパイプ内に封入しブラインドのように利用して熱負荷の平準化をはかるものや各種の水蓄熱装置の冷房運転モード時において外管側を加熱し、内管側を冷却する状況も多く出現しているものと考えられるが、こうした加熱条件における伝熱特性の研究はほとんど見あたらないのが現状である。また、前述した様な従来の研究は対流形態の変化に伴う局所、平均 $Nu$ 数の変化に着目している研究が多数であり、各種のパラメータの変化が伝熱量特性に及ぼす影響を詳細に調べたものはない。二重円管相互の偏心に伴う伝熱特性の変化を明らかにする事は動力を用いない伝熱制御技術という観点においても基礎的な意義を有するものと考えられる。

こうした観点に立ち、本章においては基礎的な研究という意味と、温度変化に対する密度変化が単量な流体の代表的なものという意味から作動流体を空気として、外管を加熱し、内管を冷却した場合の二重円管内の自然対流熱伝達について、内管を外管に対し相対的に垂直上方、斜め上方、水平、斜め下方、および垂直下方に偏心させ、実験ならびに数値解析を行い、偏心に伴う伝熱特性の変化を明らかにした。

### 2. 2 数値解析

#### 2. 2. 1 基礎方程式の導出

本研究で用いた物理モデル及び座標系をFig.2.1に示した。本研究では内管の中心を原点とする極座標系を用い、角度 $\phi$ は内管の垂直上方から時計回りにとり、内管の偏心方向を表す角度 $\phi_0$ は内管の垂直上方から反時計回りにとった。さらに内管の中心と外管の中心との距離を偏心量 $e$ とし、内管の半径を $R_i$ 、外管の半径を $R_o$ とした。さらに、境界固定法を用いるため、内管側の形状関数を $F(\phi)$ 、外管側の形状関数を $B(\phi)$ とした。また、内管の温度を $T_i$ 、外管の温度を $T_o(T_o > T_i)$ とし、外管側を加熱、内管側を冷却した場合を想定した。



**Fig.2.1 Physical model and coordinate system**

解析を進めるにあたり次の仮定を用いた。

- (i)流れは二次元で層流である。
- (ii) $a$ ,  $\nu$ および $\lambda$ などの物性値は一定である。
- (iii)流体はニュートン流体とし、さらに非圧縮性流体とする。
- (iv)内外管の管壁ではすべりなし条件を用いる。
- (v)Boussinesq近似が成立する。

上記の仮定を用いた二次元の極座標系での基礎方程式は、式(2.1)~(2.12)の様になる。

### <連続の式>

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial(\rho r u)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial(\rho v)}{\partial \phi} \quad (2.1)$$

式(2.1)において、密度 $\rho = \text{const}$ として考えると、左辺は0となるため、式(2.1)は式(2.2)の様になる。

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial(r u)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} = 0 \quad (2.2)$$

さらに、式(2.2)を整理すると式(2.3)の様になる。

$$u + r \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \phi} = 0 \quad (2.3)$$

### <運動方程式(Navier-Stokesの式)>

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{v^2}{r} \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right] + b_r \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{u v}{r} \\ & = -\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right] + b_\phi \end{aligned} \quad (2.5)$$

式(2.4),(2.5)中の $b_r, b_\phi$ は体積力を表し、それぞれの添え字はその方向を表す。物理モデルから、 $b_r, b_\phi$ は式(2.6),(2.7)の様に表される。

$$b_r = -g \cos \phi \quad (2.6)$$

$$b_\phi = g \sin \phi \quad (2.7)$$

ここで、流線関数 $\psi$ を導入することにより、 $r$ 方向の速度 $u, \phi$ 方向の速度 $v$ を以下のように表現した。

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \phi}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (2.8)$$

さらに、渦度 $\Omega$ を式(2.9)の様に定義する。

$$\Omega = -\nabla^2 \psi \quad (2.9)$$

次に、式(2.4),(2.5)の圧力項を交差微分を用いて消去し、連続の式、渦度の定義式を用いてまとめると式(2.10)のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial r} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial r} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \phi} \right) \right\} \\ & = v \nabla^2 \Omega - g \beta \left( \frac{\cos \phi}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} + \sin \phi \frac{\partial T}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

### <エネルギー式>

密度 $\rho = \text{const}$ , 熱伝導率 $\lambda = \text{const}$ , かつ散逸エネルギーを無視した場合、エネルギー式は、二次元の極座標系において式(2.11)の様に表現される。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial T}{\partial \phi} = a \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} \right\} + \frac{q_v}{\rho C_p} \quad (2.11)$$

また、式(2.11)において内部発熱がないとして $q_v = 0$ とすると、上式は式(2.12)のようになる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\partial \psi}{\partial r} \left( \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) \right\} = a (\nabla^2 T) \quad (2.12)$$

なお、式(2.9),(2.10),(2.12)において $\nabla^2$ は式(2.13)の様に表される。



$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \quad (2.13)$$

上記の各式は $r$ - $\phi$ 座標系における有次元の基礎方程式に相当する。初期条件および境界条件は式(2.14),(2.15)のようになる。

<初期条件>

$$t = 0 \quad ; \quad T = \psi = \Omega = 0 \quad (2.14)$$

<境界条件>

$$\begin{aligned} \phi = 0, 2\pi \quad ; \quad T|_{\phi=0} &= T|_{\phi=2\pi} \\ \psi|_{\phi=0} &= \psi|_{\phi=2\pi} \\ \Omega|_{\phi=0} &= \Omega|_{\phi=2\pi} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$r = R_i \quad ; \quad T = T_i, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \Omega = \Omega_{w,i}$$

$$r = R_o \quad ; \quad T = T_o, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0, \quad \Omega = \Omega_{w,o}$$

なお、式(2.15)中の $\Omega_{w,i}, \Omega_{w,o}$ は以下のように表現される。

$$\Omega_{w,i} = - \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right|_{r=F(\phi)} \quad (2.16)$$

$$\Omega_{w,o} = - \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} \right|_{r=B(\phi)} \quad (2.17)$$

内外管を相対的に偏心させる場合、内外管の境界面形状を固定するために境界固定法を用いた。この境界固定法を用いるために式(2.18)に示すような新しい独立変数を用いた。

$$\eta = \frac{r - F(\phi)}{B(\phi) - F(\phi)} \quad (2.18)$$

この独立変数を用いることにより、 $r=F(\phi)$ すなわち内管側で $\eta=0, r=B(\phi)$ つまり外管側で $\eta=1$ となり、両境界面は0と1とで固定されることになる。上記の独立変数により、有次元

の基礎方程式はそれぞれ式(2.19)~(2.21)のようになる.

$$\Omega = -\nabla^2 \psi \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Omega}{\partial \phi} \right) \\ &= v \nabla^2 \Omega - g \beta \left\{ \frac{\cos \phi}{r} \left( \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \phi} + \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \sin \phi \left( \frac{\partial T}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \frac{\partial T}{\partial \eta} - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) = a (\nabla^2 T) \quad (2.21)$$

ただし, 式(2.19)~(2.21)において $\nabla^2$ は式(2.22)のようになる.

$$\begin{aligned} \nabla^2 = & \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial \phi} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \eta}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \phi^2} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} \\ & + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial \phi} \frac{\partial^2}{\partial \eta \partial \phi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \end{aligned} \quad (2.22)$$

式(2.18)の独立変数を用いる事により, 式(2.14),(2.15)で示した初期条件および境界条件は以下のようになる.

<初期条件>

$$t = 0 \quad ; \quad T = \psi = \Omega = 0 \quad (2.23)$$

<境界条件>

$$\begin{aligned} \phi = 0, 2\pi \quad ; \quad T|_{\phi=0} = T|_{\phi=2\pi} \\ \psi|_{\phi=0} = \psi|_{\phi=2\pi} \\ \Omega|_{\phi=0} = \Omega|_{\phi=2\pi} \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\eta = 0 \quad ; \quad T = T_i, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0, \quad \Omega = \Omega_{w,i}$$

$$\eta = 1 \quad ; \quad T = T_o, \quad \psi = \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0, \quad \Omega = \Omega_{w,o}$$

なお、式(2.24)中の $\Omega_{w,i}$ ,  $\Omega_{w,o}$ は以下のように表現される。

$$\Omega_{w,i} = - \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial \phi} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta=0} \quad (2.25)$$

$$\Omega_{w,o} = - \left\{ \left( \frac{\partial \eta}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial \phi} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \Big|_{\eta=1} \quad (2.26)$$

式(2.8)における速度 $u, v$ はそれぞれ以下のように表現される。

$$u = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial \phi} + \frac{\partial \psi}{\partial \phi} \right) \quad (2.27)$$

$$v = - \frac{\partial \psi}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial r} \quad (2.28)$$

また、境界固定法を用いる際の内管側の形状関数 $F(\phi)$ 、外管側の形状関数 $B(\phi)$ はそれぞれ以下のように定義した。

$$F(\phi) = R_i \quad (2.29)$$

$$B(\phi) = -\varepsilon \left( \sin\phi \sin\phi_g - \cos\phi \cos\phi_g \right) + \sqrt{\varepsilon^2 \left\{ \left( \sin\phi \sin\phi_g - \cos\phi \cos\phi_g \right)^2 - 1 \right\} + (R_o)^2} \quad (2.30)$$

次に、式(2.19)~(2.30)を無次元化することを考える。無次元化を行う際の無次元変数および無次元化した基礎方程式はそれぞれ以下ようになる。

<無次元変数>

$$t^+ = \frac{at}{(R_o)^2} \quad r^+ = \frac{r}{R_o} \quad u^+ = \frac{uR_o}{a} \quad v^+ = \frac{vR_o}{a}$$

$$\phi^+ = \frac{\phi}{2\pi} \quad T^+ = \frac{T - T_i}{T_o - T_i} \quad \Omega^+ = \frac{\Omega(R_o)^2}{a} \quad \psi^+ = \frac{\psi}{a} \quad (2.31)$$

$$B^+(\phi) = \frac{B(\phi)}{R_o} \quad F^+(\phi) = \frac{F(\phi)}{R_o} \quad \phi_g^+ = \frac{\phi_g}{2\pi}$$

<無次元化した基礎方程式>

$$\Omega^+ = -\nabla^2 \psi^+ \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega^+}{\partial t^+} + \frac{1}{2\pi r^+} \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} \left( \frac{\partial \psi^+}{\partial \phi^+} \frac{\partial \Omega^+}{\partial \eta^+} - \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta^+} \frac{\partial \Omega^+}{\partial \phi^+} \right) \\ = Pr \nabla^2 \Omega^+ - Pr Ra \left\{ \frac{\cos(2\pi \phi^+)}{2\pi r^+} \left( \frac{\partial T^+}{\partial \eta^+} \frac{\partial \eta^+}{\partial \phi^+} + \frac{\partial T^+}{\partial \phi^+} \right) \right. \\ \left. + \sin(2\pi \phi^+) \left( \frac{\partial T^+}{\partial \eta^+} \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} \right) \right\} \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial T^+}{\partial t^+} + \frac{1}{2\pi r^+} \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} \left( \frac{\partial \psi^+}{\partial \phi^+} \frac{\partial T^+}{\partial \eta^+} - \frac{\partial \psi^+}{\partial \eta^+} \frac{\partial T^+}{\partial \phi^+} \right) = \nabla^2 T^+ \quad (2.34)$$

ただし、式(2.32)~(2.34)において $\nabla^2$ は式(2.35)のようになる。

$$\begin{aligned} \nabla^2 = & \left\{ \left( \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} \right)^2 + \frac{1}{(2\pi)^2 (r^+)^2} \left( \frac{\partial \eta^+}{\partial \phi^+} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2}{\partial (\eta^+)^2} + \left\{ \frac{1}{r^+} \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} + \frac{1}{(2\pi)^2 (r^+)^2} \frac{\partial^2 \eta^+}{\partial (\phi^+)^2} \right\} \frac{\partial}{\partial \eta^+} \\ & + \frac{2}{(2\pi)^2 (r^+)^2} \frac{\partial \eta^+}{\partial \phi^+} \frac{\partial^2}{\partial \eta^+ \partial \phi^+} + \frac{1}{(2\pi)^2 (r^+)^2} \frac{\partial^2}{\partial (\phi^+)^2} \end{aligned} \quad (2.35)$$

また、無次元化した初期条件および境界条件は式(2.36),(2.37)のようになる。

<初期条件>

$$t^+ = 0 \quad ; \quad T^+ = \psi^+ = \Omega^+ = 0 \quad (2.36)$$

<境界条件>

$$\begin{aligned} \phi^+ = 0, 1 \quad ; \quad T^+|_{\phi^+=0} = T^+|_{\phi^+=1} \\ \psi^+|_{\phi^+=0} = \psi^+|_{\phi^+=1} \\ \Omega^+|_{\phi^+=0} = \Omega^+|_{\phi^+=1} \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\eta^+ = 0 \quad ; \quad T^+ = 0, \quad \psi^+ = \frac{\partial \Psi^+}{\partial \eta^+} = 0, \quad \Omega^+ = \Omega_{w,i}^+$$

$$\eta^+ = 1 \quad ; \quad T^+ = 1, \quad \psi^+ = \frac{\partial \Psi^+}{\partial \eta^+} = 0, \quad \Omega^+ = \Omega_{w,o}^+$$

さらに、式(2.18),(2.25)~(2.30)は以下のように表現される。

$$\eta^+ = \frac{r^+ - F^+(\phi)}{B^+(\phi) - F^+(\phi)} \quad (2.38)$$

$$\Omega_{w,i}^+ = - \left\{ \left( \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} \right)^2 + \frac{1}{(2\pi)^2 (r^+)^2} \left( \frac{\partial \eta^+}{\partial \phi^+} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial (\eta^+)^2} \Bigg|_{\eta^+=0} \quad (2.39)$$

$$\Omega_{w,o}^+ = - \left\{ \left( \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} \right)^2 + \frac{1}{(2\pi)^2 (r^+)^2} \left( \frac{\partial \eta^+}{\partial \phi^+} \right)^2 \right\} \frac{\partial^2 \Psi^+}{\partial (\eta^+)^2} \Bigg|_{\eta^+=1} \quad (2.40)$$

$$u^+ = \frac{1}{2\pi r^+} \left( \frac{\partial \Psi^+}{\partial \eta^+} \frac{\partial \eta^+}{\partial \phi^+} + \frac{\partial \Psi^+}{\partial \phi^+} \right) \quad (2.41)$$

$$v^+ = - \frac{\partial \Psi^+}{\partial \eta^+} \frac{\partial \eta^+}{\partial r^+} \quad (2.42)$$

内管および外管側の形状関数は以下のように無次元化した。

$$F^+(\phi) = \frac{R_i}{R_o} \quad (2.43)$$

$$B^+(\phi) = \frac{-\varepsilon (\sin\phi \sin\phi_g - \cos\phi \cos\phi_g)}{R_o} + \frac{\sqrt{\varepsilon^2 \{ (\sin\phi \sin\phi_g - \cos\phi \cos\phi_g)^2 - 1 \} + (R_o)^2}}{R_o} \quad (2.44)$$

また、基礎方程式を無次元化する際に用いたPr数, Ra数の定義は以下ようになる。

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad (2.45)$$

$$Ra = \frac{g \beta (T_o - T_i) (R_o)^3}{\alpha \nu} \quad (2.46)$$

結果の整理に用いた無次元温度勾配，伝熱量はそれぞれ式(2.47)～(2.49)の様に定義した。流れが定常になる場合，伝熱量は理論的には内管側と外管側とで等しい値を持つため，伝熱量の評価においては，簡単のため内管側を用いることにした。

$$D_i = 2 \left. \frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right|_{w,i} \quad (2.47)$$

$$Q_i^+ = \oint_F \left. \frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right|_{w,i} ds \quad (2.48)$$

$$Q_o^+ = \oint_B \left. \frac{\partial T^+}{\partial r^+} \right|_{w,o} \cos \gamma ds \quad (2.49)$$

なお，式(2.49)における $\gamma$ は外管における補正角を示す。今回は内管の中心を原点とする極座標系を使用したため，偏心に伴い外管表面においては計算格子が直交しないことになる。そのため，外管側における伝熱量を算出する際には式(2.49)で表現したような補正 $\cos \gamma$ が必要となる。

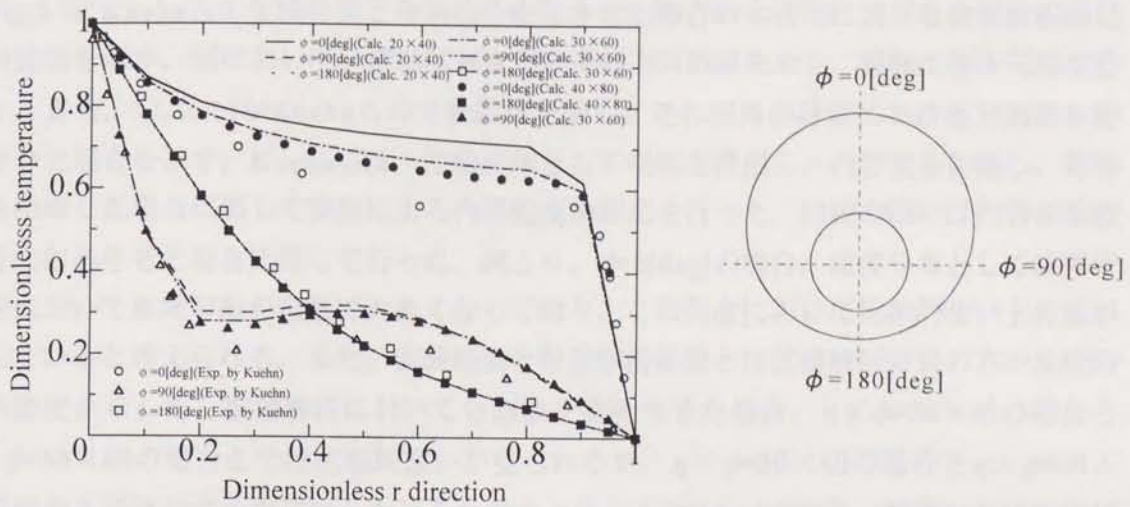
## 2. 2. 2 数値解析手法

これまで述べてきた基礎方程式(2.32)～(2.34)に対して実際の計算には差分法を用い，全周計算を行った。時間項に対しては一次精度前進差分，対流項には二次精度風上差分，その他の項には二次精度中心差分を用い，流線関数の計算には二次精度中心差分によるSOR法を用いた。また計算終了における収束判定には次式を用いた。

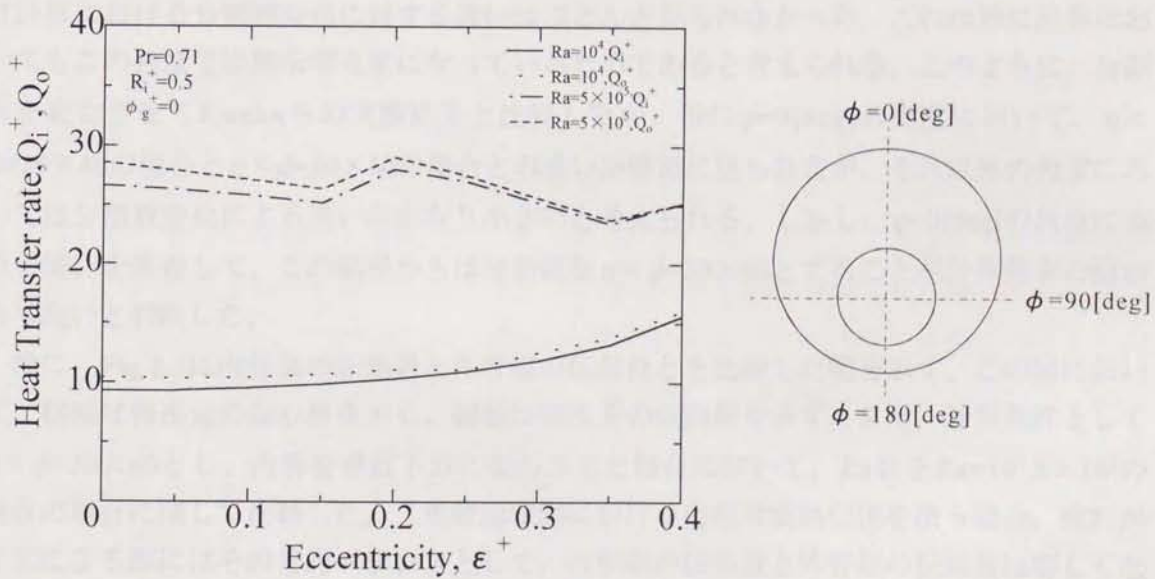
$$S = \frac{|\xi_{i,j}|^{n+1} - |\xi_{i,j}|^n}{|\xi_{i,j}|_{\max}^{n+1}} \quad (2.50)$$

式(2.50)において， $\xi_{i,j}$ はそれぞれ温度，流線関数，渦度に相当し，収束判定値 $S$ が $S \leq O(\Delta t)$  ( $\Delta t$ : 時間刻み) を満足した場合に収束したと判断した。

計算における分割数の採用においては $\eta \times \phi = 20 \times 40, 30 \times 60, 40 \times 80$ と変化させて計算を行い，Kuehnら<sup>(3)</sup>の実験結果と比較した。その図をFig.2.2に示す。



**Fig.2.2 Comparison between Kuehn's experimental result and calculation**  
 ( $Pr=0.706, R_i^+=0.3846, \phi_g^+=0, Ra=205954, \epsilon^+=0.4012$ )  
 (In the case that the grid number is changed,  
 $\eta \times \phi=20 \times 40, 30 \times 60, 40 \times 80$ )



**Fig.2.3 Comparison between inner and outer tube heat transfer rate by calculation**  
 ( $Pr=0.71, R_i^+=0.5, \phi_g^+=0, Ra=10^4, 5 \times 10^5$ )

Fig.2.2にKuehnらの実験結果と分割数を変化させた場合の本研究における数値解析結果との比較を示す。図において、横軸は無次元の半径方向距離を示し、縦軸は無次元温度を示す。また、○,△,□がKuehnらの実験結果を示し、それ以外が計算における分割数を変化させた場合を示す。Kuehnらは、作動流体として空気を使用し、内管側を加熱し、外管側を冷却した場合に関して実験による内部温度場測定を行った。比較の際には内管を垂直下方に偏心させた場合に関して行った。図より、 $\phi=0[\text{deg}]$ の場合、温度分布としては外管付近において温度勾配が急激に大きくなっており、この角度において比較的強い上昇流が生じていると考えられる。また、実験結果と数値解析結果とは数値解析結果の方が比較的高い温度を示した。数値解析において分割数を変化させた場合、 $\eta \times \phi=20 \times 40$ の場合と $\eta \times \phi=30 \times 60$ の場合とでは比較的違いが見られるが、 $\eta \times \phi=30 \times 60$ の場合と $\eta \times \phi=40 \times 80$ の場合とではわずかな違いしか見られなかった。 $\phi=90[\text{deg}]$ の場合、温度分布は内管付近で温度勾配が大きくなり、その後緩やかに変化しているため、この角度においては対流が比較的強くなっていると考えられる。また、実験結果と数値解析結果とは数値解析結果の方が比較的高い温度を示した。数値解析において分割数を変化させた場合、 $\eta \times \phi=20 \times 40$ ,  $30 \times 60$ ,  $40 \times 80$ の場合それぞれにおいてわずかな違いしか見られなかった。 $\phi=180[\text{deg}]$ の場合、温度分布はわずかに緩やかな弧を描いており、この位置においては流れは比較的緩やかなため、熱の移動は熱伝導支配になっていることがわかる。そしてこの角度においては計算における分割数変化に対する違いはほとんど見られなかった。これは特に計算においてもこの角度では熱伝導支配になっているためであると考えられる。このように、分割数を変化させてKuehnらの実験結果と比較したが、特に $\phi=0[\text{deg}]$ の角度において、 $\eta \times \phi=20 \times 40$ の場合と $\eta \times \phi=30 \times 60$ の場合との違いが明確に見られたが、それ以外の角度においては分割数変化による違いはかなり小さいと考えられる。しかし、 $\phi=0[\text{deg}]$ の角度における違いを重視して、この結果からは分割数を $\eta \times \phi=30 \times 60$ とすることが計算効率の面からも良いと判断した。

次に、Fig.2.3に内管側の伝熱量と外管側の伝熱量とを比較した図を示す。この図において、横軸は無次元の偏心量を示し、縦軸は無次元の伝熱量を示す。また、計算条件として $\eta \times \phi=30 \times 60$ とし、内管を垂直下方に偏心させた場合において、 $Ra$ 数を $Ra=10^4, 5 \times 10^5$ の両者の場合に関して比較した。二重管環状部における自然対流熱伝達を扱う場合、流れが定常になる際にはその熱的バランスとして、内管側の伝熱量と外管側の伝熱量は等しくなる必要がある。そのため、Fig.2.3に示すような比較を行い、検討した。図より、 $Ra=10^4$ と流れが比較的弱い場合、偏心量を変化させても内外管の伝熱量の差はほとんど変化せず、相対的にかなり小さくなっていることがわかる。一方、 $Ra=5 \times 10^5$ と流れが比較的強い場合、偏心量が増加するのに伴い内外管の伝熱量の差は小さくなっている事がわかる。なお、



$Ra=5 \times 10^5$ の場合において $\varepsilon^+=0.15$ 付近において伝熱量が増加するのは後述するように内管下部において2次渦が発生するためである。このように、 $Ra=5 \times 10^5$ と流れが比較的強い場合には内外管の伝熱量誤差は $\varepsilon^+=0 \sim 0.2$ 付近までは多少大きいと重要視するほど大きくはないこと、それ以外においては比較的小さいこと、 $Ra=10^4$ と流れが比較的弱い場合、偏心量の変化に関わらず比較的良く一致する事などから、本研究における熱的バランスは比較的良く保たれていると判断した。

Fig.2.2およびFig.2.3の結果から、計算における分割数は計算効率等も考慮すると $\eta \times \phi=30 \times 60$ 分割が最適であると判断できるため、この分割数を採用した。

実際の計算におけるプログラムのフローチャートをFig.2.4に示した。計算を行う際には、まず初期条件、境界条件、形状関数などの算出を行い、その後エネルギー方程式、運動量方程式、流線関数の計算を行う。そして、得られた流線関数から半径方向速度 $u$ 、周方向速度 $v$ 、壁面の渦度を計算する。その後、設定された収束判定値を満たすまで順次時間を進めて各計算を行い、収束判定値を満たした時点で収束したと判断し、結果を出力した。

数値解析において、内管半径を $R_i^+=0.5$ と固定し、 $Ra$ 数に関しては $Ra=5 \times 10^4, 10^5, 5 \times 10^5$ の3種類、内管の偏心方向角度 $\phi_s^+$ に関しては、 $\phi_s^+=0.5, 0.375, 0.25, 0.125, 0$ の5種類、偏心量 $\varepsilon^+$ に関しては、 $\varepsilon^+=0 \sim 0.4$ までを主に0.05刻みで、それぞれパラメータとして変化させて計算した。時間刻み $\Delta t^+$ は、 $\Delta t^+=1.0 \times 10^{-6} \sim 5.0 \times 10^{-5}$ までを必要に応じて使い分けた。

### 2.3 実験方法

実験装置の概略図をFig.2.5に、実験装置の詳細図をFig.2.6に示した。まず、Fig.2.5に示した実験装置概略図において、実験装置は大別して試験部、恒温水循環部、温度測定部に分けられる。まず、恒温水循環装置⑥ (EYELA, CTP-201) によって熱媒体の温度を所定の温度とし、恒温水槽⑦を用いることによってさらに水槽内の温度変化を少なくし、ケミカルポンプ⑧, ⑨を用いて試験部①に熱媒体を循環させることにより外管側を加熱し、内管側を冷却した。熱電対移動装置② (読みとり顕微鏡, 位置精度0.1[mm]) によって熱電対を移動させ、データロガー④ (ADVANTEST TR2724) によって内部の温度場を測定した。管壁温度測定用の熱電対は、外管側は外管の内面に、内管側は内管の表面に貼り付けた。

Fig.2.6の実験装置詳細図に示すように、外管側は外径 $\phi 80$ [mm]、肉厚3[mm]の銅管の外側に $\phi 10$ [mm]の銅パイプを二重らせんを描くように巻き付けてハンダ付けした。加熱用の熱媒体は軸方向の温度勾配が生じないように、互いに逆方向に流れるようになっており、外管をむらなく加熱できるようにした。内管側は外径 $\phi 40$ [mm]、肉厚3[mm]の銅管を用い、中心に通した $\phi 13$ [mm]の亚克力パイプの先端部にあけた $\phi 6$ [mm]の4個の穴から冷却用

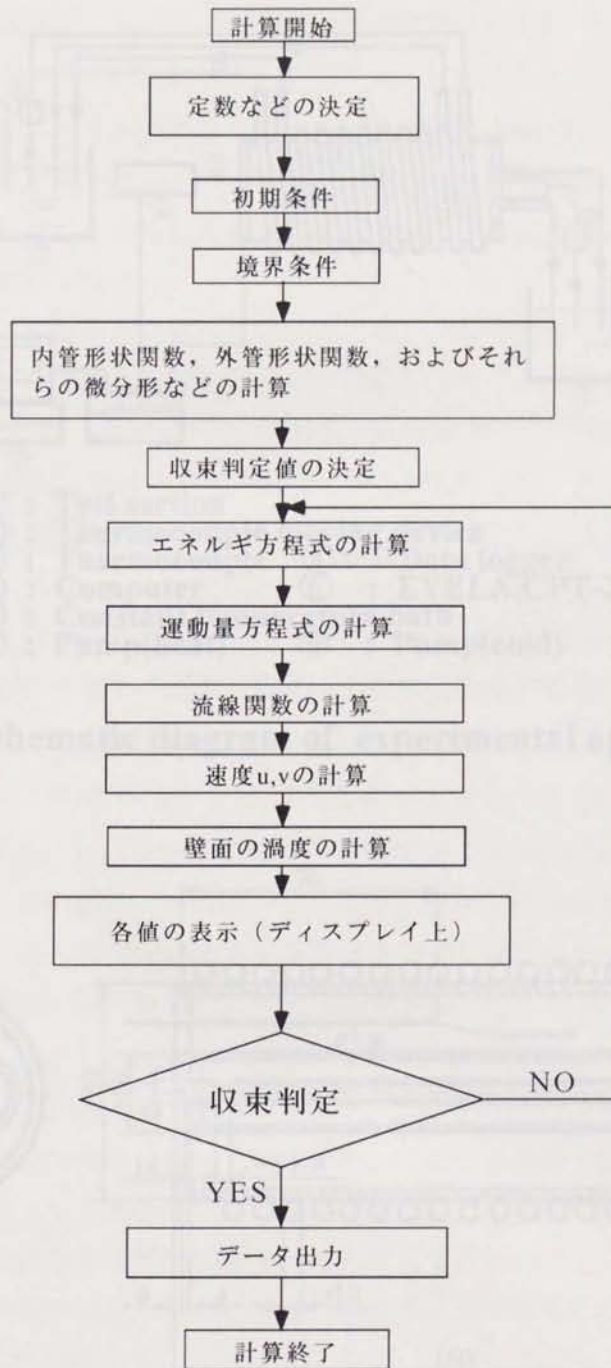


Fig.2.4 Flow chart

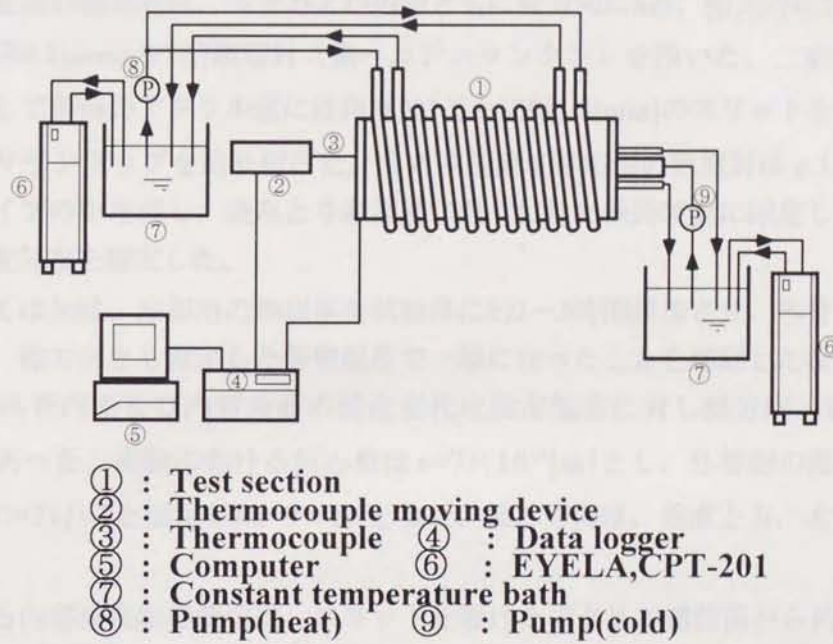


Fig.2.5 Schematic diagram of experimental apparatus

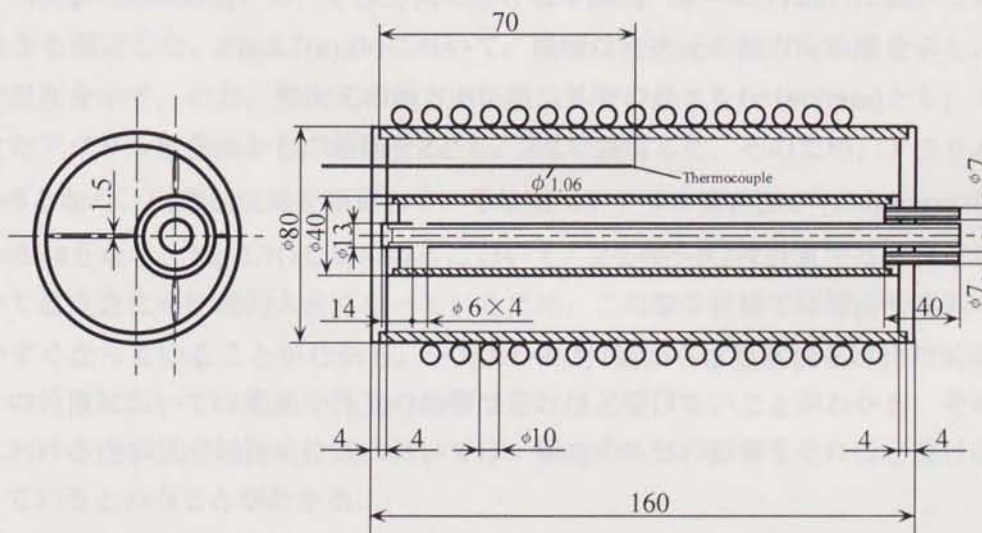


Fig.2.6 Details of test section

の熱媒体を内管の内側に流入させ、背面に設けた4本のアルミパイプから流出させた。

管壁温度測定用の熱電対は、外管および内管ともに周方向に8点、軸方向に2点配置した。測定には素線径0.2[mm]のT型熱電対（銅-コンスタンタン）を用いた。二重円管内部の温度測定用として前面の亚克力窓には角度90°ごとに幅1.5[mm]のスリットを設け、切り込みを入れたサランラップを貼り付けた。また内部温度測定用の熱電対は $\phi$ 1.06[mm]のステンレスパイプの中を通し、読みとり顕微鏡に取り付けた保持装置に固定し移動させながら内部の温度分布を測定した。

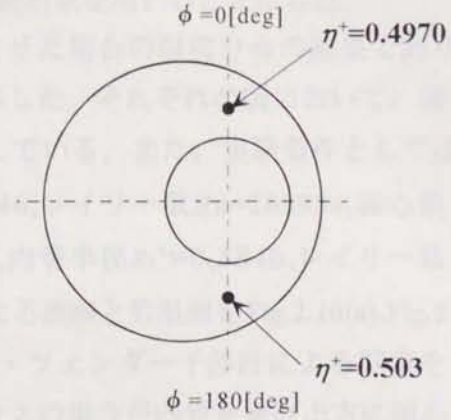
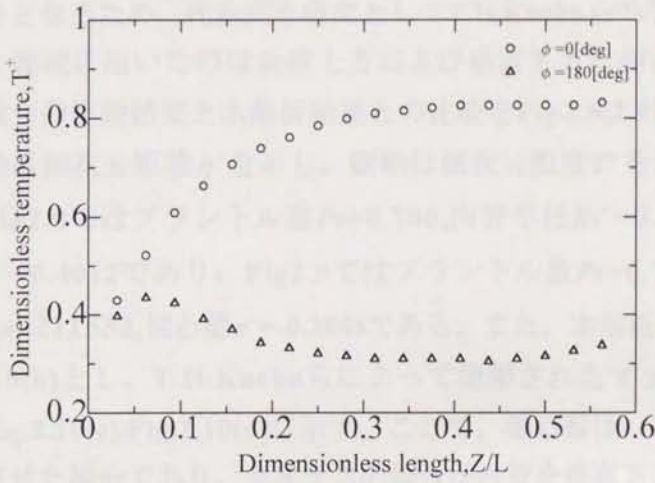
実験に際しては加熱、冷却用の熱媒体を試験部に約2~3時間循環させ、外管及び内管において周方向、軸方向とも設定した管壁温度で一様になったことを確認した後実験を行った。実験中の外管内面及び内管表面の温度変化は設定温度に対し周方向、軸方向と $\pm 0.1[^\circ\text{C}]$ 以内であった。実験における偏心量は $e=7\times 10^{-3}[\text{m}]$ とし、外管側の温度 $T_o=40[^\circ\text{C}]$ 、内管側の温度 $T_i=21[^\circ\text{C}]$ と固定し $Ra=9\times 10^4$ とした。偏心方向は、垂直上方、水平、垂直下方とした。

実験における内部温度場の測定は、スリットを設けた亚克力窓前面から約70[mm]程度の位置で行ったが、その位置での端面の影響や外気の影響などを確かめるため、管の軸方向の温度分布を測定し、その結果をFig.2.7に示した。実験においては $Ra=10^5$ の状態で行い、それぞれ偏心方向として水平( $\phi_s^+=0.25$ )および垂直上方( $\phi_s^+=0.5$ )に偏心させた場合において、角度 $\phi=0,180[\text{deg}]$ とし、半径方向における中間点( $\eta^+=0.5$ 付近)において軸方向の温度分布を測定した。Fig.2.7(a),(b)において、横軸は無次元の軸方向距離を示し、縦軸は無次元温度を示す。なお、無次元の軸方向距離は外管の長さを $L=160[\text{mm}]$ とし、スリットを設けた亚克力窓前面からの距離を $Z$ とし、 $Z/L$ で表現した。そのため、亚克力窓前面で $Z/L=0$ となり、内部温度場を測定している位置（亚克力窓前面から70[mm]の位置）では $Z/L=0.44$ となる。Fig.2.7(a),(b)の両者において、 $Z/L=0\sim 0.2$ 付近まではそれぞれの場合において温度変化が比較的大きくなっているため、この様な位置では端面や外気の影響を受けやすくなっていることがわかる。一方 $Z/L=0.3$ 付近からは温度変化は比較的小さくなり、この位置においては端面や外気の影響はそれほど受けないことがわかる。そのため、本実験における内部温度場測定位置においては、端面や外気の影響をそれほど受けない位置で行っているということがわかる。

## 2. 4 結果および考察

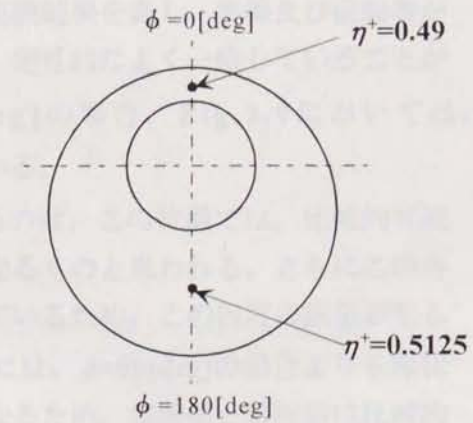
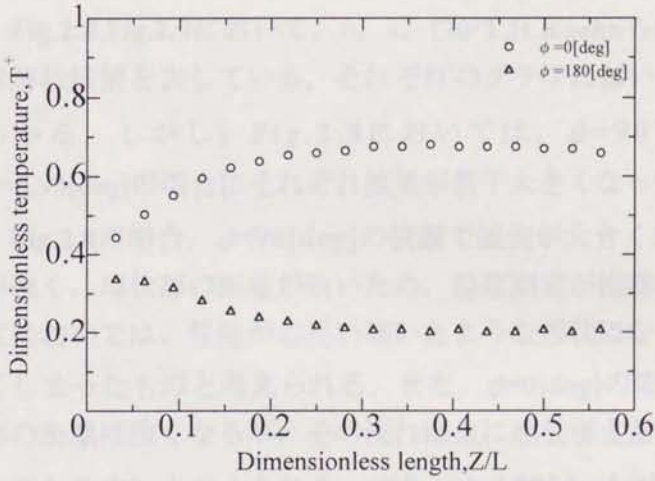
### 2. 4. 1 T.H.Kuehnら<sup>(4)</sup>の実験結果と数値解析結果との比較

数値解析の妥当性を検証するため、まず他の研究者による結果と本研究における数値解



(a)  $\phi_g^+=0.25$

( $\phi = 0[\text{deg}] \quad \eta^+=0.4970, \phi = 180[\text{deg}] \quad \eta^+=0.503$ )



(b)  $\phi_g^+=0.5$

( $\phi = 0[\text{deg}] \quad \eta^+=0.49, \phi = 180[\text{deg}] \quad \eta^+=0.5125$ )

**Fig.2.7 Axial dimensionless temperature distribution**  
 ( $Pr=0.71, Ra=10^5, R_o=37[\text{mm}], R_i=20[\text{mm}], \varepsilon = 7[\text{mm}]$ )

析による結果との比較を行った。他の研究者によるものとしては内管加熱、外管冷却の条件となるため、代表的な研究としてT.H.Kuehnら<sup>(4)</sup>の実験結果を用いることにした。

比較に用いたのは垂直上方および垂直下方に偏心させた場合の温度分布の結果であり、彼らの実験結果と本解析結果との比較をFig.2.8,2.9に示した。それぞれの図において、横軸は無次元距離 $\eta^+$ を示し、縦軸は無次元温度 $T^+$ を示している。また、実験条件としては、Fig.2.8ではプラントル数 $Pr=0.706$ 、内管半径 $R_i^+=0.3846$ 、レイリー数 $Ra=205954$ 、偏心量 $\varepsilon^+=0.4012$ であり、Fig.2.9ではプラントル数 $Pr=0.706$ 、内管半径 $R_i^+=0.3846$ 、レイリー数 $Ra=211532$ 、偏心量 $\varepsilon^+=-0.3846$ である。また、本解析による流線と等温線をFig.2.10(a),Fig.2.10(b)とし、T.H.Kuehnらによって撮影されたマッハ・ツェンダー干渉計による写真をFig.2.10(c),Fig.2.10(d)に示す。ここで、偏心量は、プラスの場合が内管を垂直上方に偏心させた場合であり、マイナスの場合が内管を垂直下方に偏心させた場合である。

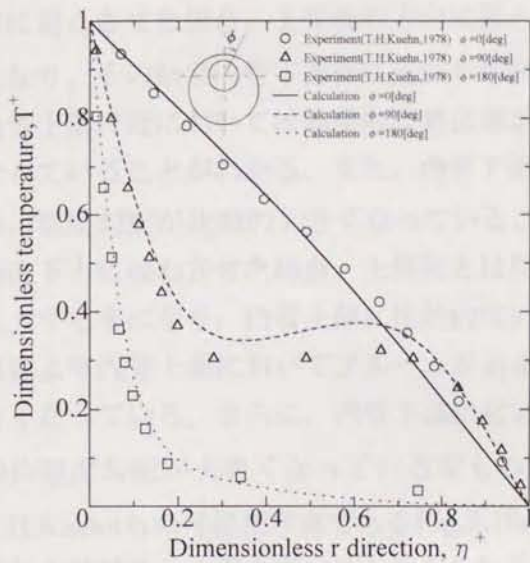
T.H.Kuehnらの実験は、内管の中心を原点とし、垂直上方から角度 $\phi$ をとっている。その中で本解析との比較に用いたのは角度 $\phi=0,90,180[\text{deg}]$ の場合である。なお、比較にあたり彼らの $Ra$ 数等の定義と本解析で定義しているものとはその定義に違いがあるため、彼らの実験条件を本解析の定義に変換して解析条件を決定した。

Fig.2.8, Fig.2.9において、 $\circ$ ,  $\Delta$ ,  $\square$ がT.H.Kuehnらの実験結果を表し、実線及び破線等が本解析結果を表している。それぞれのグラフにおいて、定性的によく一致していることがわかる。しかし、Fig.2.8においては、 $\phi=90[\text{deg}]$ の場合、Fig.2.9においては、 $\phi=0,90[\text{deg}]$ の場合にそれぞれ誤差が若干大きくなっている。

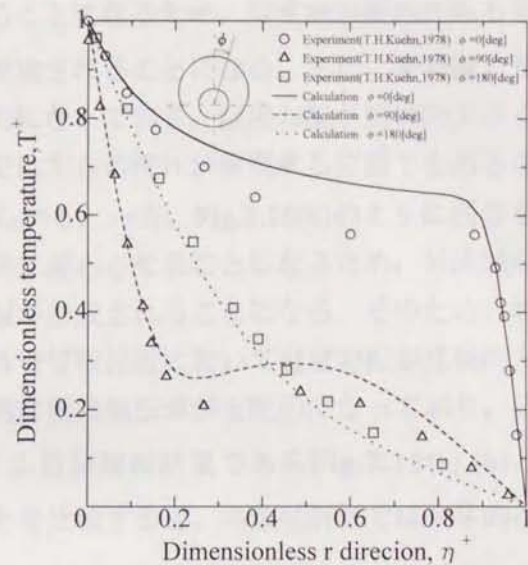
Fig.2.8の場合、 $\phi=90[\text{deg}]$ の位置で誤差が大きくなるのは、この位置では、比較的対流が強く、環状部の距離が狭いため、温度測定が困難になるものと思われる。さらにこの角度においては、管壁がお互い傾いたような形状になっているため、この程度の誤差が生じてしまったものと考えられる。また、 $\phi=0[\text{deg}]$ の場合には、 $\phi=90[\text{deg}]$ の場合よりも環状部の距離は狭くなるが、その流れは主に熱伝導支配になるため、実験値と解析値は比較的一致しやすいと考えられる。また、 $\phi=180[\text{deg}]$ の場合には、その場所での環状部の距離は比較的広く、流れが停滞するため、実験値と解析値は比較的一致しやすいと考えられる。

Fig.2.9の場合、 $\phi=0,90[\text{deg}]$ の位置で誤差が大きくなるのは、 $\phi=0[\text{deg}]$ の位置では、その環状部の距離は比較的広くなっているが、この位置では比較的強い上昇流が生じる。このため温度を正確に測定することは困難であると考えられる。また、 $\phi=90[\text{deg}]$ の位置で誤差が大きくなるのは、Fig.2.8の $\phi=90[\text{deg}]$ の場合と同様な理由であると考えられる。

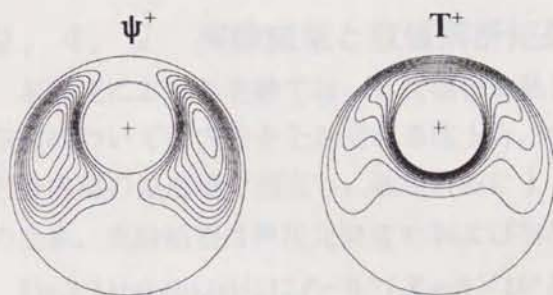
Fig.2.10(a),(b)より、内管側を加熱し外管側を冷却した場合、流れは内管に沿って上昇し、外管に沿って下降する単一渦流れになることがわかる。Fig.2.10(a)のように内管を垂直上



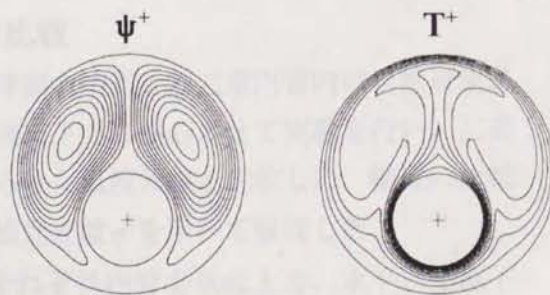
**Fig.2.8** Dimensionless temperature distribution in the case of eccentricity to a vertical upper side  
 ( $Pr=0.706, Ri^+=0.3846, Ra=205954, \epsilon^+=0.4012$ )



**Fig.2.9** Dimensionless temperature distribution in the case of eccentricity to a vertical lower side  
 ( $Pr=0.706, Ri^+=0.3846, Ra=211532, \epsilon^+ = -0.3846$ )



**(a) Stream lines and isotherms**  
 ( $Pr=0.706, Ri^+=0.3846, Ra=205954, \epsilon^+=0.4012$ )  
 ( $\Delta \psi^+(-)=1.5, \Delta \psi^+(+)=1.5, \Delta T^+=0.1$ )



**(b) Stream lines and isotherms**  
 ( $Pr=0.706, Ri^+=0.3846, Ra=211532, \epsilon^+ = -0.3834$ )  
 ( $\Delta \psi^+(-)=5, \Delta \psi^+(+)=5, \Delta T^+=0.1$ )



**(c) T.H.Kuehn, experimental data<sup>(4)</sup>**



**(d) T.H.Kuehn, experimental data<sup>(4)</sup>**

**Fig.2.10** Comparison between Kuehn's experimental results and calculation

方に偏心させた場合、上昇流の方向に偏心させることになるため、対流域が狭められる事になり、その結果内管下部側に流れの停滞域が形成されることになる。また、等温線より、内管上部付近においては熱移動は熱伝導が支配的になっており、温度勾配が比較的大きくなっていることがわかる。また、内管下部付近では左右の流れが衝突する位置でもあるため、温度勾配が比較的大きくなっていることがわかる。一方、Fig.2.10(b)のように内管を垂直下方に偏心させた場合、上昇流とは反対方向に偏心させることになるため、対流域が拡大する事になり、内管上部に比較的大きい対流域が形成されることになる。そのため、等温線より内管上部においてブルームが発達し、外管管壁付近において温度勾配が比較的大きくなっている。さらに、内管下部においては熱移動は熱伝導が支配的になっており、比較的温度勾配が大きくなっている事もわかる。本数値解析結果であるFig.2.10(a),(b)とT.H.Kuehnらの可視化写真であるFig.2.10(c),(d)とを比較すると、本数値解析では全体的な流れの特徴をよく捉えていると考えられる。

このように他の研究者の実験結果と本解析結果との比較において、内部温度場に関しては比較的良好な一致を示し、さらに流れの可視化より流れの全体的な特徴はよく捉えることができたため、本解析結果は妥当であると判断した。

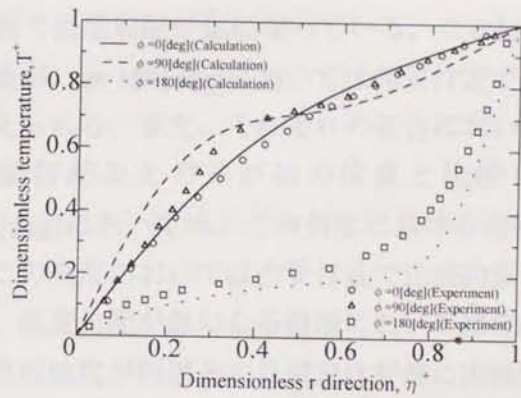
#### 2. 4. 2 実験結果と数値解析結果との比較

本研究における実験では、外管側を加熱し、内管側を冷却した二重円管内の自然対流熱伝達について、内管をそれぞれ垂直上方、水平、垂直下方に偏心させて実験を行い、二重円管内部の温度場を測定し、数値解析によって得られた温度分布と比較した。結果の比較のため、実験結果は無次元温度 $T^*$ および無次元の独立変数 $\eta^*$ を用いて整理した。

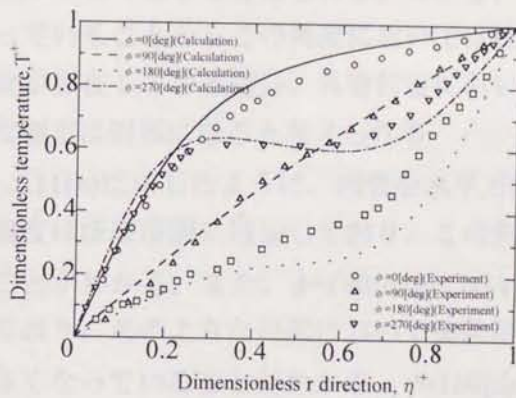
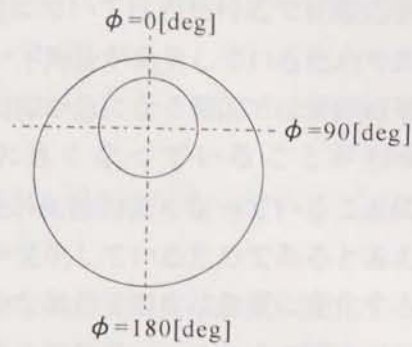
Fig.2.11(a),(b),(c)には $Pr=0.71, Ra=9 \times 10^4$ とし、それぞれ内管を垂直上方、水平、垂直下方に偏心させた場合の実験及び数値解析による環状部の半径方向における温度分布の比較を示した。各図において、点は実験結果を表し、各種の線分で計算結果を表した。実験による温度測定は円管中心に対して垂直上方から時計回りに $90^\circ$ 毎に行った。図中に用いた $\eta^*$ は式(2.38)によって定義した無次元変数であり、 $\eta^*=0$ で内管表面を、 $\eta^*=1$ で外管表面を表す。

Fig.2.11(a)に示したように、内管を垂直上方に偏心させた場合、角度 $\phi=0[\text{deg}]$ においては、ゆるやかな弧を描いており、この位置において熱移動は主に熱伝導支配になっていることがわかる。これは内管を垂直上方へ偏心させることにより、 $\phi=0[\text{deg}]$ においては環状部の距離が狭められ、対流の勢力が弱まるためであると考えられる。一方、 $\phi=90[\text{deg}]$ においては $\eta^*=0 \sim 0.3$ 付近の範囲で温度勾配が急になり、その後緩やかに温度が増加している。また、 $\phi=180[\text{deg}]$ においては $\eta^*=0.8$ 付近までは温度は緩やかに増加し、 $\eta^*=0.8 \sim 1$ 付近

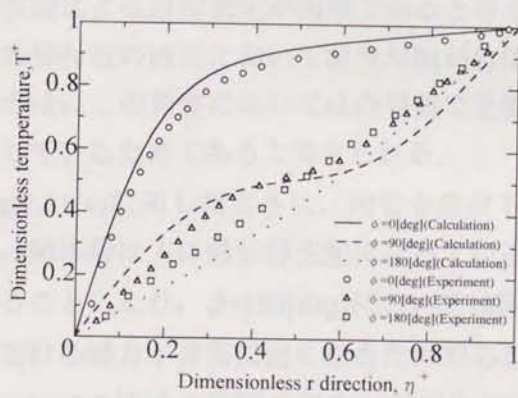
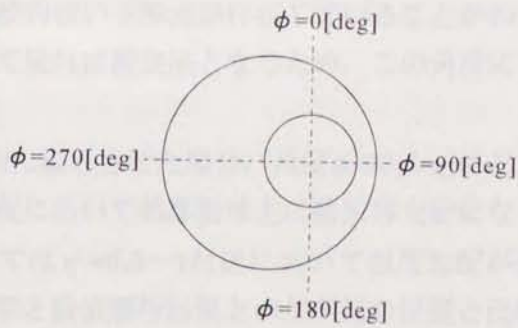




(a)  $\phi_g^+ = 0.5$



(b)  $\phi_g^+ = 0.25$



(c)  $\phi_g^+ = 0$

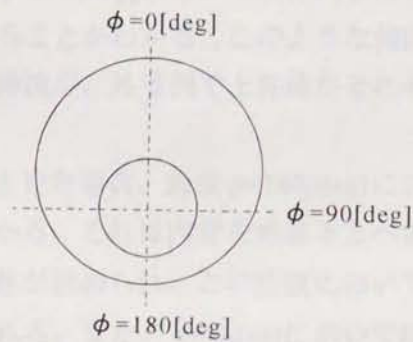


Fig.2.11 Comparison between experimental and numerical results on the dimensionless temperature distribution ( $Pr=0.71, Ra=9 \times 10^4, Ri^+=0.54, \varepsilon^+=0.189$ )

の範囲で温度勾配が急になっている。これは $\phi=90[\text{deg}]$ においては内管付近で比較的強い下降流が、 $\phi=180[\text{deg}]$ においては外管付近で比較的強い下降流が発生しているためであると考えられる。また、それぞれの場合において、温度勾配が急になる範囲では実験結果と数値解析結果との差が他の位置と比較して若干大きくなっていることがわかる。 $\phi=90[\text{deg}]$ においては、この角度における環状部の距離が比較的狭くなっていることに加え、この角度においては内管付近で比較的強い下降流が発生しているためであると考えられる。温度勾配が急になる箇所においては位置のわずかな誤差で温度は急激に変化するため、位置精度が問題となり測定は非常に困難になると考えられる。一方、 $\phi=180[\text{deg}]$ においては比較的環状部の距離が広がるため、 $\phi=90[\text{deg}]$ の場合と比較すると測定位置による誤差は小さくなると考えられる。しかし、 $\eta^+=0.8$ 付近と外管付近において温度勾配が急になっていることからこの角度においては比較的強い下降流が存在していることがわかる。下降流が存在している場合、外管付近において流れは衝突流となるため、この角度における温度測定は困難になると考えられる。

Fig.2.11(b)に示したように、内管を水平方向に偏心させた場合、角度 $\phi=90[\text{deg}]$ においては、温度はほぼ単調に増加しており、この角度において熱移動は主に熱伝導支配になっていることがわかる。また、 $\phi=180[\text{deg}]$ においては $\eta^+=0.8\sim 1$ 付近において温度勾配が急になっており、そのような位置において実験結果と数値解析結果との差が他の位置と比較して大きくなっていることがわかる。 $\phi=180[\text{deg}]$ においては、偏心により比較的環状部の距離が狭まり、さらに比較的強い下降流が発生し、外管付近で衝突流となるため、この位置での実験による温度測定が困難であると考えられる。 $\phi=270[\text{deg}]$ においては、内管付近および外管付近の両者において温度勾配が急になっていることがわかる。このような傾向を示すのは、この角度においては内管側で比較的強い下降流が、外管側で上昇流がそれぞれ発生しているためであると考えられる。

Fig.2.11(c)に示したように、内管を垂直下方に偏心させた場合、角度 $\phi=180[\text{deg}]$ においては、熱移動は主に熱伝導支配になっていることがわかる。これは内管を垂直下方へ偏心させることにより、 $\phi=180[\text{deg}]$ においては環状部の距離が狭められ、この位置において対流における勢力が非常に弱くなるためであると考えられる。また、 $\phi=0[\text{deg}]$ においては特に $\eta^+=0\sim 0.3$ 付近の範囲で温度勾配が急になり、その後緩やかに増加している。しかし、この位置で温度勾配が比較的大きいにもかかわらず、実験結果と数値解析結果は他の偏心方向の場合よりも比較的良く一致していることがわかる。これは内管を垂直下方に偏心させる事により $\phi=0[\text{deg}]$ においては環状部の距離が比較的広くなるため、測定位置による誤差があまり影響しないこと、および内管上部付近においては下降流がそれほど強くないことが考えられる。

Fig.2.11(a),(b),(c)から、数値解析による温度分布と実験による温度分布は、内管の偏心方向に関わらず定性的に良く一致していることがわかった。そのため、実験結果と数値解析結果の全体的な一致からも、数値解析は妥当であると判断した。

### 2. 4. 3 内管加熱，外管冷却の場合と外管加熱，内管冷却の場合における相違

二重円管内の自然対流熱伝達において、内管側を加熱し、外管側を冷却した場合と、外管側を加熱し、内管側を冷却した場合との比較を行い、本研究で採用した外管側を加熱し、内管側を冷却した場合の偏心に伴う二重管内の自然対流熱伝達に関して、数値解析を用いてその違いを検討する。

Fig.2.12(a),(b)に外管側を加熱し、内管側を冷却した場合を示し、Fig.2.13(a),(b),(c)に内管側を加熱し、外管側を冷却した場合を示した。

Fig.2.12(a),(b)において、(a)は同心の場合を示し、(b)は垂直下方に偏心させた場合を示した。外管側を加熱し、内管側を冷却した場合、流れは外管に沿って上昇し、内管に沿って下降する流れとなるため、図に示したように、全体的に流れは円管下部側に偏る事になる。また、(a)では等温線から内管下部側においてブルームが発生していることがわかる。一方(b)に示したように、内管を垂直下方に偏心させた場合、内管下部において、下部加熱、上部冷却という熱的不安定状態により、2次渦が発生している。等温線から2次渦が発生した場合、その部分における温度場は複雑な様相を示していることがわかる。

Fig.2.13(a),(b),(c)において、(a)は同心の場合を示し、(b)は垂直下方に偏心させた場合を示し、(c)は垂直上方に偏心させた場合を示した。内管側を加熱し、外管側を冷却した場合、流れは内管上部付近で上昇し、外管に沿って下降する流れとなるため、図に示したように、全体的に流れは円管上部側に偏る事になる。(b)に示したように、内管を垂直下方に偏心させた場合、偏心に伴い内管上部に比較的広い対流域が形成される。また等温線から、内管上部においてブルームが発生していることがわかる。(c)に示したように、内管を垂直上方に偏心させた場合、対流域が狭められることになり、それに伴い内管下部付近において流れの停滞域が存在することになる。また、(a)とは異なり、内管上部付近における上昇流は比較的弱まるため、等温線に示したように、内管上部付近においては(a)で見られたようなブルームは発生していない。

Fig.2.12(a)とFig.2.13(a)とを比較すると、同心の場合全体的な流れの様相は単に重力方向を逆にした場合に比較的類似していることがわかる。そのため、外管加熱、内管冷却という加熱条件と内管加熱、外管冷却という加熱条件との違いによる対流の違いは単に重力方向の違いによるものであるといった予想が立てられる。しかし、実際には外管加熱、内管

冷却の場合における加熱面としての外管の曲率と冷却面としての内管の曲率の関係、および内管加熱、外管冷却の場合における加熱面としての内管の曲率と冷却面としての外管の曲率の関係とは逆の関係となる。そのような加熱、冷却面における曲率の違いが顕著に現れる例としてFig.2.12(b)およびFig.2.13(b),(c)に偏心させた場合の数値解析による解を示した。Fig.2.12(b)の外管側を加熱し、内管側を冷却した場合における流れでは、内管下部側で熱的不安定による2次渦の発生が見られたが、Fig.2.13(b)においてはそのような2次渦の発生は見られない。また、前述したように、Fig.2.12(b)の重力方向を逆にしただけではFig.2.13(b)の様な流れにはならないことがわかる。さらに、Fig.2.13(c)に内管を垂直上方に偏心させた場合を示した。Fig.2.12(b)において内管下部側で発生した2次渦はその場所における熱的不安定状態によるものであるため、内管加熱、外管冷却の場合、そのような熱的不安定状態になるのは内管上部側となる。そのため、偏心量は同じで内管を垂直上方に偏心させた場合をFig.2.13(c)に示したが、この図においては内管上部付近で熱的不安定状態になっているにもかかわらず、それによる2次渦の発生は見られないことがわかる。このようなことは同心二重円管の場合に関しても同様であり、外管加熱、内管冷却の場合と内管加熱、外管冷却の場合とは加熱条件から別個の現象としてとらえる必要があると考えられる。

#### 2. 4. 4 数値解析による各種パラメータを変化させた場合の結果

次に、2.4.1,2.4.2節の結果を踏まえて本数値解析を用い、偏心による伝熱特性の変化を調べた。主に偏心方向 $\phi_k^+$ および偏心量 $e^+$ の変化による影響を調べることを目的としたため、 $Ra=5 \times 10^5$ 、 $R_i^+=0.5$ と固定し、 $\phi_k^+$ および $e^+$ をパラメータとして変化させて計算を行った。

まず対比のため $e^+=0$ とした同心二重円管の場合の流線及び等温線をFig.2.14に示した。さらに $\phi_k^+$ の変化による影響が顕著な場合として $R_i^+=0.5, Ra=5 \times 10^5, e^+=0.4$ の場合の数値解析による流線および等温線をFig.2.15に示した。Fig.2.15(a)~(e)において $\phi_k^+$ は内管の相対的な偏心方向を示しており、それぞれ内管を垂直上方( $\phi_k^+=0.5$ )、斜め上方 $45^\circ$ ( $\phi_k^+=0.375$ )、水平( $\phi_k^+=0.25$ )、斜め下方 $45^\circ$ ( $\phi_k^+=0.125$ )、および垂直下方( $\phi_k^+=0$ )に偏心した場合のものを示した。Fig.2.14およびFig.2.15(a)~(e)において左側の図は流線、右側の図は等温線を示し、 $\Delta\psi^+=3$ 、 $\Delta T^+=0.1$ とし、同じ値を用いて表現した。

Fig.2.14から外管加熱、内管冷却の場合における同心二重円管内の自然対流においては、流れは外管に沿って上昇し、内管に沿って下降するため、全体的に流れは下部側に偏る事になる。また、内管下部付近においては比較的強い下降流が存在するため、等温線で示したように、内管下部付近においてブルームが発生している。

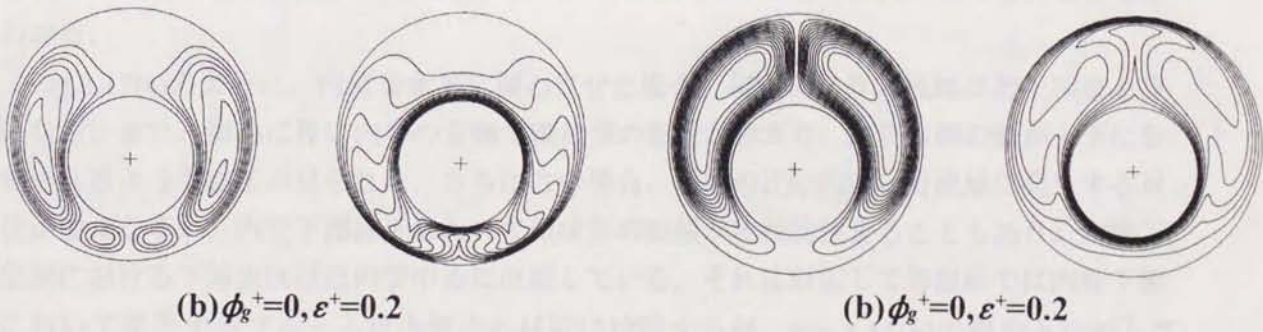
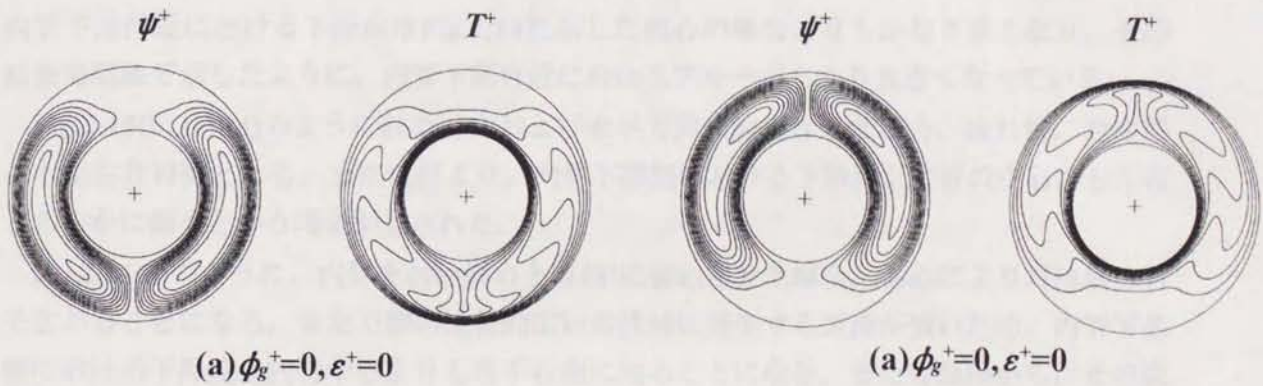


Fig.2.12 Stream lines and isotherms for heated outer tube and cooled inner tube ( $Pr=0.71, Ra=5 \times 10^5, Ri^+=0.5$ ) ( $\Delta \psi^+=3, \Delta T^+=0.1$ )

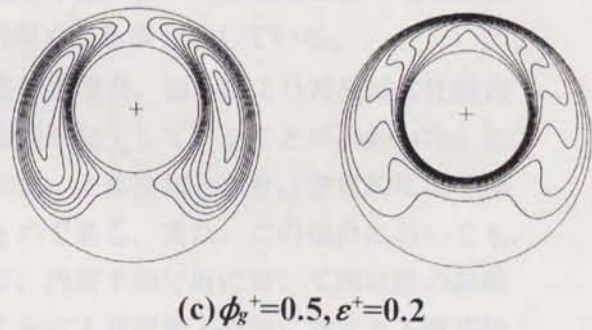


Fig.2.13 Stream lines and isotherms for heated inner tube and cooled outer tube ( $Pr=0.71, Ra=5 \times 10^5, Ri^+=0.5$ ) ( $\Delta \psi^+=3, \Delta T^+=0.1$ )

Fig.2.15(a)から内管を垂直上方に偏心させた場合、偏心により内管下部側に対流域が広がるため流れが強くなり大きな循環流が発生していることがわかった。また、それに伴い内管下部付近における下降流はFig.2.14に示した同心の場合よりもかなり強くなり、その結果等温線で示したように、内管下部付近におけるブルームもより大きくなっている。

Fig.2.15(b),(c),(d)のように斜め方向および水平方向に偏心させた場合、流れ場、温度場とも左右非対称となる。また流線より、内管下部側における下降流が内管の中心から左右どちらかに傾くという現象が見られた。

Fig.2.15(b)のように、内管を斜め斜め上方45°に偏心させた場合、偏心により対流域は若干広がることになる。また左側の比較的広い対流域に発生する対流が強いため、内管下部側における下降流は内管中心よりも若干右側に偏ることになる。また等温線から、その様な流れに伴い内管下部において発生するブルームも内管中心より右側に偏っていることがわかる。

Fig.2.15(c)のように、内管を水平に偏心させた場合、偏心により対流域は若干狭まる事になる。また、偏心に伴い内管の右側で環状部の距離が狭まり、内管右側の渦が上下に分割されるような様子が見られた。さらにこの場合、左側の比較的広い対流域に発生する対流が強くなるが、内管下部付近において環状部の距離が比較的狭まることもあり、内管下部側における下降流はほぼ内管中心に位置している。それに対応して等温線では内管下部において発生するブルームは内管中心付近に位置するが、Fig.2.15(b)の場合と比較して、発生するブルームは比較的小さくなる。これは、内管下部においては偏心により環状部の距離が狭まるため、その位置における対流が比較的弱くなる事を示している。

Fig.2.15(d)のように、内管を斜め下方45°に偏心させた場合、偏心により対流域は比較的狭められることになる。一方で内管下部側に小さな渦が発生していることがわかった。これは外管加熱、内管冷却のため内管下部では下部加熱、上部冷却となり、密度的には上部が重く、下部が軽くなるという不安定状態によるものである。また、この場合においても、左側の比較的広い対流域に発生する対流が強くなり、内管下部付近において環状部の距離がかなり狭まること、および小さな渦が発生することにより内管下部側における下降流は内管中心よりも若干左側に偏ることになる。それに対応して等温線では内管下部側において発生するブルームは内管中心から左側に偏るが、Fig.2.15(c)の場合と比較して、発生するブルームは比較的小さくなる。しかしこの場合には発生した小さな渦によりブルームの偏りが発生したと考えられる。

Fig.2.15(e)のように、内管を垂直下方に偏心させた場合、偏心により対流域はかなり狭められる。また、流れは左右対称になり、そのため内管下部付近に下降流が生じることになる。しかし、等温線においてFig.2.15(a)~(d)までに見られたようなブルームが内管下部

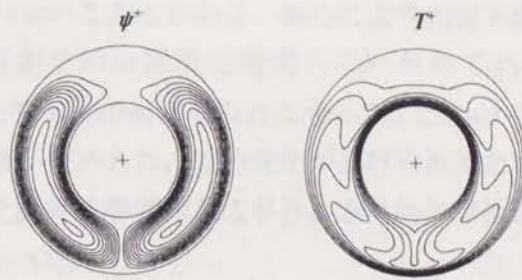


Fig.2.14 Stream lines and isotherms for concentric cylinder ( $Pr=0.71, Ra=5 \times 10^5, Ri^+=0.5, \epsilon^+=0$ )

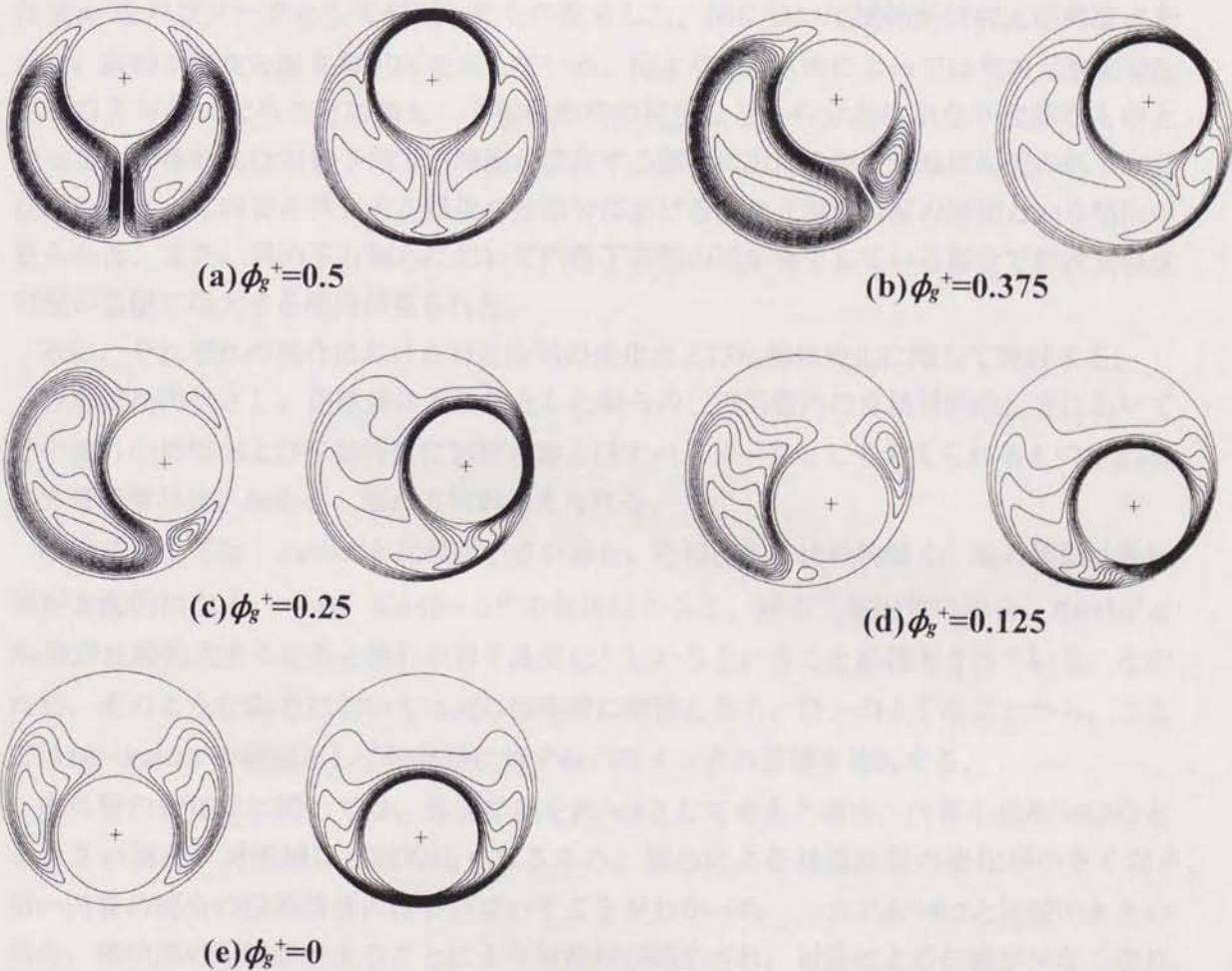


Fig.2.15 Stream lines and isotherms for eccentric annuli ( $Pr=0.71, Ra=5 \times 10^5, Ri^+=0.5, \epsilon^+=0.4$ )

付近において発生していないこともわかる。偏心により内管下部における環状部の距離がかなり狭められ、対流がその位置まで発達しないためであると考えられる。さらに、Fig.2.15(d)で見られた内管下部の渦は見られなかった。これは垂直下方への偏心によって下部側の熱的不安定領域が狭められ、渦の発生が妨げられたためと考えられた。また、内管の上部側には安定した温度成層領域が広がり、全体的に対流領域が小さくなり、流れが弱まっていることがわかった。

Fig.2.15(a)～(e)全てにおいて偏心量が $\varepsilon^+=0.4$ と比較的大きい場合、等温線より偏心方向では内管の偏心により環状部の距離が狭められ、その位置において等温線が非常に密になっていることもわかる。このため、この位置において熱移動は主に熱伝導支配になっていることがわかる。

Fig.2.16にはFig.2.15(a)～(e)の条件における内管周りの無次元温度勾配の分布を偏心方向角度 $\phi_g^+$ をパラメータとして整理したものを示した。図において横軸が無次元の角度 $\phi$ を示し、縦軸が無次元温度勾配 $D_i^+$ を示している。図より偏心方向によっては無次元温度勾配が左右非対称になることに加え、下部側の渦の発生などから分布はかなり複雑なものとなった。全体的には内管下部で下降流が発生する部分における無次元温度勾配の低下および偏心によって内管と外管とが接近する部分における無次元温度勾配の増加という傾向が見られた。また、斜め下方偏心において内管下部側の渦が発生している部分で無次元温度勾配が急激に増大する傾向が見られた。

次に、それぞれの場合における対流形態の変化および伝熱量変化に関して検討する。

管形状を円管とし、作動流体を空気とした場合の二重円管内の自然対流熱伝達において、その流れの形態および伝熱特性に影響をおよぼすパラメータとして考えられるものに $Ra$ 数、内外管の管径比、偏心量、偏心方向が考えられる。

$Ra$ 数に関しては、 $Ra=10^4$ と比較的小さい場合、その流れは比較的弱く、熱の移動は熱伝導が支配的になる。一方、Kuehnら<sup>(3)</sup>の報告によると、同心二重円管の場合、 $Ra=10^7$ と $Ra$ 数が比較的大きくなると流れが若干乱流化し始めるということが報告されている。そのため、そのような $Ra$ 数においては流れは非常に複雑となる。以上のようなことから、ここでは $10^4 < Ra < 10^6$ の範囲として伝熱量に対するパラメータの影響を検討する。

内外管の管径比に関しては、外管半径を $R_o^+=1$ として考えた場合、内管半径 $R_i^+=0.3$ などと小さい場合、対流領域は比較的広くなるため、偏心による対流形態の変化が小さくなり、単一円管の場合の伝熱特性に近づいていくことがわかった。一方で $R_i^+=0.7$ と比較的大きい場合、環状部の距離が狭まることにより対流領域が縮小され、対流による伝熱が少なくなり、熱の移動は熱伝導支配の形態に近づいてゆくことになる。その結果、偏心による伝熱量変化が少なくなる事がわかった。そのような観点から考えると $R_i^+=0.4 \sim 0.6$ 程度の範囲では



偏心による効果が比較的現れる事がわかった。このため伝熱量の変化を考える場合、この範囲が最適であると考えられ、代表的な場合として $R_i^+=0.5$ を選択した。

Fig.2.17には $Pr=0.71, Ra=5 \times 10^5, R_i^+=0.5$ とした時の内管からの無次元伝熱量 $Q_i^+$ の偏心量 $\epsilon^+$ による変化を偏心方向 $\phi_g^+$ をパラメータとして整理したものを示した。図において横軸は無次元偏心量 $\epsilon^+$ を示し、縦軸は内管側の無次元伝熱量 $Q_i^+$ を示している。図より上方または斜め上方に偏心させた場合、偏心量の増加に伴い無次元伝熱量の増加が見られたこと、特に斜め上方に偏心させた場合には若干ではあるが極大値を有する様な分布となることがわかった。内管を上方または斜め上方に偏心させることにより、Fig.2.15に示したように、内部の対流領域が拡大するため、このように偏心に伴い伝熱量が増加したと考えられる。また水平方向に偏心させた場合、 $\epsilon^+ \leq 0.1$ 程度までは無次元伝熱量に大きな変化はないが、それを越えると徐々に減少しはじめ、偏心量の増加が熱移動を妨げることがわかった。さらに斜め下方および垂直下方偏心においては偏心量の増加に伴い伝熱量は一様に減少してゆくが、 $\phi_g^+=0.125$ の場合、 $\epsilon^+ \approx 0.3 \sim 0.35$ において、また $\phi_g^+=0$ の場合、 $\epsilon^+ \approx 0.15 \sim 0.3$ 付近において無次元伝熱量 $Q_i^+$ が急激に増加する領域が見られた。これはFig.2.15(d)に示したように内管下部側に熱的不安定による2次渦が発生した領域に相当し、こうした渦の発生により伝熱量が急激に増大することがわかった。内管を水平、斜め下方および垂直下方に偏心させる事により、Fig.2.15で示したように、内部の対流領域が縮小するため、偏心に伴い伝熱量が減少したと考えられる。また、それぞれの偏心方向において共通の傾向として、偏心量が $\epsilon^+ \geq 0.3 \sim 0.35$ と大きくなると、無次元伝熱量 $Q_i^+$ が増加する傾向が見られたが、これは偏心に伴い内管と外管とが接近したため、局所的に温度勾配が大きくなり、熱伝導による熱移動が増大し、結果として無次元伝熱量 $Q_i^+$ が増大したと考えられる。この場合、局所的に熱的負担が増大することになり、実用上は望ましくないと思われた。

以上のような結果を踏まえ、本研究の目的である伝熱制御という観点から再検討する。

Fig.2.17において、若干ではあるが伝熱が促進されるのは内管を垂直上方および斜め上方 $45^\circ$ に偏心させた場合である。ただし、垂直上方に偏心させた場合には偏心量の増加に伴い、伝熱量はゆるやかに増加するのに対し、斜め上方 $45^\circ$ に偏心させた場合、偏心量 $\epsilon^+=0.15$ 付近までは伝熱量が増加するが、その後減少し、再び増加するという傾向を示した。そのため、伝熱促進という観点で考えると垂直上方に偏心させることが望ましいと考えられる。また、Fig.2.17において、 $\epsilon^+=0.3 \sim 0.4$ 付近から伝熱量が急激に増加しているが、これは偏心量が大きくなると、その偏心方向において環状部の距離が狭まるため、その付近において温度勾配が急激になることによる増加であると考えられる。そのような場合、局部的に熱負荷が増大することになるため、実用上は好ましくないと考えられる。一方で内管を垂直下方および斜め下方 $45^\circ$ に偏心させた場合、ある偏心量において伝熱量が急激

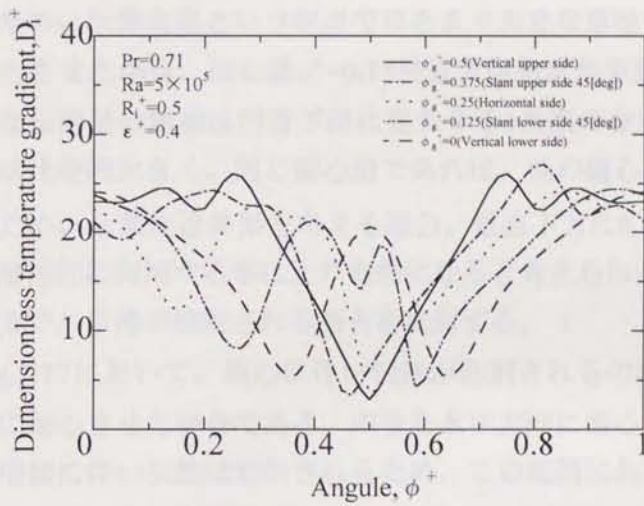


Fig.2.16 Variation of dimensionless temperature gradient for various shift direction (Pr=0.71, Ra=5×10<sup>5</sup>, R<sub>i</sub><sup>+</sup>=0.5, ε<sup>+</sup>=0.4)

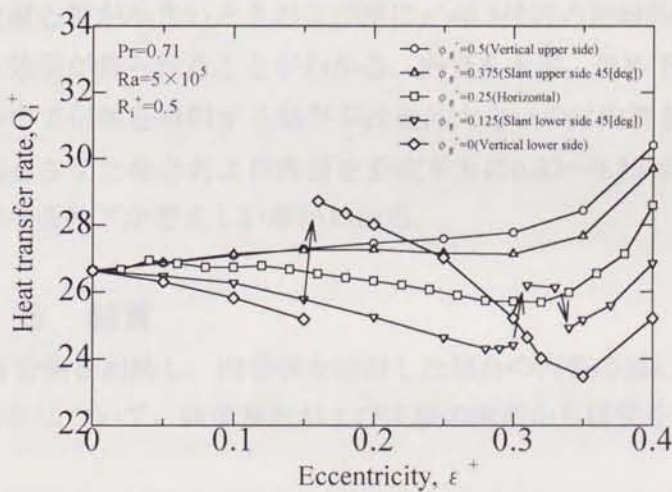
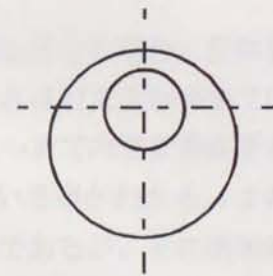
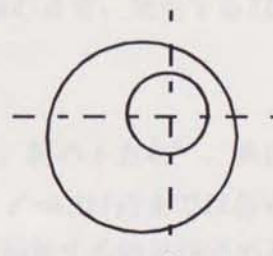


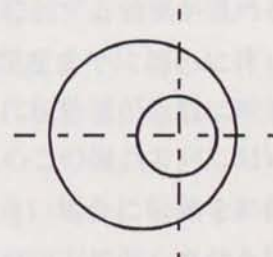
Fig.2.17 Variation of heat transfer rate for various shift direction (Pr=0.71, Ra=5×10<sup>5</sup>, R<sub>i</sub><sup>+</sup>=0.5)



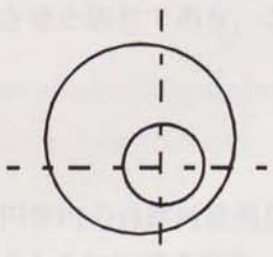
(a) φ<sub>g</sub><sup>+</sup>=0.5



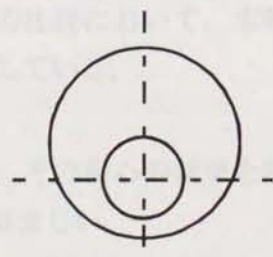
(b) φ<sub>g</sub><sup>+</sup>=0.375



(c) φ<sub>g</sub><sup>+</sup>=0.25



(d) φ<sub>g</sub><sup>+</sup>=0.125



(e) φ<sub>g</sub><sup>+</sup>=0

に増加している範囲がある事がわかる。しかし、斜め下方 $45^\circ$ に偏心させた場合、伝熱量が増加しても同じ偏心量における他の偏心方向の場合と比較してそれほど大きな増加ではないため、伝熱促進という観点ではあまり大きな意味を持たない。一方で内管を垂直下方に偏心させた場合、偏心量 $e^+=0.15$ 付近で伝熱量が急激に増大している事がわかる。このような伝熱量の増加は円管下部に発生する2次渦の存在によるものであるが、その増加の割合は比較的大きく、同じ偏心量であれば、他の偏心方向の場合よりもかなり大きくなる。そのため、伝熱促進効果を考える場合、垂直下方に $0.15\sim 0.2$ 程度偏心させ、発生する2次渦を積極的に利用する事により有効になると考えられる。

一方で、伝熱が抑制される場合を検討する。

Fig.2.17において、偏心に伴い伝熱が抑制されるのは内管を水平、斜め下方 $45^\circ$ 、垂直下方に偏心させた場合である。内管を水平方向に偏心させた場合、 $e^+=0.3$ 付近までは偏心量の増加に伴い伝熱は抑制されるため、この範囲においては伝熱を抑制する効果が望める事がわかる。さらに、内管を斜め下方 $45^\circ$ に偏心させた場合、 $e^+=0.28$ 付近までは偏心量の増加に伴い伝熱量は緩やかに減少するため、この場合にも伝熱を抑制する効果が望める事がわかる。さらに内管を垂直下方に偏心させた場合、 $e^+=0.14$ 程度までは偏心に伴い伝熱が抑制されるが、それ以上偏心量を大きくすると前述したように伝熱量が急激に増加し、その後緩やかに伝熱量が減少するという傾向を示した。そのためこの偏心方向においては偏心量が小さいときおよび逆に $e^+=0.3$ 付近の比較的大きな偏心量に伝熱を抑制する効果が得られることがわかる。内管を水平、斜め下方 $45^\circ$ 、垂直下方に偏心させた場合の中で伝熱を抑制する効果が比較的大きいのは内管を斜め下方 $45^\circ$ に $0.25\sim 0.28$ 程度まで偏心させた場合および内管を垂直下方に $0.32\sim 0.35$ 程度まで偏心させた場合であり、このような条件下が望ましい事がわかる。

## 2.5 結言

外管側を加熱し、内管側を冷却した場合の内管の偏心に伴う二重円管内の自然対流熱伝達特性について、数値解析および実験の両面から研究を行い、以下のような知見を得た。

- (1)外管側を加熱し、内管側を冷却した偏心二重円管の実験結果との比較において、本数値解析はよい一致を示しており、解析手法として十分な妥当性を有している。
- (2)偏心した二重管環状部における自然対流熱伝達を利用する場合、その偏心の効果を期待するには、 $10^4 < Ra < 10^6$ の範囲では $0.4 < Ri^+ < 0.6$ の範囲とすることが望ましい。

(3)作動流体として、空気のように温度変化に対する密度変化が単調な流体を使用し、管形状を円管にした場合、内管を上半部に偏心させることにより伝熱量が増加するため、伝熱促進効果を期待する場合には内管を上半部に偏心させることが有効になる。また、管の管径比や $Ra$ 数によっては内管を若干垂直下方に偏心させた際に内管下部側に2次渦が発生し、それにより伝熱量が急激に増加する可能性があるため、その場合に対しても伝熱促進効果が期待できる。

(4)一方で内管を下半部に偏心させることにより伝熱量が減少するため、伝熱を抑制する効果を期待する際には、内管を下半部に偏心させることが有効になる。

### 参考文献

- (1)U. Grigull and W. Hauf, "Natural convection in horizontal cylindrical annuli", Proc. 3rd Int. Heat Transfer Conf. (1966) 182-195.
- (2)R. E. Powe, C. T. Carley and E. H. Bishop, "Free convection flow pattern in cylindrical annuli", Journal of Heat Transfer, **91** (1969) 310-314.
- (3)T. H. Kuehn and R. J. Goldstein, "An experimental study of natural convection heat transfer in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli", Journal of Heat transfer, **100** (1978) 635-640.
- (4)T. H. Kuehn and R. J. Goldstein, "An experimental and theoretical study of natural convection in the annulus between horizontal concentric cylinders", J. Fluid Mech., **74-4** (1976) 695-719.
- (5)C. H. Cho, K. S. Chang and K. H. Park, "Numerical simulation of natural convection in concentric and eccentric horizontal cylindrical annuli", Journal of Heat Transfer, **104** (1982) 624-630.
- (6)E. Hahne and U. Grigull, "Formfaktor und formwiderstand der stationären mehrdimensionalen wärmeleitung", J. Heat Mass Transfer, **18** (1975) 751-767.
- (7)Darrell W. Pepper and Roger E. Cooper, "Numerical solution of natural convection in eccentric annuli", AIAA JOURNAL, **21-9** (1983) 1331-1337.
- (8)J. Prusa and L. S. Yao, "Natural convection heat transfer between eccentric horizontal cylinders", Journal of Heat Transfer, **105** (1983) 108-116.
- (9)齊藤 武雄, "数値伝熱学", 養賢堂 (1986) 115-119.
- (10)中村 博, "Fortran 77による伝熱解析プログラム", サイエンス社 (1989) 196-198.