問題解決過程における
確率に関する知識の構成とその授業開発
ー中学校数学科確率指導法での「同様に確からしい」に焦点を当ててー

（2021 年 8 月 31 日　受理）

岩手大学教育学部附属中学校　浅倉　祥
岩手大学　佐藤　寿仁
中村　好則

要約

本研究の目的は，中学校第 2 学年における確率の指導において，「同様に確からしい」ことの捉えとその概念形成の過程に着目し，数学的確率を用いて問題解決する際の思考の様相を明らかにすることである。単に「同様に確からしい」を知っているということだけでなく，不確定な事象を数理的に捉える際に有効に働くということの理解への転換を図るための授業開発を行った。そこで，確率指導の導入場面と終末場面において，同じ内容の問題を設定するなどして指導計画を作成した。同じ内容の問題を統計的確率と数学的確率で解決したそれぞれの考え方を振り返り，用いた２つの確率について検討することで，「同様に確からしい」ことに着目して根元事象を捉えるようになっていくことを確認することができた。

キーワード：同様に確からしい，数学的確率，統計的確率　根元事象

１．研究の目的

平成 29 年の中学校学習指導要領の改訂により，従来第 2 学年の学習内容であった，多数回の試行によって得られる確率（以下,「統計的確率」）の学習が第 1 学年に移行され，第 2 学年では，場合の数を基にして得られる確率(以下,「数学的確率」)のみを学習することとなった。このことからも，統計的確率と数学的確率に順番付けをするのではなく，事象や場面を的確に捉え，問題解決のためにどのように確率を用いればよいかを判断する力が求められていることがわかる。中学校数学科における数学的確率は，根元事象においてどの場合が起こることも同程度期待される（以下，同様に確からしい）ことを前提として求められる（石原，1978）。しかし，小林・辻山（2020）は確率を求める問題において，同様に確からしいことを意識して根元事象を捉えることができない生徒が多い傾向を指摘している。令和元年度の全国学力・学習状況調査では下の図 1 の問題が出題され，図 2 の分析がなされた。(国立教育政策研究所, 2019)

図１　令和元年度全国学力・学習状況調査問題

5　２枚の 10 円硬貨を同時に投げるとき，２枚とも表の出る確率を求めなさい。ただし，硬貨の表と裏の出方は，同様に確からしいものとします。

図 2　令和元年度全国学力学習状況調査分析

１．解答類型と反応率

問題番号		解答類型	反応率(%)	正答
5	1	$\frac{1}{4}$ と解答しているもの。（数学的に同値と判断できるものを含む。以下同様。）	73.1	◎
	2	$\frac{1}{3}$ と解答しているもの。	8.0	
	3	$\frac{1}{2}$ と解答しているもの。	10.4	
	4	整数の値を解答しているもの。	2.1	
	99	上記以外の解答	3.3	
	0	無解答	3.2	

２．分析結果と課題

○　解答類型２の中には，２枚の 10 円硬貨を同時に投げたときの硬貨の表と裏の出方の起こり得るすべての場合は，「２枚とも表」，「１枚が表で１枚が裏」，「２枚とも裏」の３通りであると捉えた生徒がいると考えられる。

解答類型３の中には，事象やその起こる確率についての理解が十分でなく，２枚の 10 円硬貨を同時に投げたときの硬貨の表と裏の出方の起こり得るすべての場合が２通りであると捉えた生徒がいると考えられる。

正答率は 73.1%と決して低いわけではないが，分析結果にも書かれている通り,「同様に確からしい」ことに着目して根元事象を捉えることができていない生徒がいることがわかる。さらに，岩知道（2017）は，「同様に確からしい」という考え方は，場合の数をもとにして数学的確率を考える上で，必要不可欠な考え方であるにもかかわらず，学校教育で十分に注意がなされ，扱われているとは言い難いと述べている。つまり,「同様に確からしい」ことを的確に捉えることが重要であるにも関わらず，その意識が学習者，指導者ともに十分

でなく，計算方法の議論やその計算の正確さに終始してしまう現状があると考えられる。また，菊池（2015）は体験的に確率の意味を理解する数学的活動を充実させれば，生徒は統計的確率と数学的確率の意味を理解するとともに，起こり得るどの場合も同様に確からしいときに数学的確率を求められるとわかり，統計的確率と数学的確率の接続を図ることができると考えられるとする一方で，ある試行において，起こり得るすべての場合が同様に確からしいかどうかを的確に判断できるようにする指導方法の検討の必要性を述べている。

本研究では，「同様に確からしい」を定義し，そのもとでの確率を定義してしまったのちは，場合の数を数え，数学的確率を求めることに主眼が置かれている現状（岩知道，2017）からの脱却を目指した。2 年間の学習を通して，数学的な見方・考え方が豊かになっていることを生徒が実感し，自らの成長や学ぶことの良さを体感しながら，根元事象においてどの場合が起こることも同程度期待されること，つまり「同様に確からしい」ことに着目する必要性に気づかせたいと考えた。この「同様に確からしい」ことの捉えとその概念形成の過程に着目し，数学的確率を用いて問題解決する際の思考の様相を明らかにすることで，単に「同様に確からしい」という知識を知っているということだけでなく，不確定な事象を数理的に捉える際に有効に働くという理解への転換を図るための授業開発を行った。

２．授業実践

授業は，2021 年 5 月に国立大学附属中学校において，2 年生 1 学級（C 組 34 人）を対象に行った。

(1)　単元計画の作成

生徒に学びを自覚させることで，単に「同様に確からしい」の意味を知っているという理解から，不確定な事象を能動的かつ数理的な解釈をするための理解へとつなげていくことを意識して，単元の指導計画を作成した。特に，単元の導入場面と終末場面で同じ内容の問題を設定することで，確率を用いた問題解決の方法や過程を振り返る場面と，自らの数学的な見方・考え方が豊かになっていることを実感する場面を意図的に設けた。同じ問題を扱うことで，単元の導入場面においては，統計的確率を用いてしか解決できなかった問題を，終末では，「同様に確からしい」ということを意識して根元事象を明らかにし，数学的確率を用いて問題解決することができるようになったということを認識する機会を設ける。そのような経験を通して，「同様に確からしい」ことの重要性を再認識し，統計的確率と数学的確率のどちらを用いて不確定な事象を捉えるのかの軸を持てるようにする。また，自らの成長を感じたり，数学的に考えることのよさを感じたりすることで，主体的に学習に取り組む態度にもつながっていくと考えた。さらに，数学的確率が優れていて，統計的確率が劣っているという二者択一的な考え方ではなく，それぞれに良さがあり，事柄の起こりやすさに違いがあって同様に確からしいといえない場合には，統計的確率をもとに問題解決をする必要があるということを実感させることも可能であると考えた。

このように，「同様に確からしいこと」の定義とその概念形成の過程を想定して授業者が授業を構成して，終末場面における生徒の不確定な事象への捉えや考え方の様相を考え授業を進めていくことで，授業で大切にしたいことが明確になり，単元を通して一貫性のある授業を創り上げることができると考えた。下の図 3 は本研究における実践の単元計画である。

図 3　単元計画

時	学習課題　・学習内容　◆指導の留意点
1	くじを先にひく?あとにひく? ・3 人で順番に，3 枚のうち 1 枚があたりのくじを引くとき，順番によってがあたりやすさに違いがあるのかを予想し，実験を行い検証する。
2	実験をしなくても確率は求められないか考えよう ・さいころを 1 つなげるとき，1 の目が出る確率について，実験を基に求めた確率と，場合の数を基に求めた確率が近づくことを確認する。
3	同様に確からしいか判断し，起こりうる場合を数え上げよう ・起こりうる場合を数え上げ，同様に確からしいかどうかを判断する。
4	いろいろな確率を求めよう ・起こりうる場合の組み合わせを考えたり，表を用いて整理したりすしたりし，確率を求める。
5	起こらない場合の確率をもとめよう ・余事象の確率の求め方を考える。
6	基本の問題 ・確率を求める基本的な問題を解く
7	何が当たりやすいか考えよう ・日常の事象を確率の考えを使って説明する。
8	くじを先にひく？あとにひく？ ・第 1 時と同様の問題に再び取り組む。 ◆事象の「同様に確からしい」ということに着目すると，導入時と異なる問題解決ができようになったことを実感させ，数学的な見方・考え方の深まりを実感させる。
9	章の問題・確認テスト ・単元のまとめの問題に取り組む。

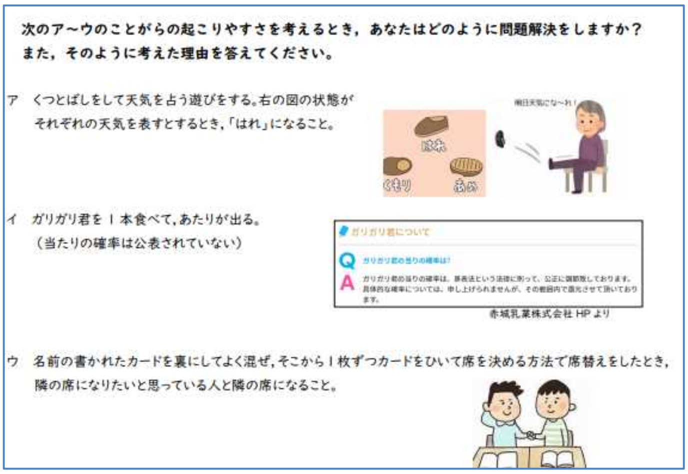
(2)　認知変容の評価

生徒の事象の捉え方や,「同様に確からしい」ことの理解やその受け止め方の変容を，振り返りや学習シートへの記述からみとった。それらを基に，生徒に計算方法の吟味だけでなく，仮定に着目する重要性をフィードバックすることで,「同様に確からしい」の意味を知っているという理解から，不確定な事象を能動的かつ数理的な解釈をするための理解へとつなげていきたいと考えた。また，生徒の変容から，今回の単元の構成や，指導法の妥当性も検証していく。

(3) 問題解決の方略の確認

単元の学習後，生徒の不確定な事象との向き合い方を明らかにするために，問題解決の方略を問う問題を出題した。従前の確率の単元の学習の多くは，解決の糸口が与えられた問題を繰り返し解くということに終始していた。しかしながら，本研究では，問題の本質を捉え，解決の方法を自ら導き出せる力を身につけさせたいと考えたため，このような問題を出題した。その解答と授業での記述や振り返りの記述との関連性から，授業での学びが単なる知識の習得になってしまわず，不確定な事象を能動的かつ数理的な解釈をするための理解になっているかを見とりたいと考えた。以下の図 4 は今回扱った問題である。

図 4　問題解決の方略を問う問題

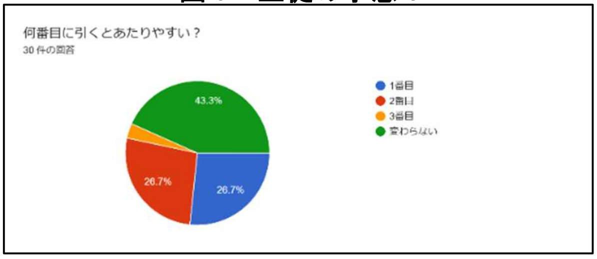


３．授業での検証

(1)　単元の導入場面における授業

単元の導入では，プロ野球のドラフト会議という場面設定で「3 枚のうち 1 枚のあたりが入っているくじがあります。このくじを 3 人が順番にひき，あたりかはずれかを同時に確認します。何番目にひくと当たりやすいでしょうか。」という問題を扱った。これに対し，生徒の予想は図 5 のようになった。

図 5　生徒の予想 1



理由については,以下のようなものが挙げられた。

1 番目
- 当たりが絶対にあるから
- 2 番目 3 番目は 1 番目の人が当たりをひいていたら，当たりをひくことは不可能だから

2 番目
- 最初の人がはずれたら，2 番目の人は半分の確率で当たるから
- 1 番目の人は 1/3 で当てづらい。3 番目は余った一つしか選べない。2 番目が 1/2 で 1 番当たりいやすいと思う。

3 番目
- 残り物には福があるから

変わらない
- 当たるか当たらないかは運だと思う
- 不公平にならないようにできているから

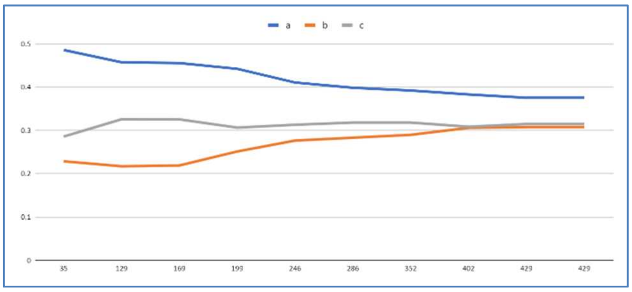
その後，次のように授業を展開した。

T:「どうやったら起こりやすさを調べられそう？」
S：「実験」
T：「どうして実験するとわかるのですか？」
S：「1 年生でも実験をした。」
T：「どんなことに気をつければ良い？」
S：「なるべくたくさんやった方が信頼度は高い」
S：「偏りのないようにしっかり混ぜる」
T：「そのようなことに注意して実験すれば良いのですね。1 年生の時にはそのように多数回の実験をして，どのような値に着目して起こりやすさを考えましたか？」
S：「相対度数」

このように 1 年時の学習を基に，実験により問題解決するという過程を全体で確認し，実際にトランプを用いて実験を行った。4 人グループで時間を決めて実験を行い，各グループの得られた実験結果を累積し学級の結果としてまとめた。その結果が図 4 である。

図 6　実験結果のグラフ

a:1 番目が当たる　b:2 番目が当たる　c:3 番目が当たる



試行回数が少なかったこともあり，すべての確率が一つの値に収束しなかった。しかし，考察の場面では，1 学年での学習の深まりや，今後の学習への意欲へとつながる発言も出た。そこから単元の学習の内容へとつないだ。以下はその時のやり取りである。

S :「今回は 1 番目の人が一番高かったが，だんだんとグラフも下がってきているから，もっと実験回数を多くすれば，すべて同じ値に近づくと思う。」

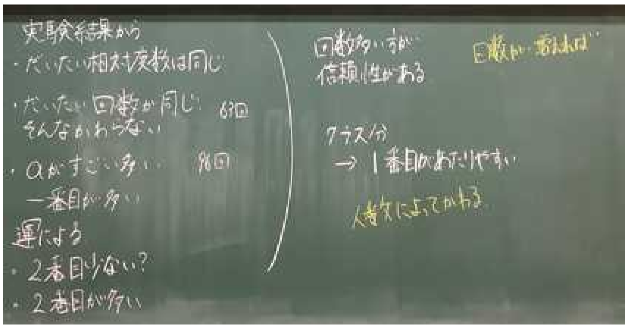
S :「くじの枚数が 3 枚で，当たりが 1 枚だからこの結果でもおかしくないと思うけど，例えば，くじが 100 枚で当たりが 1 枚だったら，絶対確率は違うと思う。」

T :「もっとたくさん実験しないとわからない？確率を求めるときには，いつもたくさん実験をしないと求められないのでしょうか？100 枚のくじで実験する？」

S :「そういうわけではない。実験しなくてもわかるものある。」

T:「2 年生の学習では，どのようなときに実験によらずに確率を求めることができるのか。そしてその求め方について学習していきます。」

図 7　導入場面における授業の板書の一部



導入の授業時点では，当然ながら同様に確からしいことを意識して事象を捉える様子は見られず，1 年生のときに学習した，統計的確率を基に問題を解決しようとする姿が見られた。そこで，実験には手間がかかることから，実験によらずに確率を求められないか，もしそれができるのであればそのために考えなければならないことは何かということを問い，次時以降の見通しを持たせた。その後の授業において，同様に確からしいことを定義し，同様に確からしいことを意識して事象を捉えることの必要性を指導した。

（２）単元の終末場面における授業

単元の終末場面では，まず初めに，「5 枚のうち 2 枚のあたりくじが入っているくじがある。A，B の 2 人がこの順に 1 枚ずつくじをひくとき，どちらの方が当たりやすいか」という問題に取り組んだ。問題解決に入る前に，多くの生徒が躓きそうな部分を全体で共有してからどちらの方が当たりやすいのかを予想させた。以下は，そのやり取りと，生徒の予想である。

T :「当たりやすさはどうやって考えられる？」

S :「確率を求めればよい」

T :「では，先にひく人の確率は」

S :「$\frac{2}{5} = 0.4$」

T :「そうですね。では，後に引く人の確率は？」

S :「最初の人の結果によって違う」

T :「では，最初の人が当たりをひいたときは」

S :「$\frac{1}{4} = 0.25$」

T :「なぜそうなるの？」

S :「最初の人が当たりをひくと，残りのくじの本数は 4 本で，
そのうち当たりが 1 本だから」

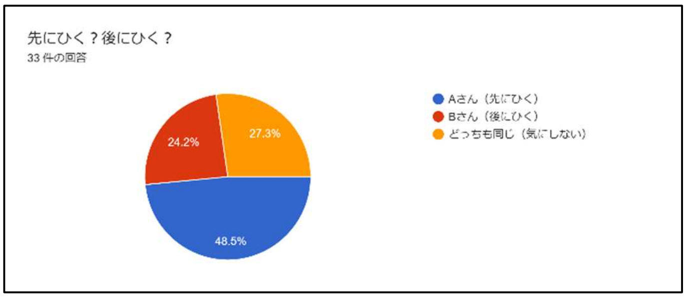
T :「では，最初の人が外れをひいた場合は？」

S :「残りのくじの本数は 4 本で当たりが 2 本あるから$\frac{2}{4} = 0.5$」

T :「では結局どちらがあたりやすいといえるのでしょう？」

このように，導入場面とは異なり数学的確率を基に問題解決を図ろうとする姿が見られた。その後，どちらが当たりやすいかを予想させたところ，下の図 8 のような結果となった。

図 8　生徒の予想 2



多くの生徒が，後にひく人の確率は，先にひく人があたりを引いた場合とはずれを引ひいた場合によって変わり，先にひく人の確率と比べることができないと迷っている様子が見受けられた。これは，同様に確からしいことに着目して，根元事象を捉えると考え，それまでの学習を振り返り，事象に同様に確からしいということがいえれば，起こり得る場合をすべて数え上げることで確率を求めることができたことを確認し，今回もそのようにして求められそうであることや，起こり得る場合をもれなく数え上げるために，樹形図や表を用いていたこと等を，全体で確認した。その後，今回は図 9 のような数字のみの不完全な樹形図を配付し，それを活用して問題解決をするように指示をした。これは，本時は問題解決の方法の議論のみでなく，同様に確からしいということに着目して不確定な事象捉える重要性等，2 年間の確率の学習の総括的な振り返りまで行うための，時間を確保するためである。

図 9　樹形図

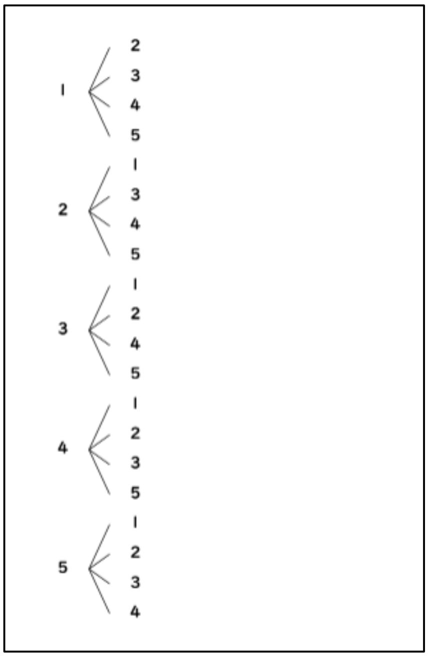


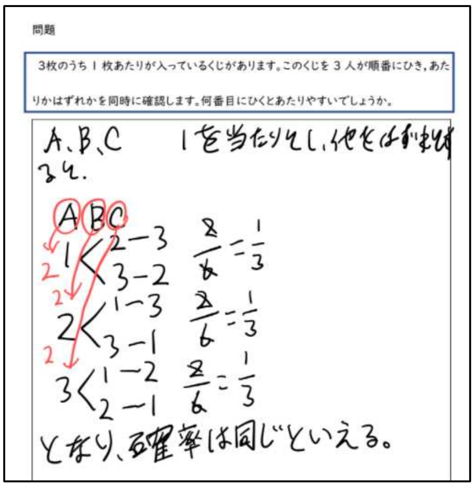
図 10　終末の授業の板書の一部

上図 10 のように，樹形図をもとに確率を明らかにし，それを用いて問題解決をした後，生徒の同様に確からしいことの捉えを確認するため，あたりはずれの区別のみで書いた樹形図（図 11）を提示し，正しい考え方といえるかを考えさせた。あたり，はずれのみではなく，くじ 1 本 1 本を区別しなければ起こりやすさに偏りがあること，先ほど求めた確率と異なってしまうこと等を確認し，根元事象や同様に確からしいことの捉えを再確認した。

図 11　あたりはずれのみの区別の樹形図

その後，あえて何も言わずにプロ野球のドラフトを取り上げた導入場面と全く同じ問題を提示した。生徒は当然のように数学的確率を用いて問題を解き始めた。多くの生徒が図 12 のように，樹形図をかき，数学的確率を用いて問題解決することができていた。

図 12　練習問題の生徒の記述例 1



しかし，同様に確からしいことを意識していることが記述からは確認できなかったため，次のようなやり取りをし，生徒の問題解決の過程を意図的に意識させた。

T：この問題どこかで見たことないですか。
S：うーん。
T：こんな問題やりましたよね。
S：あー、ドラフトの問題か。
T：そのとき，どうやって問題解決をしましたか。
S：実験
T：実験の結果と今回求めた結果がちょっと違うけど，なぜだろう。
S：実験の回数が少なかったから。
S：もっと回数が多ければ今回の結果に近づくと思う。
T：実験の結果が不適切ということではなく，回数ややり方等の条件が不十分だったということですね。
T：では，なぜ今日は実験をせずに確率を求めることができ，起こりやすさについて考えることができたのでしょう。

以上のようなやり取りから，なぜ，導入時と今で異なる問題解決の過程を取ることができるようになったのかを振り返らせ，導入場面との違いを記述させた。一人ひとりが記述したものが下図 13 のように 1 つのシートに反映されるようにし，互いの考えを共有できるようにした。以下はその一部を抜粋した。

生徒 1…実験を重ねてその事柄が本当に同様に確からしいかを考え計算で求められるようになった。
生徒 2…樹形図などの表や分数を使って数学的に確率を考えられるようになったから。
生徒 3…実験では、果てしない回数をやらなければ、答えを出すことはできないが、計算だと、実験をたくさんやったときの値をすぐに出すことができるから。
生徒 4…確率を求める際に、その場合が起こる確率は同様に確からしいかという視点で考え、実験しなくても計算でもとめることができるようになったから。
生徒 5…実験しなくても、どの結果が起こることも同様に確からしいと言える上で樹形図や表を用いて計算することができるようになったから。
生徒 6…実験で求めるという方法もありだが時間がかかるし、運に左右されるが、計算なら樹形図などを使って早く正確に求めることができるから。

授業の最後には，不確定な事象において，同様に確からしいことに着目し事象を捉えることで，実験によらずに確率を求められることもあることを確認した。同時に，同様に確からしいといえない場合には，多数回の実験を基に確率を考えることを振り返り，統計的確率の必要性も再確認した。そのうえで，統計的確率と数学的確率を用いる際には、同様に確からしいことを意識することの重要性を再確認した。

図 13　導入場面との違いの記述

	A	B	C	D	E
1	確率を求める際に、その場合が起こる確率は同様に確からしいかという視点で考え、実験しなくても計算でもとめることができるようになったから。	計算や樹形図などの簡単に答えを求められる方法がわかったから	同様に確からしいことがわかったうえで、その実験の場合を樹形図や表にまとめれるようになったから	同様に確からしいということがわかったため、実際に実験しなくても計算や樹形図、表で求められるということがわかったから。	同様に確からしいとわかったから
2	樹形図や表で計算できるようになったから。	実験ばかりに頼ると「偶然」1回目に引いた人が当たりやすかったり、「偶然」2番目に引いた人が、連続して当たったりと偶然が続いてしまうことが多くなってしまうから､式を使うことによってその偶然も何回もやればこの数字に近づいていくというのがはっきりとわかるから。	実験には、時間と労力が必要なので、短い時間でできる計算で出した。1時間目と違って、樹形図や、同様に確からしいなど新たな知識が得られたから。	初めは樹形図や表などのツールで全ての通りを見つける事が難しかったから。	まず、問題を解く前にその求め方で全ての確率が同様に確からしいか確かめ、樹形図などで起こりうるすべての確率を出して、そのうちどれくらいの確率で何が起こるのかなど、きちんと手順を理解して問題を解けるようになったから
3	樹形図や表を使って計算で求める事ができるようになったから。	図などを使い問題を解けるようになったからた、同様に確からしいということがわかった	1時間目と今で, なぜ違う問題解決の仕方をした？ できるようになった？  	1時間目の時は、・どのようにして確率を求めればいいのか　・実際に実験しなくてもできる方法があるのかわからなかったが、今は・同様に確からしい　・樹形図などを使った計算での確率の求め方などがわかったから。	樹形図などの表や分数を使って数学的に確率を考えられるようになったから。
4		実験で求めるという方法もありだが時間がかかるし、運に左右されるが、計算なら樹形図などを使って早く正確に求めることができるから。		確率は同様に確からしいという事が分かったから。	樹形図などを使って素早く計算したり出来るようになったから。
5	1時間目では実験が効率が悪いとわかっても計算をするときに、条件（同様に確からしいなど）を考えずに解いていたため、答えがずれたりしていた。いまでは答えを求めることを目的にするのではなく、樹形図などを書いた途中の式を意識できるようになった。			実際に実験で確かめる以外の方法を、授業を通して学び、数学的に場合を考えられるようになった．物事が起こる確率は同様に確からしければ計算で求められると分かったため．	実験では、果てしない回数をやらなければ、答えを出すことはできないが、計算だと、実験をたくさんやったときの値をすぐに出すことができるから
6	一時間目に比べて樹形図や計算などを使って確率を簡単に出すことができるから	どれが起こる確率も全て同様に確からしいことをわかって、樹形図や、表を活用して考えることができるようになったから。		全ての通りが起こりうることは、同様に確からしいということを正確に求めることができるようになったから。また、確率を客観的に見ることができるようになった。	確率を求める時に樹形図や表を使えばいいとわかったから。
7	同様に確からしい事を樹形図などで求めれるから	組み合わせの考え方や同様に確からしいことを理解して考えられるようになったから。	実験しなくても、どの結果が起こることも同様に確からしいと言える上で樹形図や表を用いて計算することができるようになったから。		
8	同様に確からしいという事がわかったことで、実験をしなくても樹形図などを使うことで、求められるとわかったから。	同様に確からしいということを知り、また、樹形図などを活用して考えられるようになったから。	同様に確からしいということを樹形図などを使い表すことができるようになったのと、計算で求める方法が		実験を重ねてその事柄が本当に同様に確からしいかを考え計算で求められるようになった。

以下の図 14 は，生徒の授業における気づきや学習したことの振り返りである。なお第 1 時については，全体での振り返りのみで，シートには記入しなかった。

図 14　生徒の振り返りシート

	振り返り
2	サイコロの実験から、ある事柄の起こる確率の求め方が分かった。計算によって確率を求める時は、どの場合が起こることも同様に確からしい必要がある。
3	樹形図を使うことで起こりうる場合をもれ、重複なく数えられることが分かった。確率を求めるときにはどの場合が起こることも同様に確からしい必要があるので気をつける。
4	いくつかの中から数個を選ぶとき、重なりがないか気をつけなければならない問題がある。問題文から順序が関係するかしないか、慎重に読み取ることが大切。
5	樹形図を使うか、そのほかを使うかは、その時々で使い分けると良い。さいころの出た目について、どんな確率があるか考えて問題を作られた。
6	確率の色々な問題を楽しんで解けた。間違いがかなり多かったが、もっとよく考えていれば解けるものが多かったので、練習問題をたくさん解いて、もっとよく考えることを習慣づけたい。
7	今回、予想ではハズレ・ハズレだったが、樹形図などで確かめた時、予想とは異なっていて驚いた。今回のように、イメージと事実 † が違うことも多いと思うので、確率を求めるとき、しっかり考えて解きたい。樹形図だと、下座得るのが大変だったので、数が多そうな時は、表を使って求める。
8	これまでの学習で、確率を樹形図などを使い求められることが分かった。しかし、計算などで求められるのは、どの場合が起こることも同様に確からしいときだけなので、樹形図を使って求めるときは、全ての場合が同様に確からしくなっているかに気をつける。また、計算で求められないものもあるので、必ずしも計算で求めようとしない。
9	樹形図などを利用して問題を解けた。これまでの反省を生かして数え間違いに気をつけられた。しかしかなり混乱してなかなか答えを出せないことがあったので、応用問題を重点的に解いていきたい。

（３）　問題解決の方略を問う問題

単元の学習が終了した後に，図 2 で示した問題に取り組ませた。考える手立てがある程度与えられた問題の答えを求めるのではなく，ある事象に直面したときに，これまでの学習を生かしてどのように解決していこうとするかを問う問題である。図 15 のように，概ね，不確定な事象について問題解決する際には，同様に確からしいことに着目して事象を捉えることで，多数回の実験を行わなければならない場合と，数学的確率を求められる場合とがあることを判断することができていた。

図 15　問題解決の方略を問う問題　記述例

ア…実際に数百回ほどくつを飛ばしてみる。くつを飛ばすとき、それぞれのことがらの起こる場合は同様に確からしいとは言えなさそうだから、計算などでは求められないと思う。
イ…そのような検証をしているサイトや動画を見て、彼らの結果の平均を確率(だいたい)とする。流石に買って食べるとおなかを壊すと思うし、自分でやっただけだとデータが少ないと思うから。
ウ…樹形図を書いて調べる。この席替えのしかたであれば誰ととなりになる場合も同様に確からしいので、計算で求められるから

４．授業実践を受けての生徒の理解状況の分析

（１）単元の導入・終末場面の授業からの分析

単元の導入場面では，1 学年で学習した統計的確率を頼りに問題解決をしていた。数学的確率を学習後も，起こりやすさを考える際の手立てを生徒に選択をさせると，前半は実験をして確かめるといった統計的確率を用いて問題解決をしようとする姿が見られた。しかし，徐々に実験ではなく場合の数を基に確率を求めるようになった。また，数学的確率で悩んだ場合には，実験をしてみるという，統計的確率と数学的確率を往還する思考も見られた。そして，終末場面の授業で，導入場面と同内容の問題を扱うことで，無意識であった，同様に確からしいことに着目して根元事象を捉えている生徒の思考過程を顕在化させることができたと考えられる。しかし，顕在化を図る前は同様に確からしいことに着目することなく数学的確率を求めている実態も把握できた。単元の流れから，数学的確率を求めればよいと，暗黙の了解のように捉えてしまうことが原因と考えられる。このような現状においては，導入と終末で同様の問題を扱うことで，自らの学びを振り返ることは有効な手立てであると考えられる。

実際，終末場面に行った導入場面との違いの記述を大別すると以下のようになった。

・同様に確からしいことを意識して事象を捉えることで，数学的確率を求められるようになったことの記述をしている生徒…13 名

例　前項(2)の生徒 5
実験しなくても、どの結果が起こることも同様に確からしいと言える上で樹形図や表を用いて計算することができるようになったから。

・同様に確からしいということは意識しているが，同様に確からしいことの捉えが曖昧な記述をしている生徒…9 名

例　前項(2)の生徒 1
実験を重ねてその事柄が本当に同様に確からしいかを考え計算で求められるようになった。

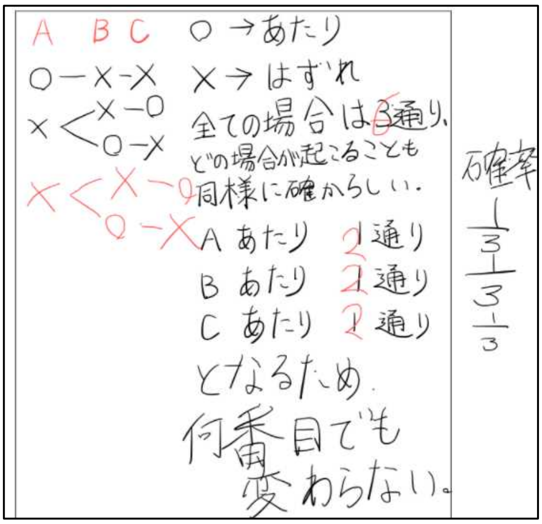
・樹形図など利用や計算方法の習得ついての記述をしている生徒・・・9 名

例　前項(3)の生徒 2
樹形図などの表や分数を使って数学的に確率を考えられるようになったから。

・その他・・・1 名

同様に確からしいことに着目することの重要性について，ある程度認識させることができた。一方で，その確かな捉えまでには至っていないことや，未だ理解の不十分な生徒もいることがわかる。また，同様に確からしいことに着目する重要性は理解しても，正しく根元事象を捉えることができなかったため，問題解決できない生徒もいることもわかった。

図 16　練習問題の生徒の記述例２



（２）不確定な事象の捉えの認知変容の分析

以下は，終末場面に行った，図 13 の導入場面との違いの何名かの生徒の記述である。

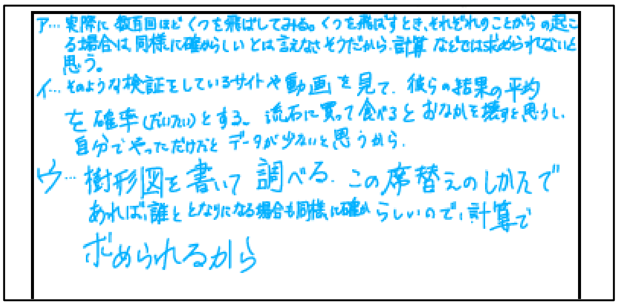
生徒 6 :「実際に実験で確かめる以外の方法を、授業を通して学び、数学的に場合を考えられるようになった．物事が起こる確率は同様に確からしければ計算で求められると分かったため。」

生徒 7 :「実験しなくても、どの結果が起こることも同様に確からしいと言える上で樹形図や表を用いて計算することができるようになったから。」

生徒 8 :「初めは樹形図や表などのツールで全ての通りを見つける事が難しかったから。」

生徒 9 :「樹形図や表を使って計算で求める事ができるようになったから。」

問題や事象への向き合い方が単元の学習を通して変わっていることを自覚させることができたといえる。しかし，計算技能の習得による変容という捉えの生徒も少なくなかった。同様に確からしいことも着目して事象を捉えるようになったという部分の変容に目を向けられるようにフィードバックしていく必要があると考える。



導入場面での違いの記述と，問題解決の方略との関連性を図 17 から図 19 を基に見ていく。

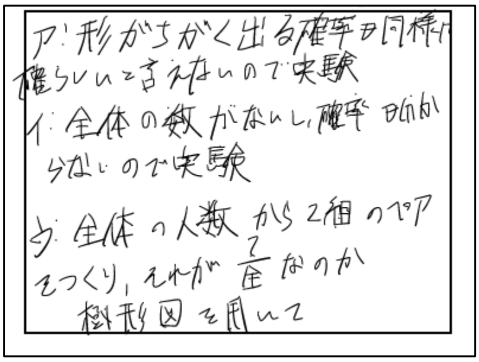
図 17 生徒 6 の問題解決の方略を問う問題の解答

アの記述…起こりやすさに着目し，起こり得るすべての場合が同様に確からしいとは言えないことに触れている。

イの記述…データの数が統計的確率に大きく関わることを理解していることが読み取れる。

ウの記述…同様に確からしいといえることから，数学的確率を求めることで問題解決しようとしている。

図 18 生徒 7 の問題解決の方略を問う問題の解答



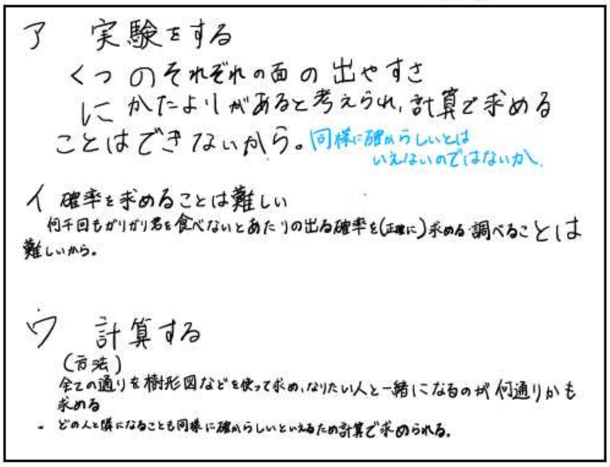
アの記述…同様に確からしいという捉えが曖昧な部分はあるが，形に着目し起こりやすさの違いを考えようとしている。

イの記述…統計的確率を用いて考えられることを

理解している。

ウの記述…樹形図を用いて問題解決を図ろうとしているが，同様に確からしいことに着目して事象を捉えているかはわからない。

図 19 生徒 8 の問題解決の方略を問う問題の解答

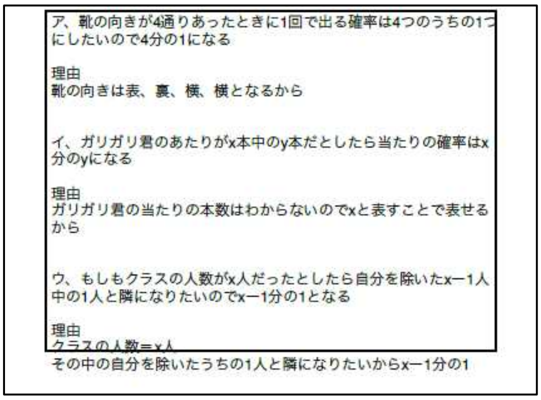

ア　実験をする
くつのそれぞれの面の出やすさにかたよりがあると考えられ，計算で求めることはできないから。同様に確からしいとはいえないのではないか。
イ　確率を求めることは難しい
何千回もがりがり君を食べないとあたりの出る確率を(正確に)求める調べることは難しいから。
ウ　計算する
(方法)
全ての通りを樹形図などを使って求め，なりたい人と一緒になるのが何通りかも求める
・どの人と隣になることも同様に確からしいといえるため計算で求められる。

アの記述…起こりやすさに着目し，同様に確からしいとはいえないのではないかと仮定を吟味している様子が見える。

イの記述…実験により求める場合，実験数が多くないと信頼性が低いことを理解しているため，実際に自分でやるには難しいと考えていることが読み取れる。

ウの記述…同様に確からしいといえることから，数学的確率を求めることで問題解決しようとしている。

図 20 生徒 9 の問題解決の方略を問う問題の解答


ア、靴の向きが4通りあったときに1回で出る確率は4つのうちの1つにしたいので4分の1になる

理由
靴の向きは表、裏、横、横となるから

イ、ガリガリ君のあたりがx本中のy本だとしたら当たりの確率はx分のyになる

理由
ガリガリ君の当たりの本数はわからないのでxと表すことで表せるから

ウ、もしもクラスの人数がx人だったとしたら自分を除いたx−1人中の1人と隣になりたいのでx−1分の1となる

理由
クラスの人数＝x人
その中の自分を除いたうちの1人と隣になりたいからx−1分の1

全ての記述…同様に確からしいことを意識することなく，数学的確率で求めようとしている。

同様に確からしいことに着目して事象を捉えるようになった変容を捉えている生徒ほど，不確定な事象を適切に捉えられていることがわかった。

また，学びを振り返った時点では，計算のみに着目していた生徒の中にも，同様に確からしいことに着目して事象を捉えている生徒もいた。これは，振り返りを交流し，他者の考えに触れることで，その視点が生まれたことが要因であると考える。

また，単元を通しての振り返りにおいても，同様に確からしいことの捉えの変化がみられる。第 2 時，第 3 時の振り返りから，同様に確からしいという考え方が出た直後は，それを意識して事象を見ていることがわかる。しかし，その後の振り返りにおいては，樹形図の書き方や，表の活用の仕方などの記述が多くなり，だんだんと同様に確からしいことへの意識が薄れていっていることが読み取れる。しかし，終末場面で導入場面と同じ問題を扱い，同様に確からしいことに着目して事象を捉えている生徒の思考過程を顕在化することで，自らの変容として自覚させ，その重要性を再認識させることができたことが，最後に記述されている一文から読み取ることができる。

図 17　生徒の振り返りシート

	振り返り
2	全体の何通りのうちの何通りかの前に、全ての場合で同様に確からしいのかを確認する必要があることを初めて知った。小学生の時に習った、割合でつけた力を使ってその全体の何通りのうちの何通りなのかを考える事ができた。ペットボトルのキャップを投げて実験した時も、できるだけ回数を多くすることで相対度数がある数値に近づいたから、そのことも使って実験できた。
3	確率を求めるときは、同様に確からしいかを確かめてから計算する必要があることを知った。コインの出方は 3 通りかと最初は思っていたけど実験を通して表、裏と裏、表を区別する必要があるのではないかと考えた。 実験で全部で何通りかがわかるのではなく、表を使うと良いと思う。
4	表を使って、何通りの場合が考えられるかは調べる事ができたけど、諒さんの樹形図を使って調べるという方法が 1 年生で習ったことを使っていて良いと思った。表がわかりやすい場合もあるけど、樹形図がわかりやすい場合もあるので使い分けていきたい。
5	確率を求める時には、順番が関係あるときとない時を問題文で判断する必要があると知った。順番が関係ある時とない時では全然全ての通りが違かったため、樹形図を用いて正確に数える必要があると思った。
6	彩乃さんの、表を書いて条件に当てはまるところに丸をつけて何通りかを考える方法が小学生の時にやったことを思い出し活かせるなと思った。表に丸をつけて行った時に、規則性が見えその規則性を問題を解くときにも使えると思うのでとても良い方法だと思う。
7	ポテトの数とジュースの数、ハズレが出る数が違うためポテト 1 やポテト 2 のように区別する必要がある事がわかった。サイコロでくじを再現して、ペアとやった時とクラス全体の相対度数では多く回数をこなしたクラスの方が計算でだした確率に近いという事が言える。ただ、クラスの方も少し誤差があった。これはさらに回数を増やしていけばどんどん近づいていくと考えられる。これらの考え方は、今まで実験をして相対度数を見てきたことから言えることだ。
8	初めに引いた方が当たりやすいようなイメージを持っていたけど、改めてちゃんと樹形図を使って調べてみると意外にも同じ割合だった事が驚いた。慧さんが、誰が当たったのかを樹形図にわかりやすく書いていてとても参考になった。樹形図の横に丸を書くことで、誰が見ても分かりやすくしているのではないかと感じた。
9	単元のまとめの問題やプリントをとく上で、樹形図や表といったツールを用いて全ての通りを調べる事ができた。階段の問題を「勝ち」「負け」で考えるところを「グー」「チョキ」「パー」で考えてしまいわからなくなってしまった。 やはり最初から最後まで確率を求めるためには同様に確からしことが大切だという事が言えると思う。

５．本研究のまとめ

本研究の成果としては以下が挙げられる。単元の導入場面と終末場面で同じ内容の問題を取り扱うという単元の指導計画を作成し，単元全体の構想を持って授業を行うことで，授業者が同様に確からしいことの本質的な理解と，問題解決の手立てを見いだす力を高めるという意図を持って，授業を展開することができた。その結果として，同様に確からしいことを知っているというだけでなく，不確定な事象を数理的に捉える際に働かせることができるようになったことや，その重要性の理解が深まったと考えられる。また，単元の導入場面と終末場面で同じ問題を扱うことは，生徒が無意識的に考えていた過程を顕在化させることで，単に「同様に確からしい」の意味を知っているという理解から，不確定な事象を能動的かつ数理的な解釈をするための理解へとつなげるために有効な手立てであると考えられる。副次的な効果として，生徒が自らの学びや成長を実感できる場面となり，学習した内容を用いて新たな問題を解決する生徒の姿につながるなど，生徒の主体的に学ぶ態度を育成にもつながると考えられる。さらに，確率の求める問題を解くだけでなく，問題解決の方略を問う問題を扱うことで，以前まではあまり注目していなかった，学びを生かして問題に向き合う生徒の様相を見とることができた。このような学習は，生徒の知識の理解やそれを活用する力を確認するのに有効な手立てあるといえるため，他の単元でも取り入れていくべきであると考えた。

しかしながら課題として，同様に確からしいことに着目して事象を捉えるという数学的確率を考える上で欠かせない重要な見方について，表面的な理解や重要性を理解していない生徒が未だに一定数いることが挙げられる。今後さらに授業の展開や単元の計画を検討していかなければならない。また今回は,「同様に確からしい」ことの捉えとその概念形成の過程に着目し，数学的確率を用いて問題解決する際の思考の様相や学びをどのように生かしていくかを重点とし授業を展開したが，知識・技能の習得については課題が残った。樹形図の活用の仕方や読み方，同様に確からしいことを意識して根元事象を捉えることなど，様々なことが生徒にとって問題解決のハードルとなっていることを感じた。そのため，小学校段階で場合の数や樹形図についてどこまで，どのように学習しているのかを授業者がわかった上で，授業を構想していく必要があると強く感じた。小中のつながりについて，内容面だけでなく，その他の面でのつながりを学んでいくことで，生徒のさらなる理解につながっていくと考える。今後研究を進めていきたい。

引用・参考文献

文部科学省(2018).『中学校学習指導要領（平成 29 年告示）解説数学編，日本文教出版

文部科学省国立教育政策研究所(2019).『平成 31 年度(令和元年度)　全国学力・学習状況調査報告書　【中学校／数学】』, pp. 30-31

石原正也（1978）.「確率」，阿部浩一・出石隆・大野清四郎・古藤怜・中野昇編,『新・中学校数学指導講座第 6 巻確率・統計』, pp. 62-76, 金子書房

小林隆義・辻山洋介（2020）.「中学校数学科における多様なモデルの解釈・評価・比較に焦点を当てた確率の学習過程-根元事象と同様に確からしいことの意識化を視点として-」，『日本数学教育学会誌』，第 102 巻，第 1 号, pp. 3-14

岩知道秀樹(2017).「前期中等教育おける確率授業に関する研究-「同様に確からしい」に焦点を当てて-」. 広島大学附属三原学校園研究紀要，第 7 集, pp. 181-186

菊池康浩(2015).「統計的確率と数学的確率の意味と関係に迫る授業づくり」，『日本科学教育学会年会論文集 39，pp91-92

In the problem-solving process Structure of knowledge about probability and its lesson development
:Focus on the Notion of "Equally Possible" in Teaching Probability of junior high school's mathematics

ASAKURA,Sho

SATO,Toshihito

NAKAMURA,Yoshinori

Abstract

The purpose of this study is to clarify the aspect of thinking when students solve the problem using Mathematical Probability, by focusing on the understanding of "Equally Possible" and its process of concept formation in the guidance of probability in the second grade of junior high school. We developed lessons to shift from simply knowing the meaning of " Equally Possible " to understanding its effectiveness in mathematically interpreting uncertain events. Therefore, we created a guidance plan setting the same problems in the introduction scene and the terminal scene of teaching probability. By looking back on the way of thinking in solving the problem and by examining two different problem-solving approaches, Statistical Probability and Mathematical Probability, we were able to confirm that students came to understand elementary events with an awareness of "Equally Possible".

Key Words : Equally Possible, Mathematical Probability, Statistical Probability, Elementary Event