

## 回転円板の熱応力緩和を目指した熱伝達率分布の 遺伝的アルゴリズムによる最適化\*

菅野良弘<sup>\*1</sup>, 千葉良一<sup>\*2</sup>, 廣瀬宏一<sup>\*1</sup>

### Optimization of Heat-Transfer Coefficient Distribution for Relaxation of Thermal Stress in a Rotating Disk by Genetic Algorithm

Yoshihiro SUGANO<sup>\*3</sup>, Ryoichi CHIBA and Koichi HIROSE<sup>\*3</sup> Department of Mechanical Engineering, Iwate University,  
4-3-5 Ueda, Morioka-shi, Iwate, 020-8551 Japan

Heat-transfer coefficient distributions on both surfaces of a rotating disk are optimized to minimize Mises equivalent thermal stress by the combined use of genetic algorithm and analytical solutions to transient heat conduction and thermal stress problems in the rotating disk subjected to local heat generation near the outer radius. The transient temperature field in the rotating disk with arbitrary, radial change in the heat-transfer coefficient distribution is analyzed by the application of Vodicka's method. The optimized heat-transfer coefficient distributions show three patterns of distribution depending on the heat-transfer coefficient on the outer radius, the disk thickness and the area of the heat generation. Furthermore, it is discussed whether it is possible to realize the optimized heat-transfer coefficient distributions or not.

**Key Words:** Thermal Stress, Stress Relaxation, Optimum Design, Heat-Transfer Coefficient, Rotating Disk, Analytical Solution, Genetic Algorithm

### 1. 緒 言

回転円板の温度場や応力場は大型二輪車のディスクブレーキの熱塑性変形<sup>(1)</sup>、木材切断用の丸鋸の腰入れ<sup>(2-3)</sup>、研削砥石<sup>(4)</sup>、切削による端面加工<sup>(5)</sup>、高速回転による遠心力破壊などと関連して、これまでにも数多くの研究が報告されている。しかし、これまでに報告されたほとんど全ての回転円板の温度場、熱応力場の理論的解析においては、円板表面上の熱伝達率を一定値として仮定されてきた<sup>(6-7)</sup>。廣瀬らの数値的<sup>(8)</sup>、実験的<sup>(9)</sup>解析によれば、回転円板の表面の熱伝達率は一定値ではなく、回転速度により、その分布は定量的のみならず定性的にも半径方向に大きく変化して、温度分布、熱応力分布に顕著な影響<sup>(10-11)</sup>を及ぼすことがわかっている。著者らは前報<sup>(11)</sup>において、ディスクブレーキを模擬して回転円板が外周近傍において加熱を受け、円板の両表面の熱伝達率分布が半径方向に任意である場合の非定常温度場の解析解を導出する方法を示し、低速・中速・高速の回転速度に依存する三種の熱伝達率分布に対して温度と熱応力の数値計算を行った。これ

らの結果は、熱伝達率を一定と仮定した場合の温度および熱応力とは大きく相違したものであった。

これらの事実を踏まえて本研究では、大型の二輪車のディスクブレーキなどに見られるように、外周付近の両表面の局部領域に加熱を受ける円板を想定し、この円板に生じる熱応力のMisesの相当応力の最大値を最小化するために、最適な熱伝達率分布を遺伝的アルゴリズム(GA)で探索する方法を提案した。また、GAにより探索された熱伝達率分布が実現可能かどうかを検討し、円板の周囲からの強制対流により、その最適な熱伝達率分布を能動的に作り出す方法を示した。

### 2. 解 析

**2・1 任意の熱伝達率分布を有する円板の非定常温度場解析** 内外半径  $r_0$ ,  $r_n$ 、板厚  $b$  の薄い中空円板の板両表面の熱伝達率がそれぞれ半径座標の任意関数  $h=h_u(r)$ ,  $h_l(r)$  で変化し、外半径付近( $r_N \leq r \leq r_n$ )に単位時間、単位体積あたり一定の  $q$  なる熱発生が存在する場合の非定常温度場を解析する。円板の初期温度と板両表面の周囲媒体温度を  $T_\infty$ ,  $r=r_0$ ,  $r_n$  の板側面の熱伝達率を  $h_{in}$ ,  $h_{out}$ 、周囲媒体温度を  $\theta_m(t)$ ,  $\theta_{out}(t)$  とすると、この中空円板の非定常熱伝導方程式は次のように表さ

\* 原稿受付 2003年12月16日。

\*1 正員、岩手大学工学部(☎ 020-8551 盛岡市上田 4-3-5)。

\*2 正員、宮城工業高等専門学校(☎ 981-1239 名取市愛島塩字野田山 48)。

E-mail : sugano@iwate-u.ac.jp

れる。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{h_u(r) + h_l(r)}{b\lambda} (T - T_\infty) + \frac{q}{\kappa} H(r - r_N) = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

ここで、 $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $t$  はそれぞれ熱伝導率、温度伝導率、時間であり、 $H(\cdot)$  はヘビサイドのステップ関数を表す。式(1)より、任意の熱伝達率の半径方向変化に関して厳密解を得ることは不可能である。そこで前報<sup>(11)</sup>同様、図1のように中空円板を半径方向に有限個の領域に分割し、連続的な熱伝達率の変化を個々の領域において相異なる一定の熱伝達率で近似することにより、一種の複合領域の熱伝導問題として解析解を導出する。

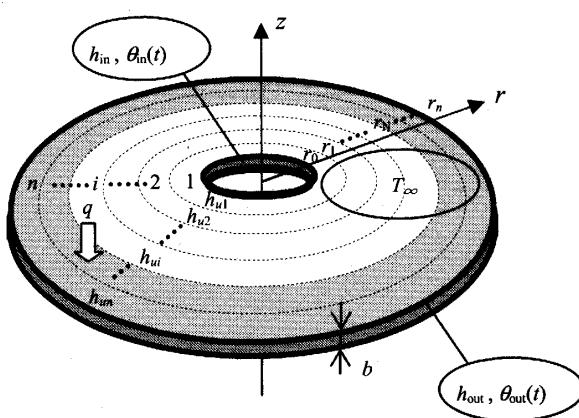


Fig. 1 Analytical model for a rotating disk with arbitrarily variable heat-transfer coefficient

第*i*領域の温度関数を  $T_i^*$  とすると、 $T_i^*$  の満足すべき非定常熱伝導問題は次のように定式化される。

$$\frac{\partial^2 T_i^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i^*}{\partial r} - \frac{(h_{ui} + h_{li})}{b\lambda} T_i^* + \frac{Q(r)}{\lambda} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T_i^*}{\partial t} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial T_1^*}{\partial r} - h_{in} [T_1^* - \theta_{in}^*(t)] = 0 \quad (r = r_0) \quad (3)$$

$$\lambda \frac{\partial T_n^*}{\partial r} + h_{out} [T_n^* - \theta_{out}^*(t)] = 0 \quad (r = r_n) \quad (4)$$

$$T_i^* = T_{i+1}^*, \quad \frac{\partial T_i^*}{\partial r} = \frac{\partial T_{i+1}^*}{\partial r} \quad (r = r_i) \quad (5)$$

$$T_i^* = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (t = 0) \quad (6)$$

ただし、 $T_i^* = T_i - T_\infty$ ,  $\theta_{in}^*(t) = \theta_{in}(t) - T_\infty$ ,  $\theta_{out}^*(t) = \theta_{out}(t) - T_\infty$ ,  $Q(r) = qH(r - r_N)$  であり、 $h_{ui}$ ,  $h_{li}$  は円板の第*i*領域の両表面における熱伝達率である。

第*i*領域の温度関数  $T_i^*$  を前報<sup>(11)</sup>と同様に一種の積分変換法に相当する Vodicka の手法<sup>(12)</sup>で解析する。この手法では、境界条件や内部熱発生などに依らず、いかなる場合も全く同様に解析できる。解導出の詳細は前

報<sup>(11)</sup>によるものとして、ここでは結果のみを示せば以下のように表される。

$$T_i(r, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_m(t) \{ A_{im} J_0(d_{im} r) + B_{im} Y_0(d_{im} r) \} + \sum_{j=1}^2 \{ C_{ij} I_0(g_j r) + D_{ij} K_0(g_j r) \} P_j(t) + T_\infty \quad (7)$$

ただし、 $J_0(\cdot)$ ,  $Y_0(\cdot)$  はそれぞれ 0 次の第一種、第二種 Bessel 関数、また  $I_0(\cdot)$ ,  $K_0(\cdot)$  はそれぞれ 0 次の第一種、第二種変形 Bessel 関数である。また、時間の関数である  $\varphi_m(t)$ ,  $P_j(t)$  は次式で与えられる。

$$\varphi_m(t) = e^{-\gamma_m^2 t} \left\{ g_m + \int_0^t e^{\gamma_m^2 t'} \left( q_m - \sum_{j=1}^2 l_{mj} \frac{dP_j(t')}{dt'} \right) dt' \right\} \quad (8)$$

$$P_1(t) = -\theta_{in}^*(t), \quad P_2(t) = \theta_{out}^*(t) \quad (9)$$

**2・2 热応力解析** 軸対称非定常温度場を受け、平面応力状態にある薄い中空円板の热応力問題の解析解をヤング率と線膨張係数の温度依存性を考慮して導出する。半径方向変位  $U_r$  で表示した平衡方程式より次式を得る。

$$\frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{f_1(r, T)}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{g_1(r, T)}{r^2} U_r = (1+\nu) \left\{ \frac{1}{E(T)} \frac{\partial E(T)}{\partial r} \int_r^\infty \alpha(x) dx + \alpha(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right\} \quad (10)$$

ただし、 $E=E(T)$ ,  $\alpha=\alpha(T)$  はそれぞれヤング率、線膨張係数であり、ポアソン比  $\nu$  は温度に依らず一定と仮定した。さらに、

$$f_1(r, T) = \frac{r}{E(T)} \frac{\partial E(T)}{\partial r} + 1, \quad g_1(r, T) = \frac{\nu r}{E(T)} \frac{\partial E(T)}{\partial r} - 1 \quad (11)$$

式(10)は変数係数二階線形微分方程式であるが、ヤング率の任意の温度依存性について厳密解を求めることが不可能である。たとえ線形の温度依存性であっても、式(7)の温度関数に対して厳密解を求めるることはできない。そこで、温度解析と同様に円板を半径方向に分割し、各領域の  $f_1(r, T)$ ,  $g_1(r, T)$  を各々相異なる一定値  $f_{1j}$ ,  $g_{1j}$  で近似する。この場合、第 *j* 領域の変位  $U_{rj}$  は Euler 型微分方程式を満足し、確実に解を導出できる。この微分方程式の一般解は、次式のように得られる。

$$U_{rj} = C_{1j} r^{\xi_{j1}} + C_{2j} r^{\xi_{j2}} + \sum_{k=1}^2 (-1)^k \frac{1+\nu}{\xi_{j2} - \xi_{j1}} \int_0^r r^{1-\xi_{jk}} \left\{ \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \int_r^\infty \alpha(x) dx + \alpha \frac{\partial T}{\partial r} \right\} dr \quad (12)$$

ただし、 $\xi_{j1}$ ,  $\xi_{j2}$  は次式の相異なる二実根である。

$$x^2 + (f_{1j} - 1)x - g_{1j} = 0 \quad (13)$$

式(12)とフックの法則から応力成分式は、

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{E}{1-\nu^2} \sum_{k=1}^2 (1 + \xi_{jk} \nu) r^{\xi_{jk}-1} \left[ C_{kj} + (-1)^k \frac{1+\nu}{\xi_{j2} - \xi_{j1}} \right] \quad (14)$$

$$\times \int_0^r r^{1-\xi_{jk}} \left\{ \frac{1}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \int_r^{\infty} \alpha(x) dx + \alpha \frac{\partial T}{\partial r} \right\} dr \left[ -\frac{E}{1-\nu^2} \int_r^{\infty} \alpha(x) dx \right] \quad (14)$$

$\sigma_{rr}$  の式は、 $\sigma_{\theta\theta}$  の式の  $\sum_{k=1}^2$  のあと  $(1+\xi_{jk}\nu)$  を  $(\xi_{jk}+\nu)$  で置換するだけで得られる。この一般解に含まれる未知係数  $C_{1j}, C_{2j}$  を、次に示す内外側面における境界条件と仮想界面における  $\sigma_{rr}$  と  $U_r$  の連続条件から決定する。

$$\begin{aligned} U_{r1} &= 0 & (r = r_0), \\ \sigma_{rrm} &= 0 & (r = r_n), \\ U_{rj} &= U_{r(j+1)}, \quad \sigma_{rrj} = \sigma_{rr(j+1)} & (r = r_j) \end{aligned} \quad (15)$$

### 3. 热伝達率分布の最適化

本研究では、円板に生じる Mises の相当応力  $\sigma_{eq}$  の最大値を最小化することを目的として、円板表面の熱伝達率分布を GA により最適化する。 $\sigma_{eq}$  は、 $J_2$  を応力の第二不変量とすれば、次式で表される。

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2} \quad (16)$$

ただし、軸対称平面応力問題の場合、 $J_2$  は次式で与えられる。

$$J_2 = \left\{ (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})^2 + \sigma_{rr}^2 + \sigma_{\theta\theta}^2 \right\} / 6 \quad (17)$$

中空円板を半径方向に 10 個の領域に分割し、各領域における無次元熱伝達率(ビオ一数)  $B_i = (h_{ui} + h_{li})r_n / \lambda$  を最適化の対象とする。以上より、この最適化問題は次のように定式化される。

設計変数 :  $B_1, B_2, \dots, B_{10}$  (合計 10 変数)

目的関数 :  $[\sigma_{eq}]_{max} \rightarrow \text{最小}$

制約条件 :  $0 \leq B_i \leq B_{max}$  ( $i=1, 2, \dots, 10$ )

ここで、 $[\sigma_{eq}]_{max}$  は定常温度場(以後は“定常時”と記す)における円板内での最大相当応力値であり、 $B_{max}$  はビオ一数の上限値である。なお数値計算では、各領域あたり等間隔の 11 個の離散座標位置で  $\sigma_{eq}$  を計算し、 $[\sigma_{eq}]_{max}$  を評価した。

次に、 $B_i$  を 6 ビットの二進数としてコーディングする(図 2 参照)。

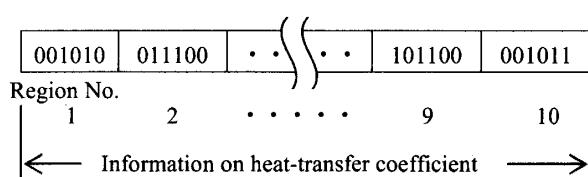


Fig. 2 Coding of a chromosome

この場合、各領域の  $B_i$  は  $2^6$  通りの離散値をとるので、 $(2^6)^{10}$  の解空間になる。これは、傾斜機能材料を 10 個

の領域に仮想的に分割して材料組成の最適化を行う場合<sup>(13-15)</sup>と比較して解空間が非常に広いので、最適化に要する時間が長くなることを意味する。なぜなら、後者の最適化においては、第  $i$  領域の体積分率値は第  $(i+1)$  領域のそれよりも小さい(もしくは大きい)という制約条件が付くためである。

最適化計算に用いた GA の仕様を表 1 にまとめる。次世代へ残す個体の判断基準に用いた適応度関数(評価値)  $F$  は、次式で定義される。

$$F = 1 / [\sigma_{eq}]_{max} \quad (19)$$

また、計算終了の判定条件は、べき乗スケーリングの係数が 10 になり、かつ 10 世代進化を繰り返しても最良な評価値が変化しなかった場合とした。表 1 に示すパラメータの組み合わせは、幾つかのパラメータの組み合わせを用いた数値実験の結果を基に、最適化計算に要した時間と最適解の評価値の兼ね合いから決定した。

Table 1 Specifications of GA

Length of bit strings	60
Population size	250
Selection	Roulette strategy, Elitism
Crossover / Probability [%]	Uniform crossover / 50
Mutation / Probability [%]	One-point mutation / 5
Scaling	Power scaling

### 4. 数値計算と考察

まず、次の無次元量を導入する。

$$\begin{aligned} \zeta &= r/r_n, \quad \tau = \kappa t/r_n^2, \quad \bar{T}_i(\zeta, \tau) = T_i(r, t)/T_s, \quad \bar{Q} = Qr_n^2/T_s \lambda \\ \bar{\sigma}_{ij} &= \sigma_{ij}/E_0 \alpha_0 T_s, \quad B_{in} = h_{in} r_n / \lambda, \quad B_{out} = h_{out} r_n / \lambda \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、 $B_{in}, B_{out}$  は内外側面のビオ一数、 $E_0, \alpha_0$  は初期温度におけるヤング率と線膨張係数であり、 $T_s$  はある基準温度である。また、内外側面の周囲媒体温度は零とした。数値計算諸元には文献<sup>(1)</sup>の実験条件を参照して、次の値を採用する。

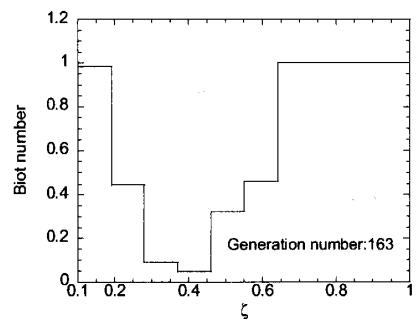
$$\begin{aligned} \bar{b} &= b/r_n = 0.01, 0.05, \quad \delta = T_\infty / T_s = 0, \quad B_{in} = \infty, \\ B_{out} &= 0.1, 1, 10, \quad \bar{Q} = 1, 5, 10, \quad r_0/r_n = 0.1, \\ r_n/r_n &= 0.73, 0.85 \end{aligned} \quad (21)$$

円板材料には工業用アルミニウムを採用し、物性値は参考文献<sup>(11)</sup>と同一とした。本数値計算では、流れている空気の最大の熱伝達率<sup>(16)</sup>、大型自動二輪車用ディスクブレーキロータの半径<sup>(1)</sup>、円板材料の熱伝導率から概算して円板表面のビオ一数が 0.4 程度となること

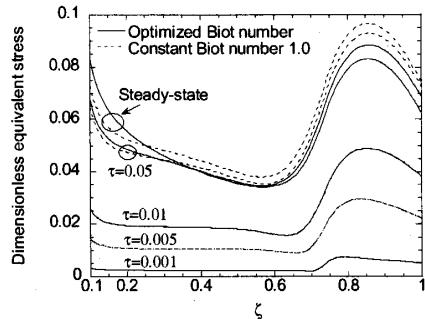
から、とりうる  $B_i$  の上限値である  $B_{\max}$  を 1 とした。

初めに、数値計算条件として、 $\bar{b} = 0.05$ ,  $B_{\text{out}} = 1$ ,  $\bar{Q} = 10$ ,  $r_N/r_h = 0.73$  を採用した場合の最適ビオ一数分布を図 3(a)に示す。図中には GA による最適化計算に要した世代数も示している。熱発生を有し温度の高い  $\zeta > 0.64$  と、内径近傍の  $0.1 < \zeta < 0.19$  において高いビオ一数を持ち、 $0.28 < \zeta < 0.46$  において低いビオ一数を示している。図 3(b)は非定常相当応力分布を示しており、図中の破線は円板両表面のビオ一数  $B_i$  が一定値 1.0 の場合、実線は最適化されたビオ一数分布の場合のグラフである。 $B_i$  を一定値とした場合、 $B_i$  の変化範囲の上限値である  $B_i=1.0$  の場合に熱応力は最小になるが、熱伝達率（ビオ一数）分布の最適化によって、熱

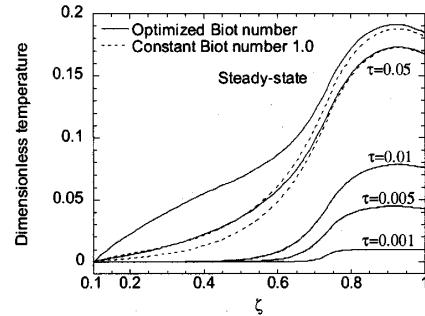
発生による加熱の中心近傍 ( $\zeta = 0.83$ )において生じる最大相当応力が  $B_i=1.0$  の場合と比べて定常時で約 14% 緩和されている。計算された各無次元時間の全てについて、両者の相当応力値を比較すると、 $\tau = 0.01$  までは図中に現れないくらい両者の差は小さく、定常時の最大相当応力に最も大きな差が現れていることがわかる。従って、図 4 以後は定常時のみの計算結果を示す。図 3(c)は、この場合の温度分布を示している。温度分布は  $B_i$  が大きいほど低くなるので、 $B_i=1.0$  の場合より最適化されたビオ一数分布の場合の方が全体的に高く、最適化されたビオ一数が低い値を示した領域において大きな温度差が生じている。これは熱応力を緩和するために、高温度の領域から低温度の領域への急激な温



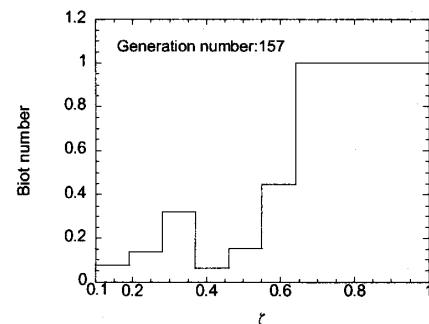
(a) Optimized Biot number distribution



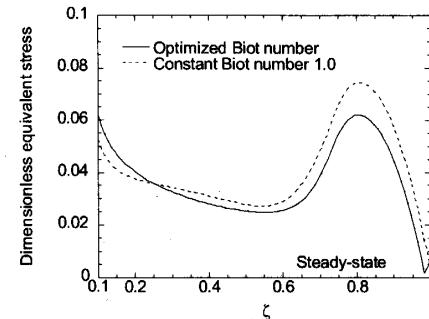
(b) Equivalent stress distribution



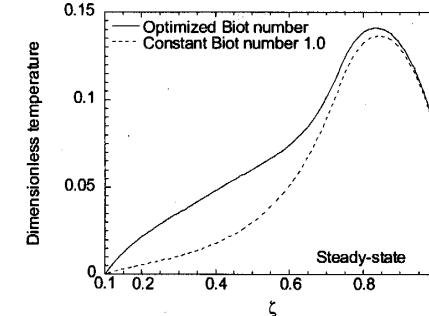
(c) Temperature distribution

Fig. 3 Optimal results for  $\bar{b} = 0.05$ ,  $B_{\text{out}} = 1$ ,  $\bar{Q} = 10$  and  $r_N/r_h = 0.73$ 

(a) Optimized Biot number distribution



(b) Equivalent stress distribution

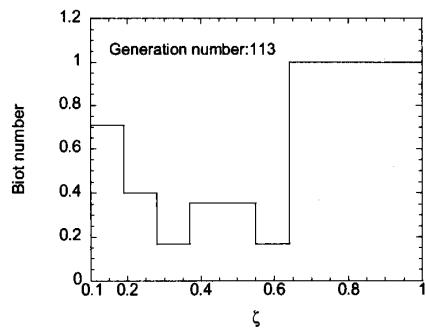


(c) Temperature distribution

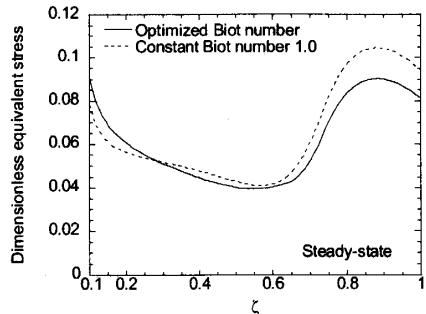
Fig. 4 Optimal results for  $\bar{b} = 0.05$ ,  $B_{\text{out}} = 10$ ,  $\bar{Q} = 10$  and  $r_N/r_h = 0.73$

度降下を避けた温度分布をとったものと考えられる。

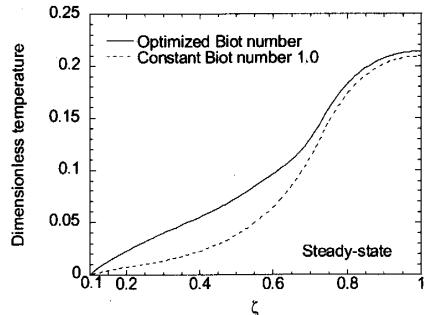
図4(a)～(c)は外側面のビオ一数のみを  $B_{out}=10$  と変化させた場合の最適化の結果である。熱発生により加熱される外周付近の円板表面におけるビオ一数分布は、 $B_{out}=1$  の場合と同じであるが、内周近辺のビオ一数が低い値を示していることが大きな相違点である。相当応力分布の傾向も、 $B_{out}=1$  の場合と同じであるが、全体的に  $B_{out}=1$  の場合よりも低く、特に外周近傍において急激に低下している。温度分布では、外周付近の温度が発熱中心の最高温度から外周に向かって急激に低下していることを除いては、 $B_{out}=1$  の場合と傾向的によく似ている。



(a) Optimized Biot number distribution



(b) Equivalent stress distribution

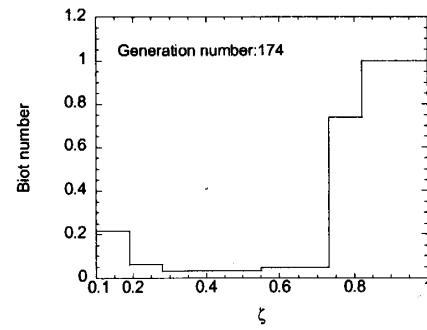


(c) Temperature distribution

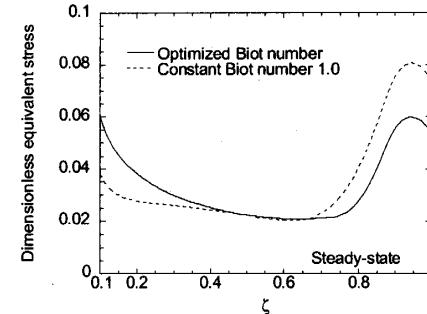
Fig. 5 Optimal results for  $\bar{b} = 0.05$ ,  $B_{out}=0.1$ ,  $\bar{Q}=10$  and  $r_N/r_n=0.73$

図5(a)～(c)は  $B_{out}=0.1$  とした場合の最適化の結果である。円板の中間領域において少し周囲よりビオ一数の高い箇所があることが、 $B_{out}=1, 10$  の場合とは異なっている。定常時の相当応力は  $B_{out}=1$  の場合より全体的に大きいが分布の傾向は変わらず、 $B_i=1.0$  で一定の場合に比べ、最適化によって最大相当応力の15%程度の緩和が見られる。温度分布においても、傾向的には  $B_{out}=1$  の場合と同じで、最適化した場合の方が高い温度分布を示しているが、外側面での熱放散性が悪いために全体的に  $B_{out}=1$  の場合より高い温度分布を示し、特に外周近傍において外周に向かって上昇する温度分布を示している。

図6(a), (b)は熱発生領域を  $r_N/r_n=0.85$  と狭くした場合の最適化の結果である。熱発生領域とその近傍ではビオ一数は高いが、それよりも内径側では極端に小さい値をとっている。また、最大相当応力値は  $B_i=1.0$  の場合と比べて約25%も緩和されている。図3と図6を比較すると、円板全体に占める熱発生領域が狭いほどビオ一数分布の最適化によって得られる熱応力の緩和効果は大きいことがわかる。



(a) Optimized Biot number distribution



(b) Equivalent stress distribution

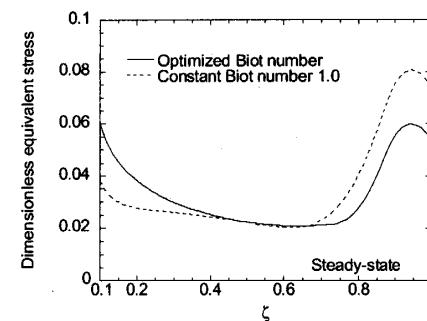


Fig. 6 Optimal results for  $\bar{b} = 0.05$ ,  $B_{out}=1$ ,  $\bar{Q}=10$  and  $r_N/r_n=0.85$

図7(a), (b)は円板の厚さを  $\bar{b} = 0.01$  と薄くした場合の最適化の結果である。熱発生域ではビオ一数が高く、

それ以外の領域では内周まで低い。相当応力分布では、板厚方向に温度分布を持たない二次元温度場を仮定しているため、熱発生量を単位体積あたりで与えたので、温度上昇が  $\bar{b} = 0.05$  の場合に比べて小さく、それに伴って生じる相当応力の絶対値も小さいが、 $B_r = 1.0$  一定の場合よりも最大で約 23% 緩和されている。

なお、図 3 の数値計算条件を用いて無次元熱発生量  $\bar{Q}$  の値を変化させた計算も試みたが、得られた最適なビオ一数分布の傾向は図 3(a)と同一の、熱発生部と内半径近傍で高く、その間では低い分布であった。

次に、得られた最適ビオ一数分布の実現可能性について考察する。一般に、加熱回転円板上の熱伝達率分布はその円板の回転速度に依存し、図 8 に示すように大きく分けて三種類のパターンをとる<sup>(8,9)</sup>。円板の回転速度が高い場合、円板が外周近辺で加熱されても回転による遠心力が強いために円板上の空気は熱せられて上昇する時間もなく円板の外に押し出され、質量保存則より円板中央部においては円板に向かう下降流として上から冷たい空気が流入する（図 9(a)）。従って、円板外周に向かって降下する熱伝達率分布を示す。一方、円板の回転速度が低い場合、外周から流入した空気は円板によって加熱され、軽くなつて上昇する。この結果、中心付近の熱伝達率は低いが、次々と新しい

空気が流入する外周付近では高くなる（図 9(b)）。円板の回転速度が中程度の場合、外周より流入した空気が加熱されて生じる上昇流と、円板の回転による遠心力のために円板上の空気が半径方向外向きに吹き飛ばされることによって誘起された円板中央部の上方から流入する下降流が、円板上のある半径位置で衝突して渦を巻くため、冷たい空気が流入する円板外周近辺と下降流が流入する円板中央部の熱伝達率が高く、二つの流れがぶつかり合い、上昇流ができる半径位置において熱伝達率は小さくなる（図 9(c)）。

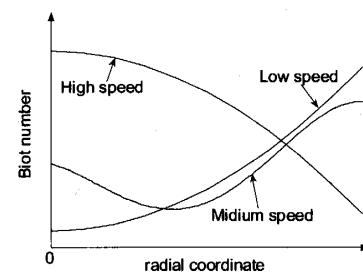
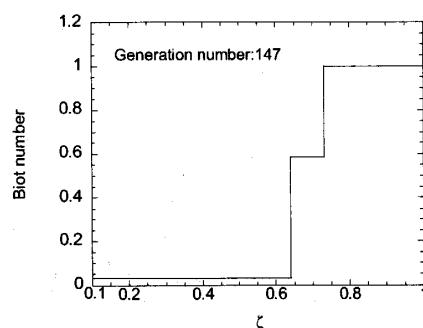
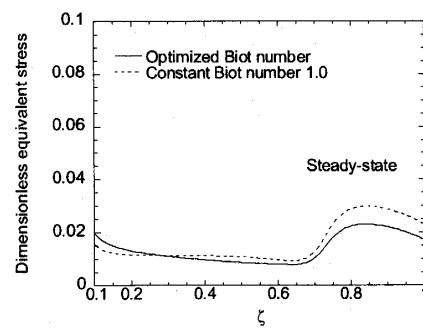


Fig. 8 Relationship between Biot number distribution and rotation speed



(a) Optimized Biot number distribution



(b) Equivalent stress distribution

Fig. 7 Optimal results for  $\bar{b} = 0.01$ ,  $B_{\text{out}} = 1$ ,  $\bar{Q} = 10$  and  $r_N/r_n = 0.73$

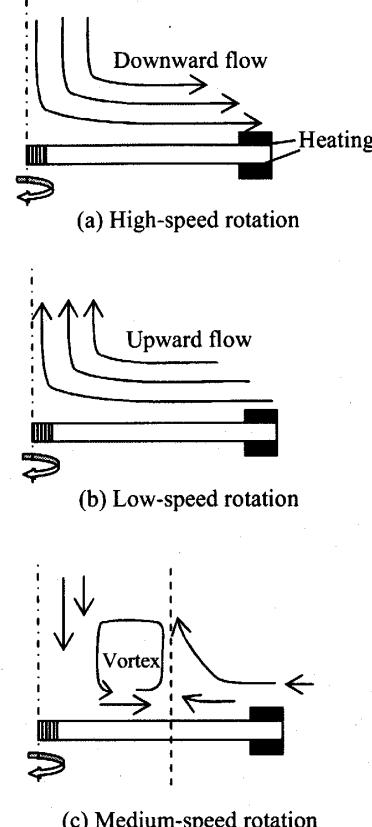


Fig. 9 Flow of air over a heated rotating disk

以上のことから考慮して、まず、図 3(a)の場合につい

て考察すれば、外周から流入し加熱されて上昇する空気と、円板中央部の上方から流入する下降流が遠心力によって外側に向かって流されたものが衝突して渦流れが生じる場合、即ち円板の回転速度が中程度の場合、円板表面のビオ一数は図3(a)のように円板の内外径附近で高く、円板領域内部で低い分布特性になることが考えられる。

一方、図4(a), 6(a), 7(a)のような分布は、回転による強制対流に比べて温度上昇による自然対流が支配的な場合に達成される可能性があり、外周付近において加熱を受ける円板が静止もしくは非常に低速で回転している場合の円板表面のビオ一数分布に近い。

図5(a)のビオ一数分布は、円板上に渦による上昇流が発生する位置では熱伝達率が低く、その周辺の下降流になるところでは高いという事実より、円板上に2つの渦流ができる場合に実現の可能性がある。

また、図10に示すように、強制的に風(A), (B)を円板に向かって送り込み、その送風量を適切に制御することにより、円板の回転速度とは無関係に最適な熱伝達率分布をある程度作り出せると考える。

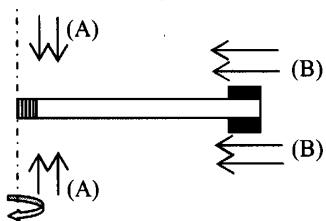


Fig. 10 Control of heat-transfer coefficient distribution due to ventilating

## 5. 結 言

加熱回転円板に生じる熱応力緩和を目的として、外周近傍において加熱を受け、円板の両表面の熱伝達率分布が任意である円板の非定常温度場の解析解と熱弾性特性の温度依存性を考慮した熱応力の解析解に遺伝的アルゴリズムを併用して、Misesの相当応力を最小化するための円板両表面の熱伝達率分布の最適化を試みた。また、熱応力を最小化するために探索された熱伝達率分布が実現可能かどうかを検討し、以下の結論を得た。

(1) 円板表面の熱伝達率分布の最適化により、熱伝達率分布の温度場への影響が顕著な定常時において、

熱発生領域の中心位置に発生する最大相当応力値を最大で約25%緩和できる。

- (2) 本解析モデルの場合、円板外側面のビオ一数、板厚、内部熱発生領域の大きさにより、最適化された熱伝達率分布は、①内外半径近辺が高く、中間領域において低い分布形状、②外半径近辺の熱発生領域のみ高い分布形状、③円板中間領域においてその周囲より高い部分が存在するWの形状、の三種類である。
- (3) 円板全体に占める熱発生領域が狭いほど、熱伝達率分布の最適化によって得られる熱応力緩和効果は大きい。
- (4) (2)で述べた三種類の熱伝達率分布のうち、①の分布形状は円板上で渦流れが生じる中程度の回転速度を持つ場合に、②の分布形状は円板が静止もしくは非常に低速で回転している場合に、③の分布形状は円板上に二つの渦流が生じている場合に実現する可能性がある。

## 文 献

- (1) 笹田・藤井・亀田、機論、65-637,C(1999),3824-3831.
- (2) 岩田・吉田、機論、58-547,C(1992),684-689.
- (3) 木村・安藤、木材学会誌、20-5(1974),196-204.
- (4) 斎藤・鍵和田、機論、44-386(1978),3622-3631.
- (5) Chen, J.S. and Jhu, J.L., *Int. J. Mech. Sci.*, 38-12(1996), 1285-1293.
- (6) 菅野・木元、機論、53-494,A(1987),1927-1932.
- (7) 竹内・野田、熱応力、(1989),110,日新出版.
- (8) 廣瀬・横山・大内、機論、61-590,B(1995),3770-3775.
- (9) Hirose, K., Yokoyama, T., Hara, S. and Ouchi, M., *Exp. Heat Trans. Fluid Mech. Thermodynamics*, (1997),2151-2158.
- (10) Sugano, Y., *Int. J. Eng. Sci.*, 21-10(1983),1203-1214.
- (11) 菅野・千葉・廣瀬、機論、67-655,A(2001),542-548.
- (12) Vodicka, V., *Math. Nach.*, 14-1(1955),47-55.
- (13) 菅野・千葉・廣瀬・高橋、機論、69-678,A(2003),344-350.
- (14) Gen, M. and Cheng, R., *Genetic algorithms and engineering optimization*, (1999), John Wiley & Sons Inc.
- (15) 菅野・小野寺・千葉、第13回計算力学講演会講演論文集、(2000-11),335-336.
- (16) 甲藤、伝熱概論、(1964),23, 養賢堂.