

博士論文

光ポンピング原子磁力計を用いた  
ベクトルポテンシャルの計測  
に関する研究

2023年3月

岩手大学大学院理工学研究科

システム創成工学専攻  
電気電子通信工学分野

正路 裕也

# 目次

<b>第 1 章</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	研究の背景	1
1.2	先行研究	2
1.3	本研究の目的	3
<b>第 2 章</b>	<b>理論</b>	<b>4</b>
2.1	偏光	4
2.2	電磁波と磁気の相互作用	5
2.3	量子数	6
2.4	原子核と電子の相互作用	7
2.4.1	微細構造	7
2.4.2	超微細構造	8
2.4.3	Zeeman 効果	8
2.4.4	異方性	9
2.5	光ポンピング法	9
2.6	スピン緩和時間	10
2.7	Bloch 方程式	13
2.8	ベクトルポテンシャルとベクトルポテンシャルコイル	14
<b>第 3 章</b>	<b>シングルビーム型原子磁力計</b>	<b>17</b>
3.1	ルビジウムセル	17
3.2	半導体レーザー	18
3.3	磁気シールドボックス	20
3.4	小型 3 軸ヘルムホルツコイル	21
3.5	大型 3 軸ヘルムホルツコイル	22
3.6	加熱システム	24
3.7	Balanced Amplified Photodetector	26
3.8	シングルビーム型原子磁力計	39
<b>第 4 章</b>	<b>シングルチャンネルモードにおける各パラメータの最適化</b>	<b>40</b>
4.1	レーザーの波長	40
4.2	レーザーの楕円率	44
4.3	セルの温度	54
4.4	原子磁力計の周波数特性	58
4.5	原子磁力計の入出力特性	63

---

<b>第 5 章</b>	<b>コイルの数値計算及び作製</b>	<b>66</b>
5.1	ヘルムホルツコイルの生み出す磁場 . . . . .	66
5.1.1	定義式, 及び計算手法の概要 . . . . .	66
5.1.2	数値計算のパラメーター . . . . .	67
5.1.3	計算結果 . . . . .	67
5.1.4	考察 . . . . .	68
5.2	近似解に対する誤差とコイルの描写点数の関係 . . . . .	74
5.2.1	数値計算のパラメーター . . . . .	74
5.2.2	計算結果 . . . . .	74
5.2.3	考察 . . . . .	74
5.3	ヘルムホルツコイル型ベクトルポテンシャルコイル . . . . .	78
5.3.1	定義式, 及び計算手法の概要 . . . . .	78
5.3.2	数値計算のパラメーター . . . . .	79
5.3.3	計算結果 . . . . .	79
5.3.4	考察 . . . . .	79
5.4	HVPC の作製 . . . . .	83
<b>第 6 章</b>	<b>ベクトルポテンシャル計測の検討</b>	<b>85</b>
<b>第 7 章</b>	<b>結論</b>	<b>90</b>
7.1	研究成果 . . . . .	90
7.2	課題と今後の展望 . . . . .	90

# 第1章 序論

## 1.1 研究の背景

現在、計測技術は科学の発展のみならず、日常生活においても必要不可欠な分野となっている。その計測方法や原理は多岐にわたるが、非破壊・非侵襲な計測は大きな注目を集めている。これは計測対象に切削などの不可逆的な加工を施さずに計測できるという利点があるためである。中でも磁気計測は大きな注目を集めている。これは生体応用のポテンシャルが高いことが理由の一つにあると考えられる。しかしながら、生体磁気信号は非常に弱いため微弱な磁気計測が求められる。生体磁気信号計測に対するその高い期待から、さまざまな磁気センサやシステムの開発及び改善が報告されている。また、非破壊・非侵襲という特性のため、応用される分野は産業や科学研究のみならず医療分野にまで及ぶ。医療分野における応用の最たるものが生体磁場計測であるが、生体磁気信号は非常に微弱であり、高感度のセンサが求められる。

この微弱な磁場計測は大部分が SQUID(Superconducting QUantum Interfere Device) 磁力計によって行われている。SQUID 磁力計は超伝導状態にあるジョセフソン結合を使い、サンプルの相対磁場を高感度で計測することが可能であり、磁場の周波数依存性が小さいといった特徴を持つ。SQUID 磁力計の最高感度は 425 kHz の交流磁場に対して、 $0.08 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$  の感度が実現されている [1]。しかしながら、SQUID 磁力計を高感度で動作させるには液体ヘリウムで極低温にする必要がある。現在、液体ヘリウムは米国やカタールの輸出に大きく依存しており、我が国における液体ヘリウムの資源の安定性の点からも、持続可能性の低い技術からの脱却は急務である [2]。

これに対し、光ポンピング原子磁力計は 1957 年に Bell と Bloom らによって提唱 [3] されたものである。光ポンピング原子磁力計は相対磁場のみならず、絶対磁場を測定することができる。この磁力計ではアルカリ金属を気体にすればよいので  $100\text{--}200^\circ\text{C}$  程度の加熱で済む。また、極低温が求められる SQUID 磁力計に比べランニングコストを抑えることが見込まれる。加えて、液体ヘリウムのように有限な資源を継続的に使用する必要がないため、持続可能性の点からみても魅力的な一面を持つ。

磁場感度は SERF (Spin-Exchange Relaxation-Free) 型原子磁力計 [4] の場合スピン交換衝突による擾乱を完全に打ち消すことが出来る [5] ため、準静的な磁場 ( $10\text{--}150 \text{ Hz}$ ) に対して  $1 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$  以下、RF 磁場 ( $99 \text{ kHz}$ ) で  $2 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$  の磁場感度が得られたと報告されており [6]、 $10 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  の磁場感度 [7] の達成も報告されている。この理論値は、SQUID 磁力計の報告されている最高感度を上回るものであり、SQUID 磁力計に代わる磁気センサとして期待されている。

特筆すべきは、磁気という物理量を光学的に測定できる点である。磁気との相互作用を電氣的に絶縁された状態で計測できる。このため、特にもコイルのような磁気を発生させるようなデバイスの評価に望ましい。また、コイルの生成する磁気の空間的な分布を計測するためには、マルチチャネル化された原子磁力計が望ましい。

現在、光ポンピング磁力計は様々な基礎研究が盛んに行われている。例えば、MRI 信号 [8] や NMR 信号の計測 [9][10][11]、スカラ計測 [12] の研究が挙げられる。実用性の向上のためにも同様に研究が行われており、室温で動作可能なもの [13] や磁気シールドボックスが不要のもの [14] に

加え全光型のもの [16] や持ち運びが比較的容易な小型の原子磁力計 [15] など様々である。同様に技術的応用も進んでおり、その例として、半導体の検査 [17]、物質の特性評価 [18]、脳磁場 [19] や心磁場計測 [20] といったものがあげられる。

さて、1900 年台初頭まで、電磁気学は Maxwell 方程式が示すように、電界や磁界が本質的な物理量であると考えられていた。このため、ベクトルポテンシャルはベクトル解析をする上で定義される計算上のツールとして解釈されていた。しかしながら、Aharonov や Bohm らはベクトルポテンシャルが電子の位相差に影響を及ぼすであろうとの見解を示した [21]。この提唱はのちに Aharonov-Bohm 効果 (AB 効果) として知られることとなった。その後、AB 効果の検証実験や理論の再検証がされ、これに対する意見も賛否両論であった [21]–[28]。なぜならば、当時の実験方法の多くでは漏れ磁場による相互作用であることが否めず、漏れ磁場をゼロにすることもまた困難であったためである。これに終止符を打ったのが、外村氏らの AB 効果の報告である [29]。この報告は、Meissner 効果を利用し、電子の位相差に影響を及ぼすものが磁場ではなくベクトルポテンシャルであることを示したものである。以降、電磁気の基本的な物理量はベクトルポテンシャルであると考えられるようになる [30]。量子力学のような微視的領域では多くの報告があったが、巨視的領域でも観測されたと報告がされている [31]。また、AB 効果の古典的な類似物として Maxwell–Lodge 効果が知られている [32]。これはソレノイドコイルの周囲に磁場が存在しないにもかかわらず起電力が発生する現象である。この起電力を計測する一般的な方法として、閉ループを用いた電圧計測がある [33]。この計測方法には問題点がある。それは、実験に用いるソレノイドコイルが有限長であり、その両端から生じる磁束が計測のために用いる閉ループと鎖交してしまう点にある。磁束が鎖交すれば Faraday の誘導則に従った起電力が発生してしまうため、Maxwell–Lodge 効果による起電力と区別することができない。現在において、これに対する効果的な計測手法は提案されていない。

## 1.2 先行研究

当研究室では、当初、光ピンピング原子磁力計をポンプレーザーとプローブレーザーの独立した 2 つのレーザーを用いて構築した [34]。そして、これを動作させる際の磁場感度が最大となるパラメーターの決定に成功した。さらに、磁力計を適正条件下において動作させた場合の磁場感度評価を行い、オープンループ制御下において 5.083 kHz の交流磁場に対して 100 fT–10 nT までの 5 桁にわたる広い線形性の磁場感度を有することに成功した。この他にも変調を利用した閉ループ制御磁力計などの研究なども行った。その後、セルの加熱にレーザーを用いる全光型原子磁力計の開発 [36]、実用化を考慮したシングルビーム光ピンピング原子磁力計を構築した [37]。また、この装置における適切なパラメーターの決定にも成功した。加えて、計測環境における磁場環境が非常に小さい状態の時、応答信号の波形に二次高調波が現れることを確認し、新たな磁場の校正方法を確立した [40]。加えて、ルビジウムセルを用いた原子磁力計の磁場感度が最大になる各パラメーターも決定することができた [42][43]。

また、当研究室ではベクトルポテンシャルのみを印加することのできるベクトルポテンシャルコイルを開発している。一様なベクトルポテンシャルを生成するための形状の一案として球形のベクトルポテンシャルコイルが既に数値計算され提案されている。この形状は、球の内部空間に一様なベクトルポテンシャルを生成するもので内部と外部とでのアクセスが悪いという一面もある。

### 1.3 本研究の目的

原子磁力計は、電氣的に絶縁された状態で磁気との相互作用をスピン偏極された電子を介して計測することができる。前述の AB 効果は電子線の位相に対するベクトルポテンシャルの相互作用である。しかしながら、スピン偏極された電子に対するベクトルポテンシャルの相互作用の研究報告は未だされていない。また、原子磁力計を用いることにより磁気計測も可能であるため、磁場の相互作用との比較ができることが期待される。加えて、光学計測であるため、前述の Maxwell-Lodge 効果の計測の問題点となる磁氣的なカップリングが起こらない。

そこで本研究では、光ポンピング法を用いて原子に束縛された電子のスピン偏極を維持し、それにベクトルポテンシャルを印加した際の相互作用を観測する。このために一様なベクトルポテンシャルを印加する、磁力計に適応可能な形状のベクトルポテンシャルコイルを設計・作製する。また、ベクトルポテンシャルコイルからの漏れ磁場の相互作用によるものなのか比較検討するために磁気応答も計測する。それら 2 つの特性を比較し、ベクトルポテンシャルの計測が可能かどうか検討することを本論文の目的とする。

## 第2章 理論

### 2.1 偏光

光とは電磁波の一種であり，これは Maxwell 方程式で記述されるように電界と磁界が互いに振動しあい伝播する現象である．電磁波は真空中を光速  $c$  [m/s] で伝播し，電界と磁界の振動方向は互いに直交し進行方向に対し垂直な平面上にある．一般に電磁波の進行方向と磁界  $\mathbf{H}$  を含む平面を偏光面，電界  $\mathbf{E}$  を含む平面を振動面という．この偏光面がそろっている状態を偏光といい，これに対し太陽光のように偏光面が一様に分布している電磁波を自然光という．偏光には直線偏光や円偏光，これらの電界ベクトルの合成である楕円偏光に分類することができる．これらは電磁波の進行方向に直交する平面に投影されるその電磁波の電界ベクトル  $\mathbf{E}$  のとりうる軌跡の形状から分類することが可能である．直線偏光も2つの互いに逆向きな円偏光の合成としても考えられるが，シングルビーム原子磁力計においては直線偏光と円偏光を基本的な偏光成分とみなした方が理解しやすいので，この二成分を基本とする．

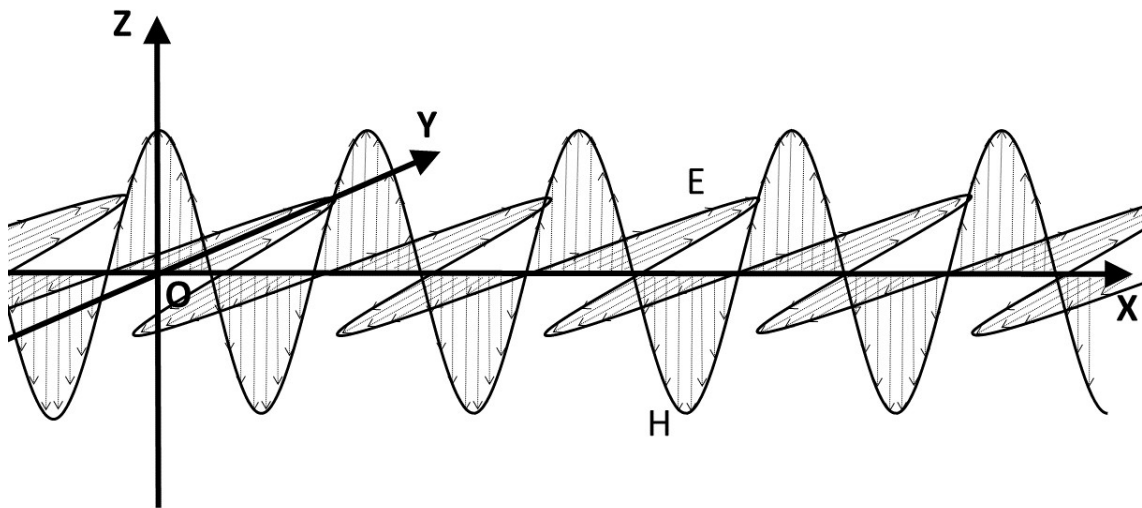


図 2.1 直線偏光の電磁波のモデル図

## 2.2 電磁波と磁気の相互作用

電磁波は真空中において磁場の影響を受けない。しかしながら、磁場が印加されている物質中を電磁波が透過または反射するときは電磁波の偏光面が傾く。これは磁気光学効果によるものであり、この現象を旋光という。ここで旋光前の電磁波の偏光面に対する旋光後の電磁波の偏光面とのなす角  $\theta$  は、透過する物質長  $l$  と物質に印加される磁場の強さ  $H_0$  を用いて以下の式で表される。

$$\theta = V l H_0 \quad (2.1)$$

ここで  $V$  は Verdet 定数であり、物質固有の比例定数である。

本研究では大気中でのこの効果は十分に小さいものとし、セル内の気体となっているルビジウムによる旋光角  $\theta$  を検出することによりルビジウムに印加されている磁場を光学的に測定することで磁場計測を実現している。

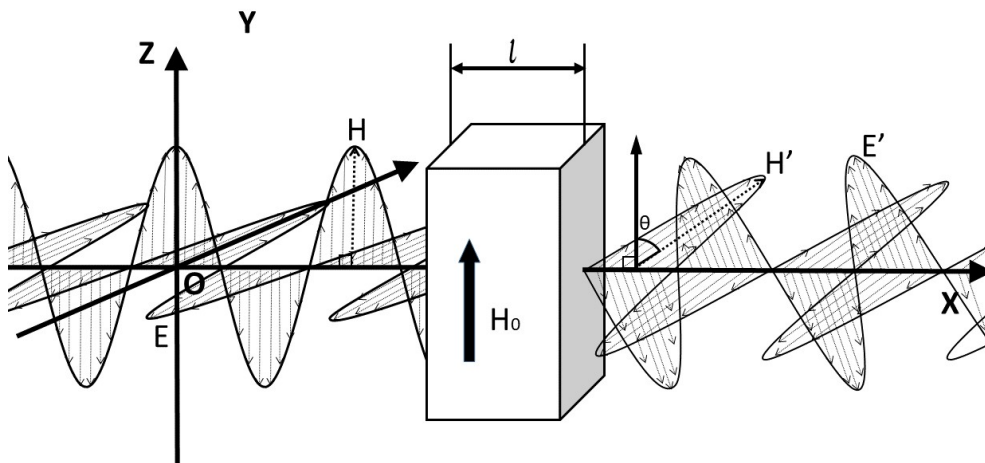


図 2.2 電界  $E$  と磁界  $B$  が旋光し、それぞれが  $E'$   $B'$  となった時の偏光面の旋光角  $\theta$



## 2.3 量子数

本研究では電子のスピンを扱う。これは古典力学ではなく量子力学による概念なので、ここでは量子力学が適用される微視的視点から電子について考えてみることにする。通常我々は巨視的視点から電子を見ているので Bohr の原子モデル (図 2.3) により電子は原子核の中心を等速円運動しているものとみなすが、微視的視点から電子を見たとき不確定性原理から電子を粒子で見ることは適当ではなく、電子の状態は Schrödinger 方程式によって記述されることが適当である。また、電子の存在する場所は確率分布でのみ記述される。この時、原子核のポテンシャルに捕らわれる電子の確率分布は、中心力場について Schrödinger 方程式を解くと得られる球面調和関数で表される。この球面調和関数は電子雲 (図 2.4) に対応する。

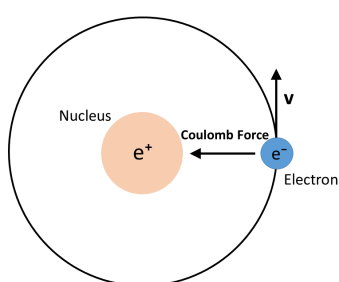


図 2.3  ${}^1\text{H}$  の Bohr モデル

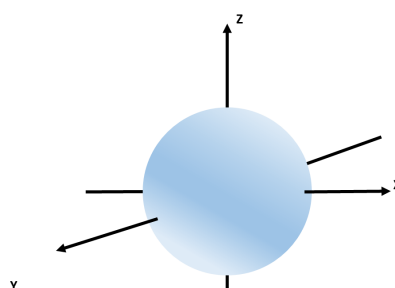


図 2.4  ${}^1\text{H}$  の 1s 軌道の電子雲

この電子雲の形を決定するパラメーターをそれぞれ主量子数  $n$ 、方位量子数  $l$ 、磁気量子数  $m_l$  とする。これらのパラメーターは量子化され整数のみをとる。主量子数  $n$  は原子雲の大きさを決定し、原子内に許容されるエネルギー準位を規定する。 $n$  は 1 以上の整数 ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) である。方位量子数  $l$  は軌道の形を決定し、主量子数  $n$  に対して 0 を含めた  $n - 1$  までの自然数 ( $l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ ) の値をとる。一般にこれらは順に s, p, d, f, ... の記号が与えられている。磁気量子数  $m_l$  は軌道の方向を決定し、方位量子数  $l$  に対して  $(2l + 1)$  通りの値、すなわち  $m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  となるような値をとる。また、Pauli の排他原理より電子にもう一つの自由度を認めなければならない。この自由度がスピン磁気量子数  $m_s$  であり、 $\pm 1/2$  の値をとる。これら 4 つの量子数 (表 2.1) で電子の状態が定まることになる。

表 2.1 量子数

名称	記号	規定要素	取りうる値
主量子数	$n$	原子雲の大きさ	$1, 2, 3, \dots$
方位量子数	$l$	電子軌道の形	$0, 1, 2, \dots, n - 1$
磁気量子数	$m_l$	電子軌道の方向	$0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$
スピン磁気量子数	$m_s$	電子のスピン向き	$\pm 1/2$

## 2.4 原子核と電子の相互作用

### 2.4.1 微細構造

角運動量とはベクトル量であり，電子の軌道角運動量やスピン角運動量もこれに当てはまる．個々の電子の軌道角運動量を  $\vec{l}_i$ ，スピン角運動量を  $\vec{s}_i$  とすると全角運動量  $\vec{j}$  は

$$\vec{j} = \vec{l}_i + \vec{s}_i \quad (2.2)$$

で表される．また，合成角運動量については以下の式が成り立つ．

$$\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i \quad (2.3)$$

$$\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i \quad (2.4)$$

$$\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i \quad (2.5)$$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (2.6)$$

ここで  $\vec{L}$  は合成軌道角運動量， $\vec{S}$  は合成スピン角運動量， $\vec{J}$  は合成全角運動量という．原子には通常複数の原子が存在しているので原子のエネルギー準位はこれらの合成角運動量の量子数  $L$ ， $S$ ， $J$  と主量子数  $n$  を用いて，本論では次の分類記号を使うこととする．

$$n^{2S+1}L_J \quad (2.7)$$

これはスペクトル項と呼ぶ．微細構造とは，電子の合成軌道角運動量  $\vec{L}$  と電子の合成スピン角運動量  $\vec{S}$  間の相互作用によって生じるエネルギー準位の分離のことである．この微細構造が生じることにより，特定の主量子数  $n$  において縮退していたエネルギー準位が分裂し，電子は様々なエネルギー準位をとることが可能になる．合成角運動量  $J$  は  $|L - S| \leq J \leq |L + S|$  の範囲内の値をとり，微細構造によるエネルギー準位の分裂を引き起こす．本研究ではルビジウム原子を用いるのでルビジウム原子の微細構造について説明する．

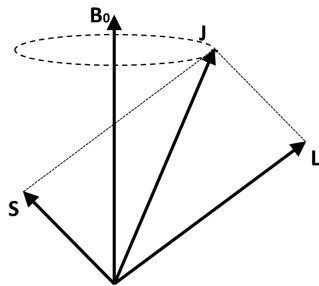


図 2.5 L-S 結合モデル

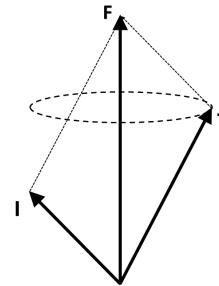


図 2.6 J-I 結合モデル

表 2.2 はルビジウムの電子配置である．電子が複数ある場合，電子対ではスピン角運動量の和が  $\vec{0}$  となることは Pauli の排他原理より明らかなので対電子，つまり  $5s$  軌道の電子のみを考慮すればよい．従って， $S = 1/2$  である．また， $L = 0$  から  $J = 1/2$  であり，スペクトル項を用い

て  $5^2S_{1/2}$  と表される.  $5^2S_{1/2}$  を基底準位とすると, 励起準位である  $5p$  軌道は  $5s$  軌道と同様に  $S = 1/2, L = 1$  より,  $|L - S| = 1/2$ , または  $|L + S| = 3/2$  であることからスペクトル項はそれぞれ  $5^2P_{1/2}, 5^2P_{3/2}$  と表すことができる. このことから  $5p$  軌道は微細構造により 2 つに分裂することがわかる. このようにルビジウムなどのアルカリ金属は二重項による D 共鳴線という強い吸収スペクトルを持っている. これらはそれぞれ波長の短い方から  $D_1$  線,  $D_2$  線と呼ばれる. これらの線は最もエネルギーが低い基底状態  $5^2S_{1/2}$  と二重項  $5^2P$  間の遷移線であり, 本研究では  $D_2$  共鳴線を利用している.

表 2.2  $^{85}\text{Rb}$  電子配置

殻	K	L		M			N				O	
軌道	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p
価電子	2	2	6	2	6	10	2	6			1	

### 2.4.2 超微細構造

原子の核スピンの存在により, より小さなエネルギー準位の分裂である超微細構造を生じる. これは運動する電子の磁気双極子モーメントと各磁気モーメントの相互作用により起こる. そのため超微細構造量子数  $\vec{F}$  は全角運動量  $\vec{J}$  と核スピン  $\vec{I}$  の和であり,  $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$  と表される. 例として, Rb を挙げる. 価電子の軌道角運動量は  $s$  軌道であることから  $L = 0$ , 電子のスピンは  $S = \pm 1/2$  であるから, 基底状態の超微細構造量子数は,  $F = I + 1/2$  である. また, 質量数 85 の Rb の核スピンは  $I = 5/2$  なので,  $F = 3$  となる. したがって, 超微細構造が縮退して 1 本となっている. また,  $p$  軌道に関しては,  $L = 1, S = \pm 1/2$  であるから,  $F = I + (1 \pm 1/2)$  となる. すなわち,  $F = 3, 4$  であり超微細構造が縮退して 2 本となる.

### 2.4.3 Zeeman 効果

Zeeman 効果とは, 磁場がないときは原子から放出される単一波長であった電磁波のスペクトル線が, 磁場があるときは複数のスペクトル線に分裂する現象のことである [44]. (図 2.7) Zeeman 効果には正常 Zeeman 効果と異常 Zeeman 効果の 2 種類が存在している. 以下はそれらに加え, 励起された電子が緩和する際に放出する電磁波の異方性についても説明する.

#### 正常 Zeeman 効果

磁場のない場合は, 主量子数  $n$  と方位量子数  $l$  が等しく磁気量子数  $m_l$  だけが異なるエネルギー準位は縮退している. しかし, 磁場があるときは磁場の強さに比例してエネルギー準位の縮退が解ける. このとき, 磁気双極子遷移の選択律より  $\Delta = 0, \pm 1$  であるから, スペクトル線は 3 本に分裂する. この時, エネルギー準位の変化は以下の式で表される.

$$\Delta E = \mu_B H \quad (2.8)$$

ここで,  $\mu_B$  は Bohr 磁子,  $H$  は磁場である. このようにスピン角運動量  $S$  を無視し, 軌道角運動量  $L$  のみを考えた分裂を正常 Zeeman 効果という.

### 異常 Zeeman 効果

正常 Zeeman 効果はスピン角運動量を無視したが、多くの原子はスピン角運動量をもっており Rb も例外ではない。このように、スピン角運動量と軌道角運動量の双方を考慮した分裂を異常 Zeeman 効果という [45]。実際、多くの原子は正常 Zeeman 効果では説明できないより複雑なスペクトル線の分裂が確認されている。この時のエネルギー準位の変化は以下の式で表される [46][47]。

$$\Delta E = \mu_j B = m g_j \mu_B B \quad (2.9)$$

ここで、 $\mu_j$  は固有磁気双極子モーメント、 $m = -j, -j+1, \dots, j-1, j$  となる磁気量子数、 $\mu_B$  は Bohr 磁子、 $g_j$  は Landé の g 因子であり、

$$g_j = g_l \frac{j(j+1) - s(s+1) + l(l+1)}{2j(j+1)} + g_s \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (2.10)$$

ここで、電子軌道の g 因子は  $g_l = 1$  であり、電子のスピン g 因子は  $g_s \simeq 2$  とすれば、 $g_j$  は以下の式に近似することができる。

$$g_j \simeq \frac{3}{2} + \frac{s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (2.11)$$

#### 2.4.4 異方性

励起された電子が緩和する際に放出する電磁波は遷移前の磁気量子数と遷移後の磁気量子数の変化の仕方によってその偏光の状態が変わる。この変化量を  $\Delta m_j$  とする。まず、 $\Delta m_j = \pm 1$  のときは、印加磁場に平行な方向にそれぞれ逆回りの円偏光を放出する。また、 $\Delta m_j = 0$  のときは、印加磁場に垂直な方向に直線偏光が放出される。この時、これら円偏光は回転方向を考慮して  $\sigma^+$  線、 $\sigma^-$  線と、直線偏光は  $\pi$  線と呼ばれる。

## 2.5 光ポンピング法

本原子磁力計では磁気光学効果を応用し、レーザーの偏光面の磁場に対する応答を計測することで磁気計測を可能とする。従って、大きな磁気光学効果を得るため、セル内の原子の電子スピンを偏極することが重要である。その電子の偏極に今回用いている方法が光ポンピング法である。今回用いる楕円偏光の円偏光成分は計測中に回転方向が変わることはなく一定であることは明らかなので、簡単のために入射方向からみてヘリシティ  $+1(\sigma^+)$  の右回りの円偏光成分がセルに入射されているものとする。

まず、図 2.7 が示すように、 $D_2$  線が超微細構造をとると  $5P_{3/2}$  は 4 本に分裂し  $5S_{1/2}$  は 2 本に分裂することがわかる。これらのエネルギー準位間の遷移に伴い放出される電磁波のスペクトル線は 3 本であり、それぞれ  $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$ ,  $\pi$  の偏光された電磁波が対応する。また、電子のスピンはある磁場中での熱平衡状態において、印加磁場に対し平行なスピン  $m_j = 1/2, 3/2$  と反平行なスピン  $m_j = -1/2, -3/2$  がほぼ同数の確率で存在するものとみなせる。ここで、 $\sigma^+$  のレーザーが入射されると、 $\Delta m_j = +1$  となるように電子が励起される。即ち、図 2.7 が示すように s 軌道の反平行スピンをもつ電子は p 軌道の  $m_j = 1/2$  のエネルギー準位へ励起され、s 軌道の平行スピンをもつ電子は p 軌道の  $m_j = 3/2$  のエネルギー準位へ励起される。ここで、励起された電子は基底状態に

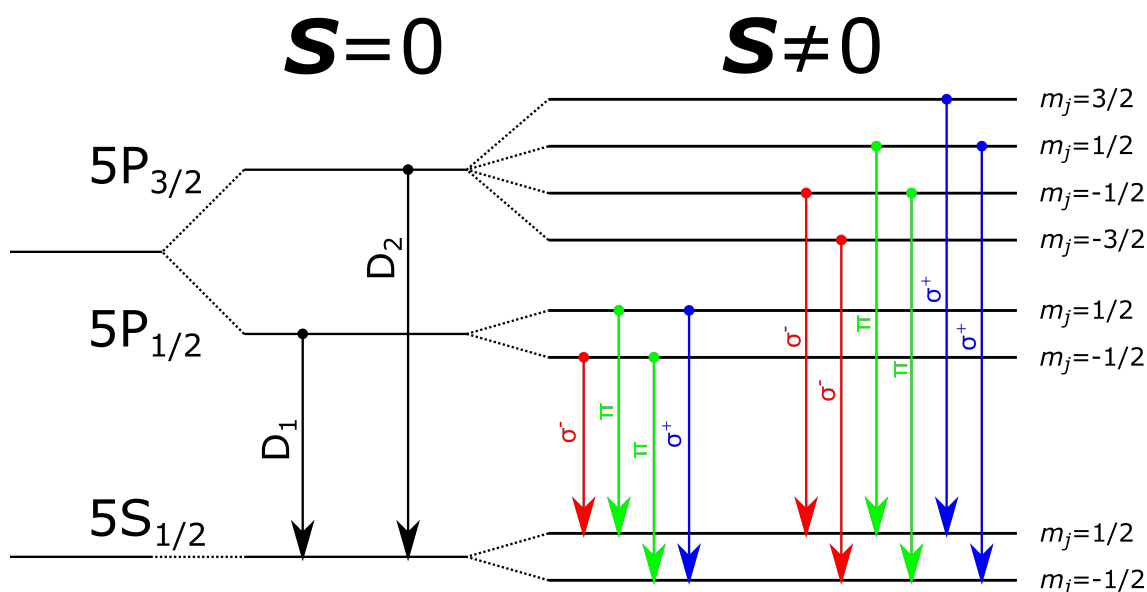


図 2.7 ゼーマン効果によるエネルギー準位の分裂

緩和時間を経て遷移するがその遷移先は  $\Delta m_j = 0, \pm 1$  となるようにほぼ同じ確率で緩和する。通常、この緩和の際にエネルギーギャップ  $\Delta E$  と  $\Delta m_j$  に対応する波長と偏光面を持った光が生じるが、内部にクエンチングガスとして封入された  $N_2$  が緩和の際のエネルギーを吸収し発光を抑えるので、ポンピングレーザーが透過している限り  $\Delta m_j = -1$  方向の励起確率は  $\Delta m_j = +1$  方向の励起確率を下回る。この確率の偏りにより選択的に電子のスピンを偏極することができる。これが本実験で用いられる光ポンピング法の概要である。

ただし、図 2.8 に示されているように同じ電子軌道にあるスピンがもう一方のスピンへと移っていることがわかる。これは次節で述べるスピン交換が行われてしまうためである。これにより、本来あるはずのない p 軌道の反平行スピンの存在することとなり、これが s 軌道の平行スピンの電子へと遷移するとこのエネルギー差に相当する  $\sigma^-$  線が放出され p 軌道の反平行スピンをもつ電子へと遷移する確率も存在する。ゆえに、光ポンピング法で十分な偏極を得るためにはスピン交換による遷移確率と  $\sigma^-$  線による励起確率に比べて、 $\sigma^+$  線による励起確率が十分に大きいことが必要である。

## 2.6 スピン緩和時間

光ポンピング法を用いるとき、最適な感度を得るにはスピン緩和時間をできるだけ長くする必要がある。様々な物理的要因によりスピン緩和時間は制約されることとなるが、それらの要因または今回講じた対策等について説明する。

まず、前節で挙げたスピン交換について述べる。スピン交換前の超微細構造量子数をそれぞれ  $F_a = I + J$ ,  $F_b = I - J$ , スピン交換後の超微細構造量子数を同様に  $F'_a$ ,  $F'_b$  として以下の式が成り立つことが知られている。

$$F_a + F_b = F'_a + F'_b \quad (2.12)$$

これがルビジウム原子内で行われた場合、図 2.9 に示すように  $5P_{3/2}$  を例にとれば全角運動量は保

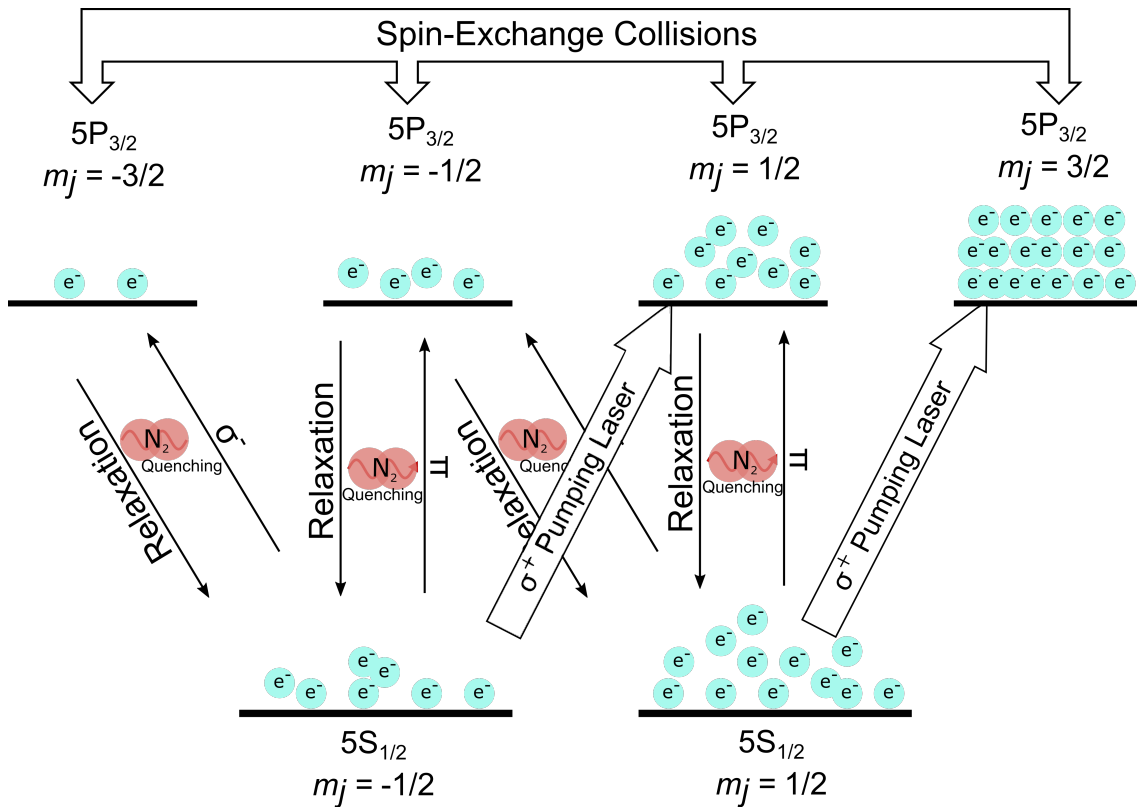
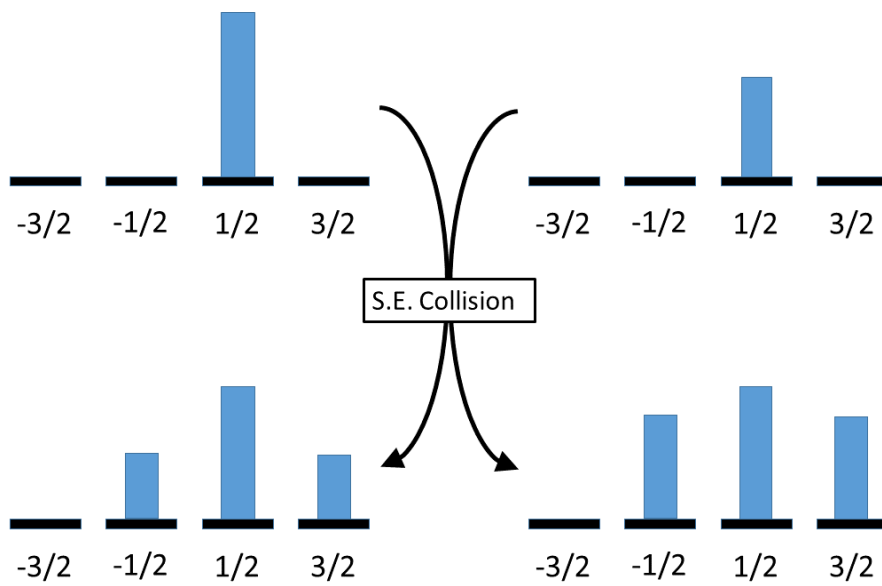


図 2.8 光ポンピングによるスピン偏極のイメージ

存されるが、超微細構造の各エネルギー準位を占める電子の割合は交換が起こるたびに変動することとなる。これにより超微細構造毎に異なる全角運動量をとるため、歳差運動周波数がそれぞれ異なりコヒーレンスが壊れスピン緩和が起こる。ただし、SERF 領域であればスピン交換による影響が平均化されスピン緩和への影響を無視することができる。しかしながら、本実験では SERF 領域の磁場レンジを大きく上回るレンジで計測しているのでルビジウム原子同士のスピン交換を考慮する。

また、原子内のみならず系の角運動量が保存されていればよいので、セルのガラスの最外殻電子などと衝突し、偏極させた角運動量とは異なる角運動量を持つことが可能である。これはバッファガスにより影響を抑えている。バッファガスとしては軌道角運動量がゼロの波動関数が球対称であり、原子と衝突した際に原子の状態の変化が少ない気体が好ましい。そこで、本実験では He を用いた。

加えて、上記の要因により反平行スピンの電子として励起してしまった電子が平行スピンの基底状態へと緩和する際に放出する  $\sigma^-$  線による反平行スピンの電子への励起を防ぐため、前節で述べた通りクエンチングガスとして N<sub>2</sub> を用いている。

図 2.9 D<sub>2</sub> 線におけるスピン交換衝突による電子の占拠数の変化

## 2.7 Bloch 方程式

1 個のスピンは量子力学に支配されるが、多数のスピンからなる場を印加した際の巨視的な磁気的振る舞いは古典的に理解できる。多数のスピンを満たす運動方程式は 1 個の量子的スピンのそれでは不十分である。なぜなら、その運動方程式は外部磁場の方向の周りを歳差運動するだけで決して磁場の方向にそろうことはない。そのため運動方程式に実質的な摩擦項を入れることでスピンの振る舞いを表すことが出来る。この時のスピンの振る舞いは以下の Landau-Lifshitz-Gilbert 方程式 (以下, LLG 方程式) で表すことが出来る [48].

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{B} \times \mathbf{S} - \frac{\alpha}{S} \left( \mathbf{S} \times \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial t} \right) \quad (2.13)$$

ここで、それぞれ  $\mathbf{S}$  はスピン,  $t$  は時間,  $\gamma$  は磁気回転比,  $\mathbf{B}$  は磁場,  $\alpha$  は Gilbert 緩和定数である。この LLG 方程式は  $\dot{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{S} = 0$  を満たしており、スピンの大きさが変化しないことは保証されている。しかしながら、本原子磁力計においてはスピン偏極の方向に関わらず、常にレーザーの伝播方向に一定のポンピングレートでスピン偏極が生じるように動作するので、スピンの大きさが変わらないことは保証されない。その際の方程式として代表的なものが以下に示す Bloch 方程式である。

$$\frac{d}{dt} \mathbf{S} = \gamma \mathbf{S} \times \mathbf{B} \quad (2.14)$$

ここで、それぞれ  $\mathbf{S}$  はスピン,  $t$  は時間,  $\gamma$  は磁気回転比,  $\mathbf{B}$  は磁束密度である。



## 2.8 ベクトルポテンシャルとベクトルポテンシャルコイル

ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  は以下の式で定義される.

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.15)$$

また, Biot-Savart の法則と磁束の連続性から以下の式が与えられる.

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.17)$$

ここで,  $\mu_0$  は真空の透磁率,  $\mathbf{J}$  は電流密度,  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$  は変位電流密度である. 準静的な状態において,  $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0$  とみなすことができる. したがって, 式 2.17 は以下の式となる.

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \quad (2.18)$$

式 2.15 が示すように  $\mathbf{A}$  を定義すると, 式 2.16 と式 2.18 は  $\mathbf{A}$  を用いて満たすことができ, 解析的にも非常に有効であることがわかる. 第 1 章で述べたように, AB 効果の提唱以前は式 2.16 と式 2.18 の要請から簡単のために定義されてきたベクトルであった. 現在ではベクトルポテンシャルが本質的な物理量であるという解釈が認められていることに注意されたい. また, 式 2.16 と式 2.18 に関して, 磁束密度  $\mathbf{B}$  ではなく磁場  $\mathbf{H}$  を用いると,

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (2.19)$$

より

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (2.20)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.21)$$

となる. 式 2.18 と式 2.21 の関係は図 2.10 のように示される. これらを面積分すると,

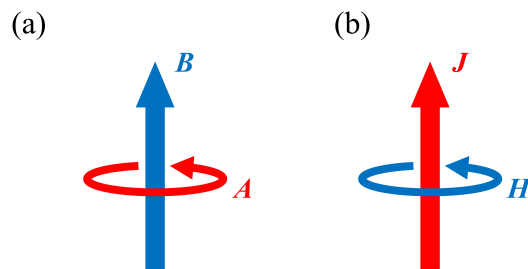


図 2.10 それぞれの式におけるベクトルの関係とその類似性: (a) 式 2.18 (b) 式 2.21

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s} = \iint_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s} = I \quad (2.22)$$

$$\iint_S (\nabla \times \mathbf{A}) = \iint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \Phi \quad (2.23)$$

となる。

ここで、 $S$ ,  $\mathbf{s}$ ,  $\Phi$  はそれぞれある面、微小面積、磁束を表す。Stokes の定理より、ある周回経路を  $C$  とすると、

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (2.24)$$

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l} = \Phi \quad (2.25)$$

となる。式 2.24 は Ampère の法則であり、直線電流の周りには磁場が周回して生まれることを表している。逆に電流を周回させることでその内部に直線方向の磁場を生成することができ、これが一般的なソレノイドコイルの原理となる。同様に、式 2.25 は磁束の周りにはベクトルポテンシャルが周回して生まれることを表している。つまり、磁束を周回させることでその内部に直線方向のベクトルポテンシャルを生成することがわかる。磁束を任意の方向に生成するために我々は十分に長く、巻き数も密である柔軟性の高いソレノイドコイルを提案している。このフレキシブルソレノイドコイル (Flexible Solenoid Coil: FSC) でソレノイドコイルを形成することで一般的なコイルと同様にベクトルポテンシャルを生成するコイルを作ることができる。これがベクトルポテンシャルコイルの基本的な原理である。

図 2.11 と図 2.12 はそれぞれ FSC の形状とソレノイド型のベクトルポテンシャルコイルの形状を表している。上記の原理に基づけば赤い軌道のみで十分と考えられるが、ベクトルポテンシャルコイルにおいて中心軸にある青い線で表した導線も重要となる。図 2.11 の赤い軌道には大きく分けて二つの成分がある。一つは X 軸に対して時計回りの回転する成分であり、もう一つは X 軸方向に進む成分である。この進む成分は一見、FSC 単体で見ると大きな問題にならないように考えられる。しかしながら、図 2.12 のような構造をとると大きな問題となる。なぜならば、図 2.12 の青い軌道の方向に電流が流れている成分が存在することとなるので、従来のソレノイドコイルと同様の構造となる。したがって、図 2.12 のソレノイドコイル型ベクトルポテンシャルの内部には X 軸方向に沿ってベクトルポテンシャルと磁場が生まれることになってしまう。この不要な磁場を打ち消すために図中の青の軌道に沿って導線を配置し逆方向に電流を流す。この青の軌道に該当する導線を我々はリターンパス (Return Path: RP) と呼んでいる。これに対し、本節ではこの赤の軌道を巻き線と呼ぶこととする。RP に巻き線と同じ電流を逆方向に流すことより、FSC が電流の回転成分のみを生成するように働く。FSC は十分に長くまた巻き線も十分に密であるため、内部の磁束は FSC の端部以外からは漏れ出さない。通常、この端部で巻き線とリターンパスを結線する。電流の保存則により、予期しない磁場は打ち消されることとなる。

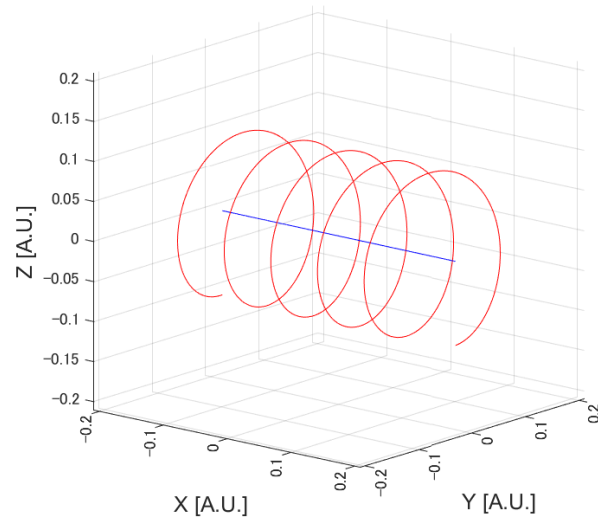


図 2.11 時計回り型の FSC

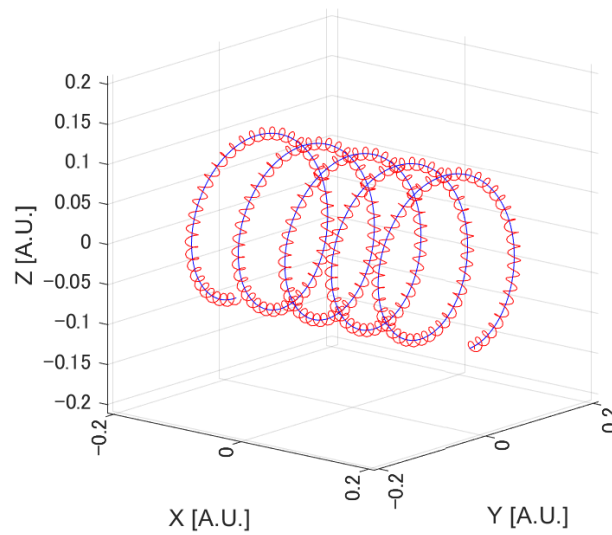


図 2.12 FSC を時計回り方向で巻いて作られたソレノイド型ベクトルポテンシャルコイル

## 第3章 シングルビーム型原子磁力計

### 3.1 ルビジウムセル

本実験では、アルカリ金属であるルビジウムを使用している。ルビジウムセルには、 $13 \times 13 \times 20$  mm のパイレックスガラス製のセルを使用した。ガラス壁の厚さは2 mm である。ルビジウム原子のセル壁への衝突に起因するドップラー拡散を防ぐため He がバッファガスとして、また励起された電子が基底状態へ遷移する際に放出される  $\sigma^-$  線や  $\pi$  線による本研究では使われないエネルギー準位への励起を防ぐため  $N_2$  がクエンチングガスとしてセル内に封入されている。また、セルはレーザーヒーティングのために  $15 \times 15 \times 6$  mm の SiC プレート上に固定しアラミド繊維の紐で吊るしている。

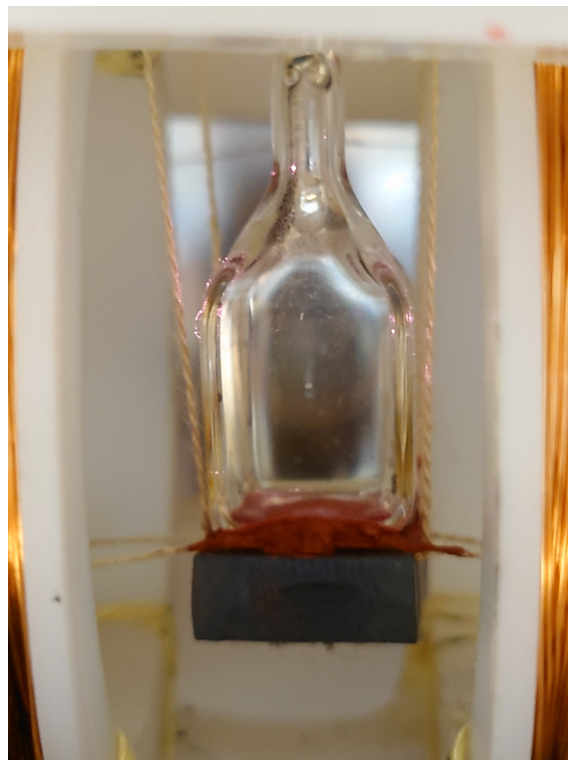


図 3.1 ルビジウムセル

### 3.2 半導体レーザー

本実験では質量数 85 のルビジウムの  $D_2$  共鳴線を用いる。また、シングルビーム原子磁力計はポンピングとプロービングを単一のビームで行うことができるので用いたレーザーは1つである。今回用いたレーザーは Photodigm 社製の DBR レーザーを使用した。図 3.2 に原子磁力計のシールド以前の光学系外観を、図 3.3 にシールド以降の光学系外観を示す。

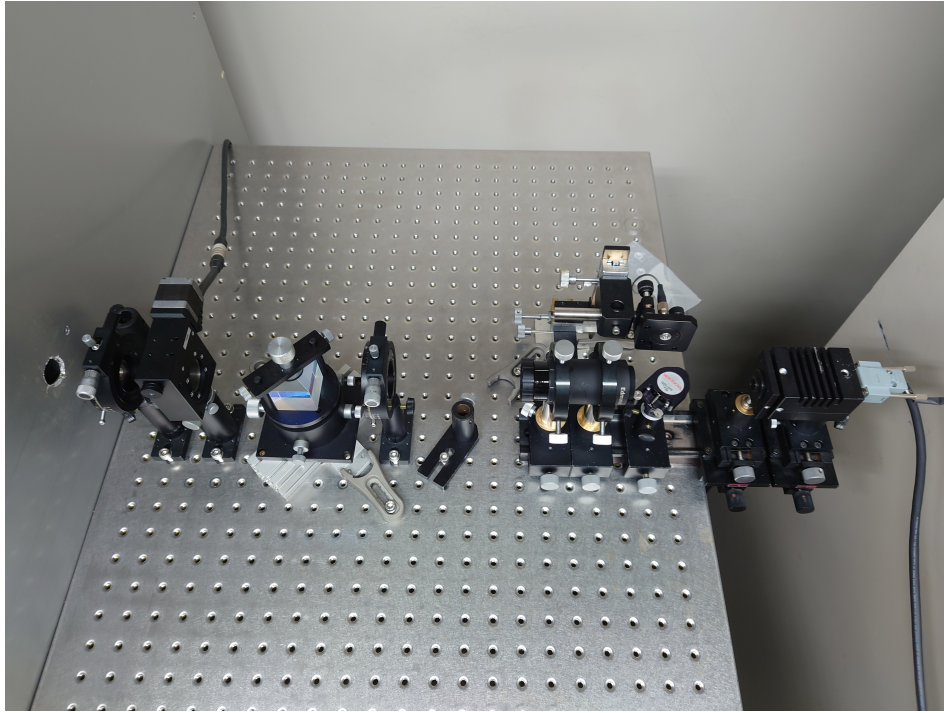


図 3.2 光学系外観図前方

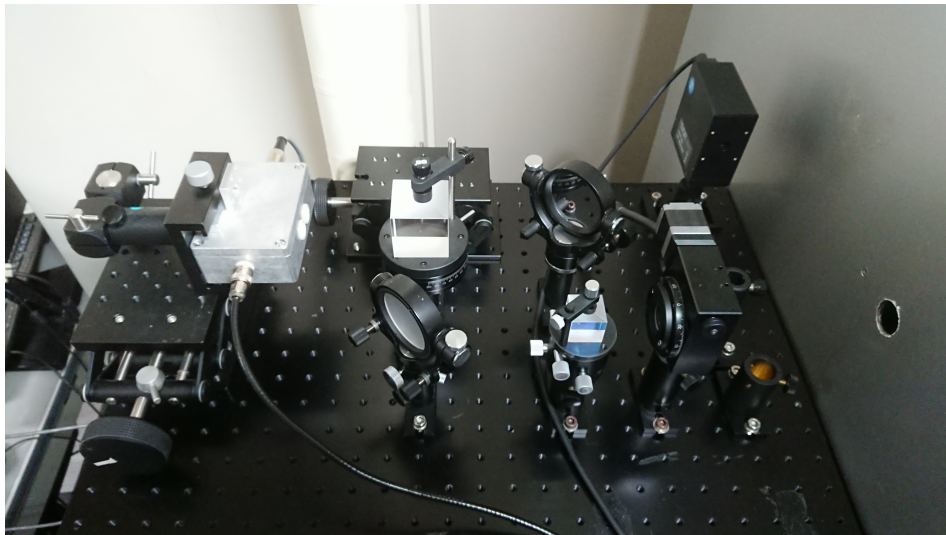


図 3.3 光学系外観図後方

### 3.3 磁気シールドボックス

微弱な磁気計測に原子磁力計を用いる際、外部磁場の影響は大きく、無視することはできない。そこで、外部磁場を遮断するために厚さ 2 mm のアルミニウム 2 層、1 mm のパーマロイ 2 層により構成される磁気シールドボックスを使用した。ただし、レーザー光の光路を確保するため直線上の 2 か所に 25 mm 径の穴をあけ、中心でセルを通過するように設置した。

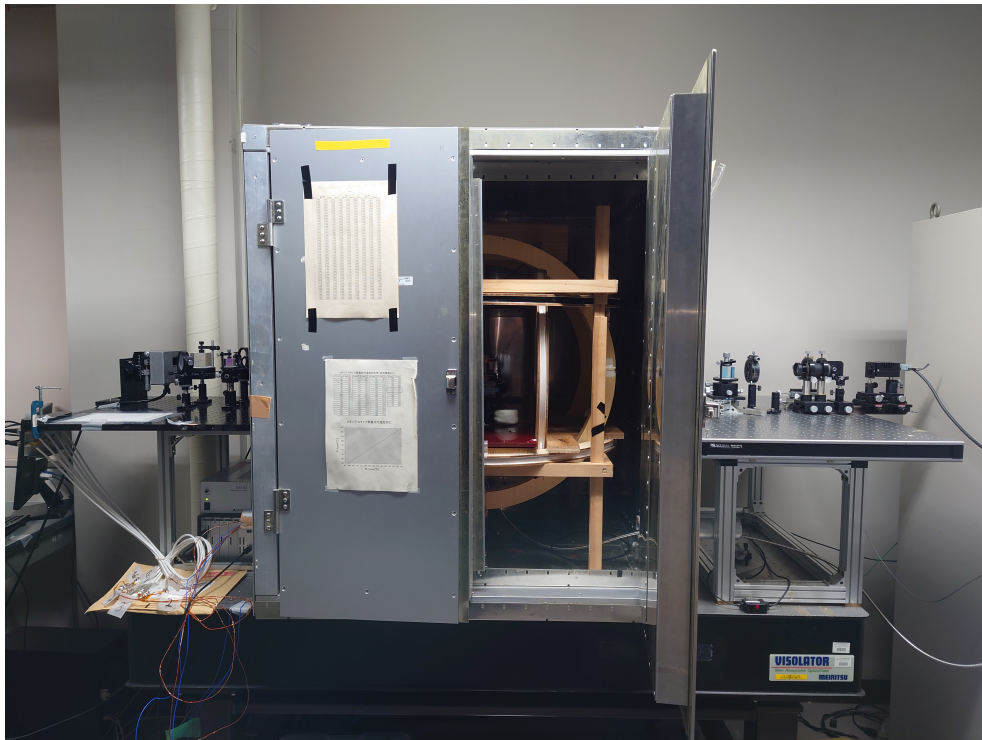


図 3.4 磁気シールドボックス

### 3.4 小型 3 軸ヘルムホルツコイル

本磁力計の評価をする際、信号用の磁場をセルに印加する必要があるため、図 3.5 に示す小型 3 軸ヘルムホルツコイルを用いた。小型 3 軸ヘルムホルツコイルの仕様を表 3.1 に示す。磁場は近似

表 3.1 小型 3 軸ヘルムホルツコイルの仕様

	X 軸	Y 軸	Z 軸
コイル半径 $a$ [mm]	32.0	39.0	46.0
コイル全抵抗値 $R$ [ $\Omega$ ]	30.0	32.5	44.3
コイル巻数 $N$ [turns]	200	200	200

的に以下の式で表される。

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N I}{a} \quad (3.1)$$

ここで、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  で  $I$  は電流である。電流はシャント抵抗と差動増幅回路を組み合わせることで計測する。



図 3.5 小型 3 軸ヘルムホルツコイル



### 3.5 大型 3 軸ヘルムホルツコイル

微弱な磁場計測を行う際に、外部磁場の影響は無視することができない。そこで、磁気シールドボックスでは完全に遮蔽することのできない地磁気等を含めた外部磁場や、磁気シールドボックス内の残留磁場を打ち消すために、大型 3 軸ヘルムホルツコイルを小型 3 軸ヘルムホルツを覆うように設置した。これにより、測定空間の磁場を均一に 3 方向から任意の磁場バイアスを印加することが可能である。大型 3 軸ヘルムホルツコイルの仕様を表 3.2 に示す。磁場は、式 3.1 と同様に表さ

表 3.2 大型 3 軸ヘルムホルツコイルの仕様

	X 軸	Y 軸	Z 軸
コイル半径 a [mm]	322	356	390
コイル全抵抗値 R [ $\Omega$ ]	300.6	334.6	365.4
コイル巻数 N [turns]	300	300	300

れるが、このヘルムホルツコイルは直流磁場の打消しのために用いられる。よって、インピーダンスが抵抗成分のみであると考えられるので、以下の式で表されることとなる。

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 N V}{a R} \quad (3.2)$$

ここで、 $V$  は印加電圧である。

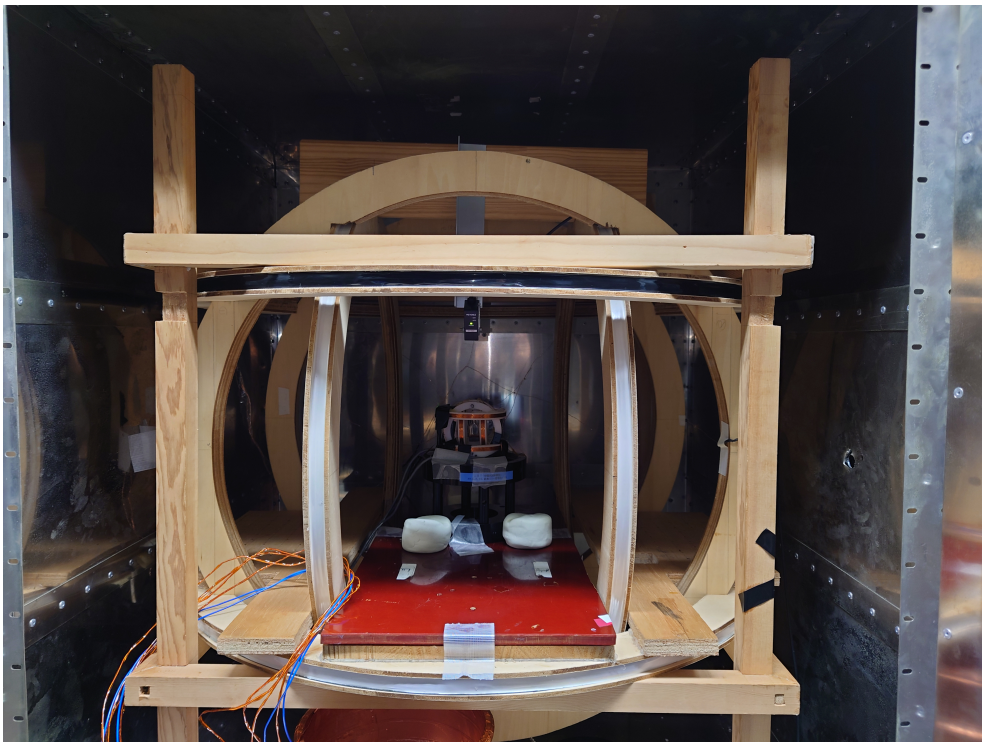


図 3.6 大型 3 軸ヘルムホルツコイル

### 3.6 加熱システム

ルビジウムは標準気圧下の常温において固体である。セル内をルビジウム原子で充満させる必要があるために気体状態のルビジウムにする必要がある。本研究において我々が構築した原子磁力計は全光型原子磁力計であり、加熱もまたレーザーで行う。レーザーはPID制御により、任意の温度を維持するように設定した。このために、加熱用レーザー、放射温度レーザー、放射温度センサーを用いたシステムとなっている。これらの使用した機器を表 3.3 に示す。

表 3.3 温度制御システムに使用した機器

加熱用レーザー	FAP-System (COHERENT 社)
放射温度センサー	FT-H20 (KEYENCE 社)
温度調整器	E5CN (OMRON 社)

この時、加熱用レーザーはセルに予め固定しておいた SiC を加熱する。一方、放射温度センサーは SiC とガラスセルとの接合部の温度を測定している。



図 3.7 加熱用レーザー



図 3.8 放射温度センサー

### 3.7 Balanced Amplified Photodetector

本磁力計では偏光面の旋光した角度，則ち図 2.2 の  $\theta$  を計測することで磁場の大きさを測定している． $\theta$  を計測するために，セルを透過したレーザー光を PBS で p 偏光と s 偏光に分光し，それらの差動信号を計測できなければならない．ここでは，それぞれの偏光成分をフォトダイオードにより光から電流に変換し，それらの差動信号を増幅し電圧として出力する回路で計測している．この回路は Balanced Amplified Photodetector（以下 BAP）と呼ばれる回路である．以下に，従来の BAP の回路図を示す．この時のオペアンプの電源回路は省略されているが，すべて両電源型である．

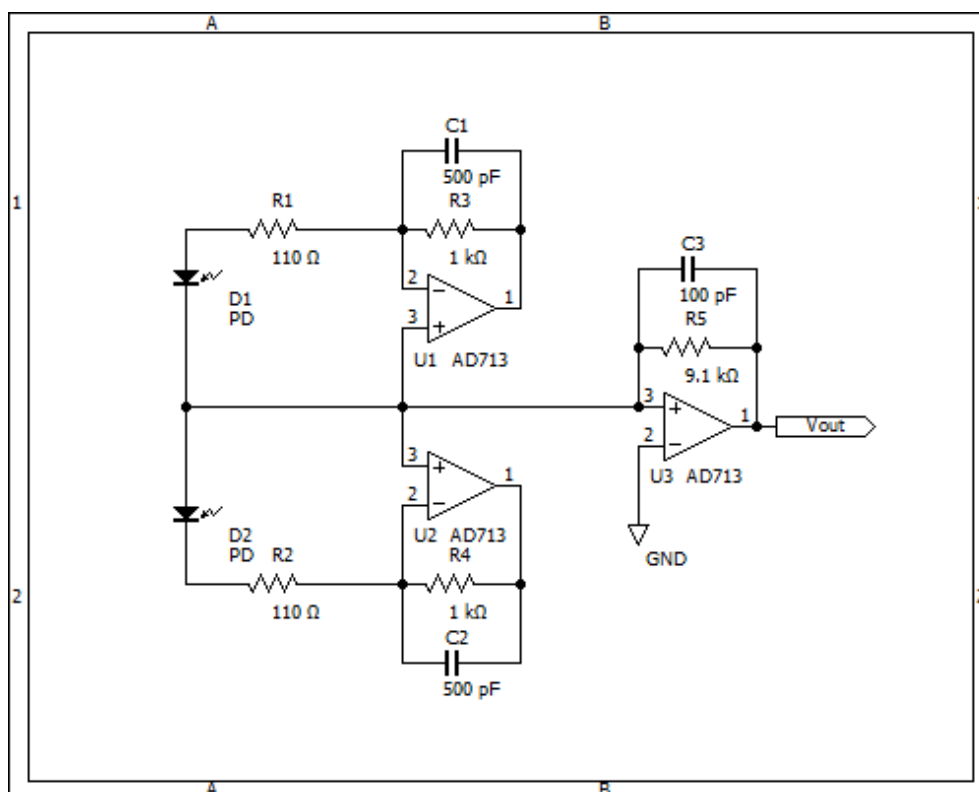


図 3.9 従来の Balanced Amplified Photodetector の回路図

る．また，この回路に関して図 3.10 のように各フォトダイオード (S1226-18BK) を電流源とキャパシタとして等価回路に置換し，電流源 I1 を小信号源として周波数解析を行った結果が図 3.11 である．回路の周波数解析には LTspice を用いた．横軸が周波数，縦軸がゲインを示す．

本論において，我々はシングルビームを用いたマルチチャンネル化にも試みている．これは，従来のシングルビームをビームエキスパンダーで拡げることにより実現できるが，BAP の受光面もそれに併せて拡大することが必要である．今回は分割型のフォトダイオードを用いてマルチチャンネル用の BAP の設計・製作をした．図 3.12 は今回開発した回路のブロック線図である．今回の回路は 4 チャンネルの計測のため，従来の BAP の回路規模のおよそ 4 倍である．基本的には同じ回路を 4 つ統合している回路であるため，1 チャンネルのみを本節では回路図及びブロック線図として添付した．回路は LTspice でシミュレーションしたが，回路全体を一つの画像で表示することはできないため，LTspice 上の回路図をブロックごとに添付した．各ブロックごとの回路図は図 3.13-3.17 である．

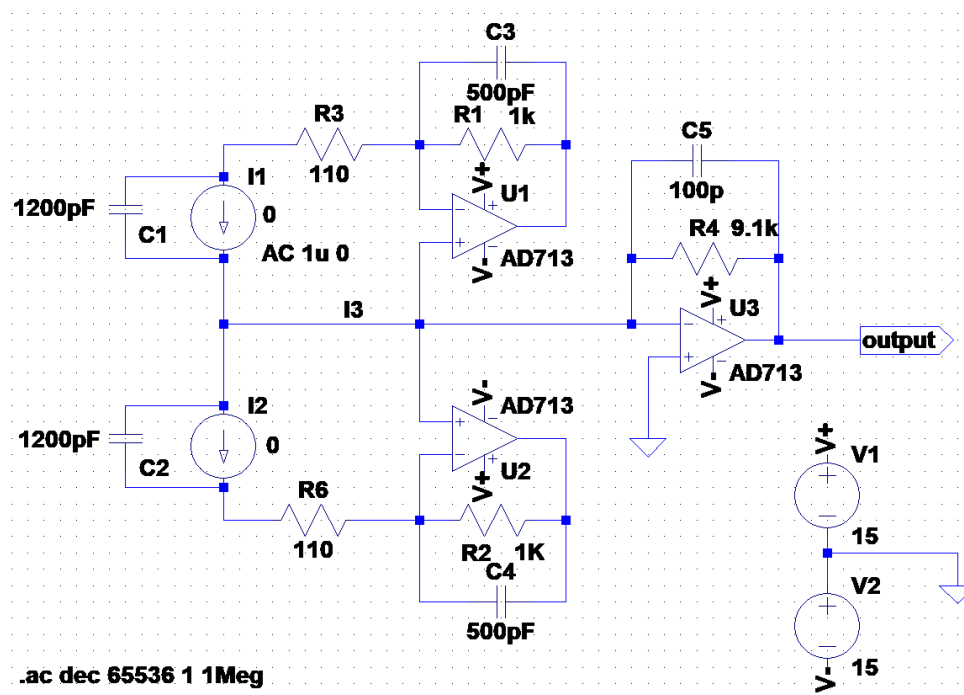


図 3.10 従来の BAP の等価回路

図 3.12 で示すように、新たに作製した BAP は受光部と出力部を分けている。これは操作性のためである。複数の端子を計測によって付け替える作業や、出力の DC オフセットをバイアス回路で調整する作業など様々であるため別々の筐体に回路を格納した。これにより、この二つの筐体をケーブルで接続する必要があるため、信号線にはバッファ回路が組み込まれている。また、仕様書にあるパラメータからフォトダイオードを等価回路に変換しシミュレーションした。その等価回路は図 3.13 に示す。このフォトダイオードは共通のカソードを持っていることに注意されたい。レーザービームの位置調整のために、それぞれのフォトダイオードの出力を確認する必要がある。その為のアンプが図 3.14 である。シングルチャンネル時には、四分割されたフォトダイオードの中のいずれか一つにおける各偏光の出力が最大となるように BAP に対するビームの位置を調整する。これにより、そのフォトダイオードを用いたシングルチャンネル計測ができる。マルチチャンネル時には、4 チャンネルすべての出力が均一になるようにビームの位置を調整すれば、分割されたフォトダイオードの中心にビームの中心を置くことができる。図 3.15 は各偏光の差動信号を検出することができる。この差動信号の DC 成分は光学的に調整することも可能であり、また、図 3.16 に示すバイアス回路を使用することでも電氣的に調整できる。これは偏光の偏角を  $45^\circ$  にすることに相当する。本磁力計においては交流信号で変調をして磁場を計測するため、この DC バイアスの調整機能はあくまでも交流信号が飽和しないための校正機能である。図 3.17 には電源回路を示した。電源には鉛電池を用い、 $100\ \mu\text{F}$  の電解コンデンサをデカップリングに用いている。これは、直流電源装置を用いずに商用周波数のノイズを抑える目的がある。

LTspice を用いた過渡解析、及び周波数解析の結果は以下の通りである。電源と入力信号にノイズを含ませて解析を行った。図 3.18 は電流電圧変換回路に入力される光電流を示している。入力信号の波形は前半の 0.1 秒間は方形波、後半の 0.1 秒間は正弦波である。この入力信号に対する各偏光の出力信号と差動信号が図 3.19 である。図が示すように、入力信号に含まれているノイズが

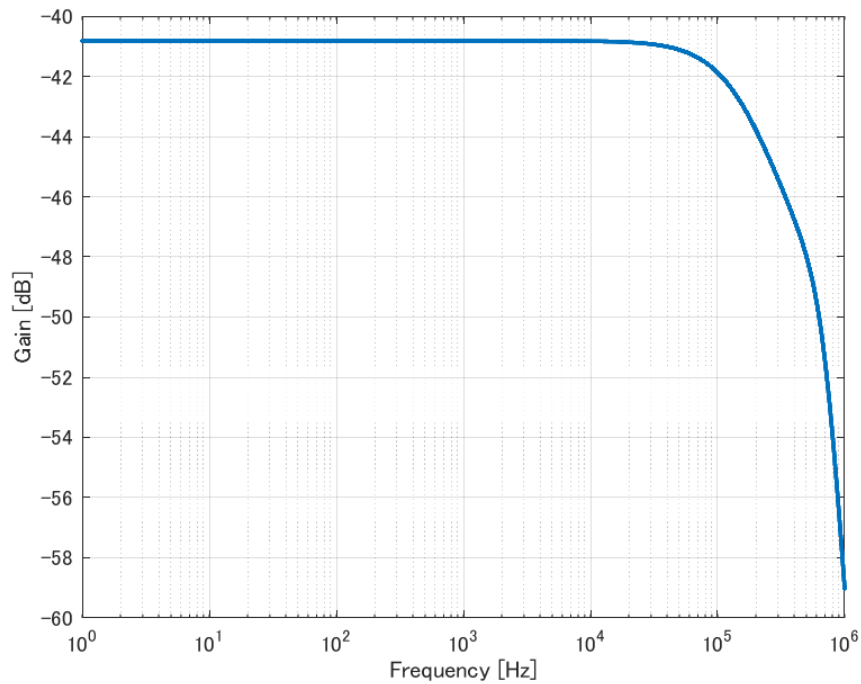


図 3.11 従来の BAP の周波数特性

明らかに除去されていることがわかる。また、図 3.20 が示すのはこの回路の周波数特性である。1 MHz までは振幅特性が一定であることがわかる。実際に実装された回路は、この理想的なシミュレーションの結果より悪化することは想定される。

プリント基板の配線は Eagle で設計した。その際の回路図と基板配線は付録に添付したので参照されたい。筐体にはアルミダイキャストを用い、切削加工した。実装された基板の外観、および筐体等の外観は図 3.21-3.27 に示す。

図 3.24 が示す開口部からフォトダイオードまでの距離はおよそ 20 mm である。また、図 3.26 に示される電源スイッチにはヒューズが内蔵されており、回路を大電流から保護する。

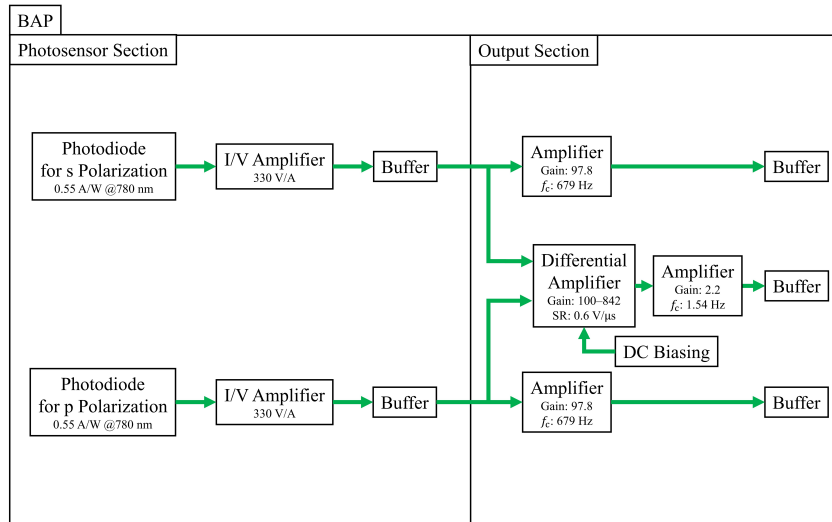


図 3.12 BAP1 チャンネル分のブロック線図

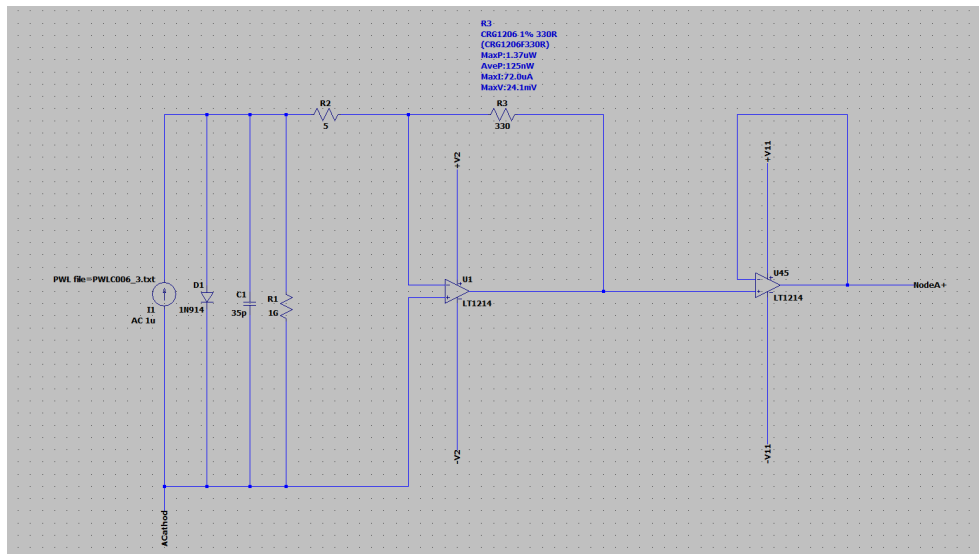


図 3.13 電流電圧変換回路



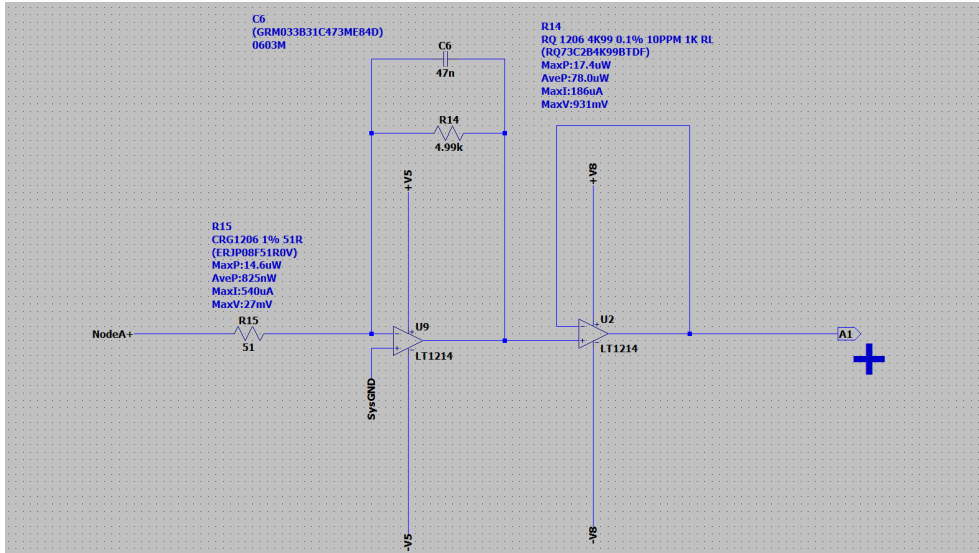


図 3.14 各偏光の光パワーを電圧計測するための増幅回路

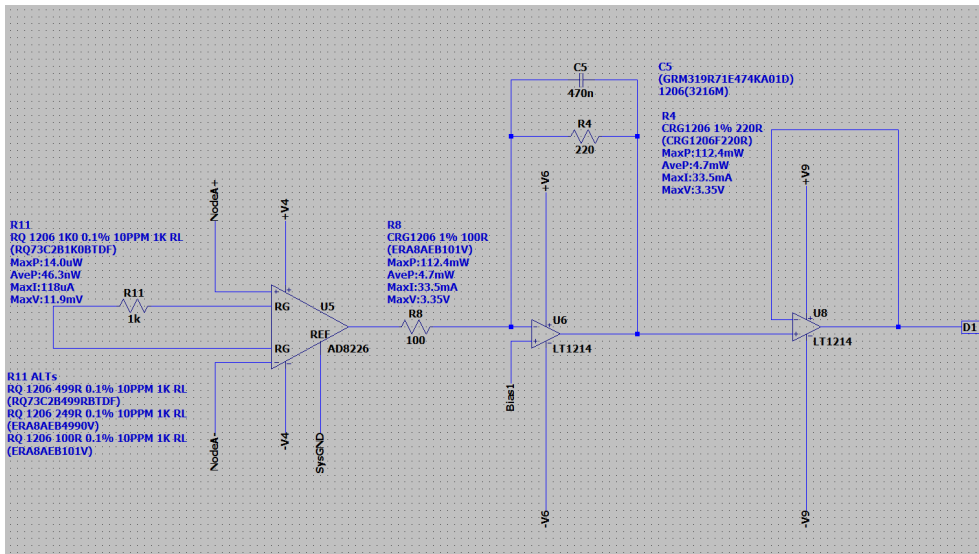


図 3.15 s 偏光と p 偏光の電圧信号を差動増幅する回路

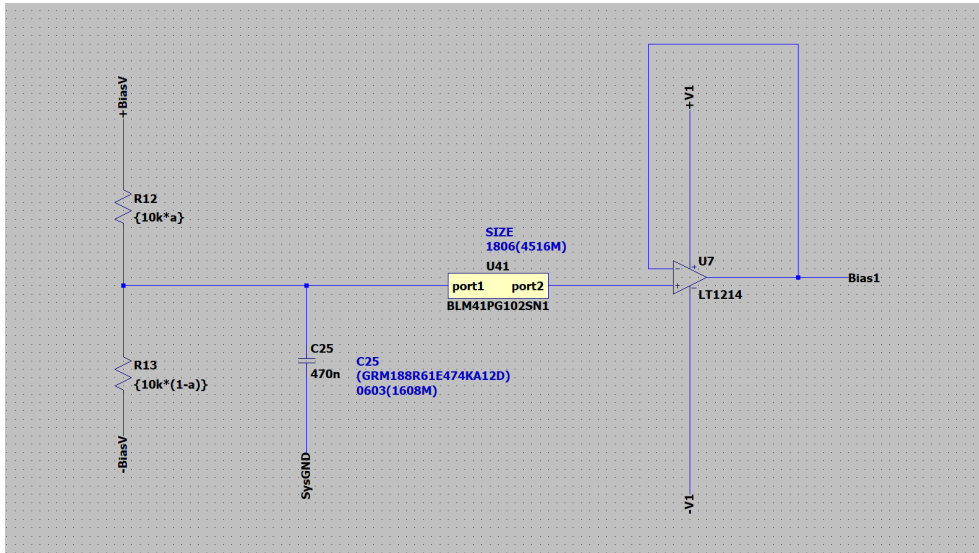


図 3.16 DC バイアス回路

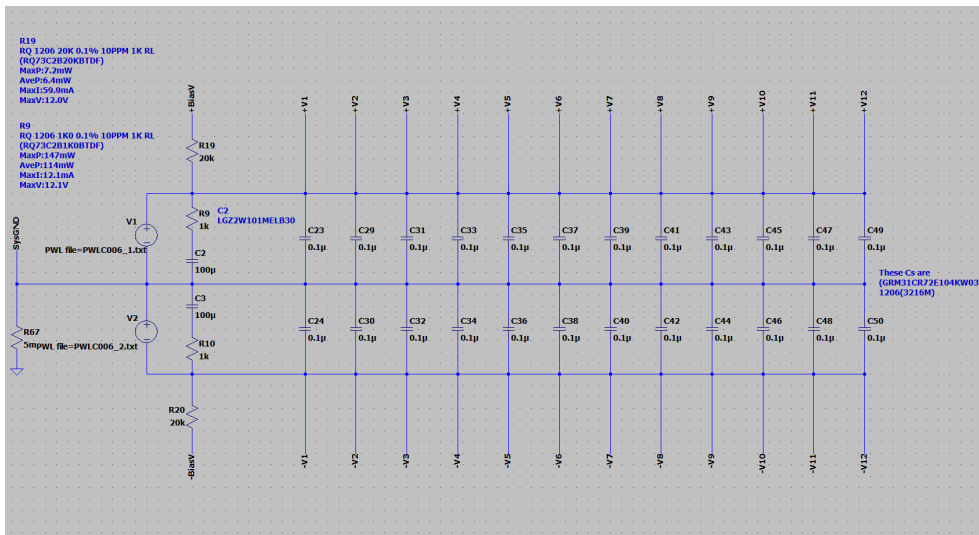


図 3.17 電源部分

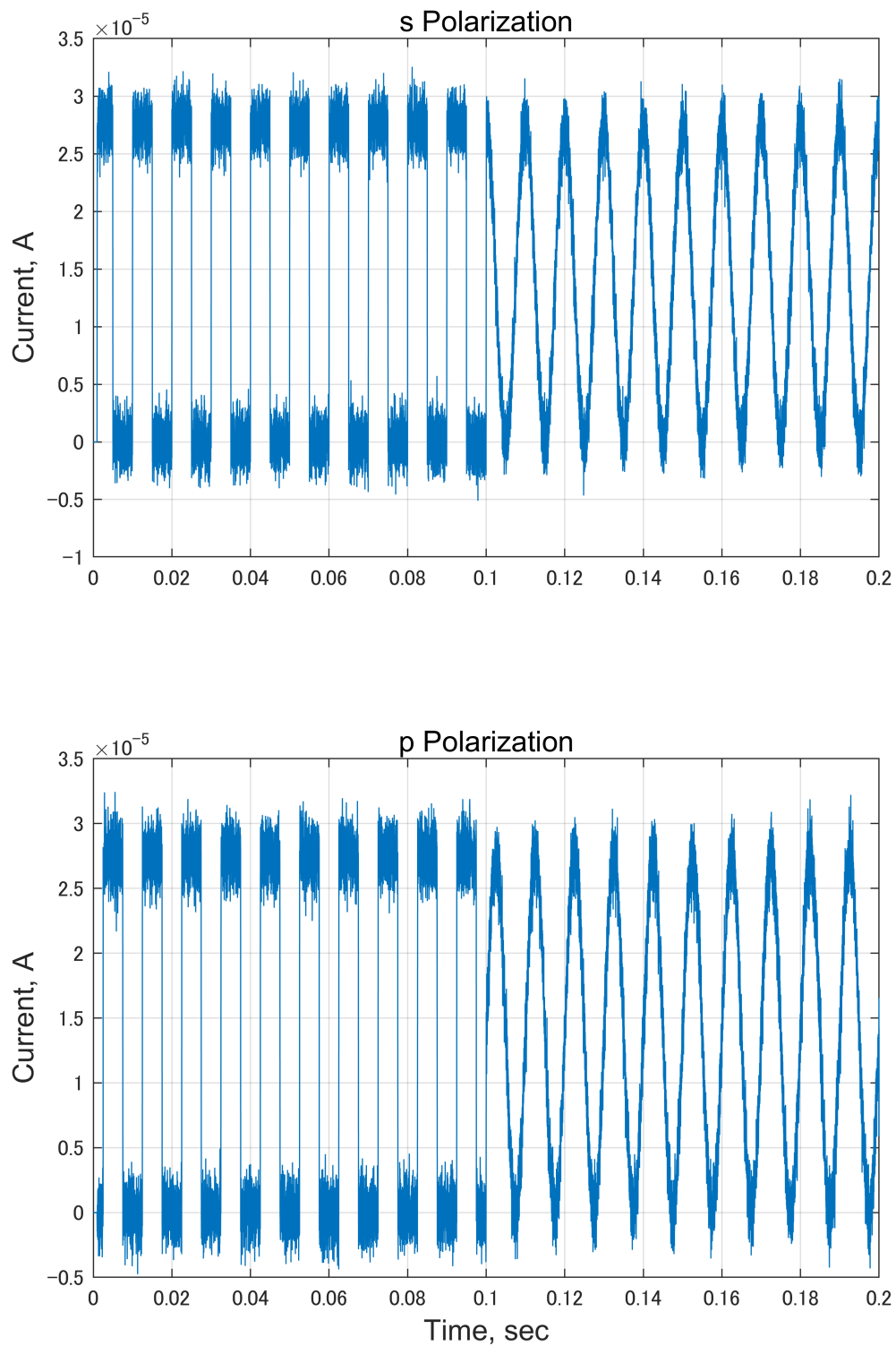


図 3.18 s 偏光及び p 偏光の入力信号

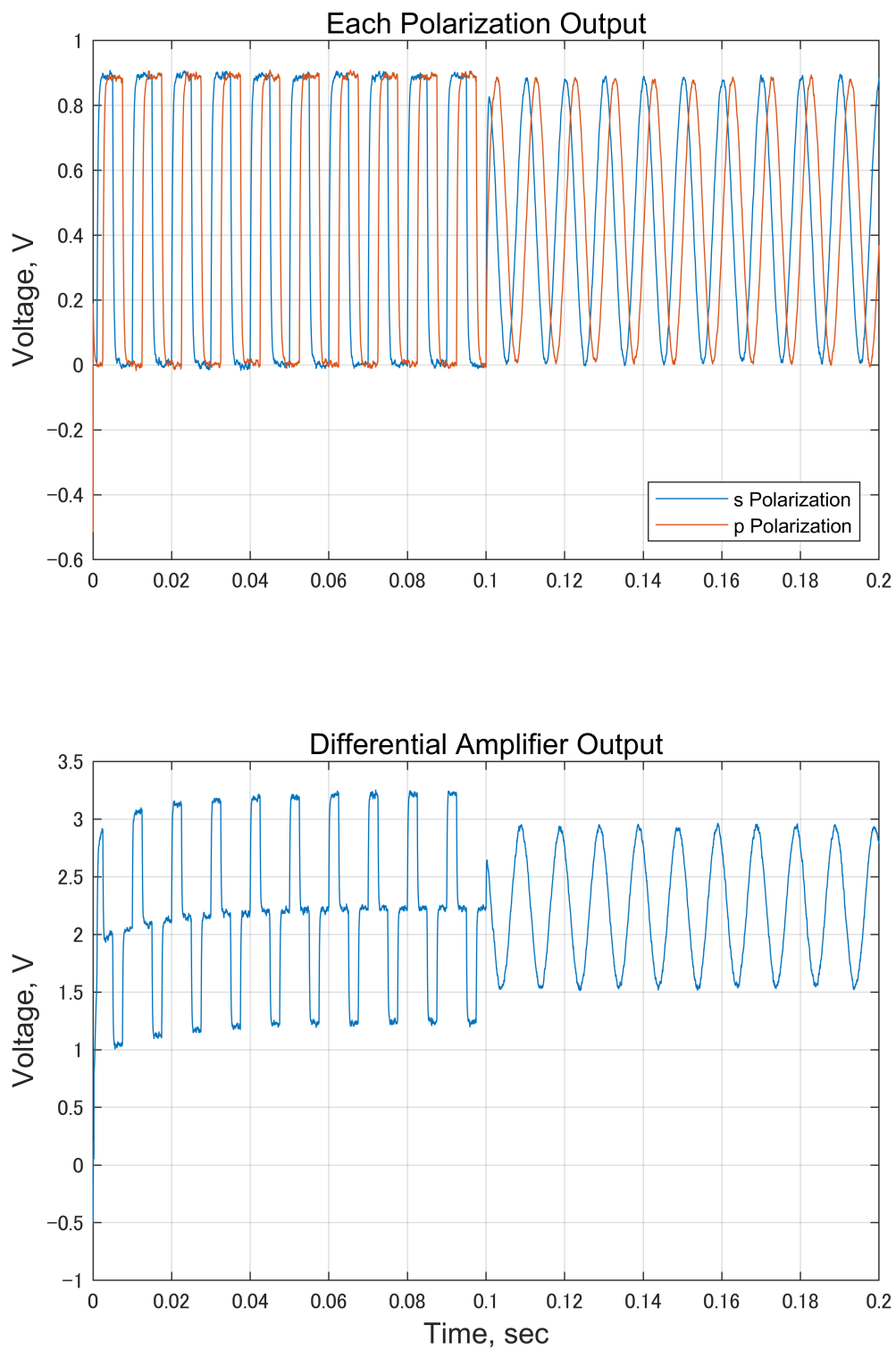


図 3.19 各偏光成分の出力電圧と差動増幅信号の過渡応答

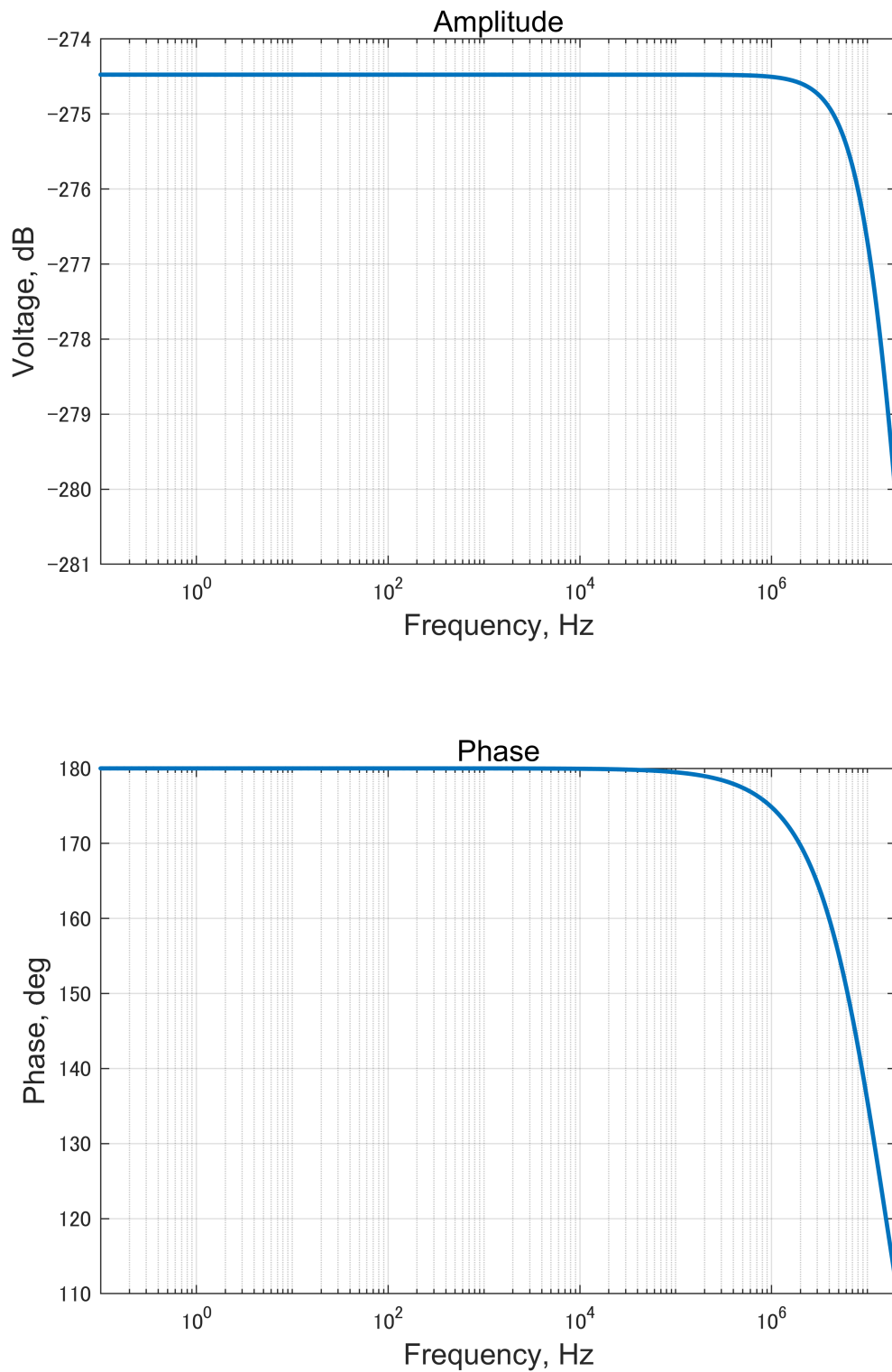


図 3.20 差動増幅信号の Bode 線図

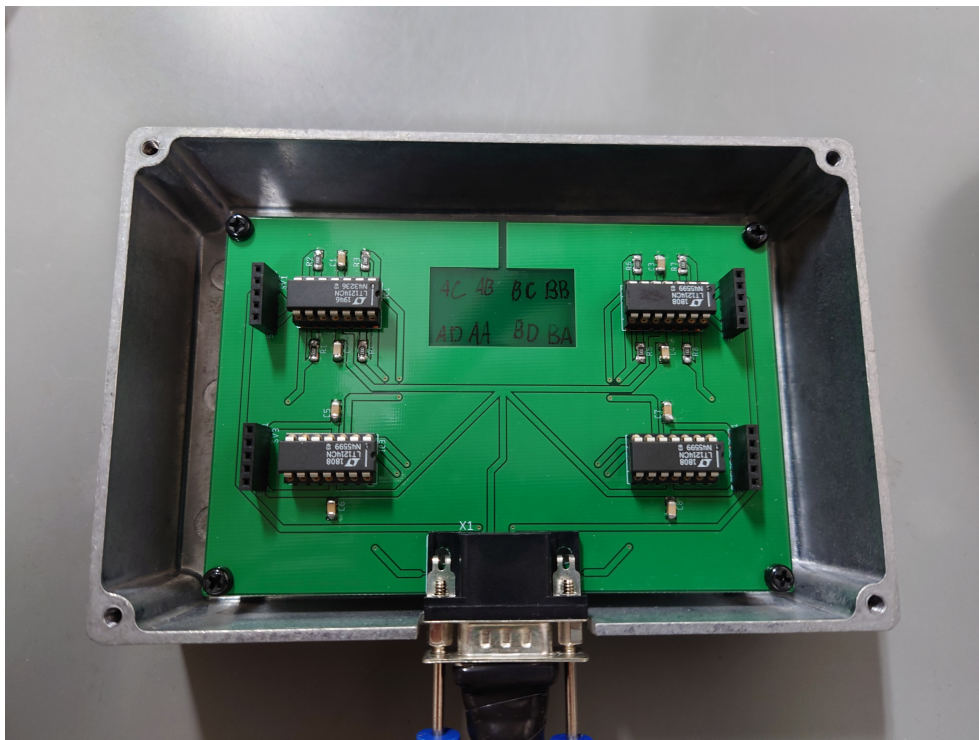


図 3.21 受光部の電子部品実装後の基板



図 3.22 出力部の電子部品実装後の基板

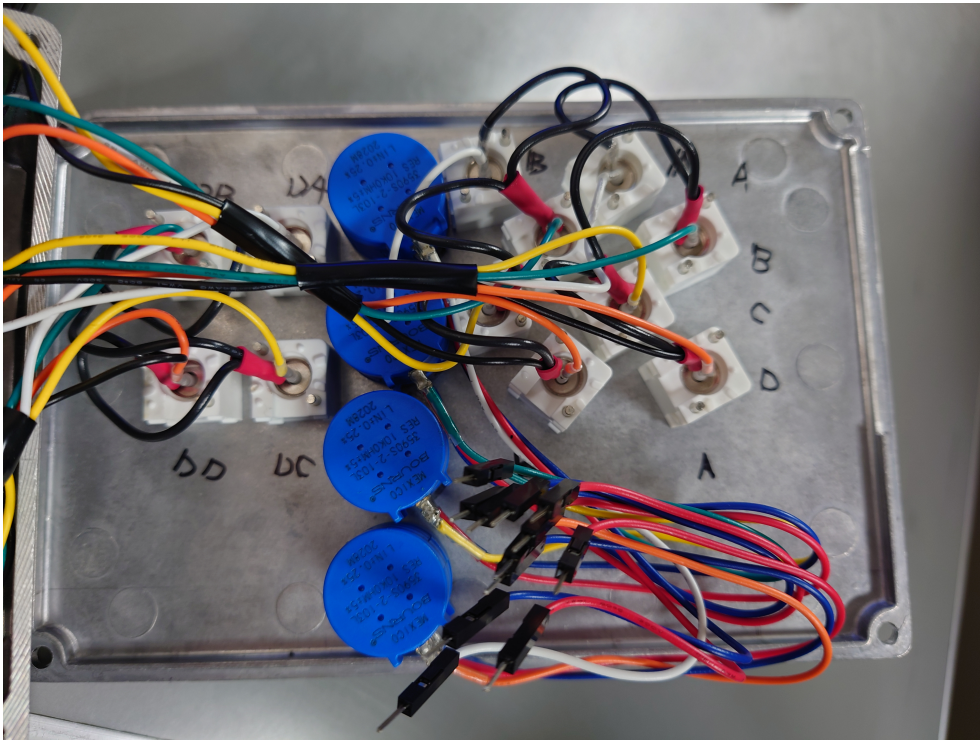


図 3.23 出力端子等の実装部分

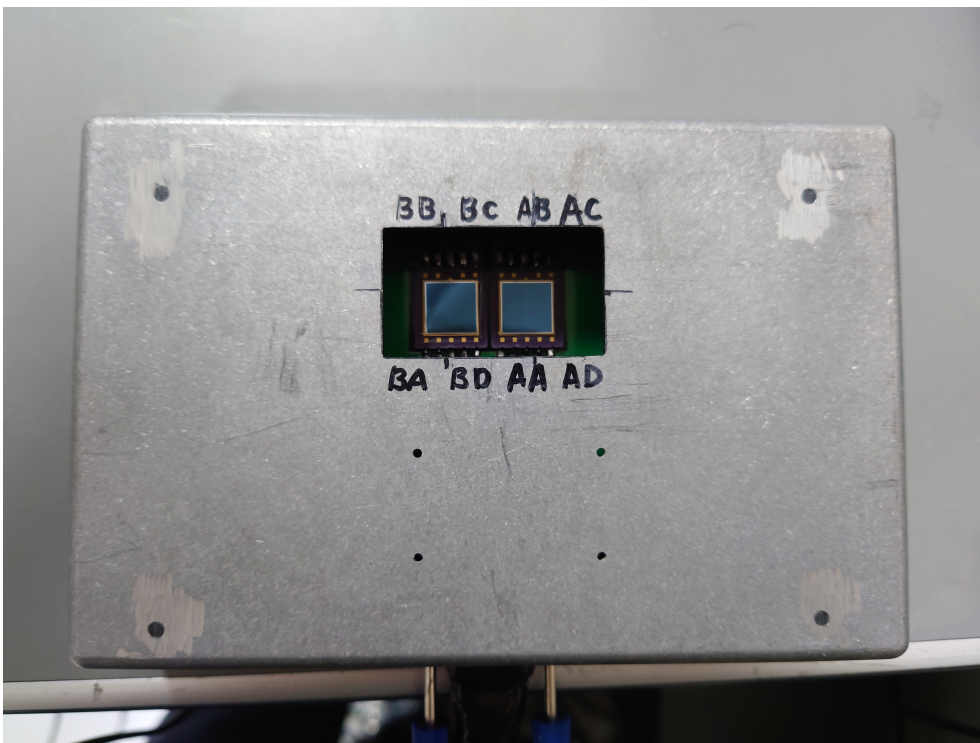


図 3.24 受光部の外観

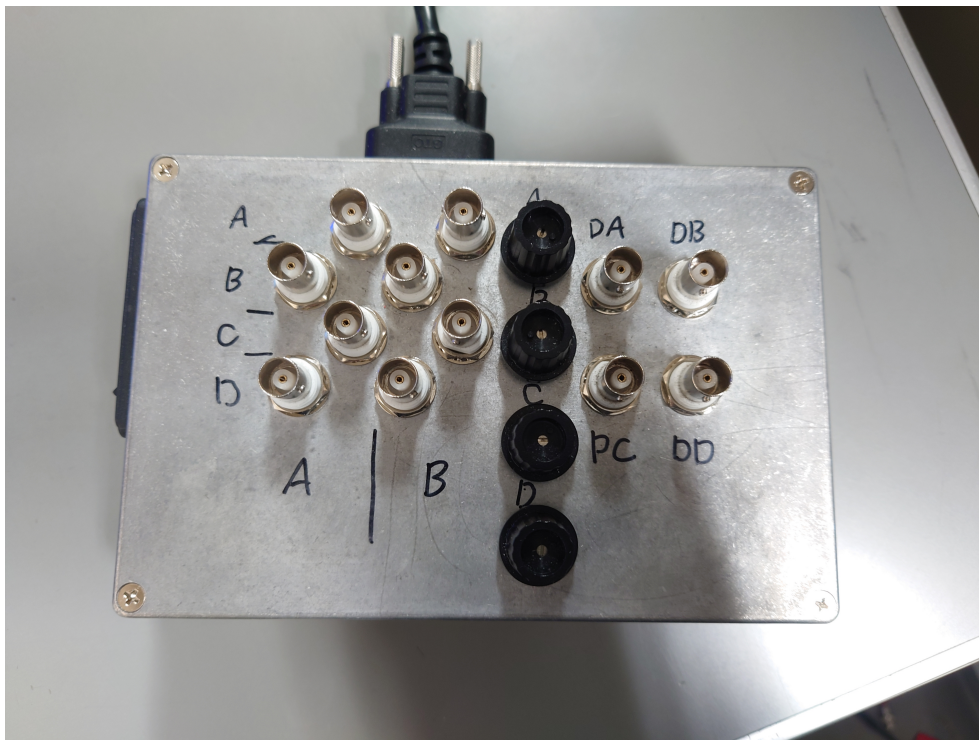


図 3.25 出力部の外観 1



図 3.26 出力部の外観 2





図 3.27 出力部の外観 3

### 3.8 シングルビーム型原子磁力計

シングルビーム型原子磁力計は楕円偏光を用いることで、従来ポンプ光とプローブ光の2つのレーザーが必要だったものを1つのレーザーで実現している。ここではその構造を図3.28を用いて説明する。

まず、一つ目の Half Wave Plate(以下 HWP1 とし、略語は同様のナンバリングをする)のあとに一つ目の Polarized Beam Splitter(PBS1)を設置する。HWP1の回転によって、PBS1におけるレーザーの透過率を調整することができる。この際、反射光はp偏光、透過光はs偏光となる。PBS1透過後の直線偏光となったレーザーは、HWP2の回転により直線偏光面を任意の方向に回転させることができる。直線偏光面を任意の方向に回転させることができるため、QWPを通過した際の偏光面は任意の楕円率に調整することができる。楕円偏光は直線偏光と円偏光の合成であり、それぞれプローブ光とポンプ光として機能する。セルを透過した楕円偏光は一定の円偏光成分を吸収し旋光する。この楕円偏光をPBS2を使って直交するs偏光とp偏光に分光する。これらをBAPで受光することにより偏光面の変化を測定することが可能となる。しかしながら、楕円偏光の偏光状態によってはs偏光かp偏光の一方が強い偏光となることも考えられる。この場合、BAPは飽和してしまうため、それを避けるべくHWP3を間に設置している。

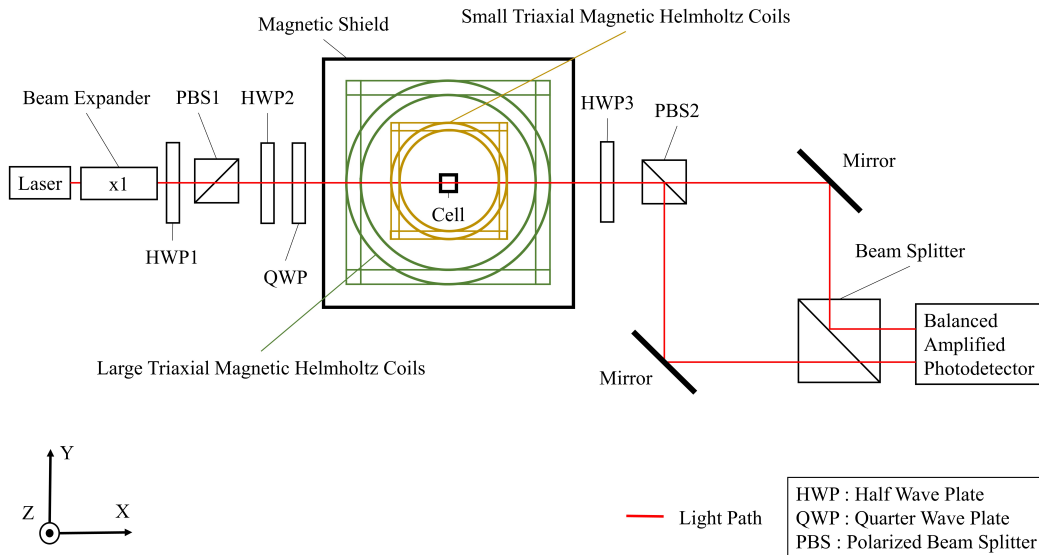


図 3.28 シングルビーム原子磁力計の模式図

## 第4章 シングルチャネルモードにおける各パラメータの最適化

原子磁力計を高感度で動作させるためにはセル内のアルカリ金属の吸収波長から適度に離調された波長が求められる。また、アルカリ金属が気化し単位体積当たりの原子数が適度に増加する必要もある。同様に、シングルビーム型原子磁力計はアルカリ金属のポンピングレートが大きく作用するため、楕円率、及びシングルビームの強度も重要なパラメーターである。加えて、原子磁力計は光学系のみならず BAP の応答も感度に大きく依存するため、システム全体で見た際の周波数特性及び振幅特性の確認が本章の内容である。

なお、これ以降の磁気応答に関連するすべての実験では磁気シールドボックス内のアライメントの確認後に磁場校正 [40][49] がされているものとする。

### 4.1 レーザーの波長

前章で述べたように、我々は  $D_2$  線を用いてポンピングする必要がある。通常、直交型の原子磁力計のポンピングレーザーは吸収波長に合わせ、もう一方のプロブレーザーはその吸収波長から離調することでその動作を実現している。これに対しシングルビーム型原子磁力計は1つのビームでポンピングとプロブを実現しなければならないために、完全な吸収波長から適度に離調された波長が肝要となる。よって本節ではその波長の決定を目的とする。

#### 実験方法

まず、ビームエキスパンダーの直前にミラーを設置し、その反射光を波長計で計測した。その上で磁気シールドボックス内に設置されたセルを透過した光パワーをレーザーの波形を変化させながらパワーメーターで計測する。この際のセルは加熱され、内部のルビジウムは気体となっている。また、セルに交流磁場信号を印加し、同様にレーザーの波長を変化させながら応答信号をロックインアンプで計測した。ロックインアンプでは交流信号の周波数とその二次高調波の二つの周波数で電圧と位相を計測した。ロックインアンプの時定数は周波数に対して適切な値に設定し、100 回平均をする自動計測プログラムを介して計測された。その際の各パラメーターは表 4.1 に示す。

#### 実験結果

以下に計測結果を示す。ここで図 4.1 の横軸はレーザーの波長、縦軸はセルを透過したレーザーの光パワーであり、これはセル内のルビジウム原子の吸収率の波長依存性を示す。負ピークをとった波長は 780.031 nm であった。また、図 4.1 の上のグラフにおいて横軸はレーザーの波長、縦軸は電圧であり、これは応答波形の波長依存性を示す。図 4.1 の下のグラフにおいて横軸はレーザーの波長、縦軸は位相であり、これも同様に応答波形の波長依存性を示す。青いプロットが基本波、

表 4.1 レーザーの最適な波長の決定と応答信号の波長特性の確認実験

レーザーの波長	779.000–780.330 nm
セル温度	149°C
レーザーダイオード直後のレーザーの光パワー	29.9 mW
レーザーダイオード電流	100.1 mA
交流磁場の波形	正弦波
交流磁場の周波数	1.01 kHz
交流磁場の振幅	500 nT

赤いプロットが二次高調波の計測データである。応答波形のノイズフロアは-90 dB 程度である。780.030 nm 近傍に局所的な負ピークが見られる。この負ピークをとる波長は 780.034 nm であった。また、この吸収波長の両側に正のピークが見られる。短波長側の正ピークが最も大きな応答信号を示した。この際の値は 780.006 nm であった。

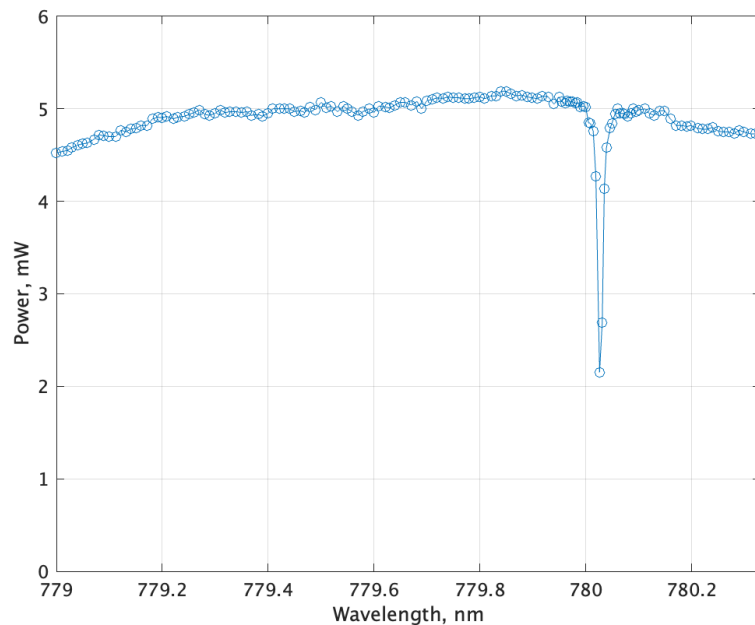


図 4.1 加熱されたセル透過後の光パワー対波長特性

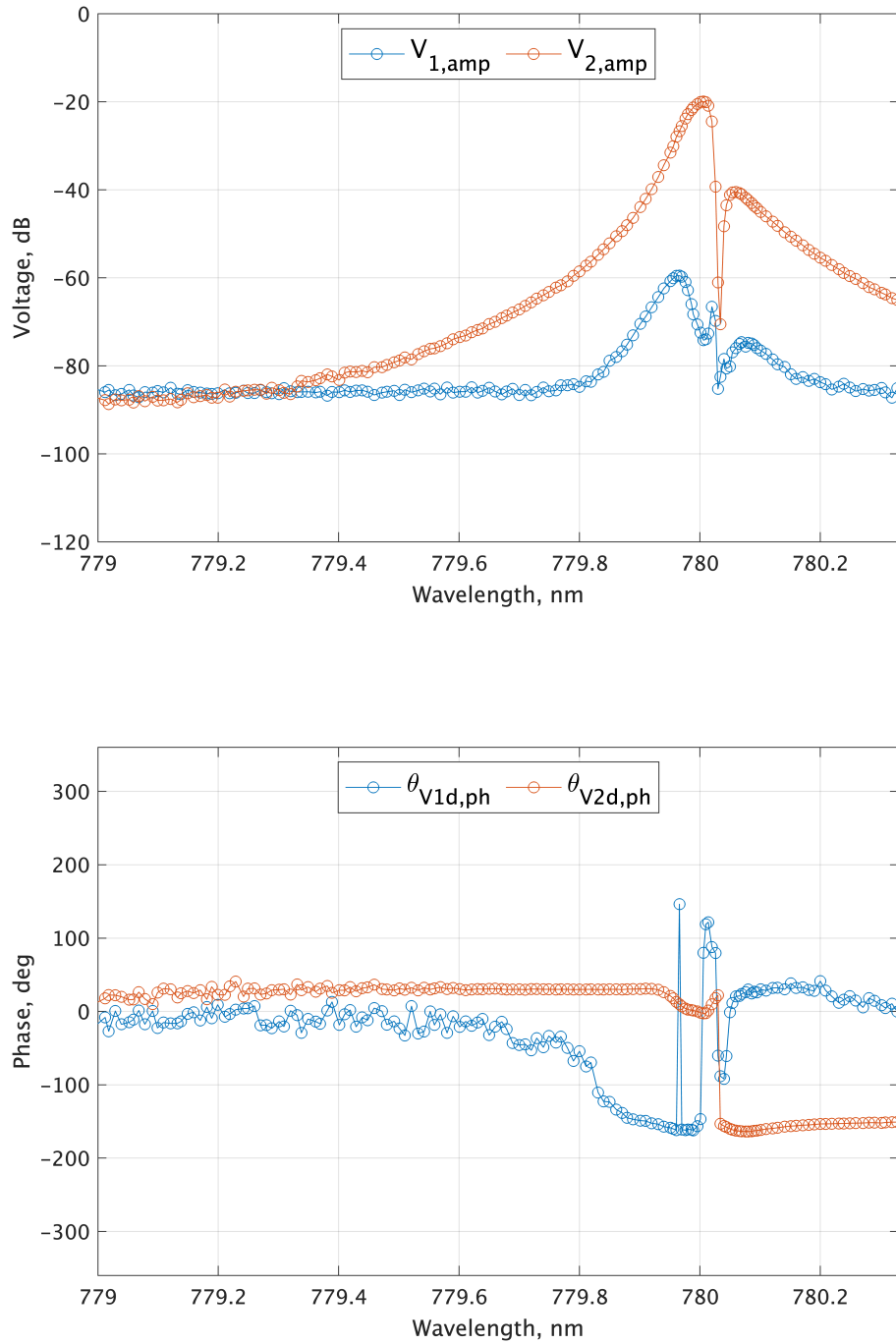


図 4.2 応答信号の振幅と位相に関する波長特性

### 考察

図 4.1 が示すように、780.030 nm 近傍に吸収波長がある。これが  $D_2$  線であると考えられる。原理的には、この吸収波長に対して適度に離調された楕円偏光ビームが磁力計を動作させる。図 4.2 が示すように、吸収波長の両側で振幅が大きくなることから、この程度離調された波長が動作に適すると分かった。また、振幅が -70 dB 付近を超えると振幅と位相の両方の波長特性が安定していることがわかる。今回の実験では 100 回平均を採用したが、ノイズフロアから 6 dB 程度離れていれば十分に安定したデータが取れることも示唆された。

## 4.2 レーザの楕円率

シングルビーム型原子磁力計において楕円率は非常に重要なパラメータである。それは適度な円偏光成分による光ポンピングと、それをプローブするための直線偏光成分が両方含まれなければシングルビーム型原子磁力計は動作しないためである。そこで本節では、HWP2を回転させることにより、本磁力計の光学系に含まれる波長板の特性を計測し、その役割を明確化する。また、波長板に関連する特性を計測したうえで本磁力計の応答波形を計測し、適切な楕円率となる条件を探ることを目的とする。

### 実験方法

HWP1の役割は光強度を調整する事である。これを確認するため、PBS1の直後にパワーメーターを設置し、HWP1の回転角とパワーメーターの強度を記録した。以降の偏光板の役割は偏光面に対するものであるため、各波長板の直後にポーラリメーターを設置し、楕円率、偏角、光パワーを計測した。HWP2の特性はそれ自身の回転に伴う変化を記録した。

QWPは、HWP2の回転角を $0^\circ$ とし、QWPを透過した光の楕円率が最も0に近くなる角度で固定した。これはQWPの速軸、あるいは遅軸と並行となることを意味する。そしてHWP2を回転させることでそれに伴う偏光面の変化を記録した。

HWP3の役割は、セルを透過した後の偏光の偏角のみを任意に回転させることである。したがって、楕円率は変化せずに偏角のみが変化すればよい。HWP3の実験では、HWP2を $11^\circ$ 回転させ、適度な楕円率を与えた偏光をHWP3に透過させた。HWP3の回転に伴う偏光の変化を記録した。この時、セルは外して実験を行った。

また、上記の役割を確認した後に、HWP2の回転により楕円率を変化させ、応答波形の変化を計測した。ロックインアンプを使用し、印加する交流信号の周波数とその二次高調波で計測した。セル透過後の偏角が大きすぎる場合、PBS2で分光されるs偏光とp偏光に大きな光パワー差が生まれる。結果として、BAPが飽和してしまう。これを避けるために、HWP3を回転させ偏角を調整する。

その他実験条件は表4.2に示す。なお、右回り偏光は楕円率を正、左回り偏光は楕円率を負で表

表 4.2 レーザーの楕円率の決定と楕円率依存性の確認実験

レーザーの波長	780.007 nm
セル温度	149°C
光パワー	10.0 mW
HWPの角度	0–180°
交流磁場の波形	正弦波
交流磁場の周波数	1.01 kHz
交流磁場の振幅	500 nT

すこととする。

## 実験結果

実験結果を以下に示す．ここで，図 4.3，図 4.4-4.9，図 4.10-4.12 の横軸は，それぞれ HWP1，HWP2，HWP3 の回転角である．図 4.3, 4.6, 4.9, 4.12，図 4.4, 4.7, 4.10，図 4.5, 4.8, 4.11 の縦軸はそれぞれ光パワー，楕円率，偏角である．図 4.4-4.6，図 4.7-4.9，図 4.10-4.12 はそれぞれ HWP2，QWP，HWP3 の楕円率，偏角，光パワーの特性を示す． 図 4.13 の横軸は HWP2 の回転角，

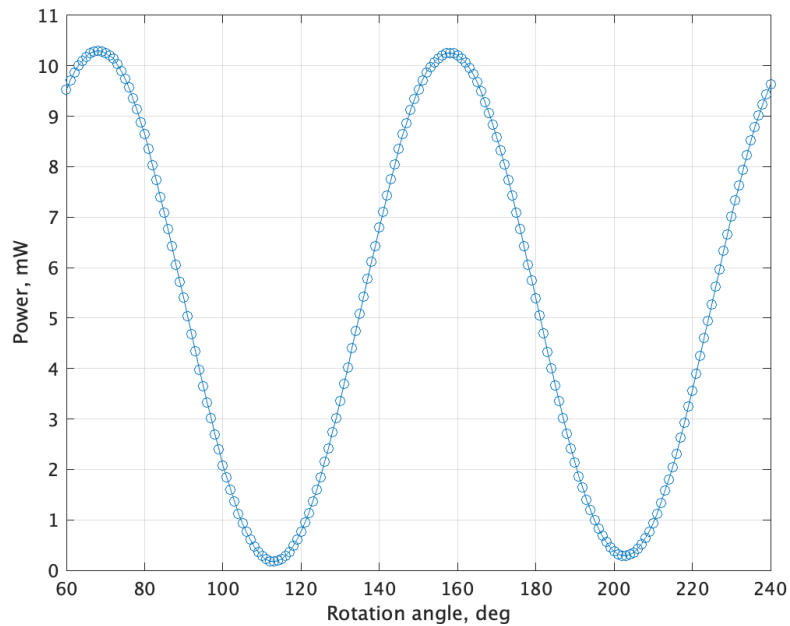


図 4.3 HWP1 の回転角とともに変化する光パワー

縦軸はそれぞれ電圧と位相である．グラフの青でプロットされているデータは基本波成分，赤でプロットされているデータは二次高調波成分をそれぞれ表している．



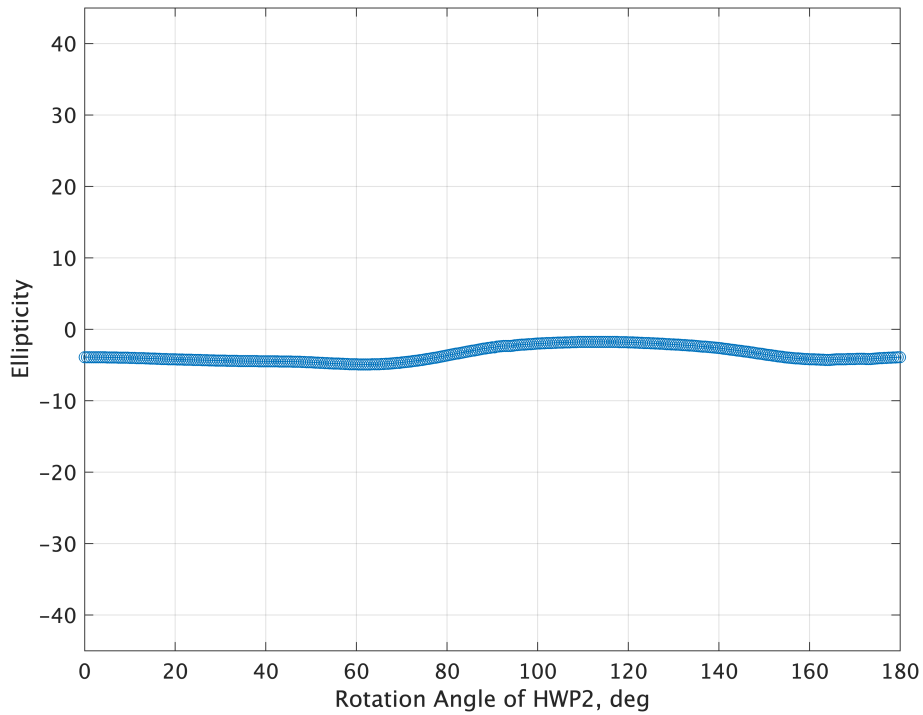


図 4.4 HWP2 の回転に伴う楕円率の変化

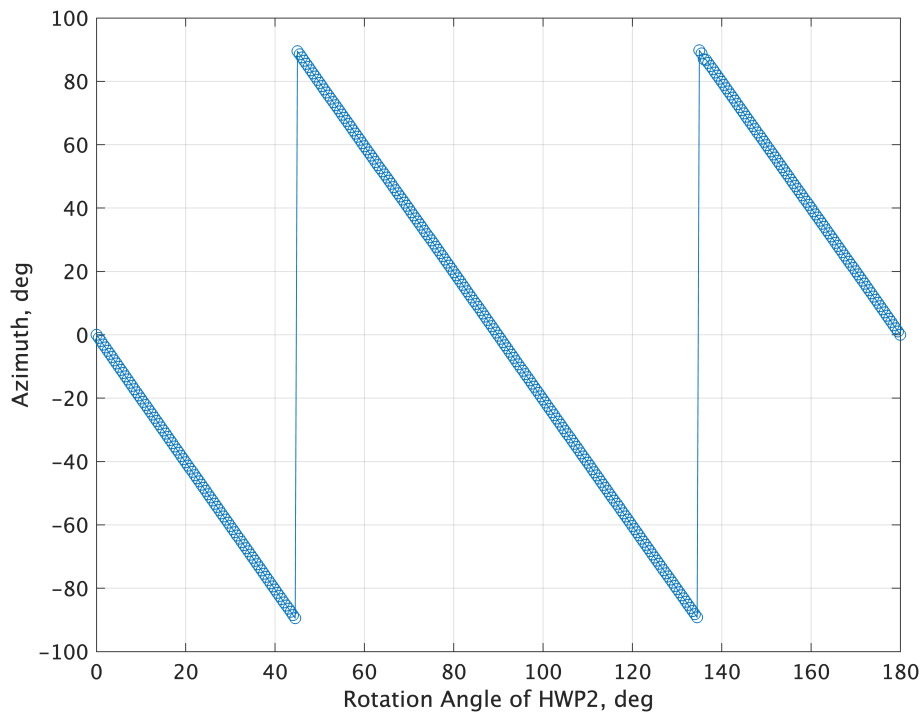


図 4.5 HWP2 の回転に伴う偏角の変化

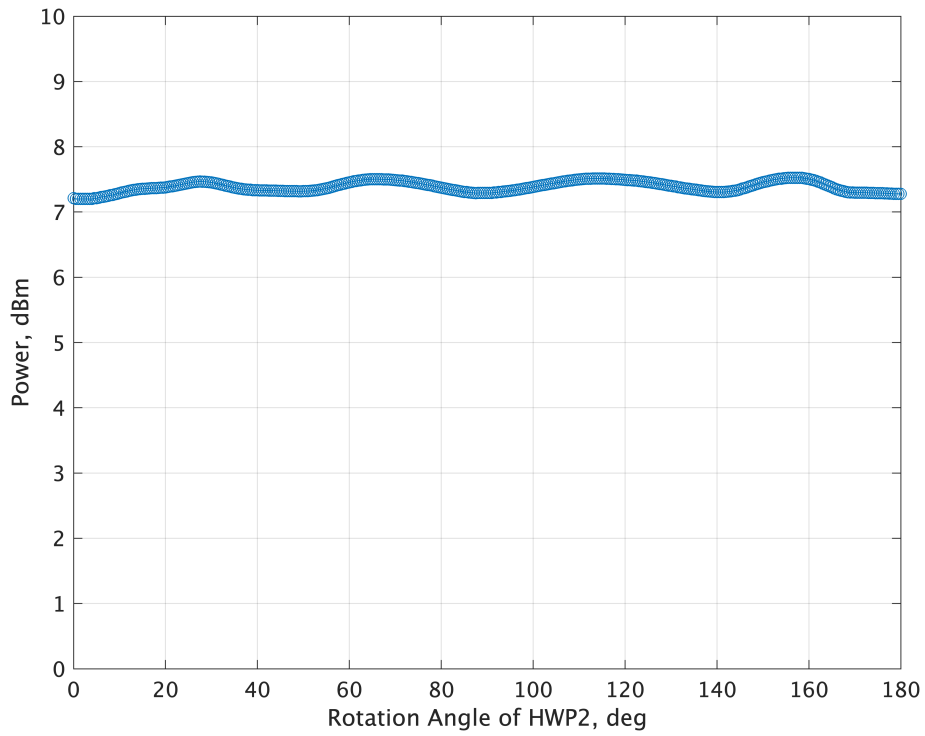


図 4.6 HWP2 の回転に伴う光パワーの変化

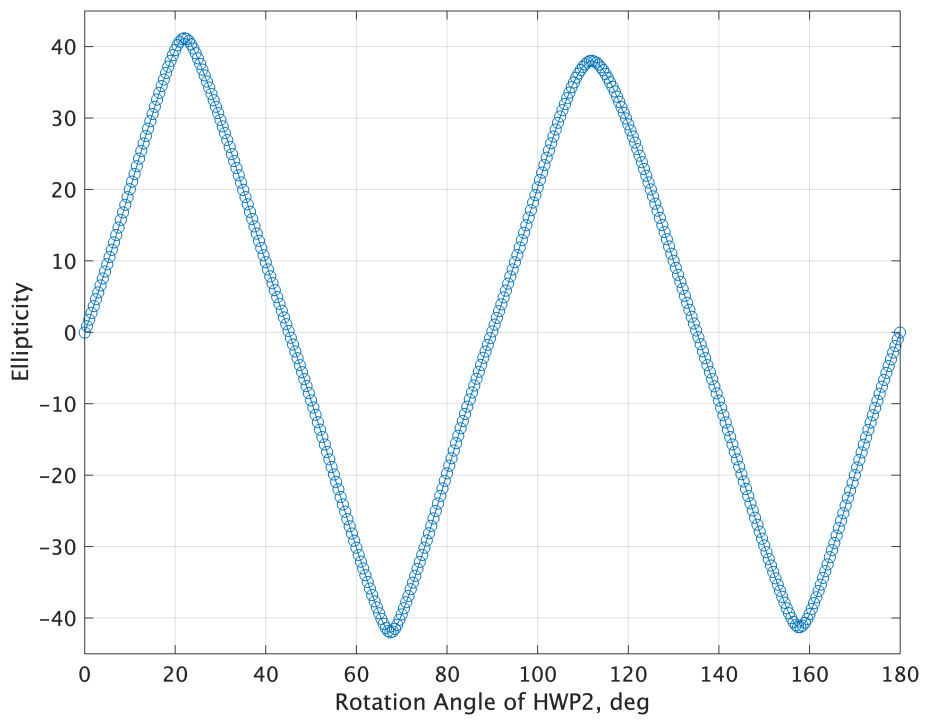


図 4.7 HWP2 の回転に伴う QWP 透過光の楕円率の変化

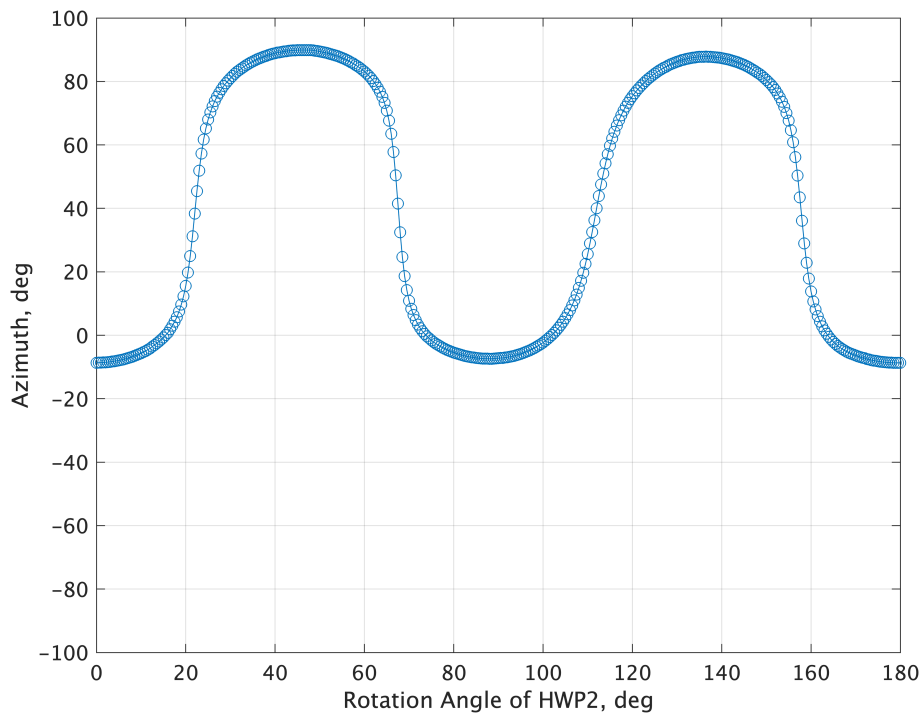


図 4.8 HWP2 の回転に伴う QWP 透過光の偏角の変化

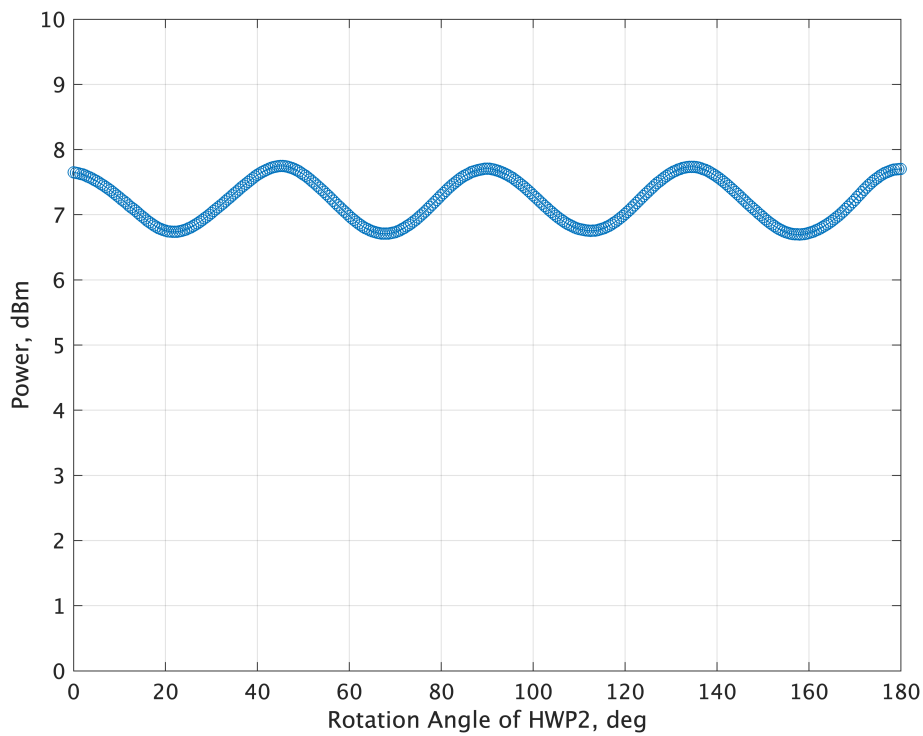


図 4.9 HWP2 の回転に伴う QWP 透過光の光パワーの変化

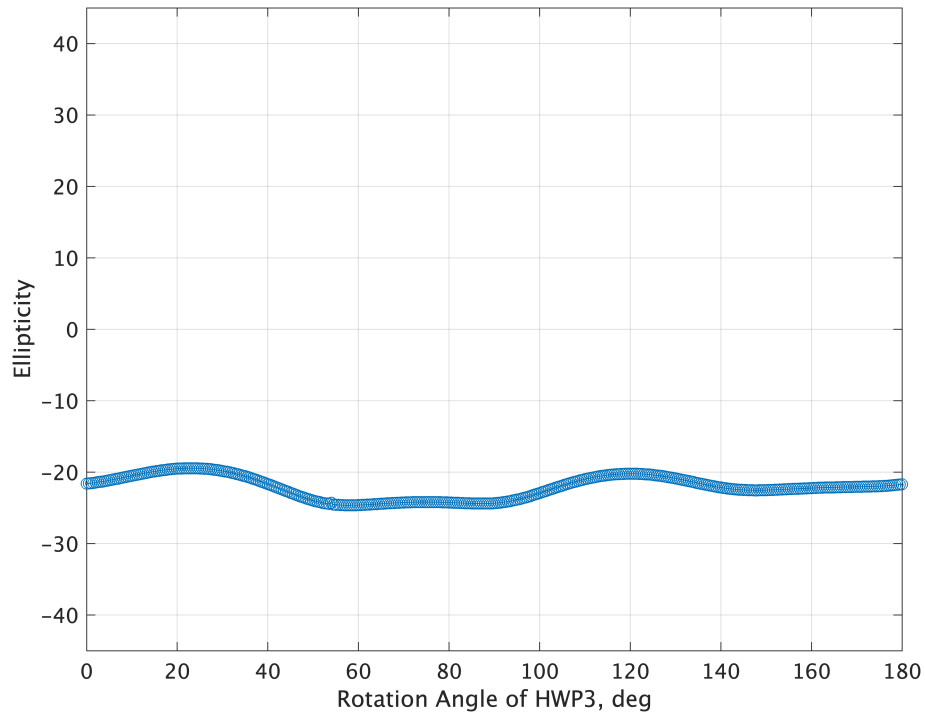


図 4.10 HWP3 の回転に伴う楕円率の変化

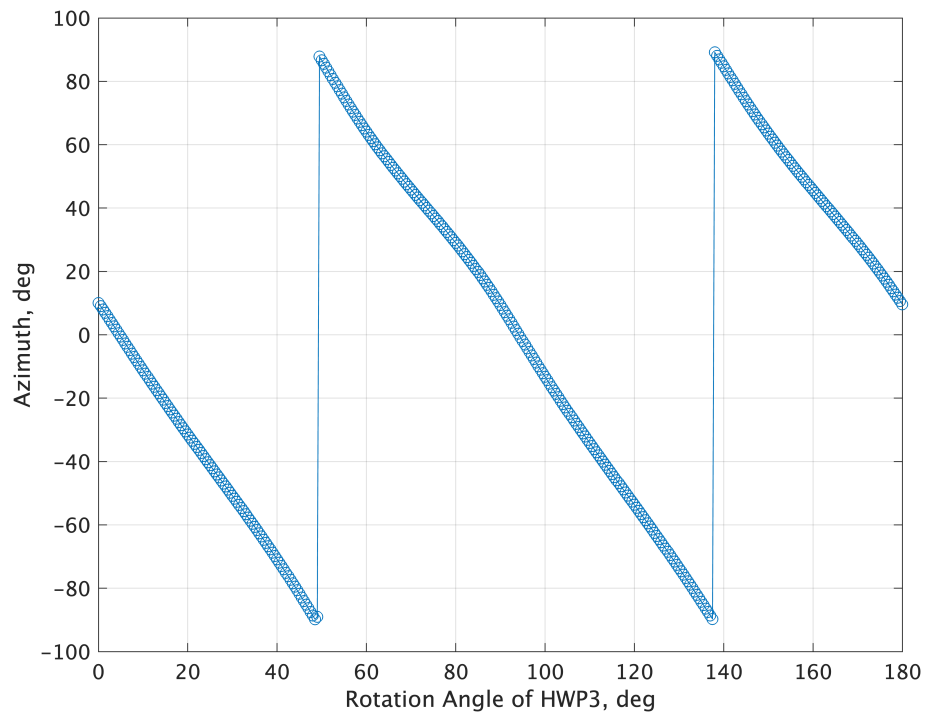


図 4.11 HWP3 の回転に伴う偏角の変化

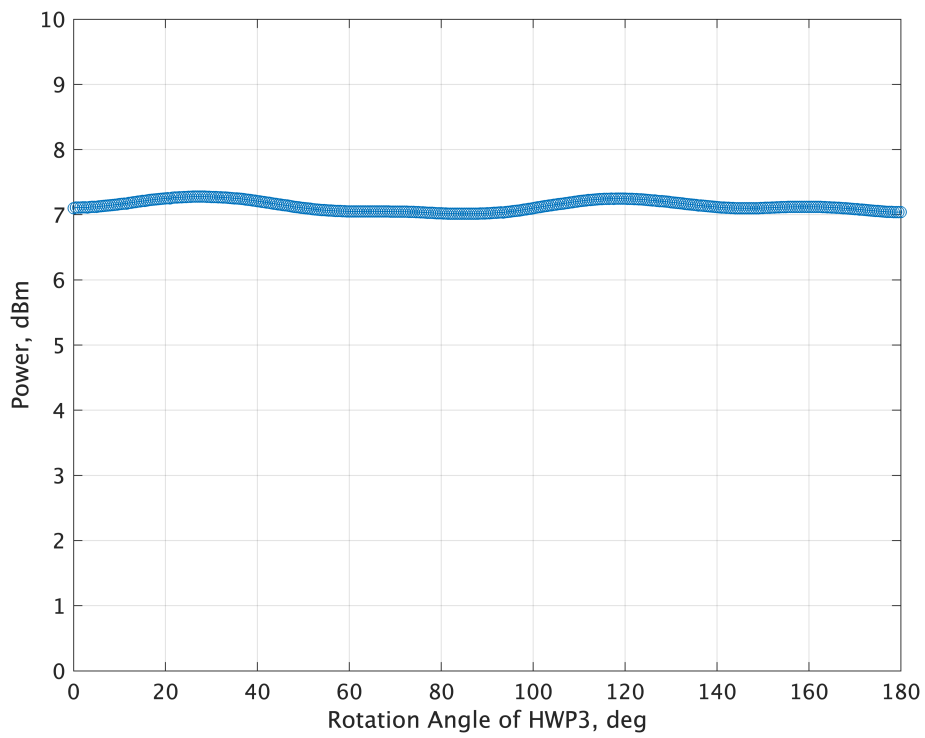


図 4.12 HWP3 の回転に伴う光パワーの変化

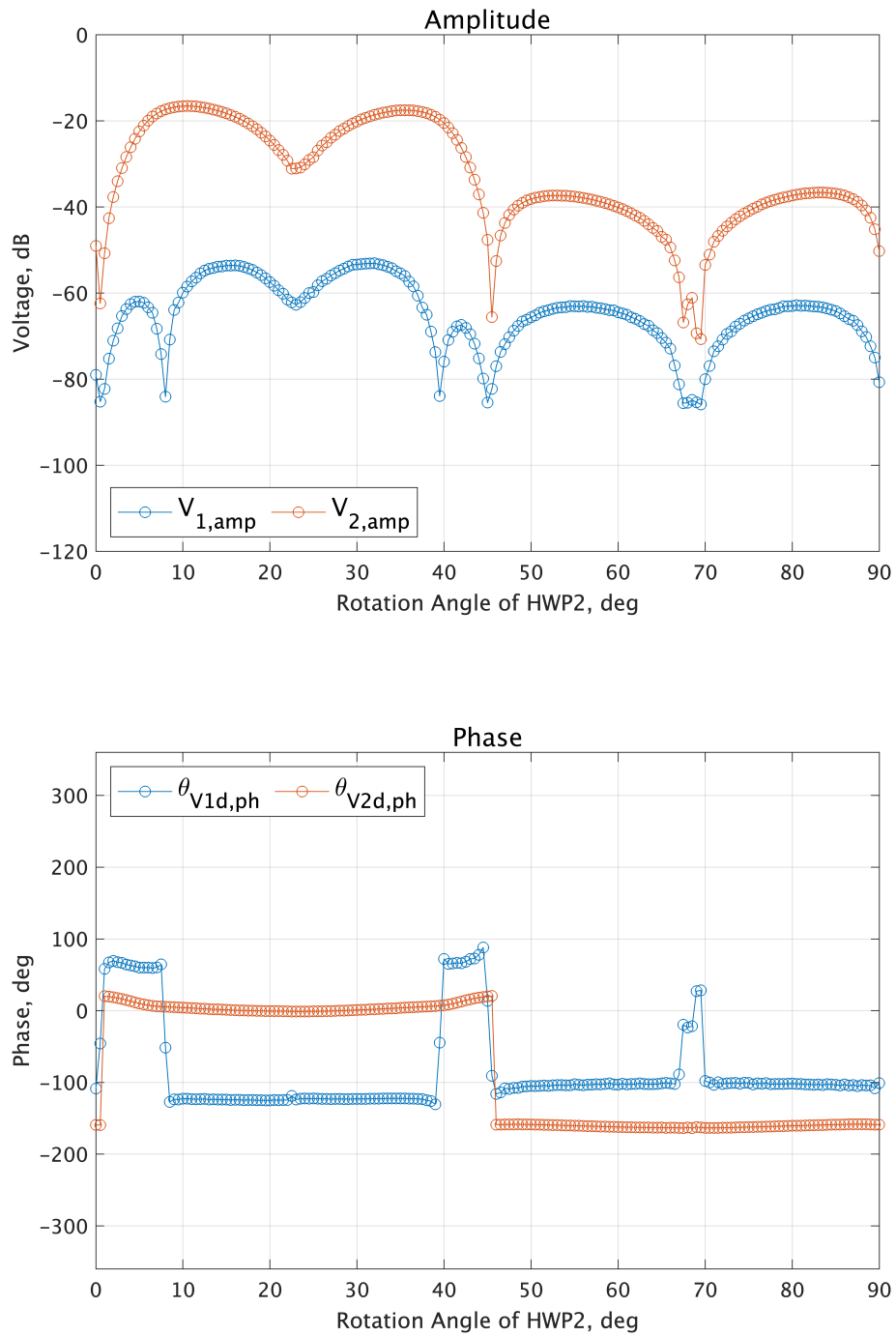


図 4.13 HWP2 の回転に伴う基本波と二次高調波の振幅と位相の特性

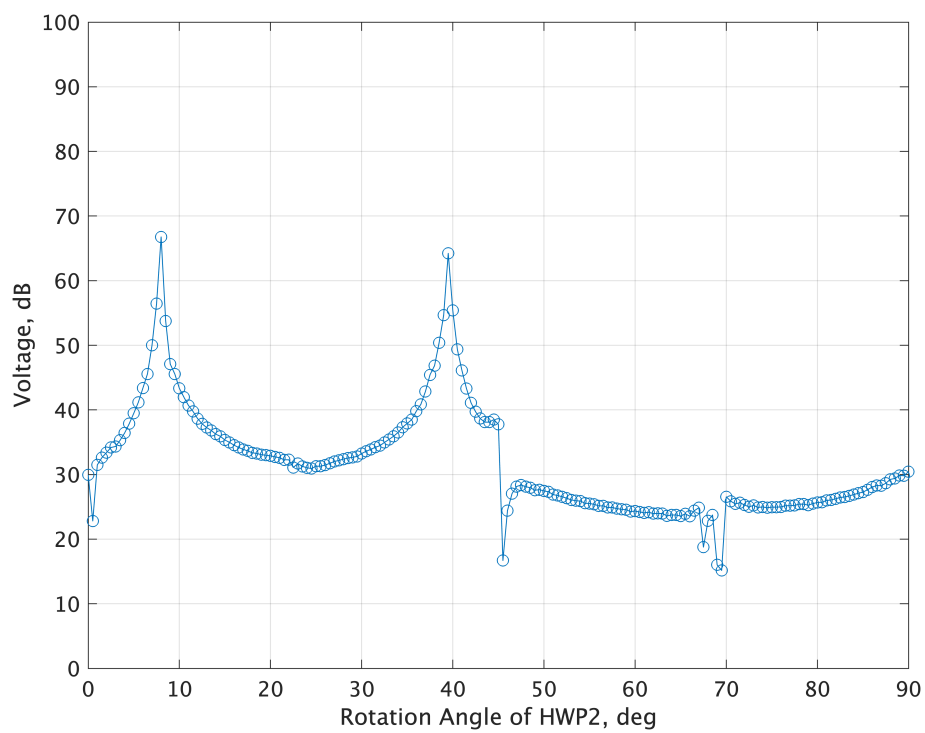


図 4.14 HWP2 の回転に伴う振幅特性における二次高調波と基本波の比

## 考察

図 4.3 が示すように、回転に併せて光強度が変化していることがわかる。よって、レーザーダイオード電流ではなく、HWP1 の回転により光パワーを変化させることができることがわかる。

図 4.4, 4.6 は若干の変化はあるもののほぼ一定の値を示していることがわかる。図 4.5 は回転角に対して線形に偏角が回転していることがわかる。これにより、HWP2 は PBS1 を透過した直線偏光の偏光面をほとんど楕円率を変えずに回転させる働きがあることが確認できた。

図 4.7–4.9 は HWP2 の回転、すなわち偏光面の回転に伴って周期的に変動していることがわかる。ここで特筆すべきは図 4.7 の楕円率特性である。偏光面の回転に対して線形に変化しており、QWP は直線偏光を少なくとも  $-40$ – $40$  の範囲で変化させることができることがわかる。

図 4.10, 4.12 は大きな変化が見られず、図 4.11 がほぼ線形に変化していることがわかる。この特性は HWP2 の特性と同様であり、楕円率を持った偏光であっても、その楕円率を大きく変化させずに偏角を大きく変化させることができる。これにより、BAP に取り込む s 偏光と p 偏光の光パワーを変えることができ、飽和を避けて計測することを可能とする。

HWP3 を適宜回転させながら HWP2 を回転させ、楕円率に対する応答信号の特性を示したものが図 4.13 4.14 である。図 4.13 の振幅特性が示すように、直線偏光か楕円率の大きい円偏光成分が強い偏光の際は応答信号が弱くなっていることがわかる。これはプローブかポンプのどちらか一方が実現されないためである。しかしながら、直線偏光である楕円率 0 の時の応答信号と、楕円率がピークとなる点ではその信号の弱まり方に差がある。これは、楕円率が 45 に達していない偏光には若干の直線偏光成分があり、弱いながらもプローブできるためであると考えられる。また、図 4.13 の位相特性が示すように、右回り偏光と左回り偏光で位相がちょうど逆転していることがわかる。加えて、円偏光成分の回転方向によって振幅特性に差があることがわかる。

本実験においては、図 4.8 が示すように、偏角は大きくとも  $100^\circ$  であるため、HWP3 の回転角は  $90^\circ$  程度の範囲内で調節していた。しかしながら、楕円率が負のピークとなる際は HWP3 では BAP の DC オフセット成分を相殺することができなかった。それを示すように、二次高調波の  $70^\circ$  近傍の極小値では、基本波のような折り返される波形の様子が見て取れるが、位相は基本波と異なり変化していないことがわかる。これに併せて図 4.13 を確認すると、基本波の振幅がおおよそ  $-85\text{dB}$  で折り返すような特性を示し、位相が反転している。以上の点から、二次高調波における  $70^\circ$  近傍の極小値の折り返しはシステムの動作点には含まれない外れ値であると考えられる。

ここで、二次高調波と基本波の振幅特性の比をとったものが図 4.14 である。一般的には二次高調波の振幅が強く、基本波の振幅が弱い点が動作点として望ましいが、基本波の振幅は磁場に対しての感度が非常に高い。我々の用いる磁場校正用コイルの駆動電源の精度は基本波が最小になる点を毎回再現するほどの精度を持っていない。本実験を行った際の磁場環境下においては図 4.14 が示す  $8.0^\circ$  が望ましいが、再現性を考慮すると外部磁場の変動に対してロバストな二次高調波成分を基準とする方がよい。その為、本研究においては二次高調波成分のみに基づく場合と、二次高調波と基本波の比で見ると二種類を適宜使用するので注意されたい。しかし、本章におけるパラメータの最適化は、最高感度を求めるものではなく、あくまでも再現性の高い感度をとることのできるパラメータを探ることが目的である。本節の実験における二次高調波の振幅が最大となった点は  $10.5^\circ$  であった。



### 4.3 セルの温度

一般的にルビジウムは室温において固体である。効率的な光ポンピングのためには気体状態のアルカリ金属にポンピング光が照射される必要がある。この時の感度上昇のためには、ポンピング光が透過する空間内における原子数が増加する必要がある。すなわち、セルの温度上昇によりルビジウムを気化させ、分子の平均速度を上昇させなければならない。しかしながら、速すぎる分子運動はガラスセルとの衝突回数を上昇させスピン緩和レートも上昇させる。そこで本節では、セルの温度変化による透過する光パワーと応答信号の変化を確認するものとする。

#### 実験方法

前節と同様に、セルを透過した後のレーザーの光パワーをセルの温度を変化させながらパワーメーターで計測する。また、応答信号の計測も前節と同様に行うものとする。その他の実験条件は表 4.3 に示す。

表 4.3 最適なセルの温度の決定と応答信号の温度特性の確認実験

レーザーの波長	780.005 nm
セル温度	19–250°C
光パワー	10.0 mW
レーザーの楕円率	21.10
交流磁場の波形	正弦波
交流磁場の周波数	1.01 kHz
交流磁場の振幅	500 nT

#### 実験結果

計測結果を以下に示す。図 4.15 の横軸はセルの温度、縦軸はセルを透過したレーザーの光パワーであり、これはセル内のルビジウム原子のレーザー吸収率の温度依存性を示す。図 4.16 の横軸はセルの温度、縦軸は応答信号の振幅と位相であり、これは応答信号の温度依存性を示す。図 4.17 の横軸はセルの温度、縦軸は電圧である。

#### 考察

図 4.15 が示すように、温度が上昇するにしたがって吸収率が上昇していることがわかる。このことから、250°C 以内であれば温度の上昇に伴いポンピングレートが向上していることがわかる。加えて、200°C 以上の領域ではポンピングレートの急激な上昇がみられる。一方で、図 4.16 が示すように、温度の上昇に伴って二次高調波成分の振幅が上昇するものの、その上昇率は次第に鈍化していることが分かる。基本波成分も温度上昇に伴い上昇するが、その上昇率は二次高調波成分に比べ大きいことも分かる。これは分子速度の上昇に伴ってスピン交換衝突のレートも上昇し、それがポンピングレートを次第に上回っていくことを示唆する結果である。図 4.17 が示すように、二次高調波と基本波の比でみると、およそ 210°C 以上の領域では比が小さいことがわかる。一方で

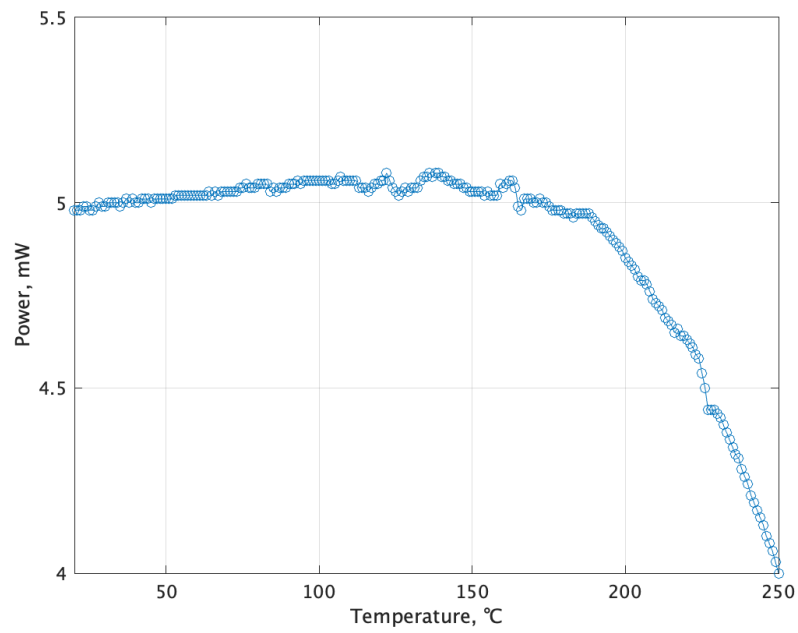


図 4.15 透過したレーザーの光パワー対温度特性

100°C台においては比も大きく変わらないことが分かる。したがって、150°C程度で動作させることで十分な感度が得られると考える。

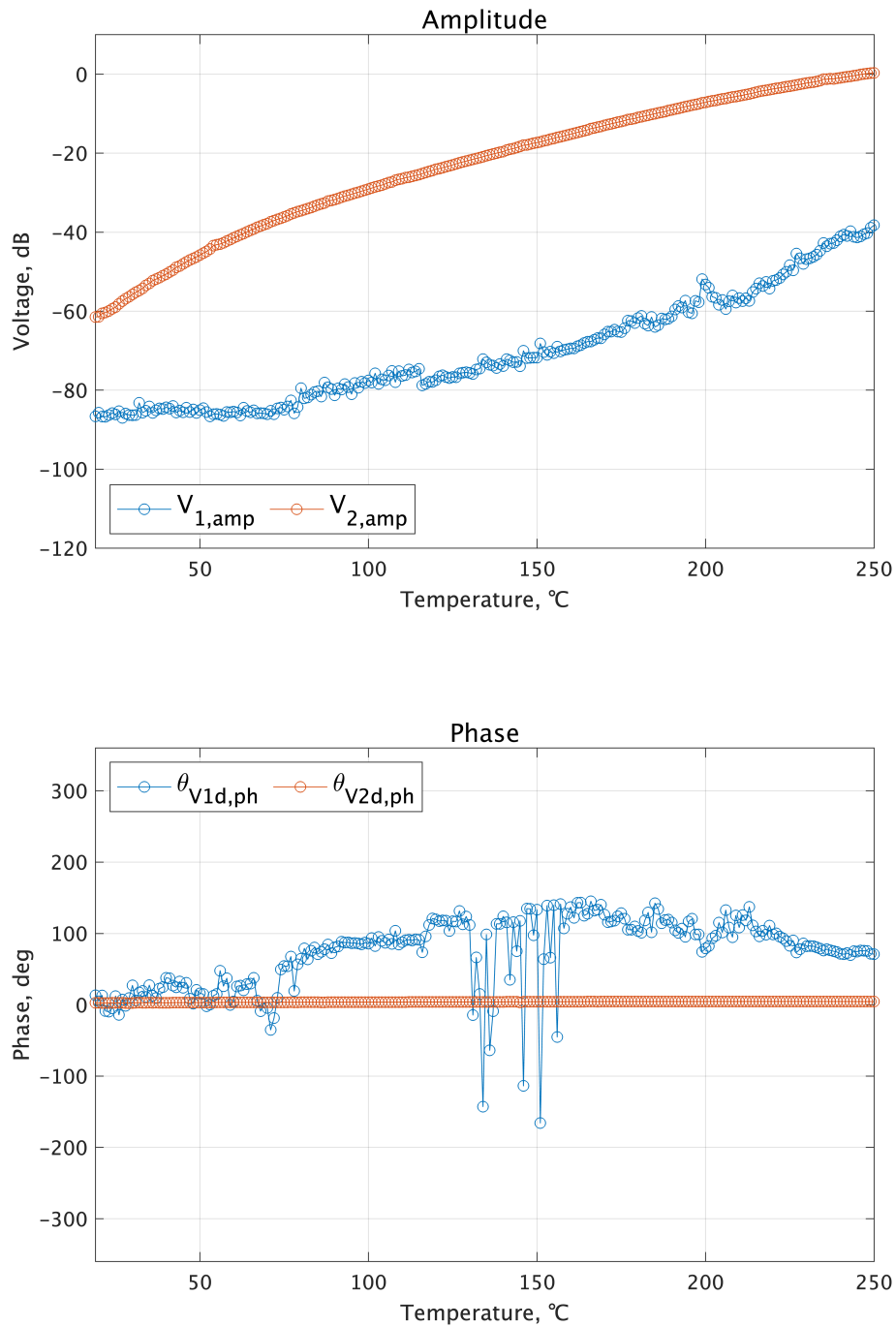


図 4.16 応答信号の振幅及び位相の温度特性

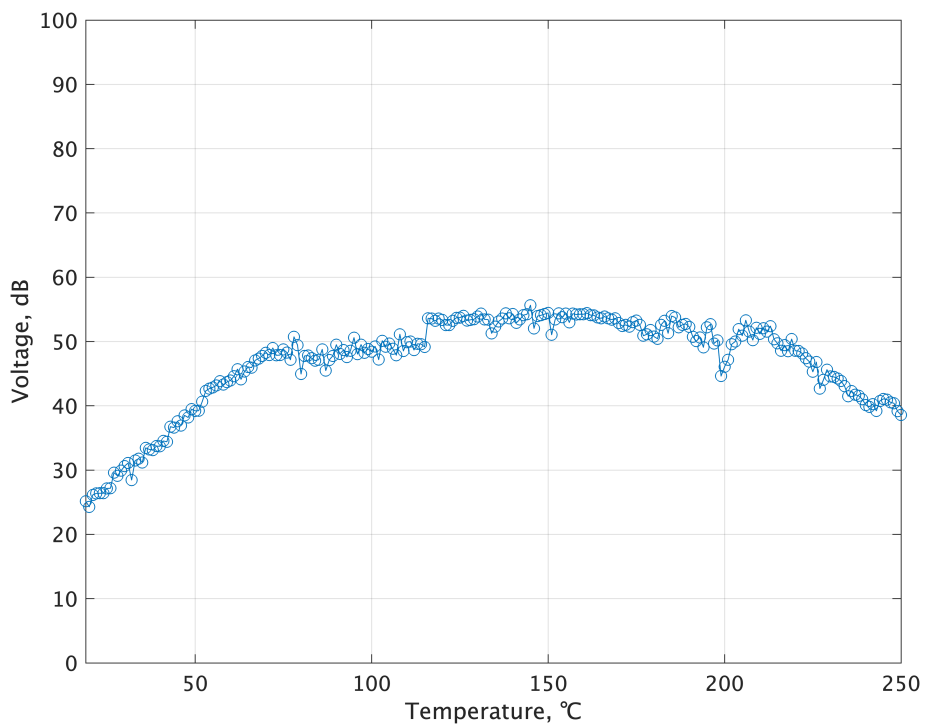


図 4.17 応答信号の振幅特性における二次高調波と基本波の比

## 4.4 原子磁力計の周波数特性

周波数特性とは，電気工学的に重要なのはさることながら，制御工学的にも非常に重要な特性である．本節ではシステム全体の周波数特性を明らかにするものとする．

### 実験方法

前節と同様に，応答信号を計測した．今回は印加信号の周波数を変化させた．その信号の基本波と二次高調波成分をロックインアンプで計測した．なお商用周波数である 50 Hz とその高調波からは適度に離調して計測している．詳しい実験条件は表 4.4 に示す．

表 4.4 原子磁力計の周波数特性の確認

レーザーの波長	780.005 nm
セル温度	151°C
光パワー	10.0 mW
レーザーの楕円率	21.10
交流磁場の波形	正弦波
交流磁場の周波数	4 Hz–50.01 kHz
交流磁場の振幅	500 nT

### 実験結果

以下に実験結果を示す．図 4.18 の横軸は周波数，縦軸はそれぞれ振幅と位相である．青と赤のプロットはそれぞれ基本波成分と二次高調波成分であり，これは周波数特性を示す．

### 考察

図 4.18 が示すように，およそ 510 Hz がカットオフ周波数である．回路設計段階での想定のカットオフ周波数と比べて大きく低いことがわかる．5–10 kHz の領域ではおよそ -25 dB/dec の減衰が見られる．周波数特性の悪化は配線の配置など様々な要因が考えられるため，本論では追究しない．しかしながらカットオフ周波数が kHz 帯でないことを考慮すると，光学的な要因ではなく回路の電氣的な要因であると考えられる．今後，感度の改善等を検討する場合は，回路の特性の改善を優先すべきであると考えられる．

ここで，本実験においては回路の C 相を用いて実験を行った．それ以外の A, B, D 相の周波数特性を以下に示す．図 4.18–4.21 を比較すると同様の周波数特性が得られたことがわかる．同一の光源をミラー等で調整しているため，同一の信号源であるところでは考えられる．同一の信号源に対し，同様の周波数特性を示したことから回路における各相の周波数特性が同様であることがわかる．また，ここで示した周波数特性が磁気信号に対する基本的な特性であると考えられる．

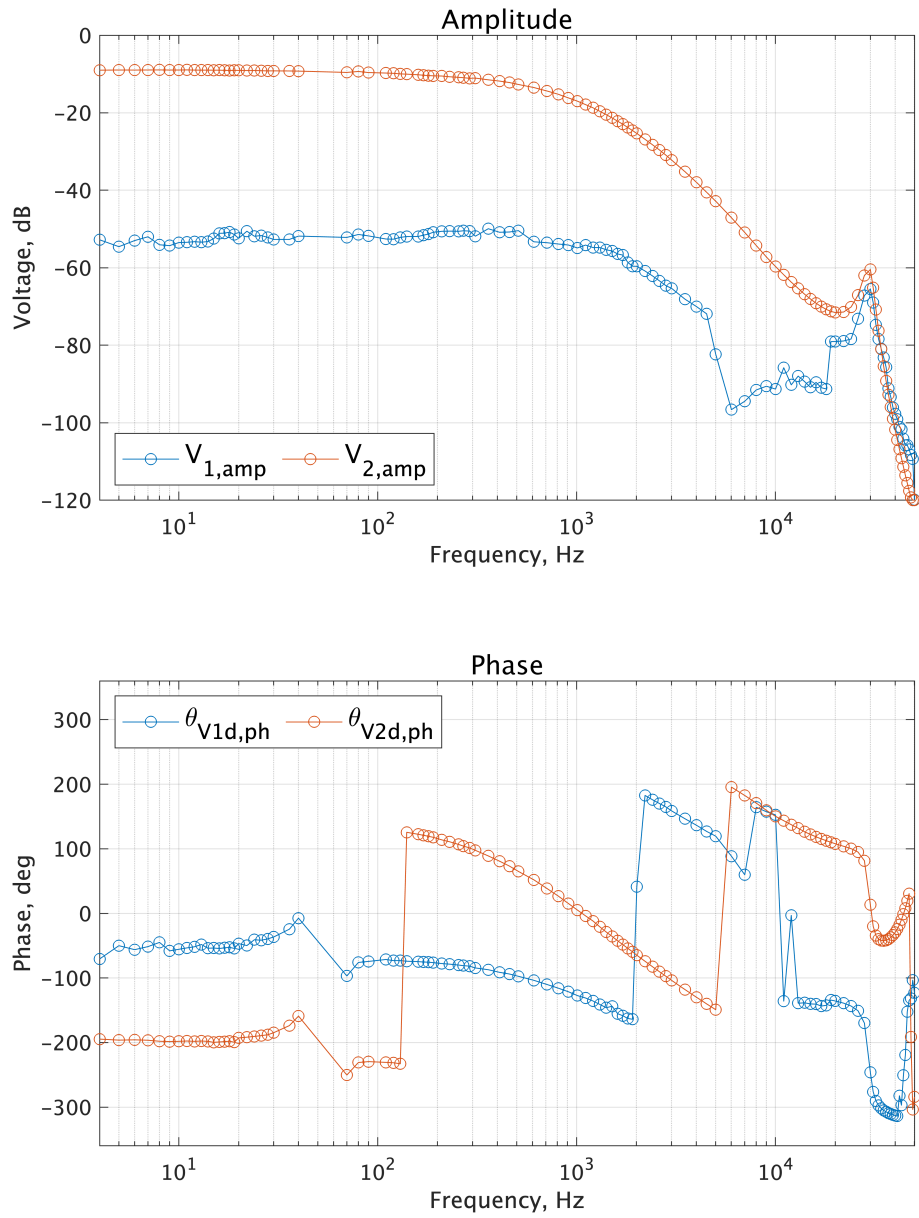


図 4.18 応答信号の Bode 線図

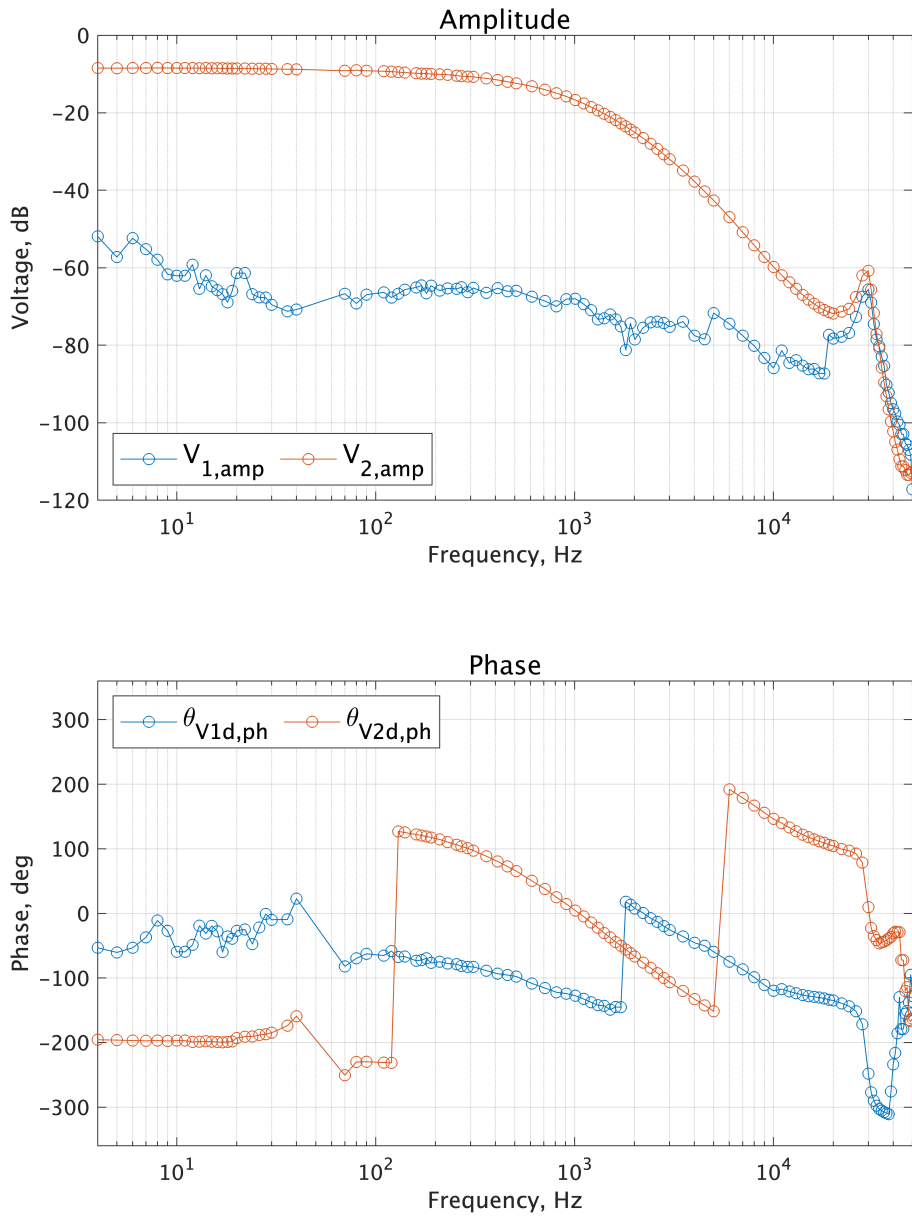


図 4.19 A 相における応答信号の Bode 線図

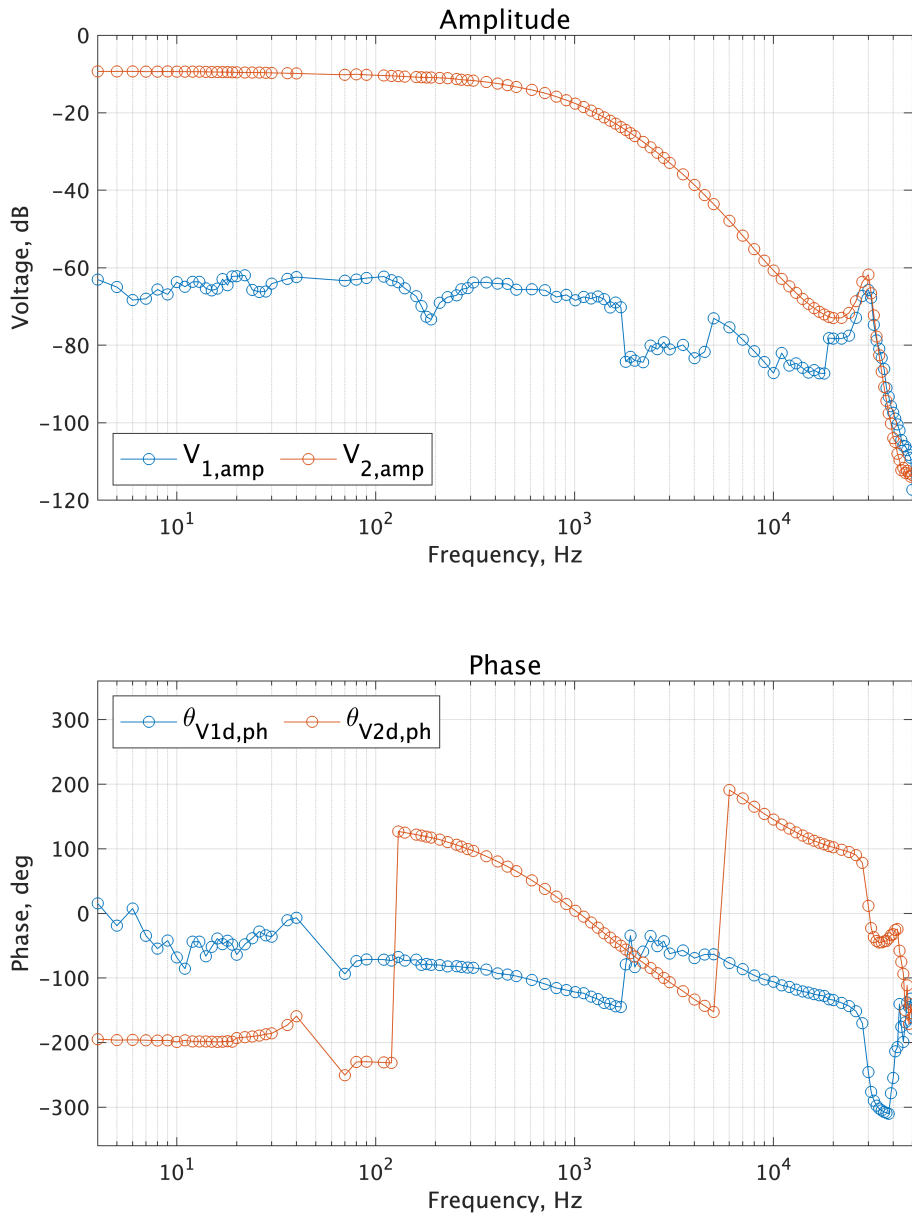


図 4.20 B 相における応答信号の Bode 線図



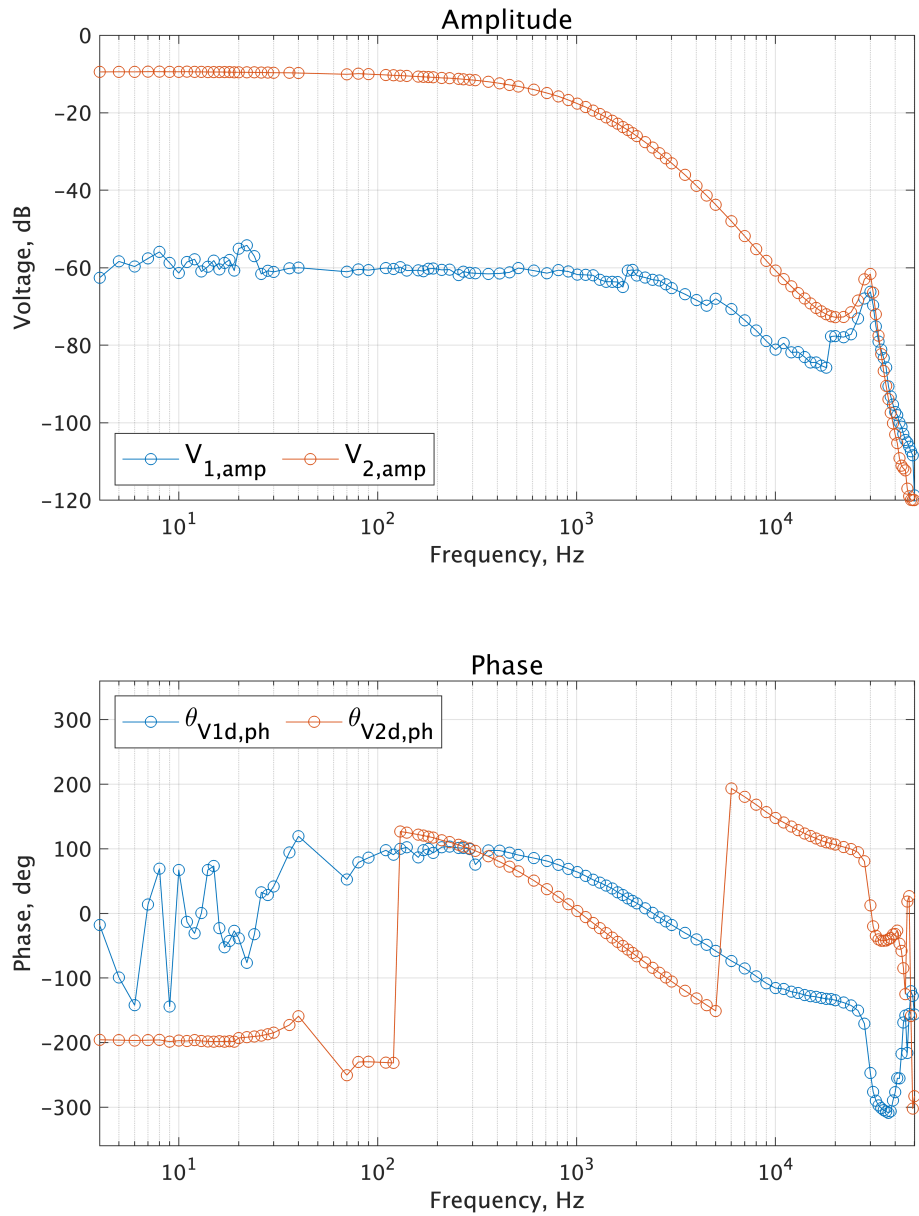


図 4.21 D 相における応答信号の Bode 線図

## 4.5 原子磁力計の入出力特性

前節までの各パラメータの結果を踏まえたうえで、原子磁力計の入出力特性を確認する。これによりシステムが飽和しない領域を確定させる。

### 実験方法

前節同様の計測方法を用いた。今回は印加信号の振幅を変化させた。印加信号は磁気信号である。印加信号の基本波と二次高調波成分をロックインアンプで計測した。また、信号を印加しない際の信号も計測した。詳しい実験条件は表 4.5 に示す。信号の印加にはファンクションジェネレーターを使用した。その仕様から印加信号の振幅の下限が 20 nT、上限が 240  $\mu$ T であった。

表 4.5 原子磁力計の交流信号の振幅特性の確認

レーザーの波長	780.005 nm
セル温度	151 °C
光パワー	10.0 mW
レーザーの楕円率	21.10
交流磁場の波形	正弦波
交流磁場の周波数	510 Hz
交流磁場の振幅	20 nT-240 $\mu$ T

### 実験結果

図 4.22 の横軸は印加信号の振幅、縦軸はそれぞれ振幅と位相である。また、青と赤のプロットはそれぞれ基本波と二次高調波成分を表している。本実験におけるノイズフロアはおよそ -85 dB であった。これをもとに算出した SNR を図 4.23 である。図 4.23 の横軸は印加信号の振幅、縦軸は SNR である。

### 考察

図 4.22 が示すように、二次高調波の振幅はおよそ 2  $\mu$ T をピークに低下していくことがわかる。また、二次高調波成分においては位相も安定しており、ピークから 20 dB 以上低下している 20 kHz においても安定していることがわかる。図 4.23 から、図の左側の増加率が一定であると仮定するのであれば数 nT 程度の磁場は計測できると予想される。一方で、100  $\mu$ T 付近でも十分な SNR を有しており、少なくとも 40 dB 程度のダイナミックレンジを有していることがわかる。印加信号のシステムを変えることで強い領域と弱い領域の特性の評価できると考えられる。しかしながら、ダイナミックレンジは本論文において重要ではないのでこれ以上の実験は行わない。

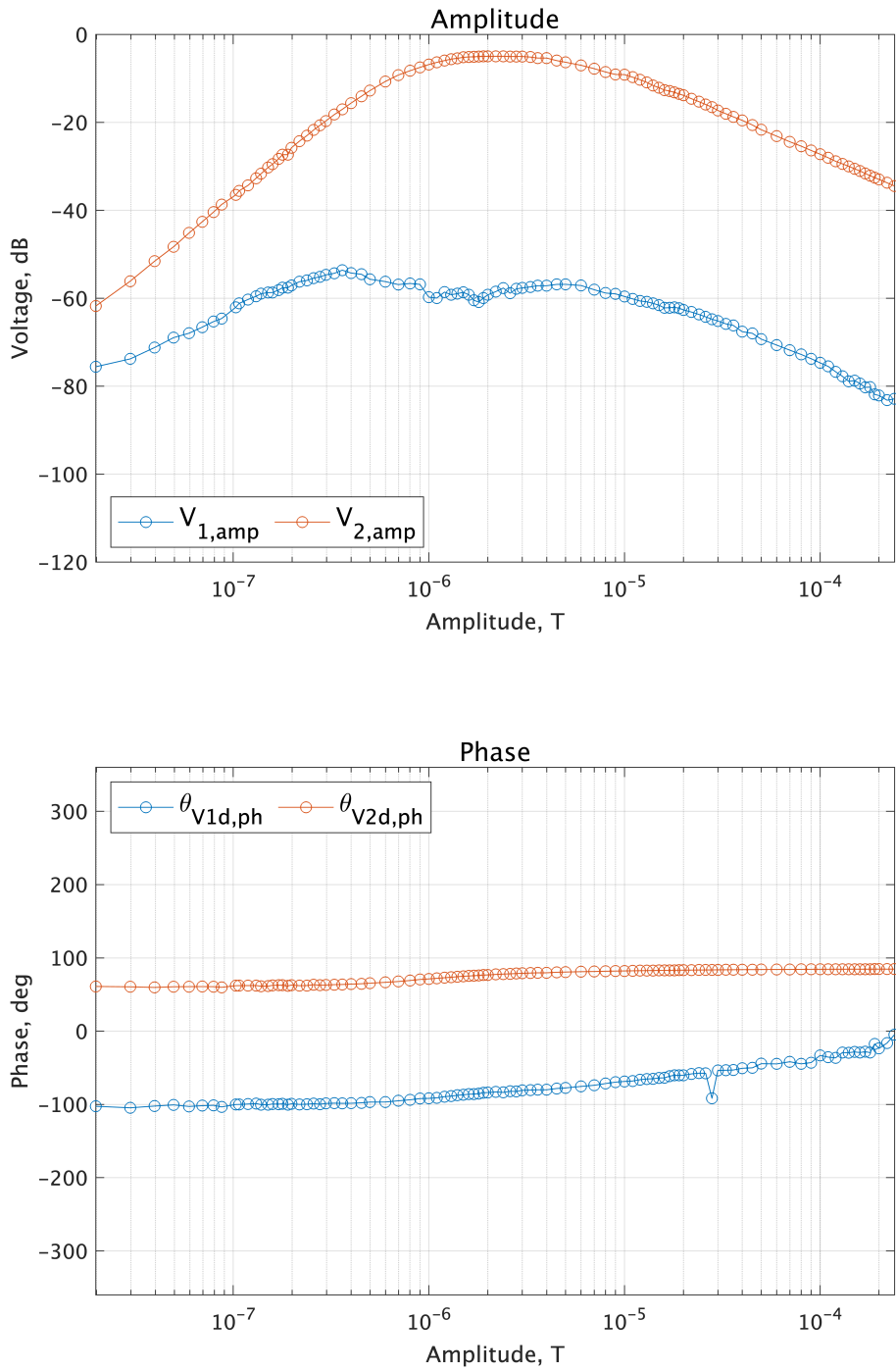


図 4.22 印加信号の振幅に対する応答信号の振幅と位相の特性

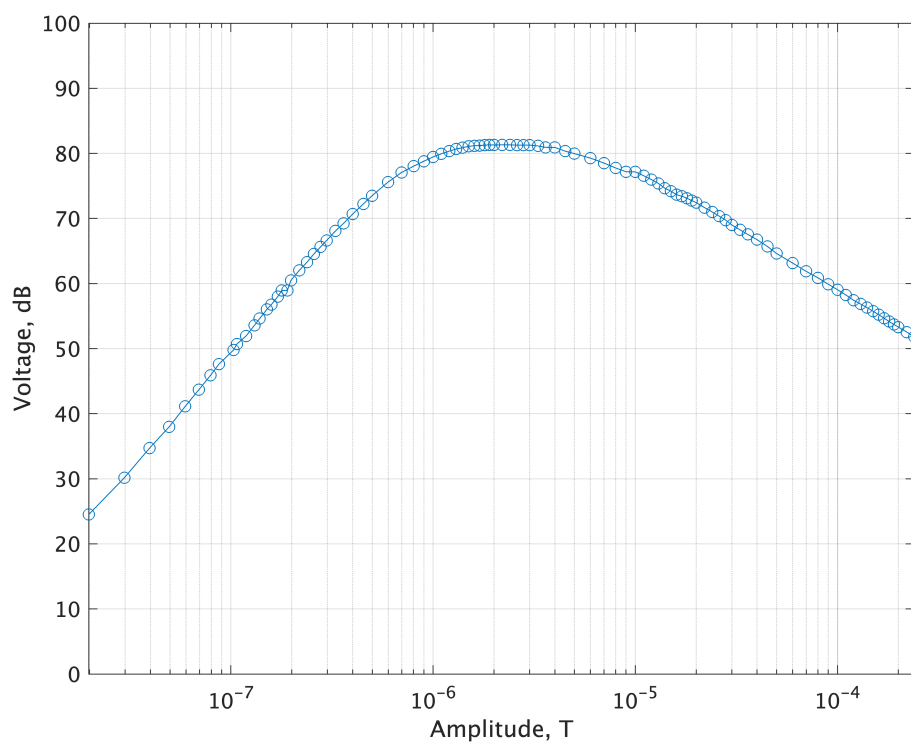


図 4.23 印加信号の振幅に対する SNR の変化

## 第5章 コイルの数値計算及び作製

本実験において一様なベクトルポテンシャルを生成することは非常に重要な点となる。一様なベクトルポテンシャルの印加については球形のベクトルポテンシャルコイルが既に提案されているが、これは開口部がない。そのため、レーザーの光路が必要となる原子磁力計には適さない。本章では、原子磁力計に適応可能な形状のコイルについて検討した後に、それをベクトルポテンシャルコイル化することを目的とする。

### 5.1 ヘルムホルツコイルの生み出す磁場

現在、一様な磁場を発生するコイルとしてヘルムホルツコイルが一般的に使われている。これは二つ一組の円形コイルを特定の距離で同軸平行に配置した際、その間の一定空間に均一な磁場を作ることができる。第3章で既に論じているが、式3.1はヘルムホルツコイル内部の均一磁場の近似式である。本節ではヘルムホルツコイルを数値計算し、作製したシミュレーションコードが十分な精度で計算を実行できているのか確認することを目的とする。

#### 5.1.1 定義式、及び計算手法の概要

一層の円形コイルは幅の短いソレノイドコイルと同様の形状である。ソレノイドコイルの導線の軌跡は螺旋運動である。したがって、ヘルムホルツコイルは以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}(t) &= \begin{cases} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \end{cases} \\ &= \begin{cases} t \\ -R\sin 2\pi Nt & (\frac{W}{2} \pm d \leq t \leq \frac{W}{2} \pm d) \\ R\cos 2\pi Nt \end{cases} \end{aligned} \quad (5.1)$$

ここで、 $t$ ,  $R$ ,  $N$ ,  $W$  はそれぞれ媒介変数、コイルの半径、単位長さ当たりのコイルの巻き数、円形コイルの幅であり、 $d$  は円形コイルの中心と二つのコイルの中心を結ぶ直線の midpoint との距離である。また、 $d$  の直前の複号は X 軸に対して正側と負側の二つのそれぞれのコイルを表している。ヘルムホルツコイルの条件から  $R = 2d$  を満たす必要がある。本章では、Biot-Savart の法則から磁束密度を求める。Biot-Savart の法則は以下の通りである。

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{4\pi |\mathbf{r}|^3} \quad (5.2)$$

ここで  $d\mathbf{l}$ ,  $\mathbf{r}$  はそれぞれ微小変位ベクトルと観測点の位置ベクトルである。電流の流れる方向に線積分をすると、

$$\mathbf{B} = \int_{\mathbf{f}(t)} \frac{\mu_0 I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{4\pi |\mathbf{r}|^3} \quad (5.3)$$

本章において数値計算は MATLAB を用いた。ここで連続変数は標本化され離散的に処理されるので、標本化の間隔が十分に小さいと仮定すれば、式 5.3 は以下のように書き換えることができる。

$$\mathbf{B} = \sum_{n=1}^{L_{\text{point}}} \frac{\mu_0 I \mathbf{l}_n \times \mathbf{r}_n}{4\pi |\mathbf{r}_n|^3} \quad (5.4)$$

ここで  $L_{\text{point}}$ ,  $\mathbf{l}_n$ ,  $\mathbf{r}_n$  はそれぞれ配列の長さ、微小変位配列の  $n$  番目の要素、位置ベクトル配列の  $n$  番目の要素である。 $\mathbf{l}_n$  は以下のように定義した。

$$\mathbf{l}_n = \mathbf{f}(t_{n+1}) - \mathbf{f}(t_n) \quad (5.5)$$

また、中心の磁束密度に関する近似解は以下の式で表される。

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 INW}{R} \quad (5.6)$$

### 5.1.2 数値計算のパラメーター

式 5.4 に基づいた数値計算は以下の表 5.1 に示すパラメーターで実行した。また、本章における数値計算の基本的なコードは付録として添付してあるのでそれを参照されたい。

表 5.1 ヘルムホルツコイルの数値計算における各パラメーター

$d$	25 mm
$R$	50 mm
$N$	500 turns/m
$W$	10 mm
$I$	-100–100 A
$L_{\text{point}}$	201
計算される空間座標の間隔	2 mm

### 5.1.3 計算結果

図 5.1 はコイルの軌跡を示す。点が実際に配列内に格納されている軌跡の座標であり、実線で示されているものは隣り合う配列の座標を直線で結んだものである。図 5.2 は X 軸上から円形コイルの軌跡を見た際の形状と微小変位の示すベクトルである。図 5.3, 図 5.4, 図 5.5, 図 5.6 はそれぞれ磁束密度の分布、磁束密度の勾配、X 軸上の  $B_x$ 、Y 軸上の  $B_x$  を示している。図 5.7–5.9 は  $I$  の変化に対するそれぞれの計算結果である。

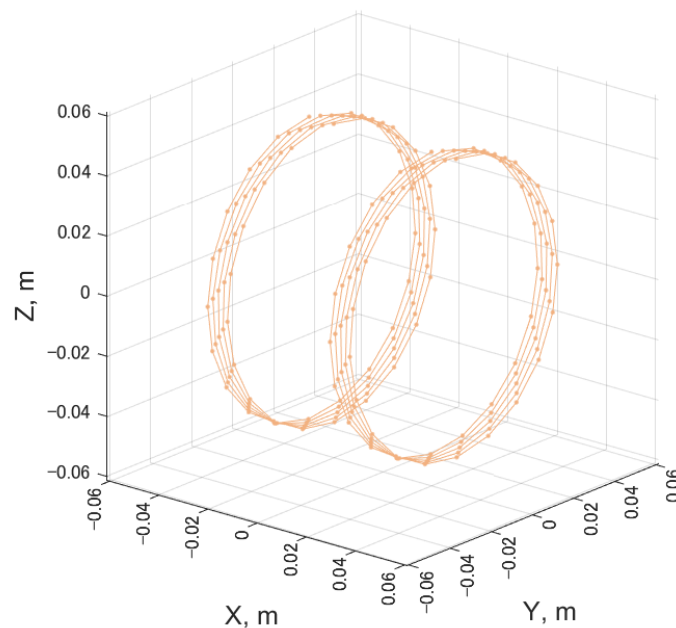


図 5.1 コイルの軌跡

#### 5.1.4 考察

図 5.3–5.6 が示すように、均一な磁場が原点を中心に生成されていることがわかる。図 5.7 は式 5.3, 5.4 が示す電流に対する線形性を示していることがわかる。また、図 5.8 は中心  $\pm 4\text{ mm}$  における磁束密度の不均一さを表すものである。一見  $100\text{ A}$  時には大きく均一性が損なわれているように見えるが、中心磁場が  $10^{-2}$  程度であるのに対し、これは  $10^{-8}$  程度でありそれは  $1\text{ m}$  あたりの差である。  $10\text{ mm}$  程度の区間で考えると、  $10^{-10}$  程度の差であり、原点周りの  $4\text{ mm}$  の領域は十分に均一であることがわかる。しかしながら、図 5.9 が示すように、電流値によらず常に解析解と比べると  $1.6\%$  程度の誤差があることがわかる。本数値計算における誤差の主たる要因は標本化誤差にあると考えられる。図 5.10 は今回考えられる標本化誤差を端的に示している。これは媒介変数が  $0-2\pi$  の区間で標本化間隔が  $\frac{\pi}{3}$  であるときの円運動の描写を表す。左の図が示すように、この標本化間隔では一つの円を 6 点のみで描写することとなり、式 5.5 で定義される微小変位ベクトルは右の図の赤い矢印が示すものとなる。すなわち、十分に標本化間隔が狭いことが誤差を小さくするために求められる。言い換えれば、描写するためのポイント数、配列の長さを多く、長く取ることが求められる。この要求値は、円周の増加のみではなく、巻き数の増加や、幅の増加の際に伴って要求されることは明らかである。

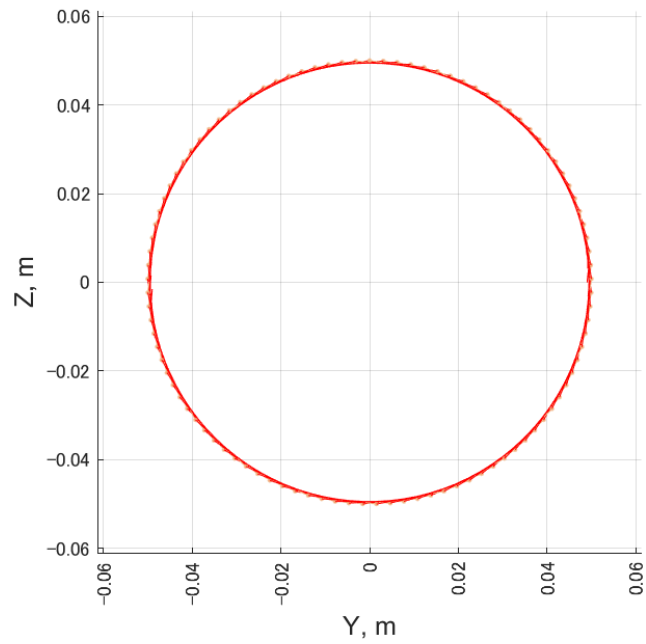
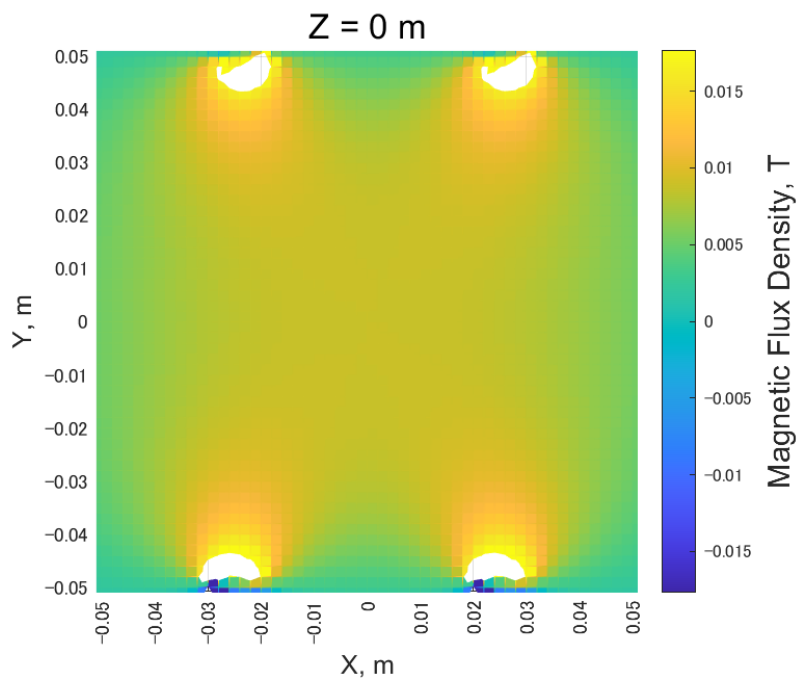
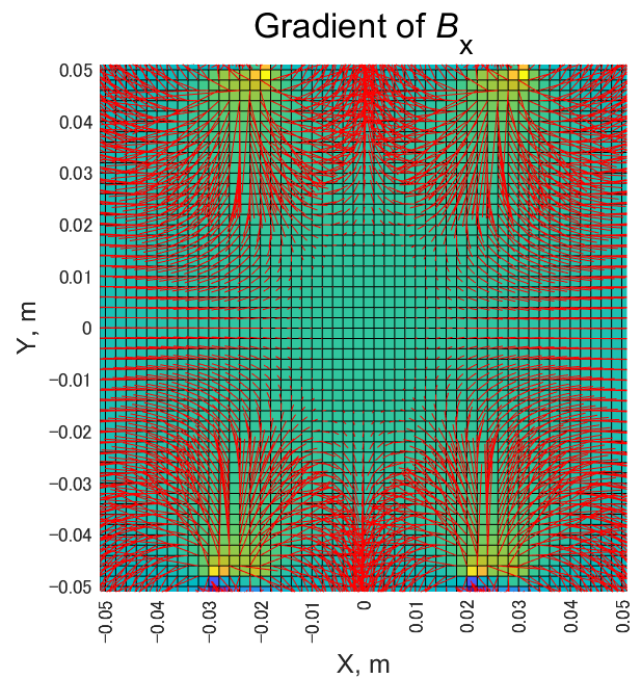
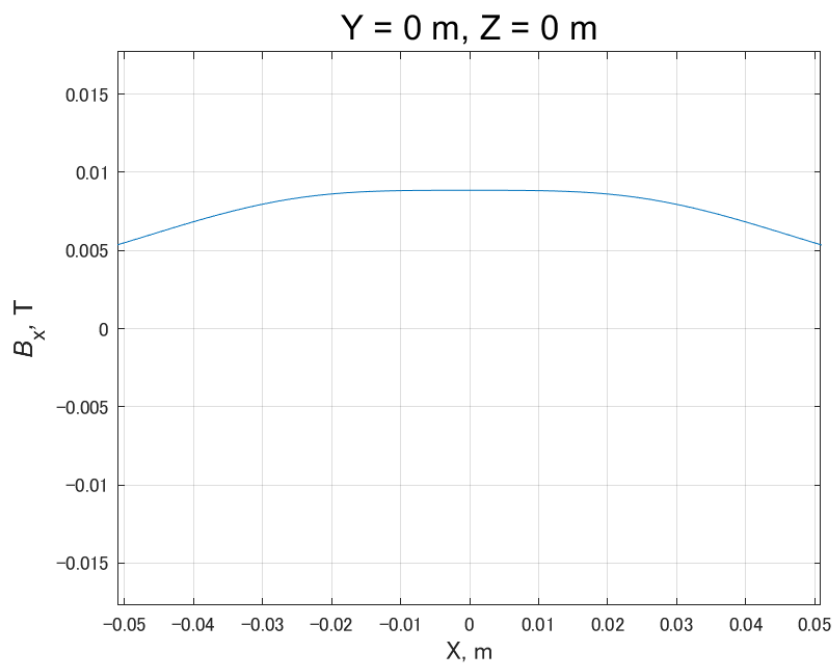
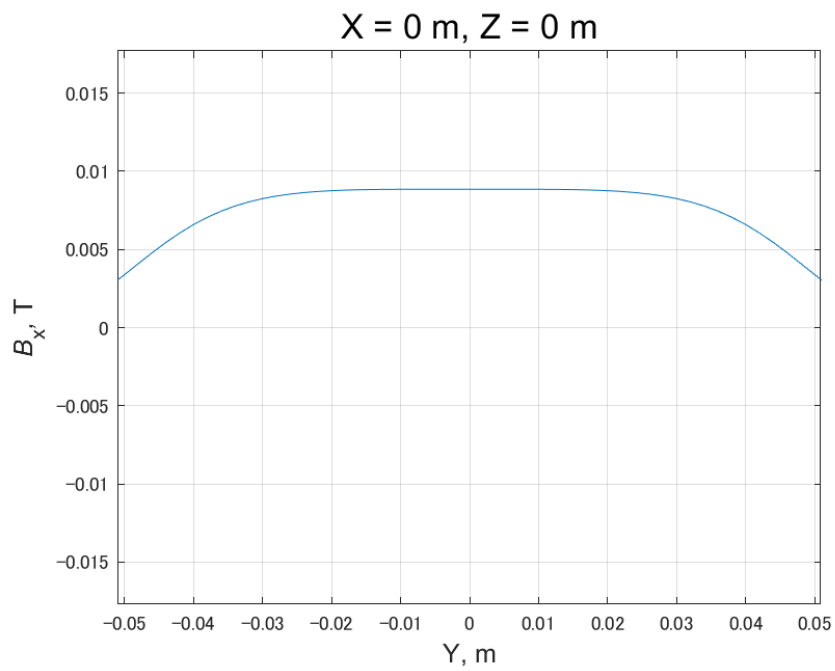
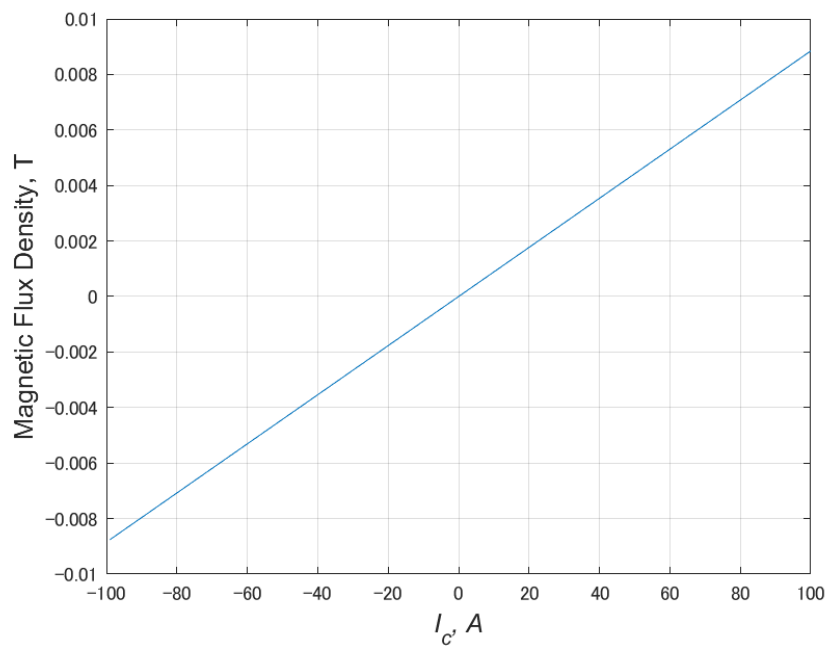


図 5.2 X 軸上から見た円形コイルの軌跡と微小変位の示すベクトル

図 5.3  $I=100$ ,  $Z=0$  における X-Y 平面上の磁束密度  $B_x$  の分布



図 5.4  $I=100, Z=0$  における X-Y 平面上的磁束密度  $B_x$  の勾配図 5.5  $I=100$ , における X 軸上の  $B_x$

図 5.6  $I=100$ , における Y 軸上の  $B_x$ 図 5.7  $I$  の変化に伴う原点における数値計算の結果

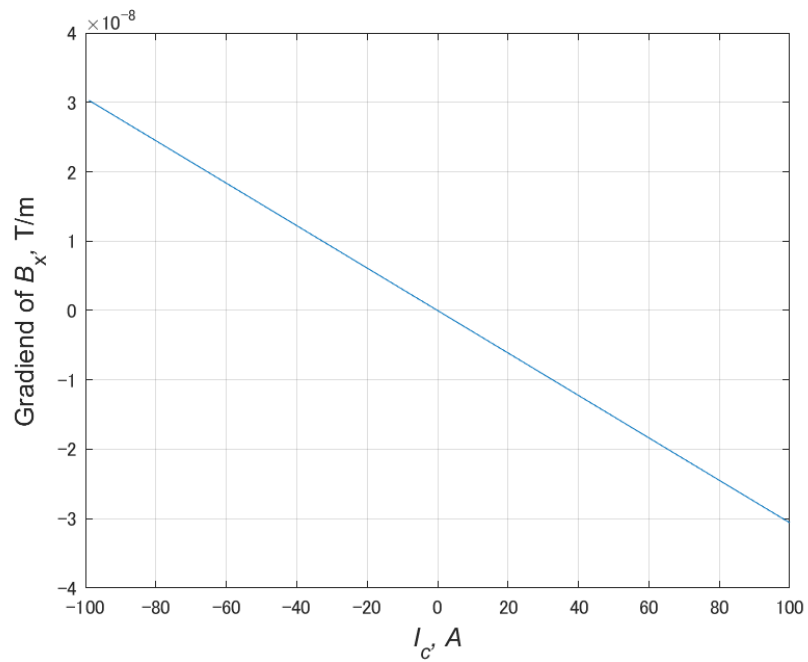


図 5.8  $I$  の変化に伴う,  $X=\pm 4 \text{ mm}$  の二点間の磁気勾配

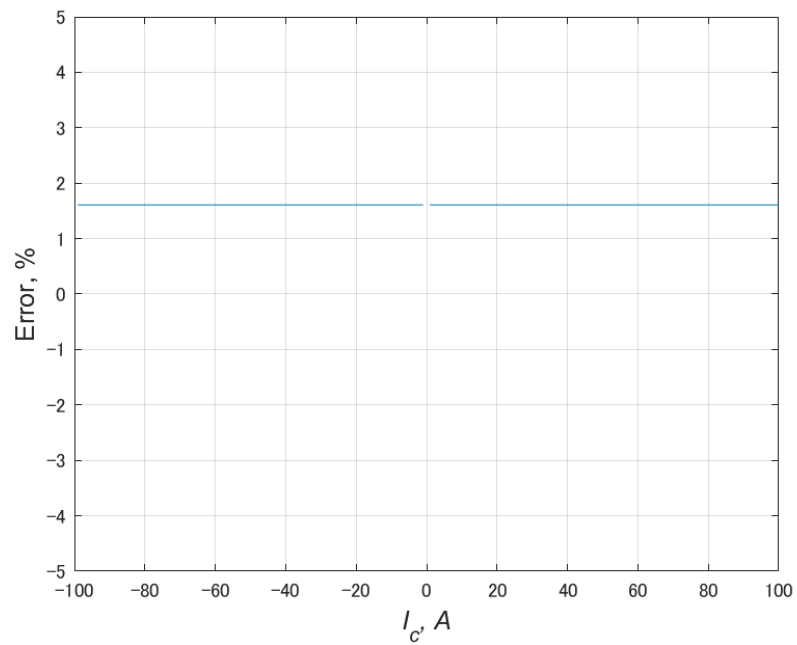


図 5.9  $I$  の変化に伴う, 原点における数値計算の結果と近似解との誤差

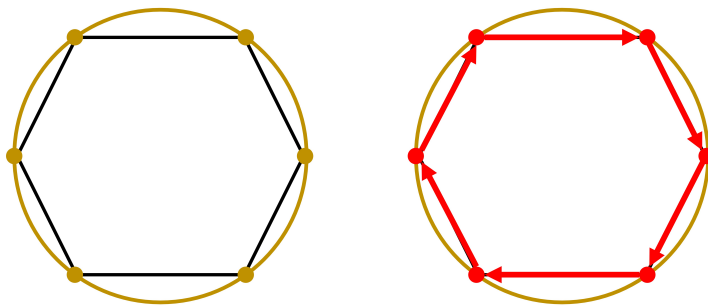


図 5.10 標本化された媒介変数による円の描写

## 5.2 近似解に対する誤差とコイルの描写点数の関係

前節では、コイルの描写点数が主な誤差要因であると考えた。そこで本節においては、前節と同様に磁束密度を計算し、コイルの描写点数を変化させた際の誤差等の数値がどのように変化するか調べることを目的とする。

### 5.2.1 数値計算のパラメーター

定義式、及び計算手法は前節と同様である。コイルの点数を変化させながら数値の遷移を確認するために、for 文中に重要パラメーターを出力用の配列に記録し、for 文が完了し次第出力するようにコーディングした。本節における数値計算で用いたパラメーターを以下の表に示す。

表 5.2 ヘルムホルツコイルの数値計算における各パラメーター

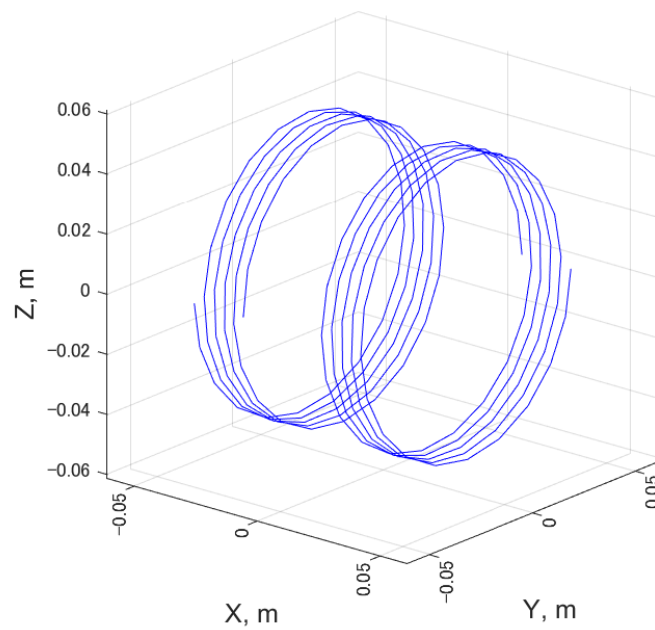
$d$	25 mm
$R$	50 mm
$N$	500 turns/m
$W$	10 mm
$I$	1 A
$L_{\text{point}}$	101-20001
計算される空間座標の間隔	2 mm

### 5.2.2 計算結果

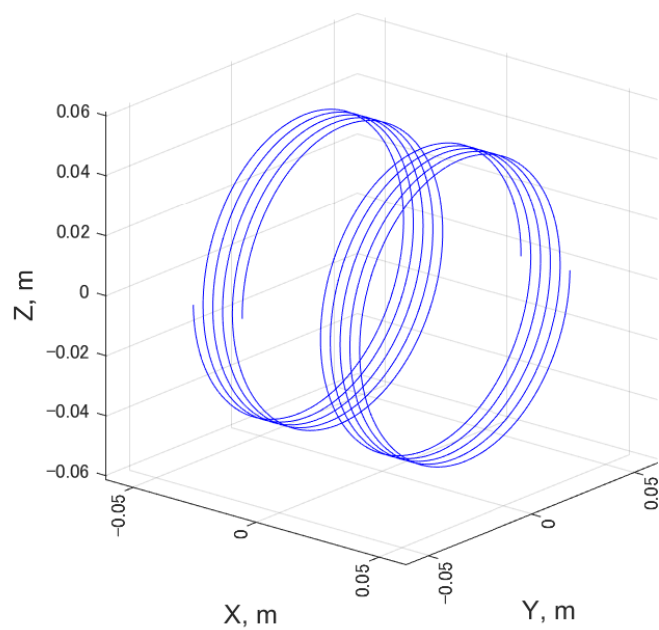
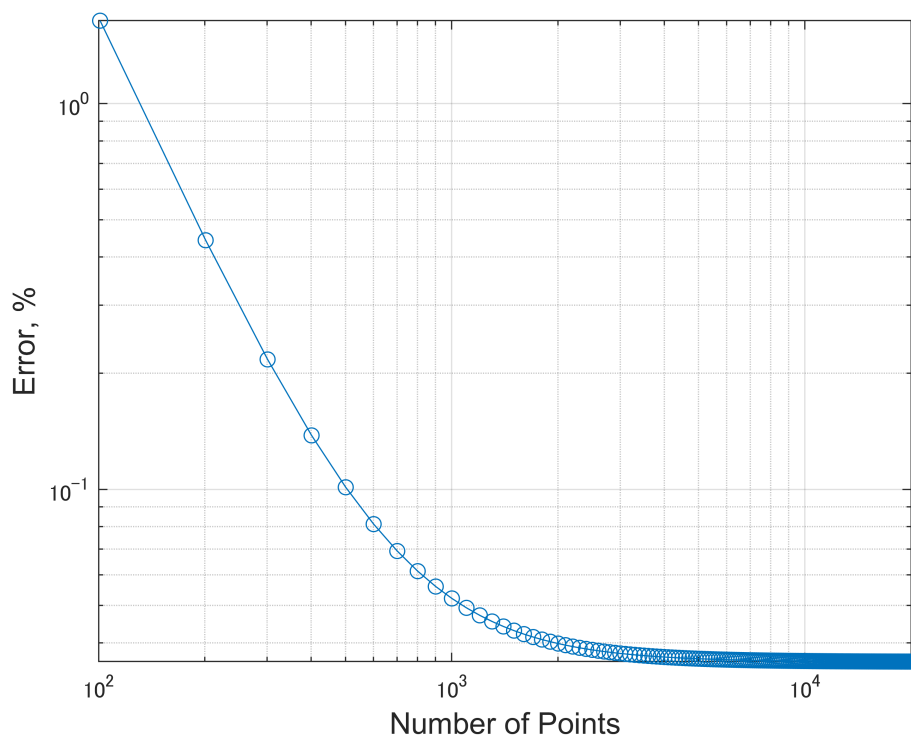
描写されたコイルの軌道をいくつか抜粋したものが図 5.11 と図 5.12 である。また、計算結果を図 5.13 と図 5.14 に示す。

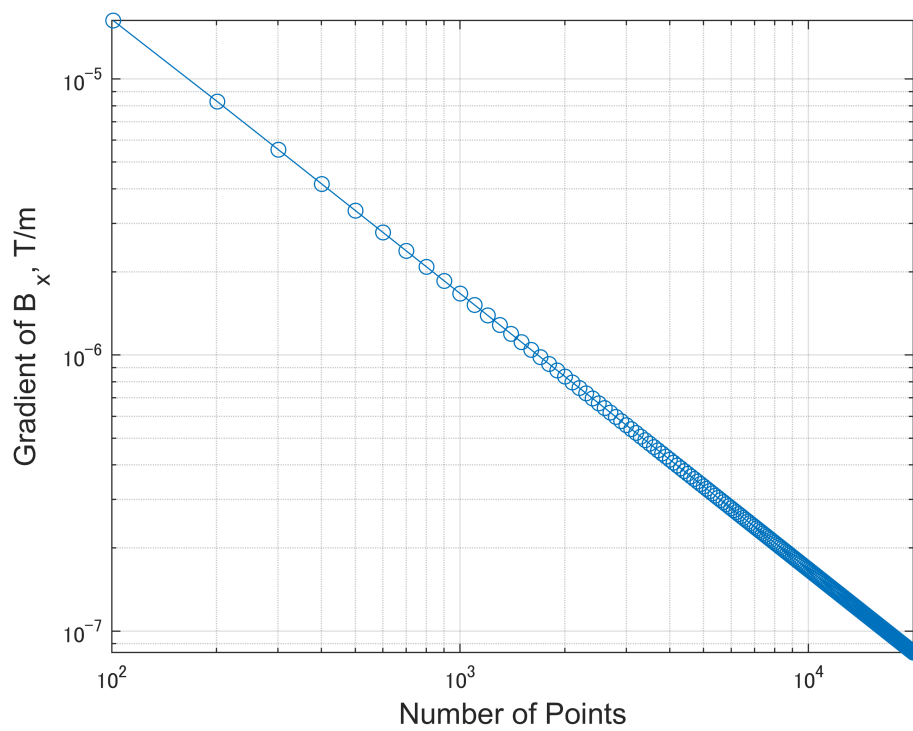
### 5.2.3 考察

図 5.11 と図 5.12 を比較すると、図 5.12 の方がより滑らかに見える。これと併せて、図 5.13 を見ると  $L_{\text{point}}=101$  の時点では近似解との誤差が 1.6% 程度あるが、描写点数が増えるに従いその誤差は小さくなっている。また、その誤差の値は 0.036% 程度に漸近している。原点における、数値計算の結果と近似解との誤差という点では 0.04% を下回る  $L_{\text{point}}=2001$  以降は描写点数の増加が誤差の低減に有効ではないと考えられる。これに対し、図 5.14 は描写点数の増加に従い、勾配が小さくなっているため、均一さが上昇していることがわかる。よって、中心における磁束密度を計算するには漸近する値を見つけ、ある許容誤差を定めることにより冗長でない有効な描写点数を選択することができると考えられる。一方で均一さを重視する数値計算の場合はより多くの描写点数を選択するべきであると考えられる。しかしながら、この誤差を考慮するうえで重要なことはコイル一周あたりの描写点数である。これらの計算結果は巻き数が 5 巻きのコイルの場合である。基本的な傾向は同様であると考えられるが、描写点数を一定とすると、巻き数が増えるにつれてコイル一周あたりの描写点数が少なくなる。よって、より多くの巻き数を持つコイルに関して、ある一定の誤差内に収まる数値計算に要求される描写点数は増加することが考えられる。これと同様に

図 5.11 描写されたコイルの軌跡 ( $L_{\text{point}}=101$ )

幅が増加する際も、曲率が円形コイルを描写する軌跡よりは小さくはあるが、ある程度影響を及ぼすことが予想される。

図 5.12 描写されたコイルの軌跡 ( $L_{\text{point}}=20001$ )図 5.13  $L_{\text{point}}$  の変化に伴う、原点における数値計算の結果と近似解との誤差

図 5.14  $L_{\text{point}}$  の変化に伴う,  $X=\pm 4$  mm の二点間の磁気勾配



### 5.3 ヘルムホルツコイル型ベクトルポテンシャルコイル

前節までの結果から、電流  $I$  の生み出す磁束密度  $\mathbf{B}$  を数値計算をすることができた。また、その生み出される磁束密度が一様であることがわかった。本節では、式 2.24 と式 2.25 に基づいてヘルムホルツコイル型ベクトルポテンシャル (Helmholtz type Vector Potential Coil: HVPC) の数値計算をし、この形状が一様なベクトルポテンシャルを生成することができるか検討することを目的とする。

#### 5.3.1 定義式、及び計算手法の概要

式 2.19 より、式 5.3 は以下のように書き換えられる。

$$\mathbf{H} = \int_{\mathbf{f}(t)} \frac{I d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{4\pi |\mathbf{r}|^3} \quad (5.7)$$

式 2.24 と式 2.25 に基づけば、FSC 内部の磁束を  $\Phi$  とすると、ベクトルポテンシャルについて以下の式が成り立つ。

$$\mathbf{H} = \int_{\mathbf{f}(t)} \frac{\Phi d\mathbf{l} \times \mathbf{r}}{4\pi |\mathbf{r}|^3} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{A} = \sum_{n=1}^{L_{\text{point}}} \frac{\Phi \mathbf{l}_n \times \mathbf{r}_n}{4\pi |\mathbf{r}_n|^3} \quad (5.9)$$

ベクトルポテンシャルコイルは FSC と FSC を構成するソレノイドコイルの二つの巻き方向がある。本論では簡単のために、前者の巻きをグローバルな巻き、後者をローカルな巻きと表現する。コイルの軌跡は FSC と RP の二つに分けて描写した。それぞれの軌跡を  $\mathbf{f}_{\text{RP}}(t)$ ,  $\mathbf{f}_{\text{FSC}}(t)$  は媒介変数  $t$  を用いて以下のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{RP}}(t) &= \begin{cases} f_{\text{RP},x}(t) \\ f_{\text{RP},y}(t) \\ f_{\text{RP},z}(t) \end{cases} \\ &= \begin{cases} t \\ -R_g \sin 2\pi N_g t & (\frac{W}{2} \pm d \leq t \leq \frac{W}{2} \pm d) \\ R_g \cos 2\pi N_g t \end{cases} \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\text{FSC}}(t) &= \begin{cases} f_{\text{FSC},x}(t) \\ f_{\text{FSC},y}(t) \\ f_{\text{FSC},z}(t) \end{cases} \\ &= \begin{cases} t + R_l \cos 2\pi N_l t \\ -(R_g + R_l \sin 2\pi N_l t) \sin 2\pi N_g t & (\frac{W}{2} \pm d \leq t \leq \frac{W}{2} \pm d) \\ (R_g + R_l \sin 2\pi N_l t) \cos 2\pi N_g t \end{cases} \end{aligned} \quad (5.11)$$

$R$  と  $N$  はそれぞれコイルの半径と単位長さあたりの巻き数であり、添え字はグローバルとローカルに対応しているこの式はグローバルな巻き方向とローカルな巻き方向が共に反時計回り (CounterClockWise: CCW) である。巻き方向を時計回り (ClockWise: CW) にするときは、それぞれの

$\sin$  の項の位相を  $\pi$ rad ずらせばよい。また、FSC が十分に長く密に巻かれているとすると、FSC 内部の磁束は以下の式で表される。

$$\Phi = \mu_0 \pi I N_l R_l^2 \quad (5.12)$$

すると、原点におけるベクトルポテンシャルの近似式は以下のように表される。また、中心の磁束密度に関する近似解は以下の式で表される。

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\mu_0 \pi I N_g N_l R_l^2 W}{R_g} \quad (5.13)$$

これら上記の式に従い前節と同様に MATLAB で数値積分を実行し、HVPC の生み出すベクトルポテンシャルを求めた。また、HVPC の RP を用いた場合の磁束密度と RP を用いない場合の磁束密度をそれぞれ求め、RP のみが生み出す磁束密度も併せて計算した。この際の電流値は 1 A であり、磁束密度キャンセルのために RP を用いる場合は -1 A とした。

### 5.3.2 数値計算のパラメーター

本節における数値計算で用いたパラメーターを以下の表に示す。

表 5.3 HVPC の数値計算における各パラメーター

$d$	25 mm
$R_g$	50 mm
$R_l$	2 mm
$N_g$	500 turns/m
$N_l$	30000 turns/m
$W$	10 mm
$I$	$\pm 1$ A
$L_{\text{point}}$	20001
計算される空間座標の間隔	2 mm

### 5.3.3 計算結果

描写された HVPC を図 5.15 に示す。赤い軌跡と青い軌跡がそれぞれ FSC と RP を表している。ベクトルポテンシャルの分布を図 5.16 に示す。また、図 5.17 と図 5.18 は X 軸と Y 軸上のベクトルポテンシャルの分布を示す。原点における数値計算の結果を表 5.4 に示す。

### 5.3.4 考察

図 5.16-5.18 から明らかなように、均一なベクトルポテンシャルが磁場同様に原点を中心に発生していることがわかる。また、表 5.4 が示すように、誤差も 0.003% 未満である事がわかる。磁束密度については、RP 無しの FSC では、RP の値とほぼ同じ大きさの磁束密度が発生していることがわかる。第 2 章 2.8 節で述べたように、これはグローバルな巻き方向に沿って流れてしまう電流密度の場が生み出す磁束密度と考えられる。RP を使用する FSC、すなわちベクトルポテンシ

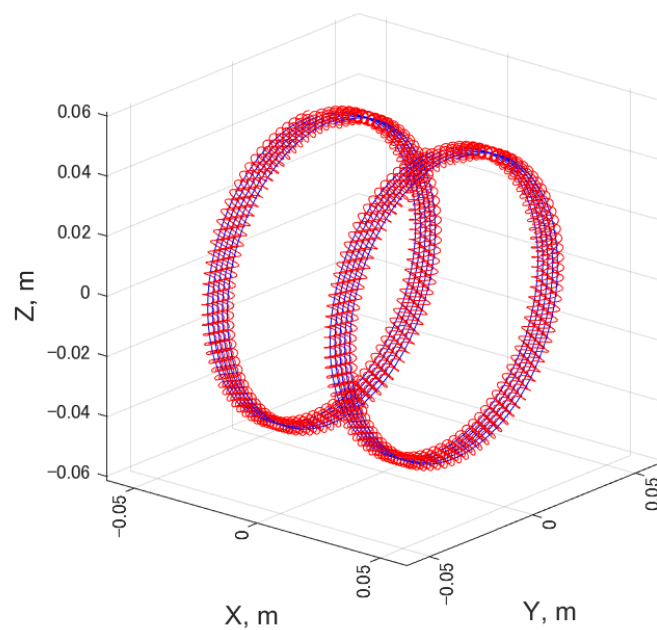
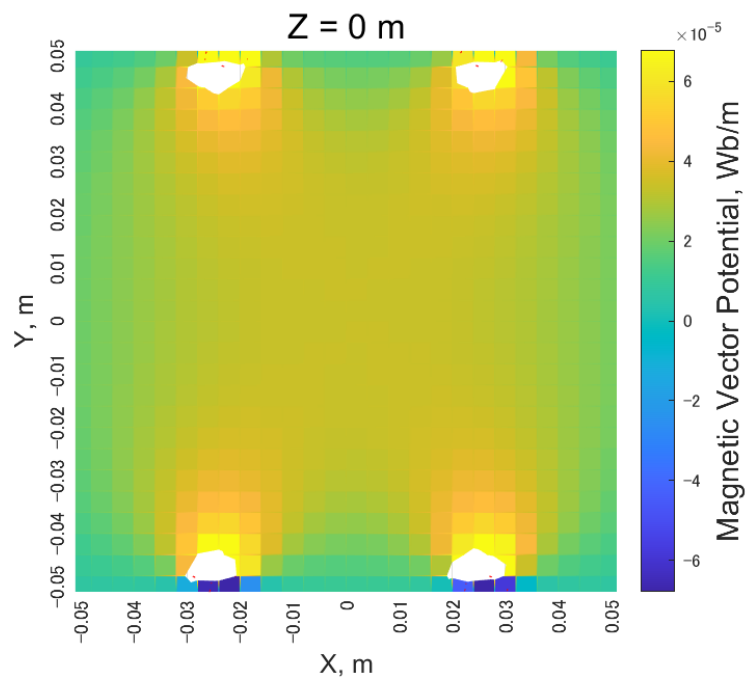
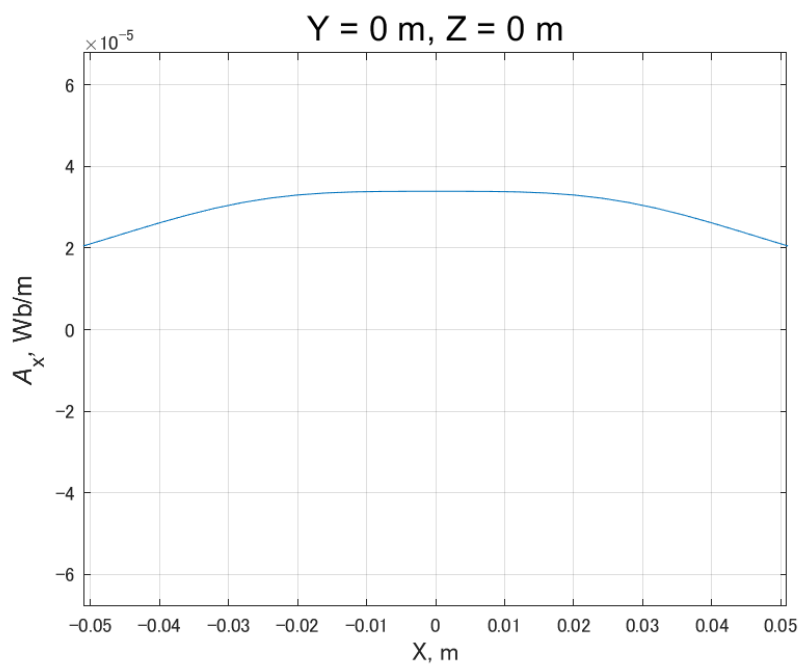


図 5.15 描写された HVPC の軌跡

ルについてはこの磁束密度を4桁程度打ち消すことが出来ていることがわかる。以上の結果から、HVPCは一様なベクトルポテンシャルを中心付近に発生することができ、その際発生する磁束密度も極めて小さいベクトルポテンシャルであることがわかった。また、球形のベクトルポテンシャルとは異なり、中心部分に間隙を設けることのできる幾何学的構造であるため、本磁力計に適応可能である。よって、HVPCは本実験において有効な手法であると考えられる。

図 5.16 Z=0 における, X-Y 平面上の  $A_x$  の分布図 5.17 X 軸上の  $A_x$  の分布

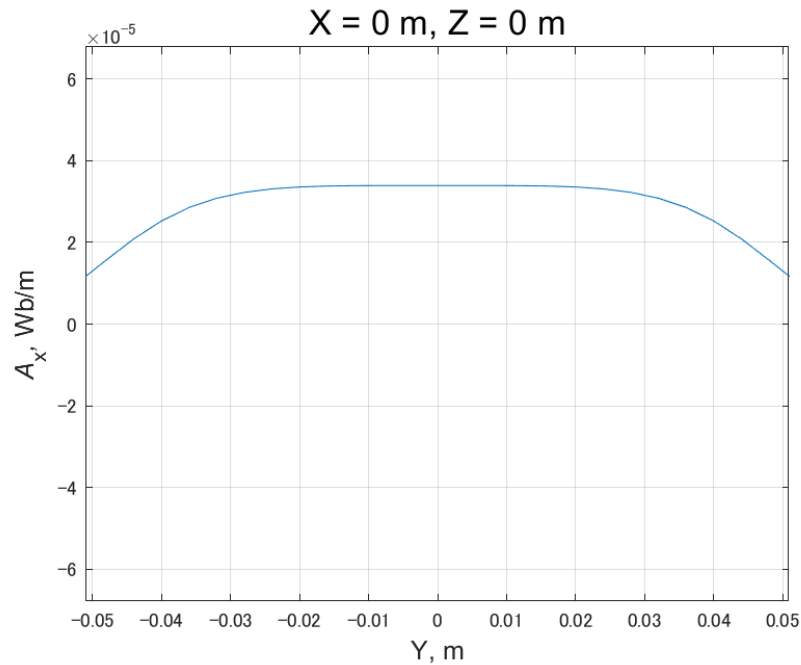
図 5.18 Y 軸上の  $A_x$  の分布

表 5.4 HVPC の原点における数値計算の結果と近似解との比較

$A_x$ の数値解	$3.3897 \times 10^{-5} \text{ Wb/m}$
$A_x$ の近似解	$3.3898 \times 10^{-5} \text{ Wb/m}$
$B_x$ の数値解 (RP)	$8.9916 \times 10^{-5} \text{ T}$
$B_x$ の近似解 (RP)	$8.9918 \times 10^{-5} \text{ T}$
$B_x$ の数値解 (RP 無し FSC)	$8.9901 \times 10^{-5} \text{ T}$
$B_x$ の近似解 (RP 無し FSC)	$8.9918 \times 10^{-5} \text{ T}$
$B_x$ の数値解 (RP 有り FSC)	$-1.4149 \times 10^{-9} \text{ T}$
$B_x$ の近似解 (RP 有り FSC)	$0 \text{ T}$

## 5.4 HVPCの作製

前節までの結果から、HVPCは本磁力計に適するベクトルポテンシャルコイルであることが分かった。我々は実際にHVPCを作製した。本節では、作製したHVPCの概要を説明する。

HVPCは磁気シールドボックス内に設置するので、材料は非磁性体である必要がある。HVPCの枠は塩化ビニルパイプを利用した。これを図5.19の寸法で切削加工した。中心の開口部は直径

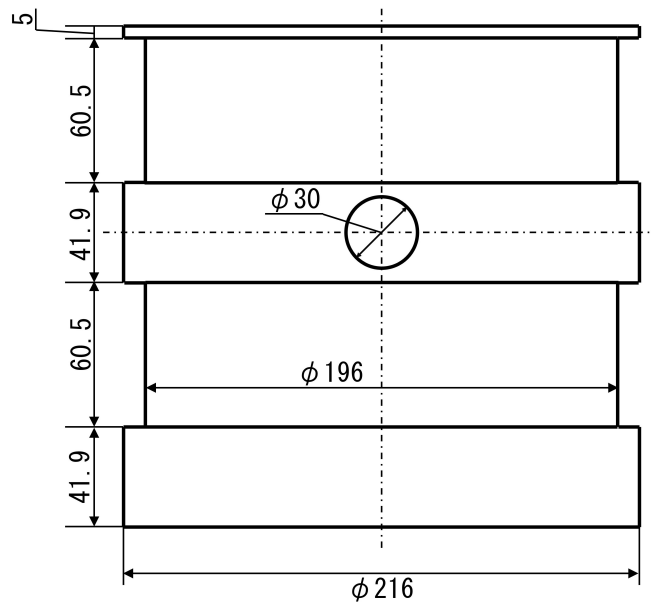


図 5.19 HVPC の枠の寸法

がビーム径に対して十分な大きさである。FSCは60.5 mmの幅を持つ二つの溝に巻いた。図5.20の(a)はコイルの巻き方、(b)はFSCの種類、(c)は実際のコイルの外観を表している。CW及びCCWの大文字と小文字はそれぞれグローバルな巻き方向とローカルな巻き方向を表している。二種類の巻き線を用いることで、中心に対して幾何学的に対称な構造を取ることができる。この対称性により、上下のコイル間で起こる打ち消しをより理想的なものとする事ができる。また、このコイルは第2章2.8節で述べたように、FSCとRPの端部をもっばら短絡させて使用する。この端部の開放と短絡を選択的に行うことで、VPCとして使用しよう可能であるが、FSCをすべて開放し、RPのみを信号線と適切に短絡させることで従来の磁場を生成するヘルムホルツコイルとして使用することも可能である。この選択性により、同一の幾何学的構造を持つコイルからベクトルポテンシャルと磁束密度を生成することができる。これにより二つの信号の比較が容易となる。生成

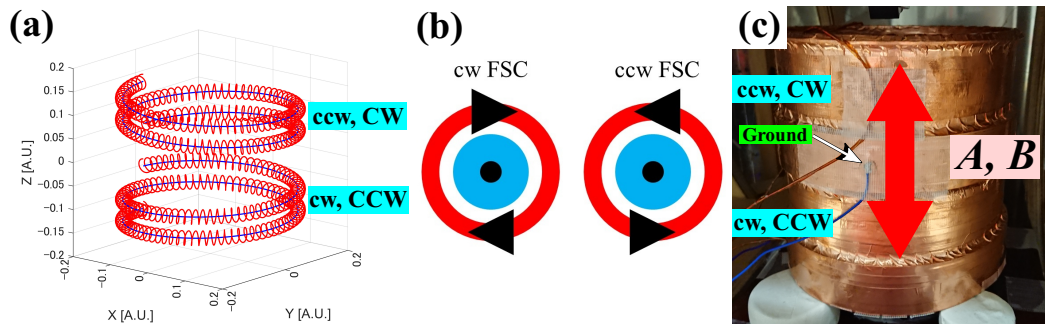


図 5.20 (a) HVPC における二種類の巻き方向を表した軌跡の描写 (b) 二種類の FSC の断面図 (c) 作製したコイルの外観

される交流信号は、図 5.20 (c) の赤い矢印が示すように縦方向に生まれる。これは、磁力計の Z 軸方向である。

一般的にベクトルポテンシャルコイルにおいて抵抗率は無視できない。これは、コイルに使用している導線が非常に長いためである。ここで、ある電流密度  $\mathbf{J}$  が与えられた場合、抵抗率  $\sigma$  を考慮すると電界  $\mathbf{E}$  は以下の式で与えられる。

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\sigma} \mathbf{J} \quad (5.14)$$

これによりスカラーポテンシャルが発生してしまう。スカラーポテンシャルによる電界がセルに影響を及ぼさないよう、HVPC に Faraday ケージを設けた。Faraday ケージは粘着面が導電性の銅テープを HVPC の表面全体を覆うように貼ることで実現した。接地は図 5.20 (c) に示す点と円筒外側の対象となる反対の点の二点で行われている。また、内部の交流信号により銅箔内に渦電流が生じる。この渦電流がポロイダル方向に循環することを防ぐために、底面部の銅箔には間隙を設けている。開口部の側面の銅テープによるビームの反射を抑えるために黒いビニルテープを貼った。

## 第6章 ベクトルポテンシャル計測の検討

本章では前章で作製した HVPC を原子磁力計に適応し、ベクトルポテンシャルを印加した際の応答を計測した。また、前章で述べたように、HVPC の接続方法を適宜変更することで、同一のコイルからベクトルポテンシャルと磁束密度を生成することができる。これら二つの信号を印加した際の応答を比較し、ベクトルポテンシャルが計測可能かどうか検討する [51]。

### 実験方法

まず、HVPC をシールドボックス内に設置した。HVPC の端部は HVPC から十分に離れた磁気シールドボックス外部に置いた。ここで、HVPC を用いてベクトルポテンシャルを発生させる端部の接続状態をモード A、同様に磁場を発生させる端部の接続状態をモード B とする。特にモード A においては、コイルのインダクタンスが大きくなるため、増幅器を用いて信号を印加する。この時の時間応答はオシロスコープで、周波数応答はロックインアンプを用いて印加信号の二次高調波成分を計測した。ロックインアンプでの計測にあたっては、時定数を適切に設定し、自動計測により 100 回平均された値を記録した。ベクトルポテンシャルと磁束密度が電流に同相であることに着目し、電流の振幅と位相を計測しながら実験を進めた。本実験では各モードで電流値を一定にした。式 5.6 と式 5.13 より、モード A とモード B ではそれぞれ実効値 825 nT と 469 nWb/m が印加された。周波数の掃引範囲は 10 Hz–20.01 kHz である。図 6.1 に本実験におけるシステムのブロック線図を示す。なお、本実験においては 1.01 kHz においてゼロ磁場構成をしている。

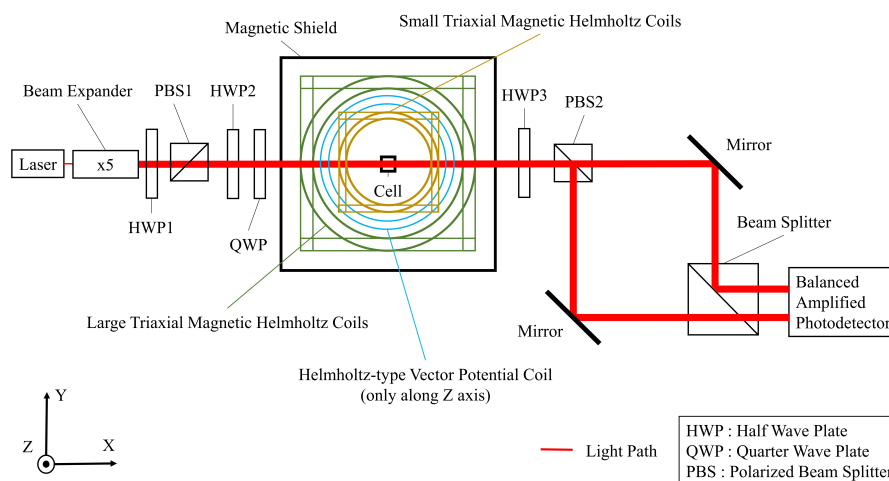


図 6.1 本実験に用いた原子磁力計のシステムに関するブロック線図



## 実験結果

それぞれの計測データを図 6.2 と図 6.3 に示す．図 6.2 の縦軸は応答信号の電圧で，横軸は時間である．図 6.3 の横軸は周波数で，(a) の縦軸は電圧，(b) の縦軸は位相である．また，この際の位相は印加信号の位相を基準とした応答信号の位相である．

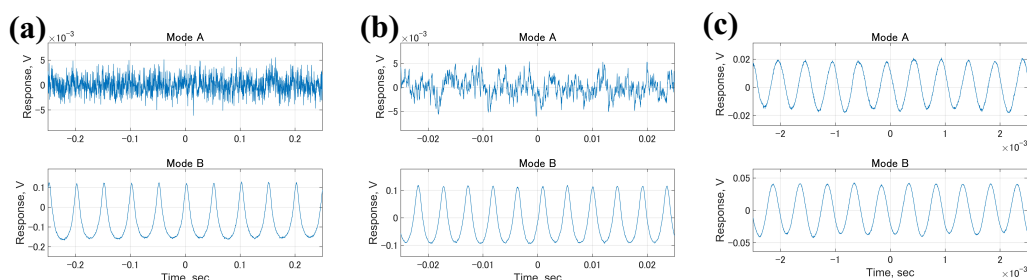


図 6.2 各周波数におけるモード A とモード B における時間応答 (a) 10 Hz, (b) 110 Hz, (c) 1010 Hz

## 考察

図 6.2 (a) のモード B においては，正弦波の折り返しをはっきりと観測できている．図 6.2 (a) のモード B においては，はっきりとした折り返しが見られず，二次高周波成分が弱くなってきていることがわかる．これに対し図 6.2 (a) のモード A においては，信号がほとんどノイズと比べ非常に小さい．図 6.2 (c) のモード A においては，はっきりとした信号が見られる．すなわち，モード B の信号は周波数が高まるにつれて高周波信号が弱くなるのに対し，モード A の信号は周波数が高まるにつれて信号が強くなった．これを端的に表したグラフが図 6.3 である．200 Hz 以下の領域では，モード B の振幅が周波数の増加に伴い徐々に小さくなっているのに対し，A モードの振幅は増加していることがわかる．また，両者の振幅が小さくなる 2 kHz 以上の領域では，モード A の減少はモード B の減少と比較すると緩やかであることがわかる．ここで，図 4.18 と比較すると，モード B の応答は原子磁力計の周波数特性と同様であり，磁場印加時の応答とも同様であることが分かる．

図 6.4 に簡単なシステムの伝達関数を示す．今回の実験では信号が一定であることは明らかなので信号の振幅特性は図 6.4 に示すようにどちらも一定である．モード B において，セル内の相互作用における振幅特性  $G_{\text{Interaction}}$  が不明とする．この時セルと BAP をひとまとめにした振幅特性  $G_{\text{Cell+BAP}}$  が図 6.4 に示すローパスフィルタのような特性であり， $G_{\text{Output}}$  も同様の特性であった．これは図 4.18–4.21 の結果から明らかである．ここで， $G_{\text{Signal}}$  が一定であるため， $G_{\text{Signal}} = 1$  とすると以下の式が成り立つ．

$$G_{\text{Output}} = G_{\text{Interaction}} \cdot G_{\text{Cell+BAP}} \quad (6.1)$$

$$G_{\text{Interaction}} = \frac{G_{\text{Output}}}{G_{\text{Cell+BAP}}} \quad (6.2)$$

ここで， $G_{\text{Cell}} = 1$  であるから， $G_{\text{Output}} = G_{\text{Cell+BAP}}$  である．したがって，モード A における  $G_{\text{Interaction}}$  はモード B の  $G_{\text{Output}}$  でモード A の  $G_{\text{Output}}$  を割ればよい．その結果が図 6.5 である．縦軸が電圧で横軸が周波数である．図が示すように周波数に対して一定の割合で増加していること

がわかる。ここで、電界  $\mathbf{E}$  について考える。電界  $\mathbf{E}$  はベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  とスカラーポテンシャル  $\phi$  を用いて以下のように表される。

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (6.3)$$

ここで  $\nabla$  はナブラ演算子である。Faraday ケージを用いているため、 $\nabla \phi = \mathbf{0}$  である。今、 $\mathbf{A}$  は Z 軸方向のみであるため、 $A_z = A_0 \exp(i\omega t + \theta)$  である。ここで、 $A_0$ ,  $\omega$ ,  $\theta$  はそれぞれベクトルポテンシャルの振幅、角周波数、位相である。式 6.3 より、

$$\mathbf{E} = [0, 0, -i\omega A_z] \quad (6.4)$$

この式 6.4 は図 6.5 の増加傾向と一致する。これはベクトルポテンシャルではなく電界としてセルと相互作用を起こしたと考えられる。しかしながら Faraday ケージが存在するため、この電界はスカラーポテンシャルに依るものではなくベクトルポテンシャルによるものであると考えられる。したがって、間接的ではあるもののベクトルポテンシャルによる相互作用を見ることができたと考える。また、図 6.3 (b) を見ると、周波数の増加に伴い位相が遅れていることから、キャパシティブなカップリングによる信号ではなくコイルによるインダクティブな信号であることもわかる。

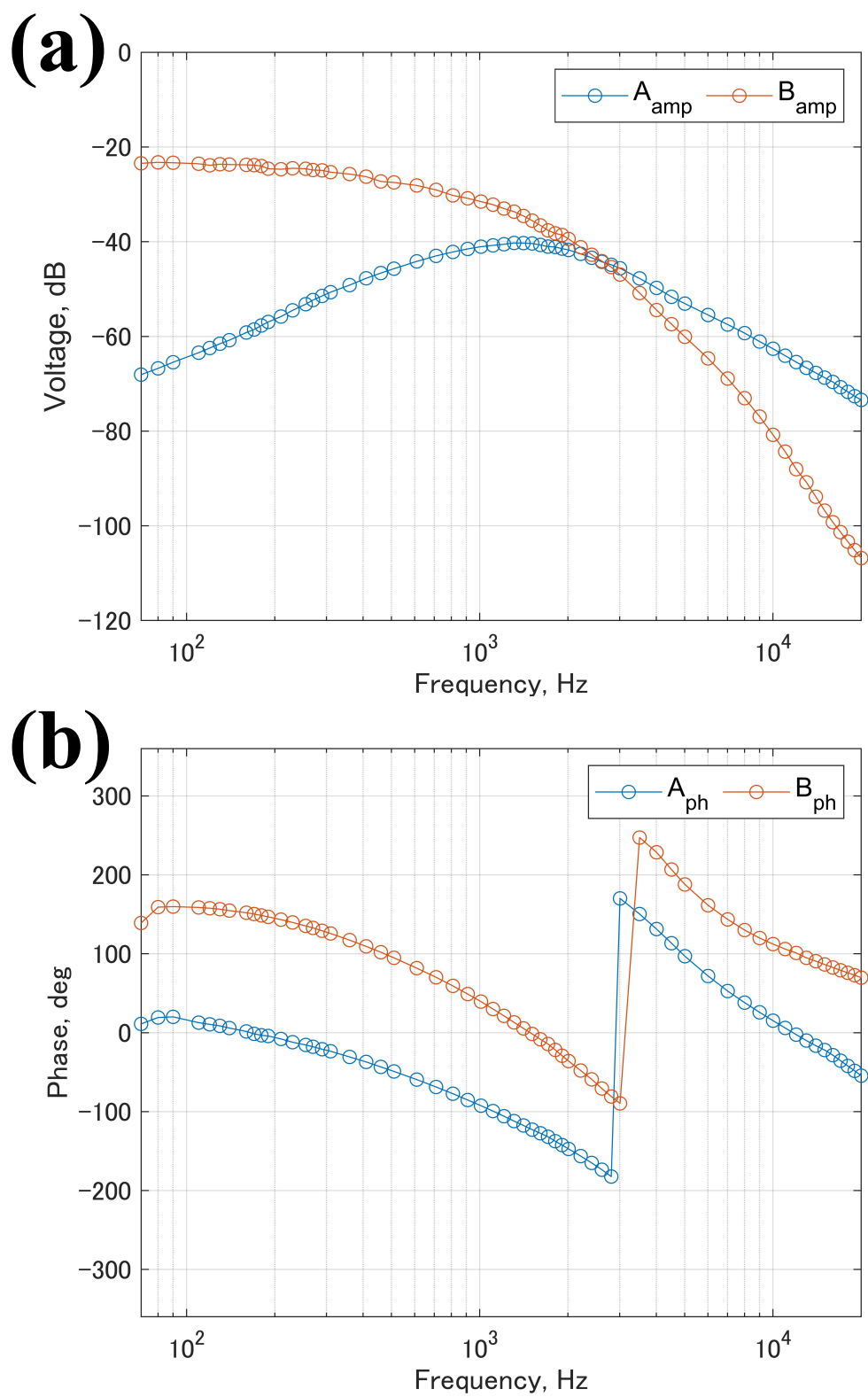


図 6.3 モード A とモード B の周波数応答の比較 (a) 振幅 (b) 位相

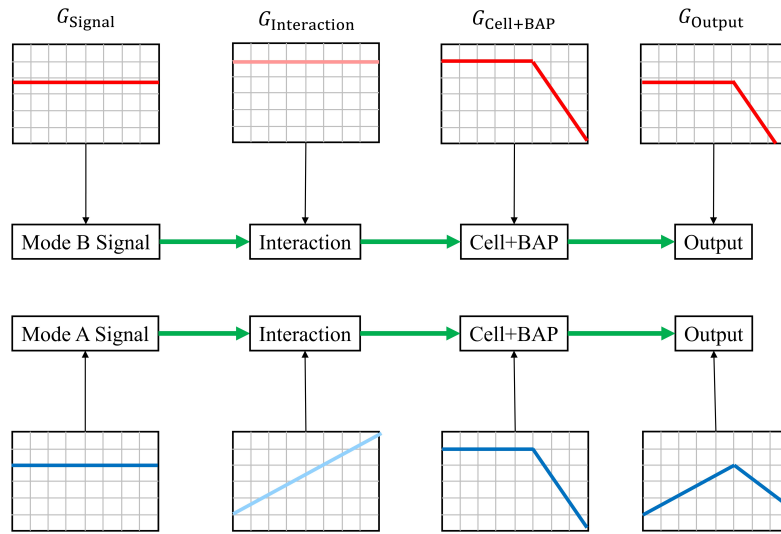


図 6.4 モード A とモード B のシステムの各部の周波数応答の振幅特性における概念図

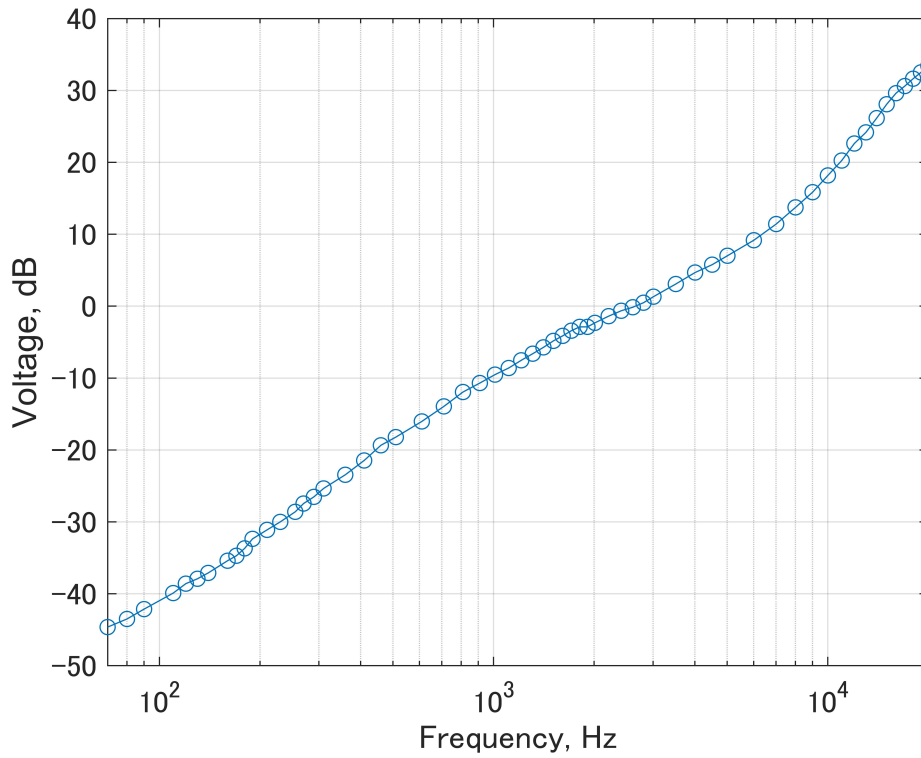


図 6.5 モード A とモード B の周波数応答の振幅特性における比

## 第7章 結論

### 7.1 研究成果

本論において三つの成果を得られた。それは新しい磁力計に適応した回路の作製、コイルの数値による定量的評価、ベクトルポテンシャルの計測である。

今回の実験手法に併せて、レーザーを拡張し均一にポンピングすることを狙っていた。それには従来よりも強い光パワーが必要であったため、出力の小さくなっていた従来のレーザーダイオードから新しいダイオードに替えた。レーザーの高出力化によって必要な十分に強い光パワーでビーム径を拡大することができた。それに伴いBAPの受光面も大きくする必要があったためBAPの再設計をした。設計から実装まで手がけ、所望の仕様を満たす多機能な回路を作製した。

本論において、均一なベクトルポテンシャルを生成するコイルが必要であった。解析的にはヘルムホルツコイル型のベクトルポテンシャルコイルが均一なベクトルポテンシャルを生成することは予想していた。ヘルムホルツ型ベクトルポテンシャルコイルを数値解析で定量的に評価することにより、その実用性を明らかにした。また、現在研究報告のないベクトルポテンシャルコイルのリターンパスの機能に関して定量的に評価することができた。数値解析を踏まえて実際にヘルムホルツ型ベクトルポテンシャルコイルを作製した。作製にあたっては、ベクトルポテンシャル以外の発生しうる磁場やスカラーポテンシャル由来の電場などを弱めるような工夫を施した。

上記のヘルムホルツコイル型ベクトルポテンシャルコイルを磁力計に適用した。ベクトルポテンシャルと磁束密度を幾何学的構造が同一のコイルで印加し、それらの応答信号を比較した。比較した結果は、ベクトルポテンシャルの応答と磁場応答が明らかに異なることを示していた。システムの振幅特性を考慮すると、磁場とベクトルポテンシャルでまったく異なる相互作用が起こっていることが示唆された。ベクトルポテンシャルではなく、電場として相互作用しているような結果となった。しかしながら、電場にはスカラーポテンシャル由来の電場とベクトルポテンシャル由来の電場の二種類がある。本実験において、スカラーポテンシャルはFaradayケージによりシールドされていた。よって、ベクトルポテンシャル由来の電場を計測できたと考えられる。したがって、ベクトルポテンシャルは光ポンピングされたアルカリ金属を用いることで光学的に計測可能だと結論付ける。

### 7.2 課題と今後の展望

ベクトルポテンシャルの相互作用に関する実験において、ゼロ磁場環境は常に求められる。今回はベクトルポテンシャルコイルのリターンパスによる磁場の打ち消しを定量的に評価し、加えて原子磁力計でゼロ磁場校正をすることで磁場の影響が極めて小さい実験環境を作った。ベクトルポテンシャルコイルの端部はシールドボックスの外に置かれており、それを動かすことによって今回計測した応答信号の変化は見られなかったため大きく影響を及ぼしているとは考えられない。しかし

ながら、磁場が完全にゼロであると言い切ることはできない。本論では、磁場応答との比較により磁気信号とは異なる信号であると結論付けた。

また、ヘルムホルツコイル型ベクトルポテンシャルコイルは中心付近に線形なベクトルポテンシャルの勾配を作ることができることがわかっている。新しいBAPはマルチチャンネルで計測可能であるため、今後はベクトルポテンシャルの勾配計測等に関する実験が行われるべきであると考ええる。

本論で述べたように、ヘルムホルツコイル型ベクトルポテンシャルコイルは一様なベクトルポテンシャルを生成可能である。球形と比較すると、今回提案したコイルの方が内部へのアクセスが非常に容易である。このため、今回導入したような光学計測等への応用が期待される。

この装置によるベクトルポテンシャル計測は従来のベクトルポテンシャル計測と異なり、電氣的に絶縁されており、ループもない。ループを必要とする計測としては電流の計測がある。ループを形成しない計測ももちろん存在するが、今回提案したベクトルポテンシャル計測の装置も電流計測と同様に計測方法の一案となると考える。光学的に計測することによって今後、非破壊・非侵襲なベクトルポテンシャル計測が求められることとなれば、非常に大きなプレゼンスを持つことが期待される。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、ご指導いただいた岩手大学工学部電気電子・情報システム工学科の大坊真洋准教授に心から感謝申し上げます。実験に関わる知識をご教授下さったのみならず、お忙しい中でも博士として研究活動を進める際の助言を賜りましたこと、改めて感謝申し上げます。

Mr. Saenyot Khanuengchat is one of the best colleague. It's my great honer that I did many experiments with you. Thank you very much.

共同研究者である高橋俊也君，千田航汰君，並びに寺戸貴俊君のおかげで博士課程における研究生活を無事に過ごすことができました。ここで改めて感謝いたします。

技術職員の千葉寿氏や後輩の皆様のおかげで有意義な研究生生活を送れたことに感謝いたします。

そして、今まで育ててくれた父，久夫や母，ルミ子はもちろんの事，最期まで私を応援してくれた祖母，チヨにも深く感謝します。

## 関連図書

- [1] R. T. Wakai, “A tuned SQUID amplifier for MRI based on a DOIT flux locked loop,” *AIP Conference Proceedings*, vol. 1626, no. 1, pp. 46–54, 2014, doi: 10.1063/1.4901359.
- [2] 株式会社矢野経済研究所, “令和 2 年度重要技術管理体制強化事業 (我が国における重要鉱物の流通管理高度化調査) 調査報告書,” pp. 9, 2021. (online), [https://www.meti.go.jp/meti\\_lib/report/2020FY/000579.pdf](https://www.meti.go.jp/meti_lib/report/2020FY/000579.pdf), (参照 2023.1.13).
- [3] W. E. Bell, and A. L. Arnold, “Optical Detection of Magnetic Resonance in Alkali Metal Vapor,” *Physical Review*, vol. 107, issue 6, pp. 1559–1565, September, 1957, doi: 10.1103/PhysRev.107.1559.
- [4] V. Shah, and M. V. Romalis, “Spin-exchange relaxation-free magnetometry using elliptically polarized light,” *Physical Review A*, vol. 80, issue. 1, pp. 013416, Jul, 2009, doi: 10.1103/PhysRevA.80.013416.
- [5] I. M. Savukov and M. V. Romalis, “Effects of spin-exchange collisions in a high-density alkali-metal vapor in low magnetic fields,” *Physical Review A*, vol. 71, issue 2, pp. 023405, February, 2005, doi: 10.1103/PhysRevA.71.023405.
- [6] I. M. Savukov, S. J. Seltzer, M. V. Romalis, and K. L. Sauer, “Tunable Atomic Magnetometer for Detection of Radio-Frequency Magnetic Fields,” *Physical Review Letters*, vol. 95, pp. 063004, August, 2005, doi: 10.1103/PhysRevLett.95.063004.
- [7] I. K. Komiiunis, T. W. Kornack, J. C. Allred and M. V. Romalis, “A subfemtotesla multi-channel atomic magnetometer,” *Nature*, vol. 422, pp. 596–599, April, 2003, doi: 10.1038/nature01484.
- [8] S. Xu, V. V. Yashchuk, M. H. Donaldson, S. M. Rochester, D. Budker, and A. Pines, “Magnetic resonance imaging with an optical atomic magnetometer,” *National Academy of Sciences*, vol. 103, no. 34, pp. 12668–12671, 2006, doi: 10.1073/pnas.0605396103.
- [9] I. M. suvukov, and M. V. Romalis, “NMR Detection with an Atomic Magnetometer,” *Physical Review Letters*, vol. 94, issue 12, pp. 123001, March, 2005, doi: 10.1103/PhysRevLett.94.123001.
- [10] I. M. Savukov, S. J. Seltzer, and M. V. Romalis, “Detection of NMR signals with a radio-frequency atomic magnetometer,” *Journal of Magnetic Resonance*, vol. 185, no. 2, pp. 214–220, 2007, doi: doi.org/10.1016/j.jmr.2006.12.012.



- [11] G. Liu, X. Li, X. Sun, J. Feng, C. Ye, X. Zhou, “Ultralow field NMR spectrometer with an atomic magnetometer near room temperature,” *Journal of Magnetic Resonance*, vol. 237, pp. 158–163, April, 2013, doi: 10.1016/j.jmr.2013.10.008.
- [12] S. J. Smullin, I. M. Savukov, G. Vasilakis, R. K. Ghosh, and M. V. Romalis, “Low-noise high-density alkali-metal scalar magnetometer,” *Physical Review A*, vol. 80, issue 3, pp. 033420, September, 2009, doi: 10.1103/PhysRevA.80.033420.
- [13] W. Chalupczak, R. M. Godun, S. Pustelny, and W. Gawlik, “Room temperature femtotesla radio-frequency atomic magnetometer,” *Applied Physics Letters*, vol. 100, no. 24, pp. 242401, 2012, doi: 10.1063/1.4729016.
- [14] G. Bevilacqua, V. Biancalana, P. Chessa, and Y. Dancheva, “Multichannel optical atomic magnetometer operating in unshielded environment,” *Applied Physics B*, vol. 122, April, 2016, doi: 10.1007/s00340-016-6375-2.
- [15] L. Marmugi, L. Gori, S. Hussain, C. Deans, and F. Renzoni, “Remote detection of rotating machinery with a portable atomic magnetometer,” *Applied Optics*, vol. 56, no. 3, pp. 743–749, January, 2017, doi: 10.1364/AO.56.000743.
- [16] B. Patton, E. Zhivun, D. C. Hovde, and D. Budker, “All-Optical Vector Atomic Magnetometer,” *Physical Review Letters*, vol. 113, issue 1, pp. 013001, July, 2014, doi: 10.1103/PhysRevLett.113.013001.
- [17] L. Marmugi, C. Deans, and F. Renzoni, “Electromagnetic induction imaging with atomic magnetometers: Unlocking the low-conductivity regime,” *Applied Physics Letters*, vol. 115, no. 8, pp. 083503, 2019, doi: 10.1063/1.5116811.
- [18] M. V. Romalis and H. B. Dang, “Atomic magnetometers for materials characterization,” *Materials Today*, vol. 14, no. 6, pp. 258–262, June, 2011, doi: 10.1016/S1369-7021(11)70140-7.
- [19] K. Kim, S. Begus, H. Xia, S. K. Lee, V. Jazbinsek, Z. Trontelj, and M. V. Romalis, “Multi-channel atomic magnetometer for magnetoencephalography: A configuration study,” *NeuroImage*, vol. 89, pp. 143–151, 2014, doi: 10.1016/j.neuroimage.2013.10.040.
- [20] H. C. Seton, J. M. S. Hutchison, and D. M. Bussell, “The atomic magnetometer: A new era in biomagnetism,” *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 7, no. 2, pp. 3231–3216, June, 2014, doi:10.1109/77.622015.
- [21] Y. Aharonov, and D. Bohm, “Significance of Electromagnetic Potentials in the Quantum Theory,” *The Physical Review*, vol. 115, no. 3, pp. 485–491, August, 1959, doi:10.1103/PhysRev.115.485.
- [22] W. H. Furry, and N. F. Ramsey, “Significance of Potentials in Quantum Theory,” *The Physical Review*, vol. 118, no. 3, pp. 623–626, May, 1960, doi:10.1103/PhysRev.118.623.
- [23] R. G. Chambers, “Shift of an Electron Interference Pattern by Enclosed Magnetic Flux,” *The Physical Review Letters*, vol. 5, no. 1, pp. 3–5, July, 1960, doi:10.1103/PhysRevLett.5.3.

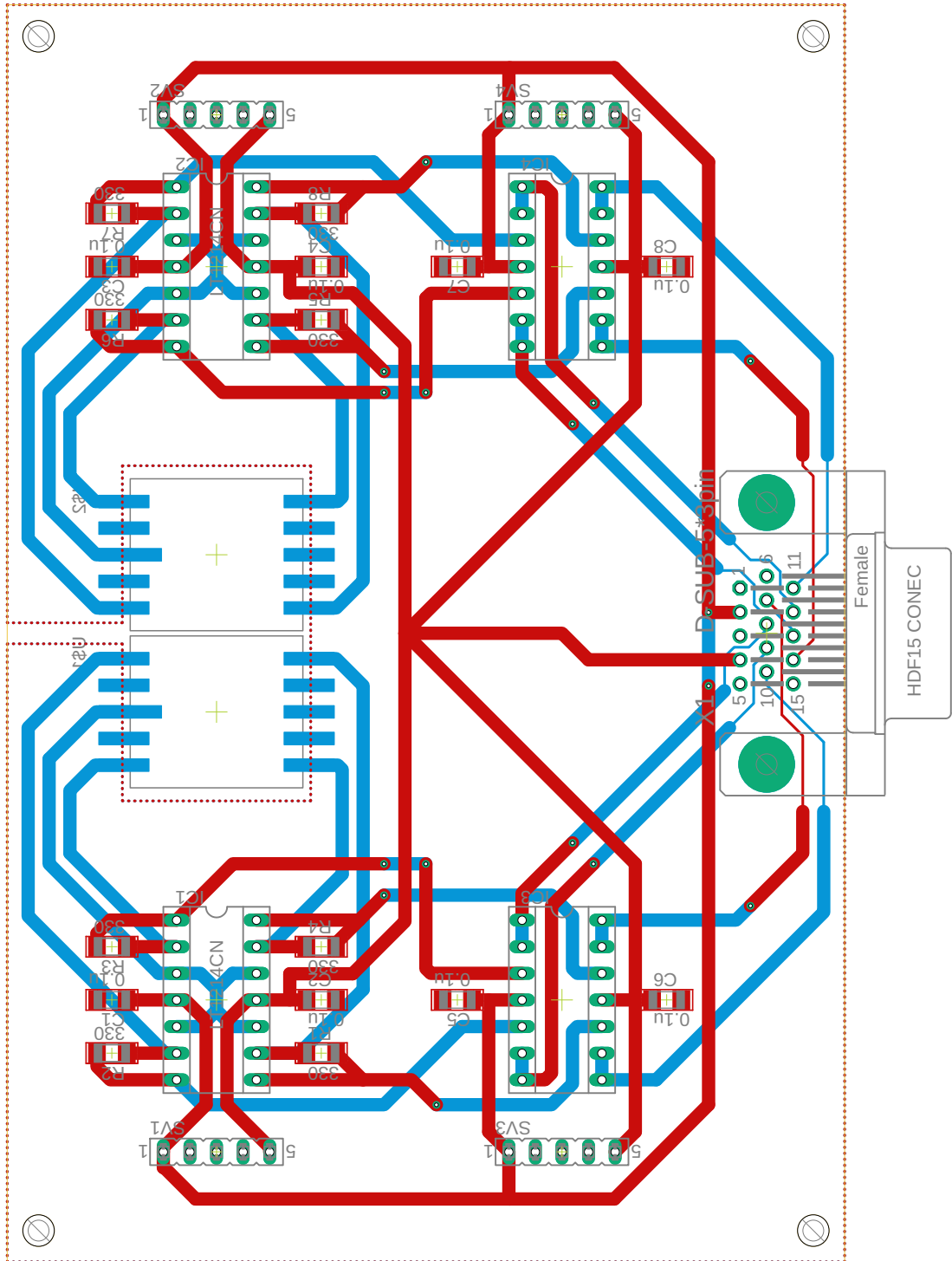
- [24] H. A. Fowler, L. Marton, J. Arol Simpson, and J. A. Suddeth, “Electron Interferometer Studies of Iron Whiskers,” *Journal of Applied Physics*, vol. 32, no. 6, pp. 1153–1155, June, 1961, doi:10.1063/1.1736175.
- [25] M. Peshkin, I. Talmi, and L. J. Tassie, “The Quantum Mechanical Effects of Magnetic Fields Confined to Inaccessible Regions,” *Annals of Physics*, vol. 12, pp. 426–435, March, 1961, doi:10.1016/0003-4916(61)90069-0.
- [26] P. D. Noerdlinger, “Elimination of the Electromagnetic Potentials,” *Nuovo Cimento*, vol. 23, no. 1, pp. 158–167, October, 1962, doi:10.1007/BF02733550.
- [27] B. S. DeWitt, “Quantum Theory without Electromagnetic Potentials,” *The Physical Review*, vol. 125, no. 6, pp. 2189–2191, March, 1962, doi:10.1103/PhysRev.125.2189.
- [28] F. J. Belinfante, “Consequences of the Postulate of a Complete Commuting Set of Observables in Quantum Electrodynamics,” *The Physical Review*, vol. 128, no. 6, pp. 2832–2837, December, 1962, doi:10.1103/PhysRev.128.2832.
- [29] A. Tonomura, N. Osakabe, T. Matsuda, T. Kawasaki, J. Endo, S. Yano, and H. Yamada, “Evidence for Aharonov–Bohm Effect with Magnetic Field Completely Shielded from Electron Wave,” *The Physical Review Letters*, vol. 56, no. 8, pp. 792–795, February, 1986, doi:10.1103/PhysRevLett.56.792.
- [30] F. F. Mende, “Physics of Magnetic Field and Vector Potential,” *AASCIT Journal of Physics*, vol. 1, no. 1, pp. 19–27, March, 2015, URL:<https://fulviofrisone.com/attachments/article/519/Physics%20of%20Magnetic%20Field%20and%20Vector%20Potential.pdf>.
- [31] R. K. Varma, A. M. Punithavelu, S. B. Banerjee, “Observation of the magnetic vector potential in the classical macrodomain,” *Physics Letters A*, vol. 303, pp. 114–120, August, 2002, doi:10.1016/S0375-9601(02)01223-9.
- [32] O. Lodge, “On an Electrostatic Field produced by varying Magnetic Induction,” *Proceedings of the Physical Society of London*, vol. 10, no. 1, pp. 469–479, June, 1888, doi:10.1088/1478-7814/10/1/320.
- [33] G. Rousseaux, R. Kofman, O. Minazzoli, “The Maxwell–Lodge effect: significance of electromagnetic potentials in the classical theory,” *The European Physical Journal D*, vol. 49, pp. 249–256, July, 2008, doi:10.1140/epjd/e2008-00142-y.
- [34] 柳村提亮, “カリウム光ポンピング磁力計の作製と磁気感度評価” 岩手大学大学院修士論文 (2008)
- [35] 梅川英之, “カリウム光ポンピング磁力計による磁気画像計測に関する研究” 岩手大学大学院修士論文 (2009)
- [36] 佐々木勝平, “全光制御型原子磁力計の開発” 岩手大学大学院修士論文 (2011)
- [37] 太田越寿継, “楕円偏光原子磁力計に関する研究” 岩手大学大学院修士論文 (2012)

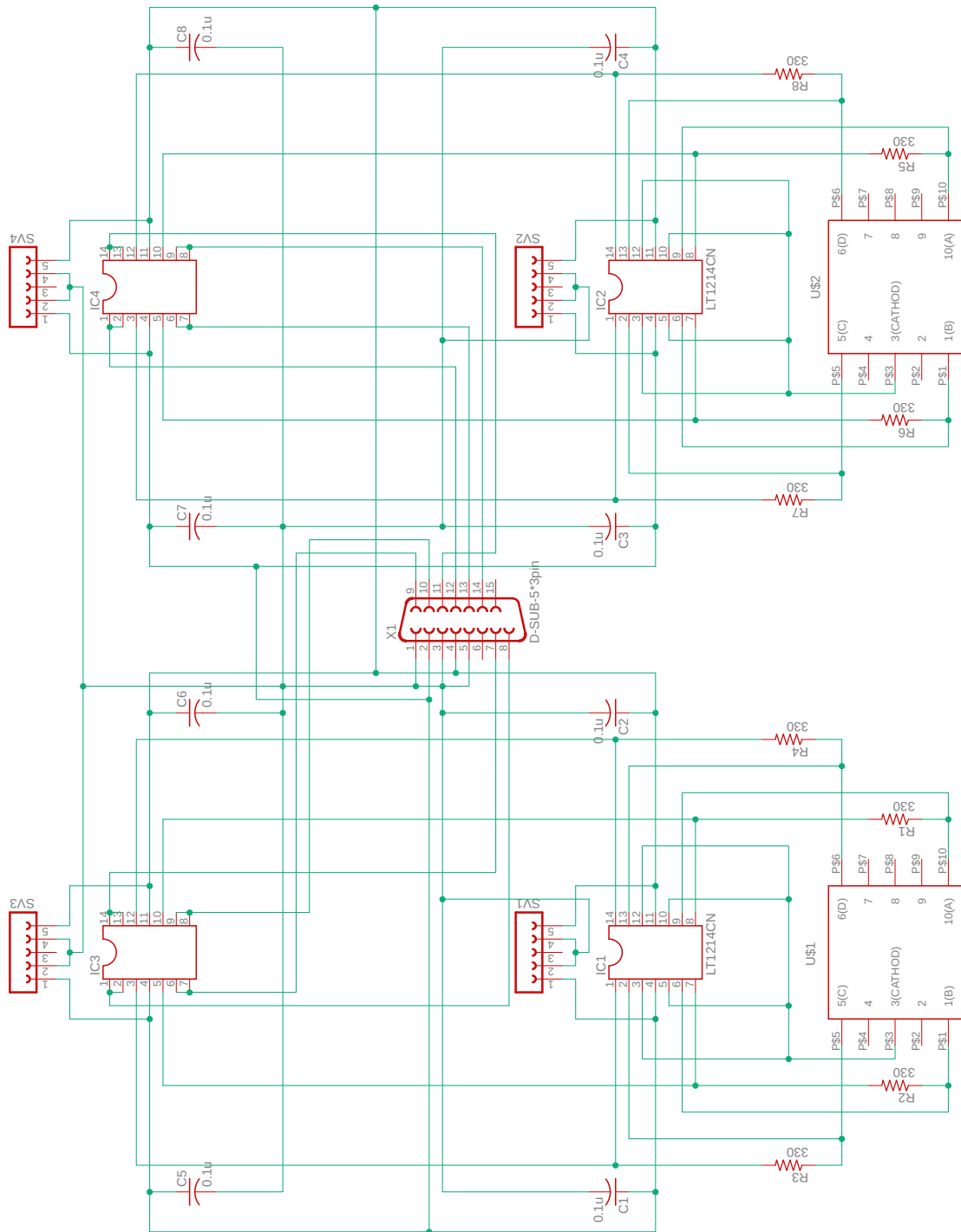
- [38] 大澤雅人, “シングルビーム楕円偏光磁力計の研究” 岩手大学大学院修士論文 (2013)
- [39] 佐藤遼, “楕円偏光による原子磁力計の制御に関する研究” 岩手大学大学院修士論文 (2014)
- [40] 及川達也, “楕円偏光シングルビーム原子磁力計に関する研究” 岩手大学大学院修士論文 (2015)
- [41] 佐々木耀一, “原子磁力計のベクトルポテンシャル制御の研究” 岩手大学大学院修士論文 (2016)
- [42] 前沢翔, “ベクトルポテンシャル制御ルビジウム原子磁力計の研究” 岩手大学大学院修士論文 (2017)
- [43] 佐々木潤, “ルビジウム原子磁力計における光学的・磁氣的制御方法の研究” (2018)
- [44] P. Zeeman, “The Effect of Magnetisation on the Nature of Light Emitted by a Substance,” *Nature*, vol. 55, pp. 347, February, 1897, doi:10.1038/055347a0.
- [45] T. Preston, “Radiation Phenomena in the Magnetic Field,” *Nature*, vol. 59, pp. 224–229, January, 1899, doi:10.1038/059224c0.
- [46] A. Landé, “Über den anomalen Zeemaneffekt (Teil I),” *Zeitschrift für Physik*, vol. 5, pp. 231–241, July, 1921, doi:10.1007/BF01335014.
- [47] A. Landé, “Über den anomalen Zeemaneffekt (II. Teil),” *Zeitschrift für Physik*, vol. 7, pp. 398–405, December, 1921, doi:10.1007/BF01332807.
- [48] 多々良 源, スピントロニクス of 物理, 内田老鶴圃, 2019, pp. 232.
- [49] K. Saenyot, Y. Shoji, S. Takahashi and M. Daibo, “Zero Magnetic Field Calibration for Single-Beam Atomic Magnetometers Using Second Harmonics,” *IEEE Magnetics Letters*, vol. 10, pp. 1–4, September, 2019, doi:10.1109/LMAG.2019.2944804.
- [50] Y. Shoji, K. Saenyot, S. Takahashi and M. Daibo, “DC-Bias-Magnetic-Field Dependence of Step Response in an Elliptically Polarized Single-Beam Atomic Magnetometer,” *2020 8th International Electrical Engineering Congress*, 2020.
- [51] Y. Shoji, and M. Daibo, “Differential behavior of magnetic field and magnetic vector potential in an optically pumped Rb atomic magnetometer,” *AIP Advances*, vol.13, 025127, February, 2023, doi:10.1063/5.0130481

# 付録

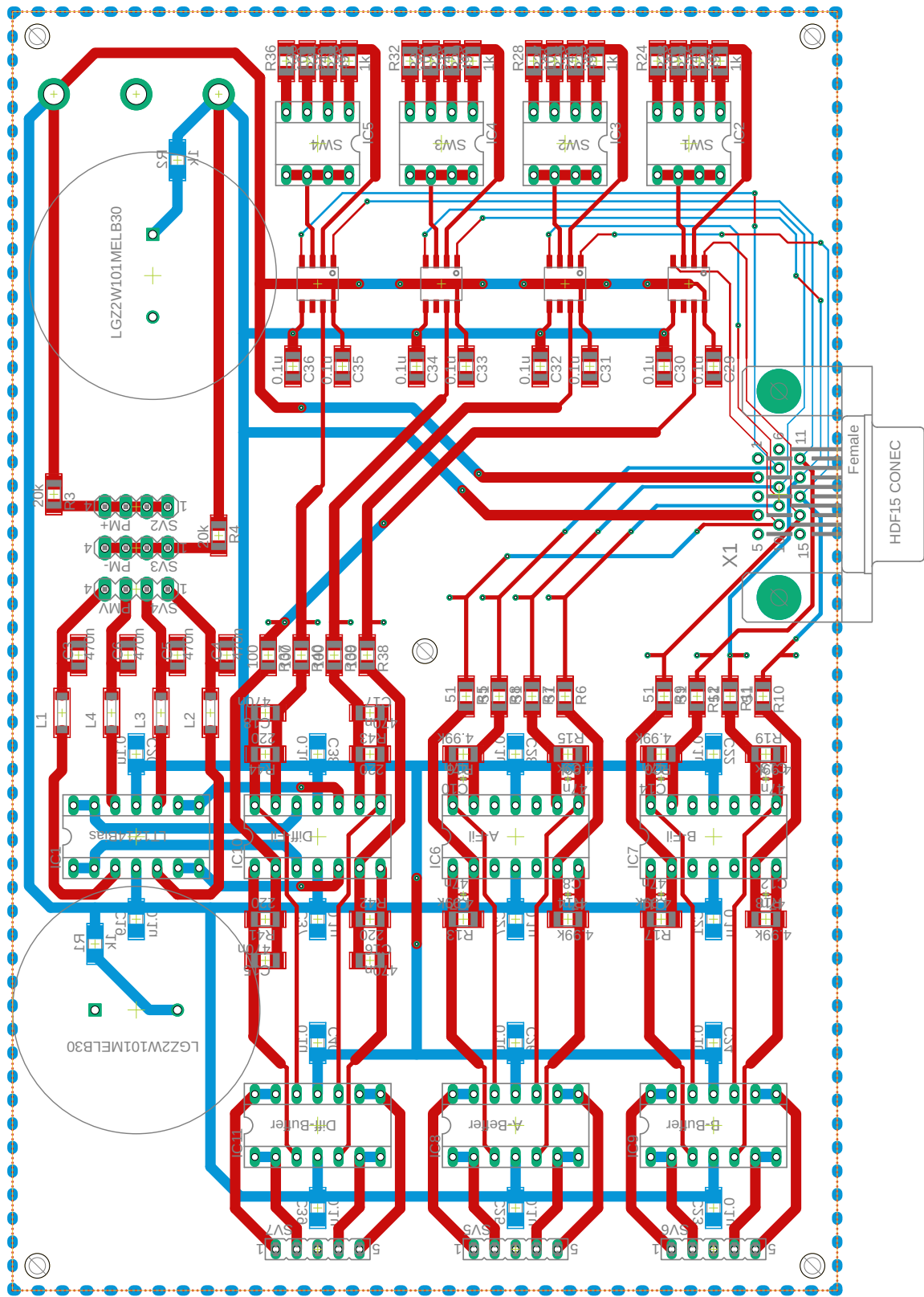
## BAPのプリント基板設計時の回路図及び基板配線

以下にBAPの受光部モジュールの回路図と基板配線を示す。

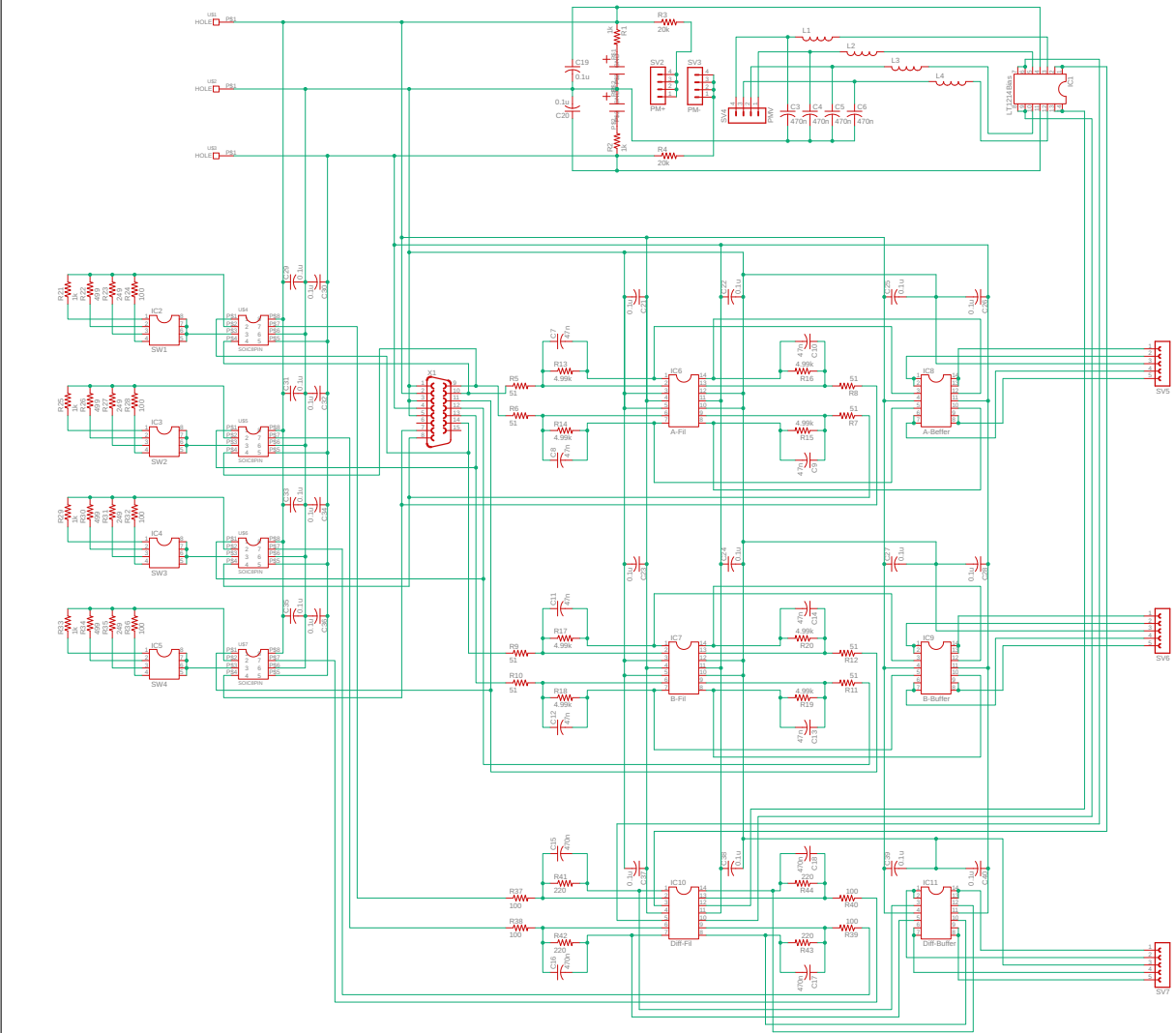




以下に BAP の出力部モジュールの回路図と基板配線を示す.







## ヘルムホルツコイルの数値計算に用いたコード

本論文における数値計算は MATLAB で実行している。それぞれの条件における数値計算は変数が異なる場合や変数が for 文で逐次インクリメントやデクリメントされて処理されている場合もある。すべてのコードを添付すると煩雑であるため、以下に示すコードはその一例であることに留意されたい。

```
.....

mkdir pictureIc;
rmdir('pictureIc','s')
mkdir pictureIc;
clear
clf

strpath = ".%pictureIc";
pathname = strpath;

%initialization
pointpp = 1;
icpoint = 201;%odd
idpoint = 1;%odd
turnspoint = 1;
widthpoint = 1;
countern = 1;
outputdata = zeros(icpoint*idpoint*turnspoint*widthpoint*pointpp,14);
outputtext = {'Matlab の中心の結果, T', '近似式, T', '近似式との単純誤差, %', ...
    '-4mm の点, T', '+4mm の点, T', '中心 8mm 間の勾配, T/m', ...
    '一つの円あたりの plot 数', '単位長さ当たりの巻き数, /m', ...
    'R, mm', 'point', 'Ic, A', 'Id, A', 'turns', 'width, m'};

% for point = 1:1:201
point = 100*pointpp+1;

% dia = 0.3*10^-3;
dia = 0;
% layer = 0;
% analayer = 11;
R = 50*10^-3;
d = R/2;%ヘルムホルツの距離的条件を拘束
% d = 2*25*10^-3;
% thick1 = 3*10^-3; %thickness of frame
% for widthpp = 1:1:widthpoint
```

```
widthpp = 10;
width = widthpp*1e-3;
% width = 10*10^-3;
outputroundness = zeros(33,1);
% for turns = 1:1:turnspoint
turns = 5;
N = turns/width;

thick1 = 0;
mu0 = 4*pi*1e-7;

q3scalse = 10;
scalefactor1 = 1.2;
scalefactor2 = 3;
scalefactor3 = 1;

t1 = -width/2-d:width/point:width/2-d;%負側
x1 = t1;
y1 = -(R+thick1+dia/2)*sin(N*2*pi*t1);
z1 = (R+thick1+dia/2)*cos(N*2*pi*t1);

dl1 = zeros(1,3,point);
dlx1 = zeros(1,point);
dly1 = zeros(1,point);
dlz1 = zeros(1,point);
ZZ1 = zeros(1,3,point);
X1 = zeros(1,point);
Y1 = zeros(1,point);
Z1 = zeros(1,point);

t2 = -width/2+d:width/point:width/2+d;%正側
x2 = t2;
y2 = -(R+thick1+dia/2)*sin(N*2*pi*t2);
z2 = (R+thick1+dia/2)*cos(N*2*pi*t2);

dl2 = zeros(1,3,point);
dlx2 = zeros(1,point);
dly2 = zeros(1,point);
dlz2 = zeros(1,point);
ZZ2 = zeros(1,3,point);
X2 = zeros(1,point);
```

```
Y2 = zeros(1,point);
Z2 = zeros(1,point);

%-----coil frame plot-----
fp1 = plot3(x1,y1,z1,'.-');
hold on
fp2 = plot3(x2,y2,z2,'.-');

fp1.Color = [0.95 0.6940 0.5];
fp2.Color = [0.95 0.6940 0.5];

grid on
pbaspect([1 1 1]);
xlabel('X, m','FontSize',12,'FontName','TimesNewRoman');
ylabel('Y, m','FontSize',12,'FontName','TimesNewRoman');
zlabel('Z, m','FontSize',12,'FontName','TimesNewRoman');
xticks(-2*2*d:20*10^-3:2*2*d);
yticks(-2*2*d:20*10^-3:2*2*d);
zticks(-2*2*d:20*10^-3:2*2*d);
xtickangle(90);
ytickangle(90);

view(40,20)

xlim([-scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3)]);
ylim([-scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3)]);
zlim([-scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3)]);

str = "coilframe(" + point + ', turns='+turns+'width='+widthpp+"mm).png";
saveas(gcf,fullfile(pathname,str));

pause (0.1)

% clf
%-----reset plot-----

%-----current elements plot-----

for a1=1:length(x1)-1%element definition
    dl1(:,a1) = [x1(a1+1)-x1(a1) y1(a1+1)-y1(a1) z1(a1+1)-z1(a1)];
    dlx1(1,a1) = x1(a1+1)-x1(a1);
    dly1(1,a1) = y1(a1+1)-y1(a1);
```

```

dlz1(1,a1) = z1(a1+1)-z1(a1);
ZZ1 = [x1(a1) y1(a1) z1(a1)];
X1(1,a1) = x1(a1);
Y1(1,a1) = y1(a1);
Z1(1,a1) = z1(a1);
q1 = quiver3(X1,Y1,Z1,dlx1,dly1,dlz1);
q1.Color = [1 0 0];
hold on
end

for a2=1:length(x2)-1%element definition
dl2(:, :, a2) = [x2(a2+1)-x2(a2) y2(a2+1)-y2(a2) z2(a2+1)-z2(a2)];
dlx2(1,a2) = x2(a2+1)-x2(a2);
dly2(1,a2) = y2(a2+1)-y1(a2);
dlz2(1,a2) = z2(a2+1)-z1(a2);
ZZ2 = [x2(a2) y2(a2) z2(a2)];
X2(1,a2) = x2(a2);
Y2(1,a2) = y2(a2);
Z2(1,a2) = z2(a2);
q2 = quiver3(X2,Y2,Z2,dlx2,dly2,dlz2);
q2.Color = [1 0 0];
hold on
end

grid on
pbaspect([1 1 1]);
xlabel('X, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
ylabel('Y, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
zlabel('Z, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
xticks(-2*2*d:20*10^-3:2*2*d);
yticks(-2*2*d:20*10^-3:2*2*d);
zticks(-2*2*d:20*10^-3:2*2*d);
xtickangle(90);
ytickangle(90);

xlim([-scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3)]);
ylim([-scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3)]);
zlim([-scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor1*(2*d+thick1+10^-3)]);

view(90,0)
str = "error(" + point + ', turns='+turns+'width='+widthpp+"mm).png";
saveas(gcf,fullfile(pathname,str));

```

```

clf

%-----magnetic flux density cal & plot-----

RX = -0.1:0.2/(point-1):0.1;
RXplot = -0.1:0.2/(point-1):0.1;
RY = -0.1:0.2/(point-1):0.1;
RYplot = -0.1:0.2/(point-1):0.1;
RZ = -0.1:0.2/(point-1):0.1;

[RX,RY,RZ]= meshgrid(RX,RY,RZ);

for ic=0:icpoint-1
% for id=0:idpoint-1
Ic = ic-((icpoint-1)/2);
% Id = id-((idpoint-1)/2);

% Ic = 1;
Id = 0;
I1 = Ic+Id/2;
I2 = Ic-Id/2;

BX = zeros(point,point,point);
BY = zeros(point,point,point);
BZ = zeros(point,point,point);

for b1 = 1:1:point%biot-savart law, 各座標の xyz 成分の計算
Bx1 = (10^-7)*I1*(((RX-X1(b1)).^2+(RY-Y1(b1)).^2+(RZ-Z1(b1)).^2).^(-3/2))...
.*(dly1(b1)*(RZ-Z1(b1))-dlz1(b1)*(RY-Y1(b1)));
By1 = (10^-7)*I1*(((RX-X1(b1)).^2+(RY-Y1(b1)).^2+(RZ-Z1(b1)).^2).^(-3/2))...
.*(dlz1(b1)*(RX-X1(b1))-dlx1(b1)*(RZ-Z1(b1)));
Bz1 = (10^-7)*I1*(((RX-X1(b1)).^2+(RY-Y1(b1)).^2+(RZ-Z1(b1)).^2).^(-3/2))...
.*(dlx1(b1)*(RY-Y1(b1))-dly1(b1)*(RX-X1(b1)));

Bx2 = (10^-7)*I2*(((RX-X2(b1)).^2+(RY-Y2(b1)).^2+(RZ-Z2(b1)).^2).^(-3/2))...
.*(dly2(b1)*(RZ-Z2(b1))-dlz1(b1)*(RY-Y2(b1)));
By2 = (10^-7)*I2*(((RX-X2(b1)).^2+(RY-Y2(b1)).^2+(RZ-Z2(b1)).^2).^(-3/2))...
.*(dlz2(b1)*(RX-X2(b1))-dlx1(b1)*(RZ-Z2(b1)));
Bz2 = (10^-7)*I2*(((RX-X2(b1)).^2+(RY-Y2(b1)).^2+(RZ-Z2(b1)).^2).^(-3/2))...
.*(dlx2(b1)*(RY-Y2(b1))-dly1(b1)*(RX-X2(b1)));

BX = BX + Bx1 +Bx2;

```

```

BY = BY + By1+ By2;
BZ = BZ + Bz1+ Bz2;

b1
end

%-----slice data-----

% BX = BX(:,:, (1+point)/2).^2+BY(:,:, (1+point)/2).^2+BZ(:,:, (1+point)/2).^2;
% Z=0 平面での値の絶対値
BXZO = BX(:,:, (1+point)/2);%ここで行列が入れ替わる
surf(RX(:,:, (1+point)/2),RY(:,:, (1+point)/2),BXZO,EdgeColor="interp",FaceLighting="flat");

MagneticField1 = ((4/5)^(3/2))*(mu0*turns*Ic/R);
Magneticfield2 = mu0*(turns/width)*Ic;

outputdata(countern,1) = BXZO((1+point)/2, (1+point)/2);%Matlab の結果
outputdata(countern,2) = MagneticField1;%近似式
outputdata(countern,3) = ((MagneticField1-BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))...
    /MagneticField1)*100;%近似式との単純誤差 (%)
outputdata(countern,4) = BXZO((1+point)/2-((point-1)/50), (1+point)/2);%-4mm の点
outputdata(countern,5) = BXZO((1+point)/2+((point-1)/50), (1+point)/2);%+4mm の点
outputdata(countern,6) = (BXZO((1+point)/2+((point-1)/50), (1+point)/2)...
    -BXZO((1+point)/2-((point-1)/50), (1+point)/2))/8e-3;%中心 8mm 間の勾配
outputdata(countern,7) = point/turns;%一つの円につき何点でプロットするか
outputdata(countern,8) = turns/width;%単位長さ当たりの巻き数
outputdata(countern,9) = R;
outputdata(countern,10) = point;
outputdata(countern,11) = Ic;
outputdata(countern,12) = Id;
outputdata(countern,13) = turns;
outputdata(countern,14) = width;
countern = countern +1;

c = colorbar;
c.Label.String = 'Magnetic Flux Density, T';
c.Label.FontSize = 14;
c.Label.FontName = 'TimesNewRoman';
caxis([-2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))-1e-12 2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))+1e-12]);

title('Z = 0 m', 'FontSize',16, 'FontName', 'TimesNewRoman');

```

```

xlabel('X, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
ylabel('Y, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
zlabel('ÿit{B}_{ÿrm{x}}, ÿrm{T}', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');

xtickangle(90);
xticks(-2*2*d:10*10^-3:2*2*d);

xlim([-scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3)]);
ylim([-scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3)]);
zlim([-2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))-1e-12 2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))+1e-12]);
pbaspect([1 1 1])

view(2)

pause(1)
str = "BXZO(" + point + ", @Ic="+Ic+", Id="+Id+', turns='+turns+'width='+widthpp+"mm).png";
saveas(gcf, fullfile(pathname, str));

%-----X=0 の軸上の Bx の強度
plot(RXplot, BX((1+point)/2, :, (1+point)/2))
plot(RXplot, BXZO((1+point)/2, :))
grid on;
title('Y = 0 m, Z = 0 m', 'FontSize', 16, 'FontName', 'TimesNewRoman');

xlabel('X, m', 'FontSize', 12);
ylabel('ÿit{B}_{ÿrm{x}}, ÿrm{T}', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');

xlim([-scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3)]);
if abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2)) < 1e-6
    ylim([-5e-3 5e-3]);
else
    ylim([-2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))-1e-12 2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))+1e-12]);
end

str = "BXZO_X(" + point + ", @Ic="+Ic+", Id="+Id+', turns='+turns+'width='+widthpp+"mm).png";
saveas(gcf, fullfile(pathname, str));

%-----Y=0 の軸上の Bx の強度
plot(RYplot, BXZO(:, (1+point)/2))
grid on;
title('X = 0 m, Z = 0 m', 'FontSize', 16, 'FontName', 'TimesNewRoman');

```



```

xlabel('Y, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
ylabel('∇it{B}_{∇rm{x}}, ∇rm{T}', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');

xlim([-scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3) scalefactor3*(2*d+thick1+10^-3)]);
if abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2)) < 1e-6
    ylim([-1e-6 1e-6]);
else
    ylim([-2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))-1e-12 2*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))+1e-12]);
end

str = "BXZO_Y(" + point + ", @Ic="+Ic+", Id="+Id+', turns='+turns+'width='+widthhpp+"mm).png";
saveas(gcf, fullfile(pathname, str));

%-----
surfnorm(RX(:, :, (1+point)/2), RY(:, :, (1+point)/2), BXZO);

title('Gradient of ∇it{B}_{∇rm{x}}', 'FontSize', 16, 'FontName', 'TimesNewRoman');
xlabel('X, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
ylabel('Y, m', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');
zlabel('B, T', 'FontSize', 12, 'FontName', 'TimesNewRoman');

xtickangle(90);
xticks(-2*2*d:10*10^-3:2*2*d);

view(2)
xlim([-2*d+thick1+10^-3 2*d+thick1+10^-3]);
ylim([-2*d+thick1+10^-3 2*d+thick1+10^-3]);
zlim([-10*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))-1e-12 10*abs(BXZO((1+point)/2, (1+point)/2))+1e-12]);

pbaspect([1 1 1])
grid on
str = "gradB(" + point + ", @Ic="+Ic+", Id="+Id+', turns='+turns+'width='+widthhpp+"mm).png";
saveas(gcf, fullfile(pathname, str));

hold off

% end%Id
end%Ic
% end%turns
% end%widthhpp

output = struct;
output.data = outputdata;

```

```
output.textdata = outputtext;  
writematrix(outputdata,fullfile(pathname,'output.csv'));
```

---