

## 論文

## Li-Lavin-Le Master 型高速ハフ変換による欠損だ円の検出

正 員 渡辺 孝志<sup>†</sup>      非会員 木村 彰男<sup>†</sup>  
 非会員 丹波 澄雄<sup>†</sup>      正 員 横山 隆三<sup>†</sup>

## Detection of Broken Ellipses by Li-Lavin-Le Master's Fast Hough Transform

Takashi WATANABE<sup>†</sup>, *Member*, Akio KIMURA<sup>†</sup>, Sumio TANBA<sup>†</sup>, *Nonmembers*  
 and Ryuhzou YOKOYAMA<sup>†</sup>, *Member*

あらまし 本研究では、雑音や隠ぺい等によって輪郭線が大幅に欠損しているだ円図形の検出問題を取り扱う。従来提案されているだ円検出法のほとんどは、この種のだ円に適用することが困難である。本論文では、先に Li らが提案した、高速ハフ変換 (FHT) を利用した新しいだ円検出法を提案している。提案手法は、FHT をベースとして、そのままでは 5 次元となってしまう投票空間を組合せハフ変換的考えなどを取り入れて 2 次元化し、これに階層化画像、分割画像、だ円度判定、最小 2 乗法、探索方向の制限、などを取り入れて構成されている。評価実験では良好な検出結果が得られた。

キーワード 欠損だ円、高速ハフ変換、組合せハフ変換、階層化画像、最小 2 乗法

## 1. ま え が き

多くの画像認識問題において、認識の初期段階で入力画像から直線、円、だ円等の基本図形を検出することが必要になる。これまで、画像からこれら基本図形を検出する手法としては、主としてハフ変換が利用されてきた<sup>(1),(2)</sup>。特に、直線検出のためのハフ変換は既に実用化レベルに達しており、多くの分野で利用されている。しかし、ハフ変換の原理を直線以外の基本図形にそのまま適用しようとする、かなりのメモリ量と処理時間を必要とし、問題も多い。このような場合には、対象図形の幾何学的性質を利用して探索すべきパラメータ空間を制限し、処理の高速化を図るといった工夫が求められる。

本研究ではだ円の検出問題を取り扱う。従来、ハフ変換を利用しただ円検出法としてはいくつかの方法が提案されているが<sup>(3)~(7)</sup>、雑音や隠ぺい等によって輪郭線が大幅に欠損しているだ円パターンに適用できるものは少ない。筆者らの知る限り、渡辺らの方法<sup>(6)</sup>がこ

の種のだ円検出に適用可能な唯一の方法であるが、この場合も処理時間や検出精度に関してまだ十分といえる状況にはない。従って、欠損だ円の検出に関してはまだまださまざまな方法が検討されるべきものと考え、

Li ら<sup>(8)</sup>は、先に、高速ハフ変換 (FHT)\* と称する  $k$ -木探索を利用したハフ変換の高速化手法を提案した。彼らは FHT を直線検出問題のみに適用しただけであるが、FHT では投票軌跡が  $k$  次元空間の超平面に拡張されており、これを利用することでだ円検出問題に適用可能となる。

本論文では、FHT を用いた新しいだ円検出法を提案する。提案手法は FHT をベースとして、これに組合せハフ変換、階層化画像、分割画像、だ円度判定、最小 2 乗法、探索方向の制限、などを取り入れて構成されている。本手法は品質のかなり劣化した欠損だ円の検出に適用でき、評価実験の結果も良好であったので、以下にその内容を報告する。

<sup>†</sup> 岩手大学工学部情報工学科, 盛岡市  
 Faculty of Engineering, Iwate University, Morioka-shi, 020 Japan

\* FHT は必ずしもこのタイプに限定される訳ではないので、正しくは Li らの FHT と呼ぶべきであろうが、以下では単に FHT と呼ぶ。

## 2. 高速ハフ変換 (FHT) の原理

高速ハフ変換 (FHT) の概略を以下に説明するが、詳細は文献(8)を参照されたい。

FHT では、投票空間としての  $k$  次元パラメータ空間を反復的に超立方体の集合に分割していき、この集合をネストした超立方体の階層構造として  $k$ -木 ( $2^k$  進木) で表現する。すなわち、 $k$ -木における各節点は一つの超立方体を各次元で 2 分割して得られる  $2^k$  個の子節点 (部分超立方体) をもつ。節点の深さがパラメータの分解能を表す指標となる。

今、投票空間の点を  $(X_1, \dots, X_k)$  で、画像中の特徴点の集合を  $\{F_j\}$  で表す。各特徴点  $F_j$  で定まる投票軌跡としては、次のような超平面 (以下、 $H_j$  で表す)

$$a_{0j} + \sum_{i=1}^k a_{ij} X_i = 0 \quad (1)$$

で与えられるもののみを考える。ここで、 $\{a_{ij}\}$  は  $F_j$  で決まる超平面  $H_j$  の係数であり、次の正規化式を満たすものとする。

$$\sum_{i=1}^k a_{ij}^2 = 1 \quad (2)$$

投票はこれらの超平面  $\{H_j\}$  と交差する超立方体 (節点) に投票値 1 を加算することで行う。しきい値 TH を超える投票数をもつ節点を更に子節点に展開して、再びこれらの子節点のみを対象として投票操作を繰り返す。こうして所望の深さまで達した節点があれば、それを検出対象の候補パラメータとする。その様子を  $k=2$  の場合について図 1 に示す (この場合、超立方体は正方形に、超平面は直線となる)。

超平面と超立方体の高速な交差判定としては、対象とする超立方体に外接する超球を考え、この超球との交差判定を代用して用いる。すなわち、超球の半径を

$r$ , 超立方体の中心と超平面  $H_j$  との距離を  $d_j$  で表すと、交差判定条件は

$$d_j \leq r \quad (3)$$

となる。 $d_j$  を超立方体の辺の長さ  $S_j$  で割った値  $R_j$  (以下、正規化距離という) を用いると、これは

$$R_j^{(0)} = a_{0j}/S^{(0)} + 2^{-1} \sum_{i=1}^k a_{ij} \quad (4)$$

$$R_j^{(l)} = 2R_j^{(l-1)} + 2^{-1} \sum_{i=1}^k a_{ij} b_i \quad (5)$$

という漸化式で表せる。但し、 $R_j^{(l)}$  は  $k$ -木の深さレベル  $l$  における超立方体 (節点) の中心座標  $(C_1^{(l)}, \dots, C_k^{(l)})$  と超平面  $H_j$  との正規化距離であり、 $S^{(0)}$  はレベル 0 での超立方体 (ルート節点) の 1 辺の長さである。また、 $b_i$  ( $i=1, \dots, k$ ) は子節点と親節点との関係を示す変数であり、注目超立方体の中心座標成分  $C_i^{(l)}$  がその親超立方体の中心座標成分  $C_i^{(l-1)}$  よりも小さいときに  $-1$ 、逆のときに  $+1$  の 2 値をとる。このとき、注目超立方体 (節点) での交差判定は

$$|R_j^{(l)}| \leq \sqrt{k}/2 \quad (6)$$

で与えられる。

〈FHT アルゴリズム〉

(手順 1) 探索すべき投票空間全体を 1 辺の長さ  $S^{(0)}$  の超立方体とし、これを  $k$ -木のルート節点 ( $l=0$ ) に対応させる。次に、画像中の各特徴点  $F_j$  に対して超平面の係数  $\{a_{ij}\}$  を求め、式(4)、式(6)を用いてルート節点と超平面  $H_j$  との交差判定を行う。ルート節点を展開節点リストに登録する。

(手順 2) 展開節点リストの先頭から節点を一つ取り出す。リストが空のときは手順 5 に行く。

(手順 3) 取り出した節点の深さレベル  $l$  が所望のレベル DEPTH であれば、その節点を解候補リストに登録し、手順 2 に戻る。そうでなければ、次に進む。

(手順 4) 取り出した節点を各次元方向に 2 分割して  $2^k$  個の子節点を得る (節点の展開)。各子節点に対して、式(5)、式(6)を用いて超平面  $\{H_j\}$  との交差判定を行い、投票値を加算していく (その際、高速化のために親節点と交差した超平面に対してのみ交差判定を行う)。  $2^k$  の子節点の中で、投票数がしきい値 TH 以上のものを展開節点リストに登録して、手順 2 に戻る。

(手順 5) 解候補リストに登録された節点のうち、投票数の大きいものから検出パラメータを求め、それを解とする。 (手順完)

上記アルゴリズムにおいて、展開節点リストへの節点の登録順序には種々のものが考えられるが、投票数

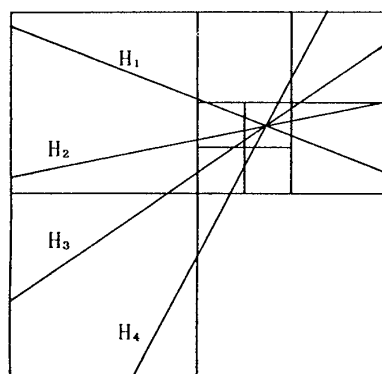


図 1 FHT での投票過程 ( $k=2$  の場合)

Fig. 1 Voting process in FHT for the case of  $k=2$ .

の大きい順とする縦型探索が標準的な方式である。

### 3. FHT を用いただ円検出法

#### 3.1 5次元 FHT によるだ円検出

直交座標系ではだ円を含む2次曲線の方程式は

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0 \quad (7)$$

と表せる。入力画像を2値画像とし、特徴点としてエッジ点 $(x, y)$ を考えると式(7)は超平面となり、前章に述べたFHTが適用できる。従って、原理的には、FHTを適用して得られる係数 $\{a, h, b, g, f, c\}$ からだ円パラメータを算出すればよい。しかし、このままでは探索する投票空間が5次元となるので(だ円の場合は $a=1$ とおける)、処理時間と所要メモリ量の点で実際には実行不可能である。そこで、次元を減らすための工夫が必要となる。

#### 3.2 3次元 FHT によるだ円検出

今、画像中にだ円を一つ考え、 $(x, y)$ 座標系でその中心座標を $(x_c, y_c)$ 、半径(長径と短径)を $\alpha, \beta$ 、傾きの角度を $\theta$ とする。 $(x, y)$ 座標系に対して、原点を $(x_c, y_c)$ に平行移動し、次に角度 $\theta$ の回転を加えた新しい $(X, Y)$ 座標系を考える。この変換は

$$\begin{cases} x = X \cos \theta - Y \sin \theta + x_c \\ y = X \sin \theta + Y \cos \theta + y_c \end{cases} \quad (8)$$

である。 $(X, Y)$ 座標系において、このだ円は標準形

$$X^2/\alpha^2 + Y^2/\beta^2 = 1 \quad (9)$$

で表せる。式(8)を $X, Y$ について解き、これを式(9)に代入して、その結果を式(7)と比較すると、

$$\begin{cases} a = \beta^2 \cos^2 \theta + \alpha^2 \sin^2 \theta \\ h = (\beta^2 - \alpha^2) \sin \theta \cos \theta \\ b = \beta^2 \sin^2 \theta + \alpha^2 \cos^2 \theta \\ g = -(\alpha^2 \sin^2 \theta + \beta^2 \cos^2 \theta) x_c \\ \quad + (\alpha^2 - \beta^2) y_c \sin \theta \cos \theta \\ f = -(\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta) y_c \\ \quad + (\alpha^2 - \beta^2) x_c \sin \theta \cos \theta \\ c = \beta^2 (x_c \cos \theta + y_c \sin \theta)^2 \\ \quad + \alpha^2 (x_c \sin \theta - y_c \cos \theta)^2 - \alpha^2 \beta^2 \end{cases} \quad (10)$$

を得る。これから、 $(\alpha, \beta, \theta)$ を与えると $\{a, h, b\}$ は定数となるので、FHTで求めるべきパラメータは $\{g, f, c\}$ の3次元で済むことがわかる。

次に、投票空間を立方体で表すために、 $g, f, c$ の探索範囲を同一区間 $[0, S_0]$ に設定する(ここでは、 $S_0=1$ とする)。式(7)を変形して、

$$ax^2 + 2hxy + by^2 - 2g_0x - 2f_0y - c_0 + 2x\Delta g(g+g_0)/\Delta g + 2y\Delta f(f+f_0)/\Delta f$$

$$+ \Delta c(c+c_0)/\Delta c = 0 \quad (11)$$

とし、更に $\gamma(>0)$ を

$$\gamma^2 = (2x\Delta g)^2 + (2y\Delta f)^2 + (\Delta c)^2 \quad (12)$$

で定めて、新たに

$$\begin{cases} a_0 = (ax^2 + 2hxy + by^2 - 2g_0x - 2f_0y - c_0)/\gamma \\ a_1 = 2x\Delta g/\gamma \\ a_2 = 2y\Delta f/\gamma \\ a_3 = \Delta c/\gamma \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} X_1 = (g+g_0)/\Delta g \\ X_2 = (f+f_0)/\Delta f \\ X_3 = (c+c_0)/\Delta c \end{cases} \quad (14)$$

と置けば、式(11)は

$$a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i X_i = 0 \quad \left( \sum_{i=1}^3 a_i^2 = 1 \right) \quad (15)$$

となり、投票軌跡としての平面方程式が得られる。 $X_i \in [0, 1]$ とするための $\{g_0, f_0, c_0\}$ と $\{\Delta g, \Delta f, \Delta c\}$ は、検出対象となるだ円の中心座標 $(x_c, y_c)$ の存在範囲を $0 \leq x_c \leq x_{\max}$ ,  $0 \leq y_c \leq y_{\max}$ とすると、式(10)から次のように定めることができる( $\alpha \geq \beta$ の場合で示すが、 $\alpha < \beta$ の場合も同様である)<sup>†</sup>。

$$\begin{cases} g_0 = (\alpha^2 \sin^2 \theta + \beta^2 \cos^2 \theta) x_{\max} \\ f_0 = (\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta) y_{\max} \\ c_0 = \alpha^2 \beta^2 \end{cases} \quad (16)$$

$$\begin{cases} \Delta g = (\alpha^2 \sin^2 \theta + \beta^2 \cos^2 \theta) x_{\max} \\ \quad + (\alpha^2 - \beta^2) y_{\max} \sin \theta \cos \theta \\ \Delta f = (\alpha^2 \cos^2 \theta + \beta^2 \sin^2 \theta) y_{\max} \\ \quad + (\alpha^2 - \beta^2) x_{\max} \sin \theta \cos \theta \\ \Delta c = \beta^2 (x_{\max} \cos \theta + y_{\max} \sin \theta)^2 \\ \quad + \alpha^2 (x_{\max}^2 \sin^2 \theta + y_{\max}^2 \cos^2 \theta) \end{cases} \quad (17)$$

となる。

以上から、3次元投票空間でのだ円検出が可能となる。すなわち、画像中のエッジ点 $\{F_j = (x_j, y_j)\}$ と式(13)から定まる係数 $\{a_i\}$ を用いてFHTを適用し、それから得られる $\{X_i\}$ と式(14)を用いて、 $g, f, c$ は

$$\begin{cases} g = X_1 \Delta g - g_0 \\ f = X_2 \Delta f - f_0 \\ c = X_3 \Delta c - c_0 \end{cases} \quad (18)$$

と求まる。一方、 $\{a, h, b\}$ は $(\alpha, \beta, \theta)$ と式(10)から定まるので、これでだ円方程式(7)の全係数が確定して、だ円の中心座標 $(x_c, y_c)$ が次式

<sup>†</sup> 導出には、 $0 \leq \theta \leq \pi/2$ より $\sin \theta$ と $\cos \theta$ が非負となることを用いられよい。

表1 3次元FHTによるだ円検出精度  
( $x_c=54$ ,  $y_c=53$ ,  $\alpha=25$ ,  $\beta=15$ ,  $\theta=0^\circ$ の場合)

投票値	中心座標 ( $x_c, y_c$ )	( $\alpha, \beta, \theta$ )
98	(54.074, 53.082)	(25, 15, 0)
98	(53.082, 54.074)	(25, 15, 0)
98	(52.090, 53.082)	(25, 15, 0)
...	...	...

$$\begin{cases} x_c = (hf - bg) / (ab - h^2) \\ y_c = (hg - af) / (ab - h^2) \end{cases} \quad (19)$$

で求まる。

なお、任意形状のだ円を検出するためには、( $\alpha, \beta, \theta$ )を適当な増分  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\beta$ ,  $\Delta\theta$  で変化させながら3次元FHTを適用し、その中の最大投票数を与える( $\alpha, \beta, \theta$ )を求めていく、という手順が必要となる。また、所望の分解能レベルを示すDEPTHは、式(17)の導出経過から、 $x_{\max} = y_{\max} = 2^n - 1$  (画素)であれば、 $\text{DEPTH} = n$ としてよい(ここで、式(19)には $c$ が含まれないことに注意されたい)。

### 3.3 3次元FHTの評価実験

前述の3次元FHTによるだ円検出法に対して、予備の評価実験を行った。実験では、 $128 \times 128$ 画素の画像中にだ円を一つ人工的に生成し検出を試みた。生成しただ円は、( $x_c, y_c$ )=(54,53),  $\alpha=25$ ,  $\beta=15$ ,  $\theta=0^\circ$ で、その輪郭画素数が98で、輪郭点はとびとびに不連続である。また、簡単のために( $\alpha, \beta, \theta$ )の探索範囲を粗くし、 $15 \leq \alpha$ ,  $\beta \leq 30$ ,  $\Delta\alpha = \Delta\beta = 5$ ,  $0^\circ \leq \theta < 90^\circ$ ,  $\Delta\theta = 20^\circ$ ,  $\text{DEPTH} = 7$ ,  $\text{TH} = 98$ とした。検出結果を表1に示す。これから、次のような問題点のあることが判明した。

(1) ピーク節点が多数発生し、正確なパラメータ決定が困難である。

実験では最大投票数98をもつ解候補が946個も発生し(表1にはそのうちの3個のみを示した)、そのうち、4捨五入で正解( $x_c, y_c$ )=(54,53)を与えたものは一つだけであった。このことは、近似解が多数発生して、必ずしも正解が得られないことを示している。その原因の一つは、式(17)から明らかなように、 $\Delta c$ が $\Delta g$ と $\Delta f$ に比べてかなり大きいので、投票空間における $c$ 軸の分解能が $g$ 軸、 $f$ 軸の分解能と一致しないことにある。もう一つの原因は、外接球について交差判定を行っているために、対象となる立方体と実際には交差していない平面が投票される場合があることである。後者については探索レベルDEPTHを深くすることで対処で

表2 3次元FHTにおけるDEPTH値の違いによるピーク節点数の変化

DEPTH	ピーク節点数	正解数
7	946	1
8	196	6
9	60	17

きるが、逆に、これは後に述べる(4)の問題を新たに発生させてしまう。表2に、DEPTHを変えて行った実験結果を示す。確かに、ピーク節点の個数は減って正解数も増えてはいるが、これだけでは問題の解決にはならないことがわかる。

(2) 処理時間と所要メモリ量がしきい値THに依存して増える。

しきい値THを下げると展開節点リストに登録される節点数が多くなり、その分処理時間がかかる。また、各展開節点において、節点と交差するすべての平面番号 $j$ とその正規化距離 $R_j$ の二つの情報をもつ必要があり、登録節点数が増大するとメモリ量が膨大となる。特に、大きさが異なる複数のだ円を検出する際には、小さいだ円に合わせてTHを下げる必要があり、その対策が求められる。

(3) 処理時間が( $\alpha, \beta, \theta$ )の組合せ数に依存する。

3次元FHTでは( $\alpha, \beta, \theta$ )の組合せ数だけ処理を繰り返す必要があるが、その数が膨大であり、処理時間が掛かる。

(4) 探索レベルを深くすると処理時間が掛かる。

FHTでは、探索レベルが深くなるほど、展開節点数が増加して処理時間が掛かる。また、探索レベルは入力画像の大きさに依存するので、画像が大きいほど処理時間が掛かることになる。

これらの問題に対する対策を次章で述べる。

## 4. だ円検出法の改良

### 4.1 2次元FHTによるだ円検出

最近、直線検出を行う標準的なハフ変換(SHT)を改良した手法として組合せハフ変換(CHT)が提案された<sup>(9)</sup>。直線は2点で定まるので、SHTにおいて二つのエッジ点の投票軌跡は1点で交わる。そこでCHTでは、エッジ点を2点組み合わせることで、投票空間への投票軌跡をこの1点に抑えている。CHTの最大の特徴は、SHTよりもSN比が改善されることにある。すなわち、CHTでは投票空間におけるピーク値が従来型のそれよりも高い値を示し、更にエッジ点の組合せを選ぶこと

で、ピーク点がより検出しやすくなる。そこで、CHTの原理をFHTに適用して、投票空間の次元を2次元に下げ、前章の問題(1)に対処することを考える。

#### 4.1.1 2次元FHTの原理

今、画像中に二つのエッジ点 $(x_1, y_1)$ と $(x_2, y_2)$ を考え、これらが同一だ円上にあると仮定する。2点を式(7)に代入して、辺々を差し引くと

$$a(x_1^2 - x_2^2) + 2h(x_1y_1 - x_2y_2) + b(y_1^2 - y_2^2) + 2g(x_1 - x_2) + 2f(y_1 - y_2) = 0 \quad (20)$$

を得る。この式はパラメータ $c$ を含んでいないので、これを用いれば投票空間は2次元で済む。

そこで、3次元の場合と全く同様に、 $g$ と $f$ で張られる2次元投票空間の正規化を行う。すなわち、

$$\gamma^2 = \{2(x_1 - x_2)\Delta g\}^2 + \{2(y_1 - y_2)\Delta f\}^2 \quad (21)$$

$$\begin{cases} a_0 = \{a(x_1^2 - x_2^2) + 2h(x_1y_1 - x_2y_2) + b(y_1^2 - y_2^2) - 2(x_1 - x_2)g_0 - 2(y_1 - y_2)f_0\} / \gamma \\ a_1 = 2(x_1 - x_2)\Delta g / \gamma \\ a_2 = 2(y_1 - y_2)\Delta f / \gamma \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} X_1 = (g + g_0) / \Delta g \\ X_2 = (f + f_0) / \Delta f \end{cases} \quad (23)$$

とおけば、投票軌跡としての直線方程式

$$a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 = 0 \quad (a_1^2 + a_2^2 = 1) \quad (24)$$

が得られる(以下、この直線を投票直線という)。なお、 $X_i \in [0, 1]$ とするための $\{g_0, f_0\}$ と $\{\Delta g, \Delta f\}$ は式(16)、式(17)と全く同一である。

エッジ点对を特徴点 $F_j$ に選ぶことで、2次元FHTを用いただ円検出が可能である。しかし、 $n$ 個のエッジ点から2点を選ぶ組合せは全部で

$${}_nC_2 = n(n-1)/2 \quad (25)$$

だけであるため、 $n$ が大きくなると投票直線数が膨大となり、処理時間と所要メモリ量の面で実行不可能になってしまう。そこで、これを回避するために、次のような工夫を行う。

##### (1) 画像の分割

入力画像を分割することで、処理対象とするエッジ点数を減らす(これについては後で詳述する)。

##### (2) エッジ点对の組合せ制限

互いに近接しているエッジ点对から得られる情報は精度が低いので、このような対は選ばないことにする(これで投票結果のSN比も改善される)。また、 $(\alpha, \beta, \theta)$ はあらかじめ与えられているので、2点間の距離が $2\alpha$  ( $\alpha \geq \beta$  のとき)以上離れている場合、この2点は同一だ円には属さないことになる。そこで、

$$\beta \leq (2 \text{点間の距離 } d) \leq 2\alpha \quad (26)$$

表3 2次元FHTによるだ円検出精度  
( $x_c=53, y_c=53, \alpha=25, \beta=15, \theta=0^\circ$  の場合)

投票値	中心座標 ( $x_c, y_c$ )	( $\alpha, \beta, \theta$ )
3453	(54.074, 53.082)	(25, 15, 0)
2525	(53.082, 53.082)	(25, 15, 0)
2241	(55.066, 53.082)	(25, 15, 0)
...	...	...

となるエッジ点对のみを投票対象とする。

#### 4.1.2 2次元FHTの評価実験

上述の2次元FHTに対して、予備の評価実験を行った。ここでは、3.3における3次元FHTの評価実験と同じ画像を用いて比較を試みた。実験で用いたパラメータは前と同じであり、画像分割は行っていない。結果を表3に示す(但し、投票数の大きいものから上位三つだけを示した)。表1と比べると、正解が最も高い投票値を示し、そのピーク度もより顕著になっていることが確認できる。また、処理時間が約1/30となったことも確認した。これは、投票空間が2次元になったことで $k$ -木の探索範囲が狭まり、展開節点数が減少したことの反映である。

#### 4.2 分割画像と階層化画像

画像を分割することで、(1)エッジ点の組合せ数が減り、投票直線数が減る、(2)画像サイズが縮小して探索レベルDEPTHが浅く済む、などの効果が期待できる。従って、これにより前章の問題(2)と(4)に対処できる。しかし、画像を分割すると大きいだ円が検出できないので、その対策が必要となる。そこで、本研究では前章の問題(3)を考慮した上で、階層化画像を併用することとした。階層化画像としては、入力2値画像をレベル0の最下位層に、下位層の各 $2 \times 2$ 画素を上位層の1画素とする全部で $p+1$ 階層のピラミッド画像を用いる(画素値としてはいろいろ考えられるが、ここでは単純に論理和を用いる)。階層化画像でのだ円検出手順としては、上位層で大きいだ円を検出し、下位層でより小さいだ円を検出する、ということになる。この場合、 $(\alpha, \beta)$ と $(\Delta\alpha, \Delta\beta)$ も階層的に与えられるので、 $(\alpha, \beta)$ の探索範囲がかなり縮小できる。よって、前章の問題(3)に対処でき、かなりの高速化が期待できる。しかし、パラメータ精度の問題が残るので、その対策を次に述べる。

#### 4.3 だ円度判定と最小2乗法

$k$ 層目の画像を $I_k$ で表し( $0 \leq k \leq p$ )、2次元FHTを画像 $I_k$ に適用して得られる候補だ円のパラメータを

$(x_{ck}, y_{ck}, \alpha_k, \beta_k, \theta_k)$  で表す。  $k \geq 1$  の場合は、  $\theta_k$  を除く他のパラメータを  $2^k$  倍するだけでは精度が悪く、また、実際には存在しないだ円が検出される可能性もある。そこで、候補だ円の評価と精度の改善を行う処置が必要となるが、ここでは、渡辺ら<sup>(6)</sup> が提案している、だ円度判定と最小 2 乗法による方式を採用することとした。処理手順としては、  $2^k$  倍した候補だ円パラメータに対して入力画像  $I_0$  上でだ円度判定を行い、合格した候補だ円について最小 2 乗法を次の形で適用する。すなわち、候補だ円にマッチングした  $I_0$  上のエッジ点集合に対して、最小 2 乗法を用いてだ円方程式 (7) の係数  $\{a, h, b, g, f, c\}$  を求める。そして、これらの係数を用いて、だ円パラメータ  $(x_c, y_c, \alpha, \beta, \theta)$  を求め直す。これを 2 回繰り返して得られるだ円パラメータを最終パラメータとする。だ円度判定はだ円の全体的な整合度に着目した評価方式であり、大きさに関係なく広い範囲の欠損だ円に適用できるという特徴がある (詳細は文献 (6) を参照されたい)。

#### 4.4 探索方向の制限

階層化画像の採用で  $(\alpha, \beta, \theta)$  の組合せ数はかなり削減できるが、それでもまだ多い。  $(\alpha, \beta, \theta)$  のほとんどは解に無関係であり、高速化のためには、早い段階で  $k$ -木探索を打ち切る必要がある。展開節点リストから投票数最大の節点を選ぶ縦型探索方式では、後戻りが多数発生してかなりの数の節点が展開され、処理時間も掛かる。

そこで、後戻りを禁止して、常に最大投票数の子節点に向かって (順方向のみに)  $k$ -木探索を行う方式を採用するものとする。指定値 DEPTH の深さまで到達した場合にはだ円度判定を行い、合格の場合は上述のように最小 2 乗法を用いてパラメータを是正し、不合格の場合は  $k$ -木探索を打ち切って、次の  $(\alpha, \beta, \theta)$  での探索に移るものとする。これによって、展開節点リストには節点の一つ登録されるだけなので、処理時間だけでなく所要メモリ量も激減し、前章の問題 (2) に対処できる。

この方式の問題点は正解を得る保証が必ずしもない点であるが、次の理由で実用上は問題にならないと判断される。すなわち、前述の評価実験に示したように、2 次元 FHT では SN 比が大幅に改善されるので、  $(\alpha, \beta, \theta)$  が解または近似解であれば、解の中心座標  $(x_c, y_c)$  は投票数最大の子節点側に存在する可能性が極めて高い。また、探索解が近似解であっても、だ円度判定と最小 2 乗法の適用によって十分な精度の回復が

期待できる。これらの主張の妥当性を理論的に示すことは困難であるが、後述の評価実験では実際にその妥当性が裏づけされる。

### 5. 改良された 2 次元 FHT アルゴリズム

本章では、前章の改良点を考慮した、2 次元 FHT によるだ円検出アルゴリズムについて述べる。

〈改良だ円検出アルゴリズム〉

(手順 1) 入力画像を第 0 層とし、第  $p$  層までの階層化されたピラミッド画像を生成する。

(手順 2)  $k=p$  とする。

(手順 3) 画像  $I_k$  に対して、次の形で 2 次元 FHT を適用する。

(3.1) 画像を  $L \times L$  画素のブロック画像群  $\{BI(m, n)\}$  に分割する (各ブロック画像  $BI(m, n)$  の座標原点は左上隅とし、  $x_{\max} = y_{\max} = L-1$  とする)。

(3.2) 各  $BI(m, n)$  について、次の処理を行う。

(3.2.1)  $\alpha_{k\min} \leq \alpha_k, \beta_k \leq \alpha_{k\max}, 0^\circ \leq \theta_k < 90^\circ$  の範囲で  $(\alpha_k, \beta_k, \theta_k)$  を増分  $\Delta\alpha_k, \Delta\beta_k, \Delta\theta_k$  で動かし、次の (3.2.7) までの処理を繰り返す。

(3.2.2) 各  $(\alpha_k, \beta_k, \theta_k)$  について  $\{g_0, f_0\}$  と  $\{\Delta g, \Delta f\}$  を式 (16)、式 (17) から算出する。

(3.2.3)  $BI(m, n)$  を上下左右に 50 % 拡大した領域 ( $2L \times 2L$  画素) 内に含まれるエッジ点对で、その距離  $d$  が  $\beta_k \leq d \leq 2\alpha_k$  ( $\alpha_k \geq \beta_k$  のとき) または  $\alpha_k \leq d \leq 2\beta_k$  ( $\alpha_k < \beta_k$  のとき) となるものを特徴点  $\{F_j\}$  とする。

(3.2.4) 各  $F_j$  により定まる投票直線の係数  $\{a_{0j}, a_{1j}, a_{2j}\}$  を式 (22) から求める。これで定まる投票直線群とルート節点との交差判定を式 (4)、式 (6) で行い、投票値を加算していく。投票数がしきい値 TH より大きければルート節点を展開節点リストに登録し、そうでなければ (3.2.1) へ戻る。

(3.2.5) 展開節点リストから節点を取り出し、そのレベルが指定値 DEPTH ( $= \log_2 L$ ) に等しければ (3.2.6) へいき、そうでなければ (3.2.7) へいく。リストが空の場合は (3.2.1) へ戻る。

(3.2.6) 取り出した節点から  $\{f, g\}$  を求める。また、  $(\alpha_k, \beta_k, \theta_k)$  から  $\{a, h, b\}$  を式 (10) で求める。これらと式 (19) を用いて中心座標  $(x_{ck}, y_{ck})$  を算出する。  $I_0$  における推定だ円  $E$  のパラメータを  $(2^k \times x_{ck} + x_0, 2^k \times y_{ck} + y_0, 2^k \times \alpha_k, 2^k \times \beta_k, \theta_k)$  とし、  $E$  を画像  $I_0$  上に描いてだ円度判定を行う (但し、  $x_0$  と  $y_0$  は  $(m, n)$  で定まるブロック画像の座標シフト値である)。

(a) だ円度判定が合格のとき：推定だ円  $E$  とマッ

チングした画像  $I_0$  上のエッジ点集合に対して最小 2 乗法を適用し、だ円パラメータを是正する。次に、画像  $I_0$  から、是正だ円にマッチングするエッジ点を削除する。この削除されたエッジ点集合に対して再度最小 2 乗法を適用し、その結果得られるパラメータを最終的な検出パラメータとする。そして、画像  $I_0 \sim I_k$  とブロック画像  $\{BI(m, n)\}$  を修正して (3.2.1) に戻る。

(b) だ円度判定が不合格のとき：(3.2.1) に戻る。  
 (3.2.7) 取り出した節点を展開する。各子節点に対して、式(5)、式(6)を用いて投票直線との交差判定を行い、投票値を加算していく。子節点の中で投票数が最大でしきい値 TH 以上のものを展開節点リストに登録して、(3.2.5) に戻る。  
 (手順 4)  $I_k$  における処理をすべて終了したならば、 $k = k - 1$  として手順 3 を繰り返す。 $k = 0$  に対する処理を終えたならば、全処理を終了する。(手順完)

## 6. 実験と検討

### 6.1 評価実験

提案手法の有効性を確認するために評価実験を行った。使用計算機は YHP HP-9000/720CRX である。実験に用いた画像のサイズは  $128 \times 128$  画素と  $256 \times 256$  画素の 2 種類であり、前者については  $p=1$ 、後者については  $p=2$  で階層化画像を作成した。だ円探索範囲は  $\alpha_{k\min}=8$ ,  $\alpha_{k\max}=16$  とした(この場合、検出できるだ円の長径と短径の比は最大 2 対 1 である)。実験に使用したパラメータ値は、各階層化画像  $I_k$  に対して、 $\Delta\alpha_k = \Delta\beta_k = 2$ ,  $\Delta\theta_k = 10^\circ$ ,  $L=32$ ,  $\text{DEPTH}=5$ ,  $\text{TH}=31$  である。

[実験 1] 単一だ円に対する実験

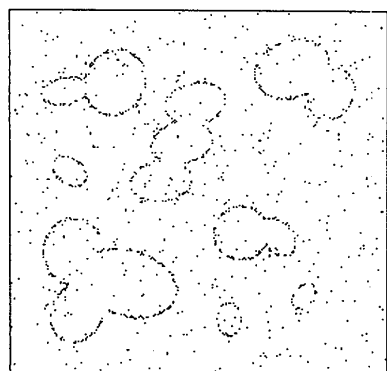
ここでは、欠損だ円の検出精度を評価するために、(1)雑音によって生じる局所的欠損、(2)重なりや隠ぺい等によって生じる大域的欠損、の各場合を想定して検出実験を行った。実験には、 $(x_c, y_c) = (50, 50)$ ,  $\alpha = 20$ ,  $\beta = 15$ ,  $\theta = 0^\circ$  で輪郭画素数が 100 となるだ円が一つ存在する人工画像 ( $128 \times 128$  画素) を用いた。

局所的欠損に対する実験では、上記だ円の輪郭画素を全体としてランダムに間引きして行った。実験の結果、全輪郭画素の 20 % 程度の輪郭画素からでも正確にだ円パラメータを検出できることを確認した。一方、最小 2 乗法を適用する前の推定だ円  $E$  のパラメータは  $x_c = 53.281$ ,  $y_c = 49.406$ ,  $\alpha = 24$ ,  $\beta = 16$ ,  $\theta = 0^\circ$  であった。このことは、分解能の低い上位層における検出に対しても、だ円度判定と最小 2 乗法の採用で十分に対処できることを示している。

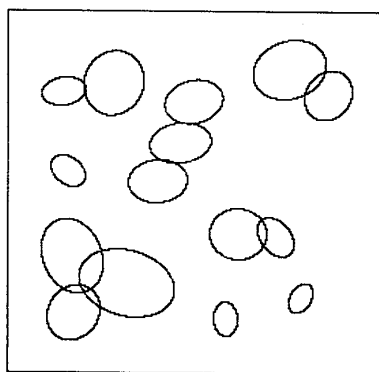
大域的欠損に対する実験では、上記だ円の輪郭画素をある位置から反時計方向に連続して 10 % ずつ欠落させて検出実験を行った。結果を表 4 に示す。これより輪郭画素が連続して 50 % 以上欠落すると検出が困難と

表 4 2 次元 FHT による欠損だ円の検出精度  
 ( $x_c=50$ ,  $y_c=50$ ,  $\alpha=20$ ,  $\beta=15$ ,  $\theta=0^\circ$  の場合)

検出条件		検 出 結 果				
欠損率 (%)	画素数	中心座標 $x_c$ $y_c$		半 径 $\alpha$ $\beta$		回転角 $\theta$ °
0	100	50.013	50.008	20.0	15.0	0.6
30	70	49.988	50.030	20.0	15.0	0.9
40	60	49.952	50.156	20.0	14.9	1.2
50	50	50.131	51.049	19.7	14.0	-0.2
60	40	56.239	58.714	13.7	4.6	-20.9



(a)



(b)

図 2 人工画像における欠損だ円の検出

Fig. 2 Detection of broken ellipses in an artificial image :  
 (a) tested image, (b) detected result.

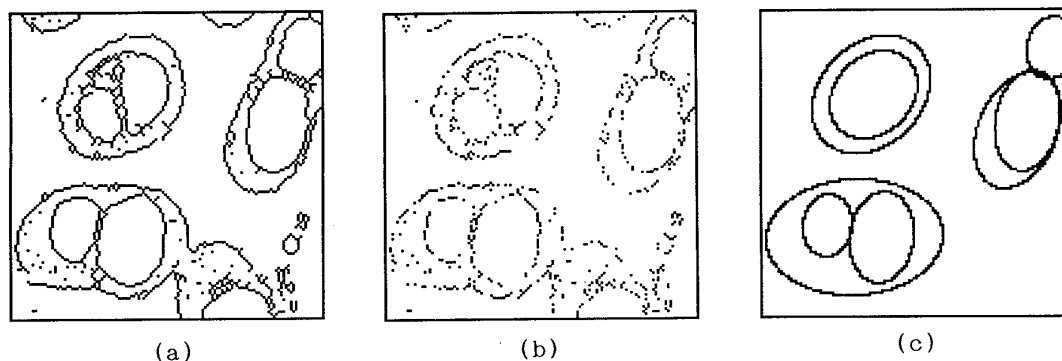


図3 水素細菌実画像における欠損だ円の検出

Fig. 3 Detection of broken ellipses in a real image of hydrogen bacteria : (a) original image, (b) tested image that is randomly chosen, (c) detected result.

なることが言える。なお、上記実験で1個のだ円を検出するのに要した時間は平均して約20秒であった。

#### [実験2] 複数だ円に対する実験

まず、図2(a)に示す人工の2値画像(256×256画素)に対して検出実験を行った。これは、重なりによって輪郭線の一部が大幅に欠落し、かつ雑音の混入によって輪郭線の連続性が全く欠如しているようなだ円を模擬した画像である。画素構成は、だ円輪郭が811画素でごま塩雑音が506画素の計1317画素である。検出結果を図2(b)に示すが、良好な結果が得られていることがわかる。処理時間は18分6秒であった。

次に、図3(a)に示す水素細菌の顕微鏡画像(128×128画素)に対して検出を試みた。この画像は、スキャナから取り込んだ画像に対して、微分処理と2値化を施して得たものである。実際の検出実験には、更に劣化した状況を想定して、ランダムに間引き処理を行った図3(b)の画像を用いた(そのエッジ点数は760である)。検出結果を図3(c)に示す。検出結果は良好であり、本手法の実画像に対する有効性が示されたと言える(但し、検出精度の面から、検出対象だ円はその中心が画像内にあるものに限定している)。処理時間は6分41秒であった。ちなみに、3次元FHT(階層化画像、だ円度判定、最小2乗法を組み込んだもの)では約2時間を要しており、2次元FHTは3次元FHTに対して約19倍の高速化を達成したことがわかる。

### 6.2 検 討

実験結果より本手法の妥当性と有効性は一応示されたものと考えるが、以下では本手法の特徴と問題点について検討する。

#### (1) 他のだ円検出法との比較

欠損だ円の本格的な検出法として、本手法のほかに

は一般化ハフ変換の一種であるMF法を用いた手法(以下、MF検出法と称する)がある<sup>(6)</sup>。MF検出法と本手法との間では、階層化画像、最小2乗法、だ円度判定、などの採用では類似性をもっているが、投票空間の構成や探索法では大きく異なっている。特に、階層化画像における探索法としては、MF検出法がMF法と単純マッチングを併用するのに対し、本手法はFHTのみで構成されており、その分、本手法の方がより簡明なアルゴリズムとなっている。また、処理時間、所要メモリ量、検出精度に関しては現状ではそれほど差がないと言える。

#### (2) 提案手法の課題

FHTにおける一般的な検討課題は所要メモリ量と処理時間の削減にあると言える。

まず、メモリ量が大きくなる要因は正規化距離 $\{R_j\}$ の記憶にあり、(a)展開節点数が多いほど、(b)特徴点 $\{F_j\}$ が多いほど、問題となる。本論文では、(a)については、投票空間を5次元から2次元に下げる、分割画像を採用して探索レベルを浅くする、縦型探索の後戻りを禁止する、などで対処した。特に、後戻り禁止処置に関しては正解が必ずしも得られない懸念が残っていたが、実験結果は提案手法が十分高い検出能力を保持していることを示しており、実用上は問題がないことを実験的に確認した。また、(b)については、分割画像、階層化画像、エッジ点の組合せ制限、などで対処した。一方、処理時間のほとんどは $k$ -木探索処理で消費されるので、展開節点数と特徴点数が多いほど、問題となる。従って、前述のメモリ量を削減するための対策は、そのまま処理時間の短縮に効果があった。しかし、それでも処理時間はまだ十分でなく、更に検討が必要である。この問題は今後の課題としたい。



## 7. む す び

本論文では、Li-Lavin-Le Master 型の高速ハフ変換 (FHT) をだ円検出問題に適用した。FHT を直線以外の図形検出に適用した例は、おそらく、本論文が初めてのものとする。提案しただ円検出法では、 $(\alpha, \beta, \theta)$  を与えることで本来は 5 次元を必要とする投票空間を 3 次元に減らし、更に組合せハフ変換的考えを導入することで 2 次元にまで減らした。また、高速化のために、エッジ点の組合せ制限、分割画像、階層化画像、最小 2 乗法、探索方向の制限、などを導入した。提案手法は輪郭線が全く不連続となっている欠損だ円に対処できる検出法となっており、評価実験でその妥当性と有効性が確認できた。しかしながら、本手法はまだ可能性を立証した段階に留まっており、真に実用化レベルの手法とするためには、更に処理の高速化を目指す必要がある。

**謝辞** 計算機実験に御協力頂いた本学工学部情報工学科相馬孝志技官に感謝する。

## 文 献

- (1) Illingworth J. and Kittler J.: "A survey of the Hough transform", Comput. Vision, Graphics & Image Process., 44, pp. 87-116 (1988).
- (2) 松山隆司, 興水大和: "Hough 変換とパターンマッチング", 情報処理, 30, 9, pp. 1035-1046 (1989).
- (3) Tsuji S. and Matsumoto F.: "Detection of ellipses by modified Hough transformation", IEEE Trans. Comput., C-27, 8, pp. 777-781 (1978).
- (4) 大和淳二, 入澤和義, 石井邦夫, 牧野秀夫: "重み付け中点図形を用いただ円抽出アルゴリズム", 信学論(D-II), J72-D-II, 7, pp. 1009-1016 (1989-07).
- (5) 恩田邦夫, 渡並 智, 青木由直: "Hough 変換平面からのだ円パラメータ決定法", 信学論(D-II), J72-D-II, 10, pp. 1760-1764 (1989-10).
- (6) 渡辺孝志, 柴田俊浩: "Hough 変換と階層化画像を用いた欠損だ円の検出", 信学論(D-II), J73-D-II, 2, pp. 159-166 (1990-02).
- (7) 藤本公三, 岩田剛治, 仲田周治: " $\theta$ - $\rho$  ハフ変換平面からの 2 次曲線のパラメータ抽出", 信学論(D-II), J74-D-II, 9, pp. 1184-1191 (1991-09).
- (8) Li H., Lavin M. A. and Le Master R. J.: "Fast Hough transform: A hierarchical approach", Comput. Vision, Graphics & Image Process., 36, pp. 139-161 (1986).
- (9) Ben-Tzvi D. and Sandler M. B.: "A combinatorial Hough transform", Pattern Recognition Letters, 11, 3, pp. 167-174 (1990).
- (10) Kiryati N., Elder Y. and Bruckstein A. M.: "A probabilistic Hough transform", Pattern Recognition, 24, 4, pp. 303-316 (1991).

(平成 5 年 2 月 10 日受付, 5 月 17 日再受付)

## 渡辺 孝志



昭 44 東北大・工・通信卒。昭 46 同大大学院修士課程了。昭 47(株)日立製作所入社。昭 55 東北大・大学院博士課程了。工博。同年岩手大・工・情報助手。現在、同助教授。この間、パターンの学習認識、集積回路の CAD システム、セル構造オートマトン、画像処理の研究に従事。情報処理学会、計測自動制御学会、日本リモートセンシング学会各会員。

## 木村 彰男



平 3 岩手大・工・情報卒。平 5 同大大学院修士課程了。同年ソニー(株)入社。在学中は画像処理の研究に従事。

## 丹波 澄雄



昭 58 岩手大・工・情報卒。昭 60 同大大学院修士課程了。同年同大・工・情報助手。この間、リモートセンシングの研究に従事。日本リモートセンシング学会、情報処理学会、計測自動制御学会、IEEE 各会員。

## 横山 隆三



昭 39 東北大・工・電気卒。昭 41 同大大学院修士課程了。昭 44 ロチェスター大・大学院博士課程了。Ph.D. 昭 45 東北大・工・電気助手。昭 47 岩手大・工・電子助教授。現在、同情報教授。この間、自動制御、システム工学、画像処理、リモートセンシングの研究に従事。情報処理学会、計測自動制御学会、日本 ME 学会、日本リモートセンシング学会、写真測量学会、日本地熱学会、IEEE 各会員。