

# ランダム充填体の統計的性質と バルーン焼結体のマクロ熱伝導率\* (再検討)

田口 功<sup>\*1</sup>, 倉茂道夫<sup>\*2</sup>

## Statistical Properties of Random Packing and Macroscopic Thermal Conductivity of Sintered Balloons (Re-examination)

Isao TAGUCHI<sup>\*3</sup> and Michio KURASHIGE

<sup>\*3</sup> Graduate School of Engineering, Iwate University,  
4-3-5 Ueda, Morioka-shi, Iwate, 020-8551 Japan

This paper simulates the macroscopic thermal conductivities of randomly-packed, sintered balloons for various degrees of sintering and for a wide range of the balloon diameter ratio. Although this problem was already studied by Ono et al., we found some errors in their paper, including a critical one. Thus, we re-examine the same theme and correct all errors. Furthermore, we extend its contents and discuss the results in more detail. For practical purposes, we present all the macroscopic conductivities in terms of a simple expression of two balloon's geometrical parameters. "Specific" macroscopic thermal conductivities (i.e., those per weight) are precisely estimated and found to have a peak when the balloons have the diameter ratio larger than approximately 0.8.

**Key Words**: Simulation, Balloon, Thermal Conductivity, Random Packing, Anisotropy

### 1. 緒 言

粒子焼結体や発泡材などの多孔質体は、材料の内部に空げきを含む微視的で不均質な組織・構造を有しており、その存在がすぐれた特性や機能を発現し、様々なものに応用されている。これらの材料は、空げき部分の性質により、Closed-cell と Open-cell に分けることができる<sup>(1)</sup>。

Closed-cell は空げき部分が完全に連結している固体部分により囲まれており、高い剛性・強度をもち、高いエネルギー吸収性を生かして、軽量骨材、断熱材、防音・防振材などへ適用されている。それに対し、Open-cell は Closed-cell に対し、剛性や強度の点で劣るが、空げき部分が完全に連結しており、多孔質体内の流体の流れが可能であるために、触媒の担体などへ適用されている。また、Closed-cell は内部に有する欠陥などのために、実際の性質は理論よりもかなり低く、

Open-cell とほとんど変わらないなどの問題を抱えている<sup>(2),(3)</sup>。

近年、セラミックス・バルーンや金属バルーンの焼結体を生産することが可能になってきている<sup>(4)</sup>。バルーン焼結体は、Closed-cell と Open-cell の両方の空げきの特性を含み、超軽量で耐熱性が良くしかも比剛性・比強度の大きい多機能性材料として、従来にはない、新たなカテゴリーの材料として期待されている<sup>(5)-(8)</sup>。

これらの材料の機能は、内部の不均質なマイクロ構造に密接に関係している。マイクロな構造とマクロな物性の関係を理解して初めて、多孔質体の材料設計が可能となる。そのために、バルーン焼結体のマクロ物性値のシミュレーション技術を確立する必要がある。

小野ら<sup>(9)</sup>は、Kurashige ら<sup>(10)</sup>や Kato ら<sup>(11)</sup>が、球状粒子焼結体の弾性定数を評価するために提案した“計算機中での構造モデルの構築”・“マイクロ要素の特性評価”・“計算機内での材料試験”という3段階からなるシミュレーション手法をバルーン焼結体に適用した。そこで、充填構造の統計的性質の評価を行い、Kato ら<sup>(11)</sup>が発見したマイクロな構造の異方性を再確認し、結晶化の度合いを表すパラメータを用いて、充填体のランダム性について定量的に解析した。さらに、バルーン

\* 原稿受付 2006年4月13日。

<sup>\*1</sup> 正員、岩手大学大学院工学研究科(〒020-8551 盛岡市上田4-3-5)。

<sup>\*2</sup> 正員、岩手大学工学部。

E-mail: isao\_taguchi@pref.aomori.lg.jp

粒子焼結体の材料設計を視野に入れ、バルーン粒子焼結体のマクロな熱伝導率の評価を行った。

しかし、その論文<sup>9)</sup>の中には、論文の主要な結果であるにもかかわらず、マクロな熱伝導率の結果に間違いがあることがわかった。

そこで、本研究では、小野ら<sup>9)</sup>と同様なバルーン粒子焼結体の熱伝導率の問題を扱い、すべての結果に対し再検討を行い、間違いを訂正する。

さらに、実際に製造されているバルーン<sup>6)</sup>の肉厚を考慮し、小野ら<sup>9)</sup>が計算した範囲より、さらに薄い場合を詳細に評価した。そして、中実球を含む広い範囲にわたって、実際の材料設計において有用なマクロ熱伝導率を予測する評価式を導出した。また、単位質量あたりのマクロ熱伝導率を計算し、バルーン焼結体の持つ特徴について議論する。

## 2. シミュレーションの手順

まず、粒子焼結体の微視構造を明らかにするために、球状粒子ランダム充填シミュレーションを行い、微視構造の形状モデルを作成する。この形状モデルに基づき、従来よく用いられていた空げき率や配位数などの統計的性質について検討する。

次に、結合している粒子の隣接する2個（バルーン粒子ペア）を取りだし、それを熱抵抗体とみなす。このバルーン粒子ペアの両端に温度差を与え、有限要素法により熱抵抗を計算する。

最後に、球状粒子ランダム充填シミュレーションによって構築されたランダム充填体の形状モデルを、先ほど算定した熱抵抗体を有するランダムネットワークと見なし、そのネットワークの両端に温度差を与え、定常状態における節点温度を求める。最終的に、節点温度から得られるネットワーク全体の平均温度勾配と断面の熱流量から、マクロな熱伝導率を決定する。

## 3. ランダム充填構造モデルの作成

**3.1 運動方程式** 三次元球状粒子充填体の構造モデルを得るために、重力落下によるランダムパッキングの計算機シミュレーションを行う。

計算機上に仮想の箱を定義し、直径  $D$  の球状粒子に見立てた球体を乱数により決定したある座標  $(x, y)$  から、1 個ずつ自由落下させて充填する方法を用いる。ここで、鉛直方向を  $z$  軸にとる。計算の簡単化のため、落下する球状粒子には、粒子間に働く弾性ばね力と重力のみが作用し、粒子の慣性、摩擦、回転および付着は考えない。加速度の項を無視すると、粒子の運動方程式は、次のように表すことができる。

$$c \frac{dx}{dt} = \sum k \Delta d - mgk \quad \text{.....(1)}$$

ここで、 $x$  は粒子中心の位置ベクトル、 $\Delta d$  は接触粒子へのこみ量ベクトル、 $k$  は鉛直方向の単位ベクトルである。 $c$ 、 $k$ 、 $m$ 、 $g$  はそれぞれ、粘性抵抗係数、接触粒子間のバネ定数、粒子の質量、重力加速度である。 $\sum$  は、全接触点の数にわたる和を表す。

ここで、粒子直径  $D$  を用いて、以下のように無次元化を行う。 $X = x/D$ 、 $\Delta D = \Delta d/D$ 、 $T = mgt/(cD)$ 、 $K = Dk/(mg)$ 。これらの無次元数を用いると、式(1)は以下のように書くことができる。

$$\frac{dX}{dT} + \sum K \Delta D - k = 0 \quad \text{.....(2)}$$

この三元連立一階微分方程式を解くために、Runge-Kutta-Gill 法を用いる。時間刻み  $\Delta T$  ごとの粒子の中心座標を求め、 $\Delta T$  間の移動距離がある微小値より小さければその粒子は停止したものと見なし、新たな粒子を落下させる。また、いったん静止した粒子は、他の粒子に衝突されても動かないものとする。時間刻み  $\Delta T$ 、微小値  $\varepsilon$  およびばね定数  $K$  は、小野ら<sup>9)</sup> が与えた値と同様に、 $\Delta T = 0.001$ 、 $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-7}$  および  $K = 1.0 \times 10^3$  とした。

**3.2 シミュレーションの方法** 直径  $D$  の等径球を  $0 \leq x \leq B$ 、 $0 \leq y \leq B$ 、 $0 \leq z \leq H$  ( $B < H$ ) の仮想箱の中に落下させ、 $H = B$  の立方体の充填体に対して解析を行う。ここで、充填体のサイズは  $B/D = 20$  とし、発生する乱数を変え、全部で 10 通りのサンプルを作成した。

仮想箱の壁面の影響を除去するために、 $X$  方向、 $Y$  方向ともに周期的境界条件を適用し、床面の影響を除去するために、乱数による床面の上げ下げを行った。乱数の発生には、Whichmann and Hill<sup>(12)</sup> によるアルゴリズムを用いた。

## 4. ランダム充填体の統計的性質

**4.1 空げき率** 前節の方法で生成された、ランダム充填体の 10 サンプルの平均空げき率は、0.417 であった。また、その標準偏差は 0.00065 であり、ばらつきは、十分小さいと判断できる。

この結果をもとに、本研究で採用した充填シミュレーションの方法と作成した形状モデルの妥当性を考える。

球状粒子のランダム充填体は、密なランダム充填体、疎なランダム充填体および非常に疎なランダム充填体の3つの種類に分類することができる<sup>(13)(14)</sup>。密なランダム充填体は、粒子を入れた容器を十分に加振し、可

能な限り密な充填状態を実現するもので、その空げき率はおよそ 0.36 である。疎なランダム充填体は、容器に粒子を一度に投入し、タッピングを行うことで得られ、その空げき率は、0.41~0.44 である。最も疎なランダム充填は、例えば、流動床の下から空気などを吹き上げることで粒子を浮かせ、次第に流速を減少させることで粒子を落ち着かせる方法などで生成される充填で、空げき率は 0.44~0.47 程度となる。

本研究の方法は、粒子を 1 個ずつ投入しているの、いくつかの粒子がブリッジを形成し、大きな空げきを形成することはない。また、実際の粒子焼結体の製造過程においては、多数の粒子を同時に投入するが、容器を数回タッピングして、ブリッジによる大きな空げき部分をなくす操作を行ったのち焼結を行う。

よって、本研究で用いたシミュレーション法により作成された球状粒子充填体の構造モデルは、実際の充填状態をよく再現していると考えられる。

**4・2 配位数** ランダム充填体内の球状粒子 1 個当たりの、他の粒子との接触点数を配位数と呼ぶ。粒子充填体の場合、電流や熱などが接触点を通じて伝達される。したがって、配位数を求めることは、充填体のマクロな物性を知るのに重要である。

充填体内の粒子を安定させるためには、ある程度の支持点すなわち配位数が必要となり、その数は最低でも 4、最大値は 12 である。規則充填の場合、配位数は全粒子に対し一定となる。例えば、単純立方格子は 6、体心立方格子は 8、面心立方格子は 12 である。これに対し、ランダム充填の場合、配位数は 4~12 の間に分布し、その分布のピークは 6 になること、配位数の平

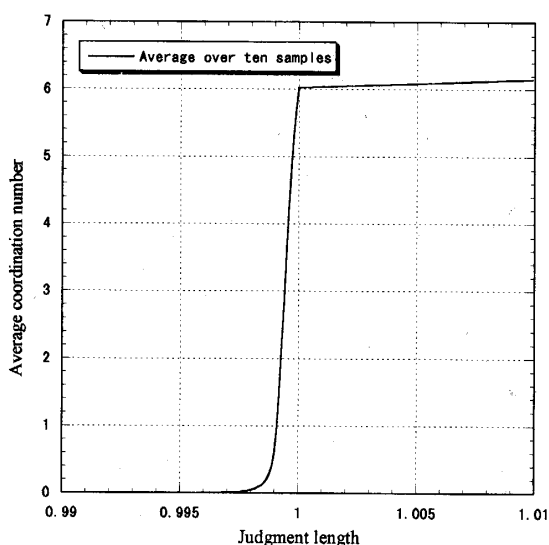


Fig. 1 Average coordination number versus judgment length

均値はおよそ 6 であることが知られている<sup>(15)</sup>。

ランダム充填体の 10 サンプルの平均配位数は、6.019 であった。また、その標準偏差は 0.0019 であり、空げき率と同様に、ばらつきは十分小さいと判断できる。同じアルゴリズムを用いた、小野ら<sup>(9)</sup>の結果は、5.983 であったが、充填体の上・下面に存在する球の接触点の判定法に間違いがあった。よって、本アルゴリズムにより生成した充填体の配位数は、6.019 に訂正する。

ここまでは、接触している粒子ペアの中心を結ぶ線分 (以後、ブランチと呼ぶ) の長さが粒子の直径  $D$  より短ければ、粒子が接触していると判定した。本研究のように、時間刻み  $\Delta T$  間の移動距離がある微小値より小さければその粒子は停止したものと見なす判定法を用いると、時間刻み  $\Delta T$  の取り方により、粒子が大きく重なり合ったり、その逆に、固定していると判定しているにもかかわらず、わずかに離れて接触していない粒子が存在する場合がある。そこで、接触判定の基準を  $0.99D$  から  $1.01D$  まで変化させて、平均配位数を計算した。図 1 に 10 サンプルに対して平均した結果を示す。図 1 より、 $0.997D$  付近から、粒子の接触が現れ、 $0.999D$  から  $1.0D$  にかけて急激に増加している。このことは、最小なブランチの長さが、 $0.997D$  程度で、ほとんどが、 $0.999D$  から  $1.0D$  の間にあることがわかる。接触判定からばらつきが小さく、精度のよい形状モデルと言える。

さらに、配位数と空げき率の関係を考えてみる。本研究により生成したランダム充填体の配位数は 6.019 であり、単純立方格子の 6 とほぼ等しい。それに対し、空げき率は、本研究のランダム充填体が 0.417 であるのに対し、単純立方格子は 0.476 で大きく異なっている。その理由は、次のように考えることが出来る。単純立方格子の充填は、不安定な状態にある。即ち、上の層の球が下の層の真上に乗っており、上の層の微小な横へのずれによりエネルギー的により安定な状態が得られる。この状態は、上の層が少し沈み込むので、空げき率が小さくなるが、配位数はあまり変化しないと考えられる。本研究のランダム充填は安定な充填であり、このような状態に近く、空げき率はかなり小さいが、配位数は立方格子に近いと考えられる。

本研究で作成したランダム充填体は、空げき率が 0.417 であるので、同一の配位数の中では密の方に分類され、先ほどの“疎なランダム充填体”の中でも比較的密の方に分類される。本研究では、ブリッジの形成を許さない逐次落下のシミュレーション法を用いていることから、空げき率が比較的密の方向に分類されることは妥当な結果であろう。

**4・3 重力の影響** Kato ら<sup>(11)</sup>と小野ら<sup>(9)</sup>は、ブランチの方位分布を調べた。その結果、水平方向面内の方位分布は、すべてのサンプルについて一様であるにもかかわらず、Z 軸（鉛直）方向は X-Y 面内と充填構造が異なることを発見した。この結果は、ミクロな構造とマクロな特性を結びつける重要な結果であるので、簡潔に説明する。

垂直軸から測った天頂角を 9 分割（区間幅 10°）し、その区間におけるブランチの頻度分布を調べた。すなわち、真上に接触している場合が 0°、真横に接触している場合が 90° となる。その結果、50° 方向が、約 18% で最も大きく、垂直および水平方向は、5% 程度で小さな値を示し、分布は一様でないことがわかった。さらに、その頻度分布を偶関数として、半区間展開で 4 項近似し、最小二乗法により係数を決定すると、頻度分布は次のように表すことができる。

$$F(\theta) = \sum_{m=0}^3 a_m \cos 2m\theta \quad \dots\dots(3)$$

$$a_0 = 11.11, a_1 = -1.49, a_2 = -6.11, a_3 = 1.40$$

これより、そのピークの方法は、50.9° であることがわかった。立方格子の対角線を垂直軸に一致させれば、この場合のブランチの方位は、

$$\theta = \text{Cos}^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 54.7^\circ \quad \dots\dots(4)$$

となり、本研究のランダム充填は、この意味でも（配位数と同様に）立方格子の充填状態に近いと言える。

この結果、本研究により作成した充填体は、充填時に重力の影響を受け、ブランチの天頂角分布において偏りが存在することがわかった。通常、完全にランダムな充填体であるなら、ブランチの方位分布は一様になるはずであるので、この偏りを一種の規則性とみることもできる。

**5. バルーン焼結体のマクロ熱伝導率の評価**

ランダム充填シミュレーションにより構築された形状モデルをバルーンを中心間を結ぶ熱抵抗体のランダムネットワークと考える。この熱抵抗は有限要素法により算出する。そして、このネットワークの両端に温度差を与え、定常状態における温度分布（節点温度）と断面の熱流量から、バルーン焼結体のマクロ熱伝導率を求める。

**5・1 ペア粒子焼結体の解析モデル** ランダム充填体の中のバルーン粒子ペアを取り出し、焼結バルーンペアの熱抵抗の逆数比  $K/K_0$  を有限要素解析により

求める。ここで、 $K$  は焼結バルーンペアの熱抵抗の逆数値、 $K_0$  は円柱の熱抵抗の逆数値である。

バルーン粒子の直径  $D$ 、中空部の直径  $d$  を有するペア粒子焼結体の解析モデルを図 2 に示す。バルーンを焼結した場合、粒子同士が接触した部分にはネックが生じ、焼結時間と共にネック部は成長する。しかし、本研究では、このネック部を図中の斜線で示した領域の付加体積を新たに設けることで表現し、ネック部の成長は、焼結の度合いを表すパラメーター  $\Theta$ （以後、焼結角度と呼ぶ）を変化させることで模擬する。この焼結粒子ペアの解析モデルは、液架橋の付着のモデルにも用いられ、セルフ・コンシステントモデル等の複合材モデル<sup>(15),(16)</sup>よりはるかに実際の形状に近いと考えられる。

ネック部の付加体積は、焼結角度  $\Theta$  の関数として、次のように表すことができる。

$$V_{add} = \frac{\pi}{4} \left( \frac{1 - \cos \Theta}{\cos \Theta} \right)^2 \left\{ 1 - \left( \frac{\pi}{2} - \Theta \right) \tan \Theta \right\} \times D^3 \quad \dots\dots(5)$$

**5・2 ペア粒子の有限要素解析** 図 2 に示す円柱座標系で、三次元熱伝導を考える。マクロな伝導率を独立・線形の熱抵抗体のネットワークモデルを用いて決定するため、焼結バルーン対の熱移動は、母材部分の熱伝導のみで起こるものと仮定し、焼結体中の空げき部分での熱伝導、熱対流移動およびふく射熱は直接考慮することができないために無視する。しかし、空げき部分が気体で満たされている場合、母材の熱伝導が支配的であるので、よい近似を示すと考える。また、付加体積部の熱伝導係数は、母材の値と同様とする。

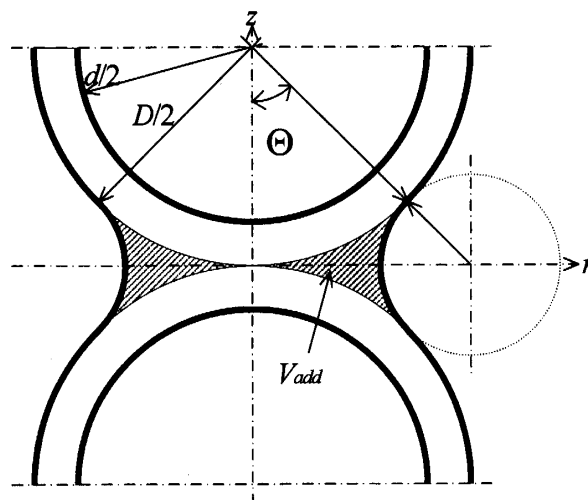


Fig. 2 Geometry of “sintered” (mass-added) and “hollow” hemispheres

境界条件は、バルーン対の上下端  $z = \pm D/2$  に、温度  $T = \pm \Delta T_0/2$  を与え、その他の表面は、 $\partial T/\partial n = 0$  (断熱) とする。ここで、 $n$  は外向き法線である。

解析対象が軸対象問題として扱うことができるので、要素分割は軸を含む回転断面上のみで行い、要素形状は、三角形断面を持つ軸対象リング要素を用いた。要素はバルーンの内外径比およびネック部の大きさに応じて変化させ、最小で 2640 節点、4949 要素、バルーン壁が薄い場合に最大で 9980 節点、18545 要素とした。

有限要素解析の結果、熱抵抗比は、焼結角度が小さい場合をのぞき、焼結角度の変化に対して、ほぼ直線的に変化する。焼結角度が小さいときは、熱抵抗比が焼結の度合いに非常に敏感であり、熱抵抗比が急激に変化する。よって、点接触から、わずかな接触面積の増加が、急激な熱流量の増加をもたらすことがわかる。

**5・3 熱抵抗のランダムネットワーク**

バルーン粒子のランダム充填体を、粒子の中心間を結ぶ熱抵抗体のネットワークと考える。

まず、対象としている構造系の個々のブランチの剛性マトリックスを求める。次にそれらを全体の系について重ね合わせることでネットワーク全体の剛性マトリックスを構成する。

境界条件は、向き合う片方の端面が  $T = 0$ 、もう片方の面が  $T = T_0$  になるように、端面から  $D/2$  だけ内側にある節点に比例的に与え、そのほかの面は、断熱とする。さらに、Kirchhoff の定理 (定常状態の場合、ネットワーク内部の節点では、熱流量の総和がゼロになる) を適用し、節点温度と熱流量に関する連立一次方

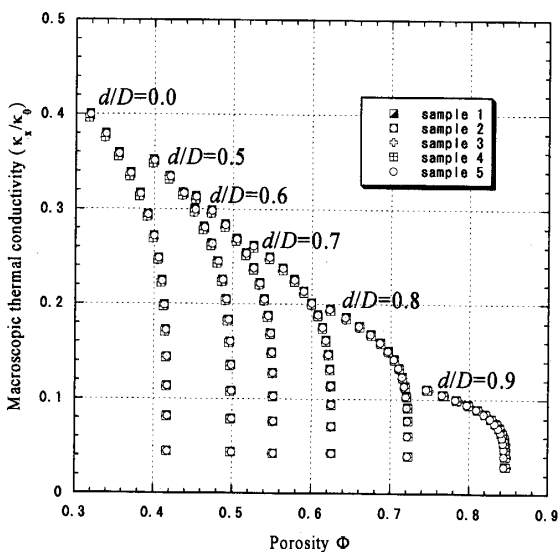


Fig. 3 Macroscopic thermal conductivity along X axis for the first five samples

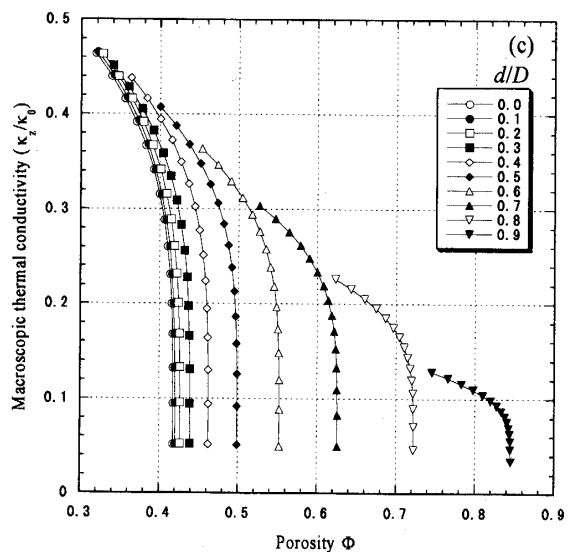
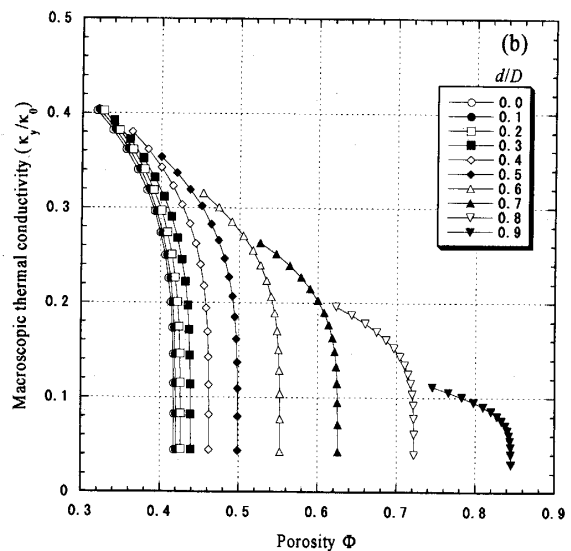
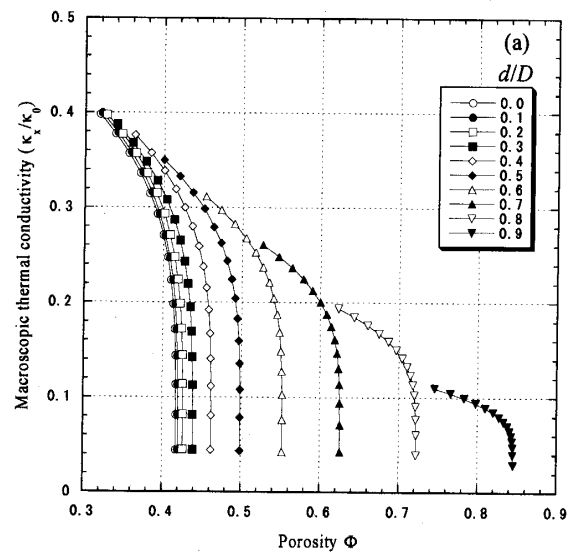


Fig. 4 Macroscopic thermal conductivity along the X, Y and Z axes, (top, middle and bottom, respectively)

程式を得る。

最終的に、構造系全体の節点温度を求め、節点温度から得られるネットワーク全体の平均温度勾配と断面の熱流量から、マクロ熱伝導率を得ることができる。

## 6. 結果および考察

### 6.1 バルーン焼結体のマクロ熱伝導率 (訂正)

はじめに、小野ら<sup>9)</sup>に示されている図の訂正箇所を明らかにする。小野ら<sup>9)</sup>の報告の中で、マクロ熱伝導率に関する図(図8および図9)は、空げき率の計算に間違いがある。よって、小野ら<sup>9)</sup>の図8および図9をそれぞれ、本論文の図3および図4に訂正し、新しい結果を示すとともに、再考察を行う。

**6.2 バルーン焼結体のマクロ熱伝導率** 図3に、5 サンプルの  $X$  方向のマクロ熱伝導率 (内外径比  $d/D=0.0, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8$  および  $0.9$ ) を示す。ここで、縦軸は、バルーンのマクロ熱伝導率  $\kappa$  を材料固有の熱伝導率  $\kappa_0$  によって無次元化おり、横軸は、焼結を考慮した空げき率  $\Phi$  で、ランダム充填体の有効領域内の全ての粒子の体積 (もちろん、バルーン内部の空洞の存在を考慮する) と図2に示した付加体積を考慮したものである。また、それぞれの内外径比において、焼結角度を、 $3^\circ$  から  $45^\circ$  まで、 $3^\circ$  刻みで変化させた。同一の内外径比において、各マーカーが刻みの変化に対応し、付加体積角が大きくなるに従って、空げき率は小さくなる。

まず、内外径比の違いによるマクロ熱伝導率の変化を考える。内外径比が大きくなれば、空げき率が大きくなるので右方向にシフトし、マクロ熱伝導率は下がる。内外径比  $d/D < 0.5$  の比較的厚いバルーンを焼結

した場合、マクロ熱伝導率はほとんど変化がないが、内外径比が  $0.5$  を超えるバルーンを焼結した場合のマクロ熱伝導率は、急激に低下することがわかる。

つぎに、焼結の度合いがマクロ熱伝導率に及ぼす影響に着目する。焼結の度合いが小さくなるにつれて、バルーンペアが点接触に近づき、熱抵抗が増加するので、マクロ熱伝導率が下がる。焼結の度合いが小さい場合、バルーンの直径に対し、ネック部が非常に細いので、マクロ熱伝導率は、ネックの断面積に支配される。よって、中実球と内外径比が  $0.9$  のバルーンを比較すると、焼結の度合いが大きいときは、バルーンのマクロ熱伝導率は中実球の  $1/4$  になっているが、焼結の度合いが小さい場合は、マクロ熱伝導率の違いがほとんどないことがわかる。

また、図3より、マクロ熱伝導率のサンプル間による違いはほとんどない。したがってこれ以降、サンプル1のみの結果を示し、議論を進めて行く。

図4は内外径比を  $d/D=0.0$  から  $0.9$  まで、 $0.1$  刻みで変化させた場合の  $X$  (図4a)、 $Y$  (図4b) および  $Z$  (図4c) 方向のマクロ熱伝導率を示している。水平面内の  $X$  方向と  $Y$  方向のマクロ熱伝導率を比較すると違いがほとんどない。それに対し、 $Z$  方向のマクロ熱伝導率は、どの内外径比に対しても、 $20\%$  程度高く、垂直異方性の特性を有していることがわかる。このことは、ブランチの天頂角分布における構造の偏りが、マクロ熱伝導率の異方性を引き起こしていることを示している。

シミュレーションの結果から、マクロ熱伝導率  $\kappa_x$ 、 $\kappa_z$  を評価できる式を内外径比  $d/D$  と焼結角度  $\Theta$  を用いて導出した。

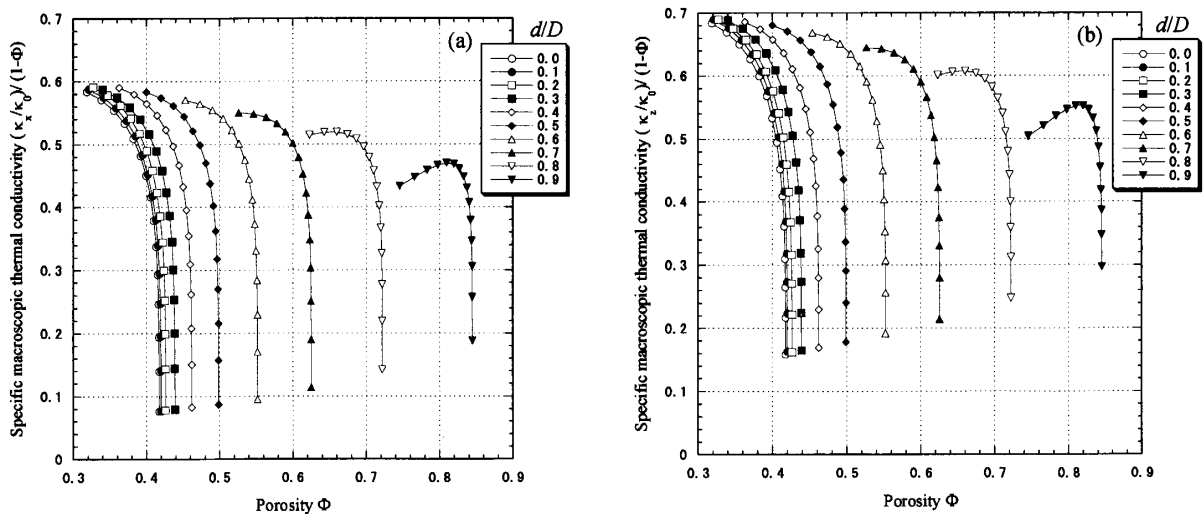


Fig. 5 Specific macroscopic thermal conductivity along the  $X$  and  $Z$  axes, (left and right, respectively)

$$\frac{\kappa_x}{\kappa_0} = \left( 1.19 \times 10^{-2} + 8.27 \times 10^{-3} \left( \frac{d}{D} \right) - 1.74 \times 10^{-2} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right) \Theta + \left( -7.66 \times 10^{-5} - 9.7 \times 10^{-5} \left( \frac{d}{D} \right) + 1.24 \times 10^{-4} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right) \Theta^2 \quad \text{.....(6)}$$

$$\frac{\kappa_z}{\kappa_0} = \left( 1.39 \times 10^{-2} + 9.64 \times 10^{-3} \left( \frac{d}{D} \right) - 2.03 \times 10^{-2} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right) \Theta + \left( -8.93 \times 10^{-5} - 1.13 \times 10^{-4} \left( \frac{d}{D} \right) + 1.44 \times 10^{-4} \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right) \Theta^2 \quad \text{.....(7)}$$

ここで、式(6)、(7)は、 $0.0 \leq d/D \leq 0.9$ 、 $3^\circ \leq \Theta \leq 45^\circ$  の範囲で、内外径比の範囲が広いが、相対誤差は 8%以内で評価することが可能である。

さらに、バルーン壁が薄い場合を詳細に計算した。傾向が同じであったので、グラフは示さず、評価式のみを示す。

$$\frac{\kappa_x}{\kappa_0} = \left( 2.36 \times 10^{-1} + 2.88 \times 10^{-2} \Theta - 1.92 \times 10^{-4} \Theta^2 \right) \left( \frac{d}{D} \right) + \left( -2.3 \times 10^{-1} - 2.91 \times 10^{-2} \Theta + 2.01 \times 10^{-4} \Theta^2 \right) \left( \frac{d}{D} \right)^2 \quad \text{.....(8)}$$

$$\frac{\kappa_z}{\kappa_0} = \left( 2.75 \times 10^{-1} + 3.35 \times 10^{-2} \Theta - 2.24 \times 10^{-4} \Theta^2 \right) \left( \frac{d}{D} \right) + \left( -2.68 \times 10^{-1} - 3.39 \times 10^{-2} \Theta + 2.34 \times 10^{-4} \Theta^2 \right) \left( \frac{d}{D} \right)^2 \quad \text{.....(9)}$$

式(8)、(9)は、 $0.9 \leq d/D \leq 0.95$ 、 $3^\circ \leq \Theta \leq 45^\circ$  の範囲で、相対誤差は 2%以内で近似することができた。ただし、 $d/D$  と  $\Theta$  が入れ替わっているの、注意していただきたい。

Feng<sup>(18)</sup>らは、空げき率が等しいが、セルの直径が異なる Closed-foam のサンプルに関して、マクロな電気伝導率を測定した。その結果、サンプル間に違いは見られず、マクロな電気伝導率は、セルのサイズにはほとんど影響を受けないと結論づけた。しかし、図3において、たとえば、空げき率が0.62付近に着目すると、焼結角度が比較的大きいときは、 $d/D=0.7$  と  $0.8$  のマクロ熱伝導率は、 $\kappa_x/\kappa_0 \approx 0.2$  でほとんど違いがない。しかし、 $d/D=0.7$  の焼結体の焼結角度を小さくして、点接触に近づけると空げき率はほとんど変化しないが、マクロ熱伝導率は急激に低下することがわかる。よって、バルーン粒子焼結体の場合、空げき率のみで、マクロな熱伝導率の評価を行うのは不適當であり、内外径比(材料)と焼結角度(焼結の方法)の両方に依存することがわかる。

6.3 単位質量あたりのマクロ熱伝導率

緒言で述べたように、バルーン焼結体の特徴は、単位質量あたりの特性が優れていることである。よって、単位質量あたりのマクロ熱伝導率(比マクロ熱伝導率)を計算する。比マクロ熱伝導率は、マクロ熱伝導率をその有効密度(1-Φ)でわることによって得られる。

図5に内外径比を  $d/D=0.0$  から  $0.9$  まで、 $0.1$  刻みで変化させた場合の X (図5a)、Z (図5b) 方向の比マクロ熱伝導率を示す。Y 方向の結果は、X 方向の結

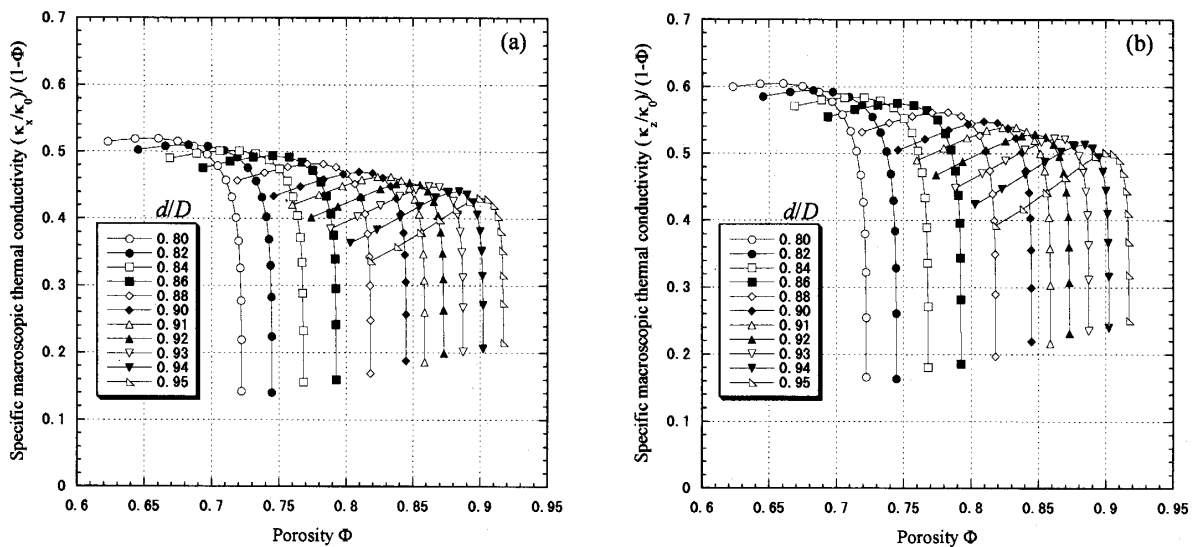


Fig. 6 Specific macroscopic thermal conductivity along the X and Z axes for the range from  $d/D=0.8$  to  $0.95$ , (left and right, respectively)

果と同じであったので省略する。図5と図4を比較すると、有効密度が1より小さいので、図5の比マクロ熱伝導率は、図4のマクロ熱伝導率より相対的に高くなる。そして、内外径比が大きく焼結の度合いが小さいほど有効密度が小さいので、より高くなっている。特に、焼結の度合いが小さい場合は、このことが顕著に表れている。

内外径比が0.8以上では、比マクロ熱伝導率が空げき率の増加に対し、単調に減少せずにピークを持っている。そこで、 $d/D > 0.8$ の場合を詳細に計算し、図6に示す。内外径比が0.8の場合、焼結角度が約 $40^\circ$ の時にピークが現れているが、0.95では約 $25^\circ$ でピークが現れており、ピークが現れる焼結角度は、内外径比が大きいほど小さい。また、内外径比が大きいほど鋭いピークを示している。

以上のことをバルーン粒子の外径の断面積から内径(中空部)の断面積を引いた断面積をバルーンの有効断面積と定義し、物理的意味を考える。中実球の場合、球の断面積に対してネック部の断面積が相対的に非常に小さいので、マクロな伝導率はネック部の断面積に支配され、ネックの成長とともに増加する。しかし、薄いバルーンの場合、ネック部の断面積がバルーンの有効断面積よりも大きくなることもある。この場合、ネック部の成長は、マクロな熱伝導率の増加には寄与せず、質量を増加させるだけであるので、比マクロ熱伝導率はある焼結角度をピークに減少する。よって、バルーンが薄いほど、バルーンの有効断面積が小さいので、小さい焼結角度でピークを示し、その後、急激に減少(鋭いピーク)する結果は妥当であろう。したがって、材料設計の際には、本研究での結果をもとに、最適な焼結条件を選択する必要がある。

## 7. 結 言

計算機中への構造モデルの構築・マイクロ要素の特性評価・計算機内での材料試験という3段階からなるシミュレーション手法を用いて、小野ら<sup>9)</sup>と同様なバルーン粒子焼結体のマクロ熱伝導率の評価を行い、すべての結果に対し再検討を行い、間違いを訂正した。その上で、新たに得られた知見を以下にまとめる。

(1) 内外径比と焼結角度を用いて、実際の材料設計において有用なマクロ熱伝導率を予測する評価式を導出し、バルーン焼結体の場合、空げき率のみでマクロ熱伝導率を評価することが不適当であることを示した。

(2) 内外径比が0.8以上では、比マクロ熱伝導率が空げき率の変化に対し、ピークを持ち、内外径比が大きいほど小さい焼結角度でピークが現れ、鋭いピーク

を示すことがわかった。また、バルーンの有効断面積とネックの断面積の関係より、比マクロ熱伝導率がピークを持つ結果の物理的意味を説明することができた。

## 文 献

- (1) Gibson, L.J. and Ashby, M.F., *Cellular Solids: Structure and Properties*, Second Edition, (1997), Cambridge University Press, Cambridge.
- (2) Simone, A.E. and Gibson, L.J., Effects of Solid Distribution on the Stiffness and Strength of Metallic Foams, *Acta Materialia*, Vol. 46 (1998), pp. 2139-2150.
- (3) Andrews, E. et al., Compressive and Tensile Behavior of Aluminum Foams, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 270 (1999), pp. 113-124.
- (4) Norris, B. and Gojny, F.J., Hollow Metal Sphere Filled Stabilized Skin Structures and Method of Making, *United States Patent*, No. 4925740, 15 May (1990).
- (5) Andersen, O. et al., Novel Metallic Hollow Sphere Structure, *Advanced Engineering Materials*, Vol. 2-4 (2000) pp. 192-195.
- (6) Sanders, W.S. and Gibson, L.J., Mechanics of Hollow Sphere Foams, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 347 (2003), pp. 70-85.
- (7) Gasser, S. et al., Uniaxial Tensile Elastic Properties of a Regular Stacking of Brazed Hollow Spheres, *Scripta Materialia*, Vol. 48 (2003), pp. 1617-1623.
- (8) Queheillalt, D.T. et al., Ultrasonic characterization of cellular metal structures, *Materials Science and Engineering A*, Vol. 323 (2002), pp. 138-147.
- (9) Ono, K. et al., Statistical Properties of Equal-Sized Sphere Random Packing and Conductivity of Sintered Balloons, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 70, No.689 (2004), pp. 126-133.
- (10) Kurashige, M. et al., Simulated Effective Elastic Moduli and Wave Velocities in Water-Saturated Sintered Glass-Beads, *Acta Mechanica*, Vol. 132 (1999), pp. 177-194.
- (11) Kato, H. et al., Anisotropy in Packing Structure and Elasticity of Sintering Spherical Particles, *JSME International Journal, Series A*, Vol. 45-4 (2002), pp. 585-595.
- (12) Wichmann, B.A. and Hill, I.D., An Efficient and Portable Pseudo-Random Number Generator, *Royal Statistical Society*, Algorithm as 183 (1982), pp. 188-190.
- (13) Haughey, D.P. and Beveridge, G.S.G., Structural Properties of Packed Beds, *The Canadian Journal of Chemical engineering*, Vol. 47 (1969) pp. 130-140.
- (14) Tory, E.M. et al., Simulated Random Packing of Equal Sphere, *The Canadian Journal of Chemical engineering*, Vol. 51 (1973), pp. 484-493.
- (15) Nolan, G.T. and Kavanagh, P.E., Computer Simulation of Random Packing of Hard Spheres, *Powder Technology*, Vol. 72 (1992), pp. 149-155.
- (16) Hill, R., Self-Consistent Mechanics of Composite Materials, *Journal Mech. Phys. Solids*, Vol. 13 (1965), pp. 213-222.
- (17) Taya, M. and Arsenault, R.J., *Metal Matrix Composite*, (1989), pp. 197-198, Pergamon Press.
- (18) Feng, Y. et al., The Microstructure and Electrical Conductivity of Aluminum Alloy Foams, *Materials Chemistry and Physics*, Vol. 78 (2002), pp. 196-201