

ポッケルス素子を用いた誘導電界の光学的測定

正員 藤原 民也 (岩手大)
 正員 山田 弘 (岩手大)
 正員 島田 孟 (岩手大)
 正員 杉田 慶一郎 (岩手大)

Optical Measurement of Induced Electric Field using Pockels Device

Tamiya Fujiwara, Member, Hiroshi Yamada, Member, Tsutomu Shimada, Member, Keiichiro Sugita, Member (Iwate University)

The induced toroidal electric field is measured optically by using a Pockels device. The electric field induced by the conventional transformer method is generally smaller than 100 V/cm and, in this works, a transformer with the multiple primary coils has been used for the field induction. On the measurement the electric field is much smaller in the Pockels device than in air due to the large permittivity ($\epsilon_s \approx 56$). In order to avoid the decrease in the sensitivity the measurement system has been put in water ($\epsilon_s \approx 82$). The retardation by Pockels effect is of the order of 10^{-2} and the measurement values of the induced electric field are 40~200 V/cm which are agreed with those calculated from one turn voltage within about 20%.

キーワード：電界計測，ポッケルス効果，電気光学効果，誘導電界，結晶光学

1. まえがき

電界はその発生の仕方でも静電界と誘導電界とに分けることができる。静電界は電極への電圧印加や空間電荷の存在などで発生し、 $\text{rot } E=0$ の成立する回転のないベクトル界である。一方、誘導電界は時間的に変化する磁束の周りに発生し、 $\text{rot } E=-dB/dt$ の成立する回転のあるベクトル界である。これまでの電界に関する多くの研究は静電界についてなされたものであると言える。例えば、種々の手法で数値的解析を行ったもの^{(1)~(4)}、探針などの電位測定から電界を求めたもの⁽⁵⁾⁽⁶⁾、電気光学効果を応用し電界の直接測定をしたもの^{(7)~(11)}などは、静電界についてなされた研究である。一方、高周波放電や高温プラズマ実験などに広く利用される誘導電界については、磁束密度の時間変化からその値を知ることができるが、より直接的に電界値を測定している例を見いだすことは困難である。その主な原因として、探針のような金属は静電界を発生し誘導電界がつくる電界分布を乱すことからそれを

用いた測定は信頼性の点で疑問視される、一般的な装置において誘導電界の発生できる値は静電界に比べると小さく範囲も狭い（通常の装置では、数~100 V/cm）などが挙げられる。本研究では、一次側に複数の巻線を用いそこへの印加電圧を下げることによって、誘導電界に混入する静電界を低減させた。発生したトロイダル誘導電界をポッケルス素子を使って光学的に測定し、ワンターン電圧から求められる値と比較し検討を行った。

2. 測定原理および方法

誘導電界測定の光学系は図1に示すようにHe-Neレーザ光源、偏光子、ポッケルス素子、検光子そして光検出器よりなる。いま、ポッケルス素子が電界 E の印加で複屈折性を示しているものとし、そこに二つの光学的主軸（主屈折率の方向）に対して 45° 傾いた面で振動する直線偏光を入射させる。光がポッケルス素子を透過後、光検出器に入る光の強度 I は、次のように表される⁽⁷⁾。

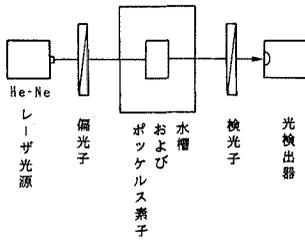


図1 誘導電界測定的光学系
Fig.1. Schematic diagram of optical arrangement for induced electric field measurement.

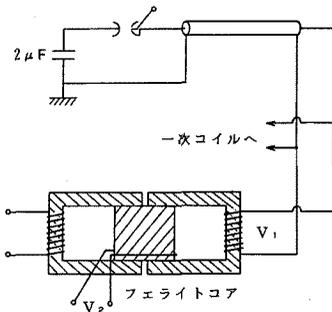


図2 トロイダル誘導電界発生装置
Fig.2. Apparatus for induction of toroidal electric field.

$$I = k_1 \sin^2 \{1/2 \cdot (\Delta\phi + \phi_0)\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\Delta\phi = k_2 E \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $\Delta\phi$ ：ポッケルス効果で生ずる位相差、 k_1, k_2 ：比例係数

また ϕ_0 は I と $\Delta\phi$ とに近似的な比例関係をもたせるために四分の一波長板などを使って外部から与える光学的バイアスである。ポッケルス素子内の電界は光の伝搬方向には一様であることが望ましい。一方、トロイダル誘導電界はトーラスの主軸からの距離に逆比例の変化を示す。この2点から、ポッケルス素子には電界方向と光の伝搬方向が同じである縦形動作の可能な $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (以下、BSO と略記) を選んだ。その形状は光の入射側および出射側の面積が $7.0 \times 5.0 \text{ mm}^2$ で、光の透過方向の厚さは 4.7 mm の直方体である。

トロイダル誘導電界発生装置の概略図を図2に示す。電界の発生法はトカマク形高温プラズマ装置と同様で変圧器の原理によるものである。コンデンサ ($2 \mu\text{F}$) の放電電流が一次コイルに流れ、フェライトコアには時間的に変化する磁束が発生する。それによつ

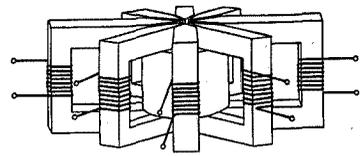


図3 一次コイルおよびフェライトコア
Fig.3. Primary coils and ferrite cores.

てトーラスの主軸のまわりにトロイダル誘導電界が発生する。一次コイルの巻数を n 、一次コイルの端子電圧を V_1 とすれば、二次側に発生するワンターン電圧 V_2 は、変圧器の原理から明らかのように、 V_1/n である。従って、一次コイル端子には必要とするワンターン電圧の n 倍の電圧を印加しなければならない。しかし、大きな誘導電界を発生させるためコイルへの印加電圧を上げることは、コイルで発生する静電界を増大させ誘導電界のつくる電界分布を乱したり、測定系への雑音を増大させるなどの問題を生じさせる。そこで本研究では図3のように一次コイルの数を複数にし、これらのコイルを並列接続した。

この方式では二次側に発生するワンターン電圧は各コイルによる誘起電圧を重畳した値である。従って、一次コイルの数を N とすると、ワンターン電圧 V_2 は次のように表される。

$$V_2 = N/n \cdot V_1 \dots\dots\dots (3)$$

上式が示すように、同じ値の V_2 を発生させるのに従来の方式の $1/N$ 倍の一次電圧でよい。電流に関しては、逆に N 倍必要とするので、この方法は一次側に用いる電源が電流には余裕があるものの電圧を高くできない場合には有効である。また、トーラス装置のように二次巻線がワンターンでも、 $N/n > 1$ とすることにより V_2 を V_1 よりも大きくすることができる。本研究では、 $n=N=8$ とし、二次側のワンターン電圧を一次電圧と等しい値にした。トロイダル誘導電界値 E は、トーラスの主軸からの距離を r とすると

$$E = \frac{V_2}{2\pi r} \dots\dots\dots (4)$$

となる。本研究では $r=4.5 \text{ cm}$ および 8.0 cm において測定を行う。これらの測定場所では、 $6,000 \text{ V}$ 以下の一次電圧で 200 V/cm 程度の誘導電界としては大きな値を発生することができる。

3. 測定結果および考察

<3・1> 周波数特性および出力校正 誘導電界の測定に先立ち BSO 結晶の周波数特性および出力校正曲線を求めた。周波数特性を調べるために、誘導電界

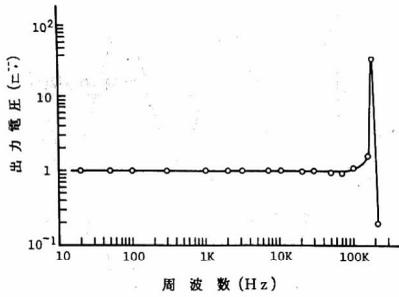


図 4 光検出器出力と周波数の関係
Fig. 4. Relation between photodetector.

測定に用いるものと同じ形状の結晶を別に用意した。それには透明電極としてオプトエレクトロニクスの分野で広く用いられている ITO (インジウムチンオキサイド) 膜が蒸着されている。周波数特性を調べる実験では、図 1 に示される偏光子とポッケルス素子の間に四分の一波長板を入れて光学的バイアスを行った。発振器を用い透明電極に振幅 17 V の正弦波電圧 (20 ~ 200 kHz) を加えて、光検出器の出力電圧を測定した。ここで使用した光検出器は負荷抵抗 1 kΩ が接続されているホトダイオード (S1336-5BK) である。図 4 に印加電圧の周波数とホトダイオード出力電圧の関係を示す。出力電圧は約 100 kHz まではほぼ一定であるが、約 170 kHz で図のように鋭いピークを示した。一般にポッケルス効果は、GHz 程度の周波数域の印加電圧に対しても十分追従するほど速い応答性能をもっている。図 4 におけるピーキングの原因としては、印加電圧の周波数が逆圧電効果で起こる固有振動の振動数と一致し、結晶が共振現象を起こしたものと考えられる⁽⁷⁾⁽¹²⁾。

次に、誘導電界測定に用いる透明電極のない BSO 結晶で測定器の出力校正を行った。BSO の比誘電率は $56^{(13)}$ と大きいので、空気中では結晶内部の電界は非常に小さくなり測定感度が著しく低下する。そこでフェライトコア、一次コイルおよび BSO 結晶を誘電率の高い水 ($\epsilon_s \approx 82$) の中に入れて実験を行った。空気中での測定を水中での測定に変えることによって感度を 75 倍以上に上げることができた。しかし、本測定方法は水中での測定を前提としているわけではない。ポッケルス素子として誘電率の小さいものを用いることや、誘導電界と同期した信号をロックインアンプなどで検出することによって気中での測定は可能であろう。結晶の固定は、図 5 のように結晶をベークライト材の上に置き底面 ($4.7 \times 7.0 \text{ mm}^2$) を両面テープで接着した。初めに、水中の平行平板電極間に BSO

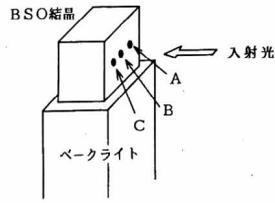
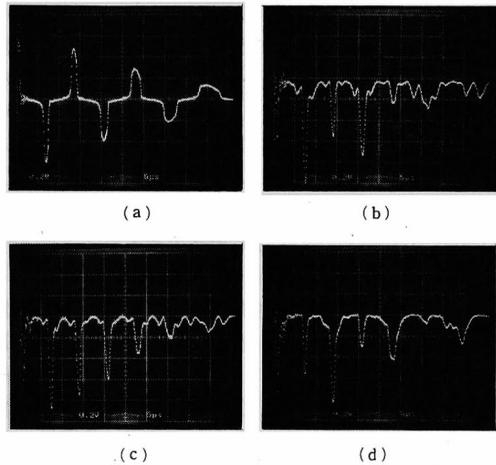


図 5 BSO 結晶の固定と光の入射点
Fig. 5. Fixation of BSO crystal and incidence position of light beam.



(a) 印加電圧波形 縦軸 400 V/div, 横軸 5 μs/div, (b) ~ (d) はそれぞれ図 5 の A, B および C に光を通したときの光検出器出力波形, 縦軸 0.2 V/div, 横軸 5 μs/div

図 6 印加電圧および出力波形
Fig. 6. Waveforms of applied voltage and photodetector output.

結晶を置き、既知の値の電界を加えて出力校正を行った。電極面は直径 80 mm の円形であり、面の中心にはレーザ光を通すための小孔 (直径 3 mm) が開けられている。電極間距離を 40 mm とし、両電極にコンデンサ放電によって誘起するワンターン電圧を抵抗分圧して加えた。コンデンサ放電で起こる雑音障害に対して、光電子増倍管 (以下、ホトマルと略記) および IC 増幅器 (LH0033) で構成された感度の高い光検出器を使用して S/N 比を改善した。検出器への入射光には光学的バイアスによる大きな直流成分が含まれているため、ホトマルの飽和やダメージが問題となる。そこでホトマルを用いて行う以下の測定では、四分の一波長板を用いた光学的バイアスは行わない。従って、(1)式において、 $\phi_0 = 0$ となる。図 6(a) は電極への印加電圧波形である。波形はインダクタンスと抵抗を負荷とするコンデンサ放電による約 71 kHz の減

衰振動波であるが、フェライトコアの飽和非線形性のためひずみ波となっている。図6(b)~(d)はBSO結晶の光を通す場所を、図5のように変えたときの出力波形の変化を示したものである。

図6(b)はBSO結晶の中央よりも約2mmずれたAに光を通した場合で、このとき出力電圧は印加電圧の奇数番目の半波で小さく、偶数番目では大きい。(c)図は結晶のほぼ中央B点に光を通した場合で、このとき出力は印加電圧の奇数番目の半波でも偶数番目でもほぼ同じ比率で現れている。(d)図は結晶の中央よりも(b)図と反対方向に約2mmずれたCに光を通した場合で、出力は奇数番目の半波で大きく偶数番目では小さい。このような電界の向きによる出力の違いは、光弾性効果により透過光強度が変化したものと考えられる。ポッケルス効果による位相差が非常に小さいとき、固定や加工などで内部に発生する応力ひずみによる光弾性効果も考慮しなければならない。この場合、(2)式は次のように書き直せる。

$$\Delta\phi = k_2 E \pm k_3 T \dots\dots\dots (5)$$

ここで、 T ：結晶内部の応力、 k_3 ：比例係数(5)式において電界 E の向きと光弾性効果を示す T の向きが同方向、すなわち $+k_3 T$ であるとき透過光強度は大きい。またその逆、すなわち $-k_3 T$ では透過光強度は小さくなる。この考え方に従って簡単な計算を行い光弾性効果の影響を考えてみる。二つの偏光間の位相差が非常に小さい場合、すなわち $\Delta\phi \ll 1$ では透過光強度 I は次式のように近似される。

$$I \approx k_1 \sin^2\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \approx \frac{k_1}{4} (k_2 E \pm k_3 T)^2 \dots\dots\dots (6)$$

いま簡単のため印加電界 E を

$$E = E_0 \cos \omega t \dots\dots\dots (7)$$

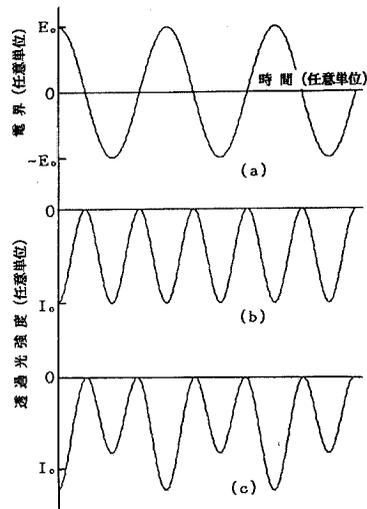
とすると

$$I \approx \frac{k_1}{4} (k_2 E_0 \cos \omega t \pm k_3 T)^2 \dots\dots\dots (8)$$

図7は(8)式の計算例である。(a)図は電界 E であり、(b)図および(c)図はそれぞれ $k_3 T = 0$ および $k_3 T/k_2 E = 0.1$ として計算した光強度 I である。この計算結果から、光弾性効果による位相差がポッケルス効果による位相差の10分の1程度でも、図6(d)に見られたような電界の向きによる出力の違いが現れることがわかる。

更に、光弾性効果による位相差の値も計算から推定してみる。ポッケルス効果の比例係数 k_2 は次式で与えられる⁽⁹⁾。

$$k_2 = \frac{2\pi n_0^3 \gamma_p l_p}{\lambda} \dots\dots\dots (9)$$



(a)印加電界、 E (b)および(c)はそれぞれ $k_3 T = 0$ および $k_3 T = 0.1 k_2 E_0$ としたときの光強度 I 、ただし $I_0 = 1/4 k_1 k_2^2 E_0^2$

図7 結晶中の光弾性の電界計測へ与える影響についての見積り

Fig. 7. Estimation of photoelastic effect in the crystal on electric field measurement.

ここで、 n_0 ：電界がないときの屈折率、 γ_p ：ポッケルス定数、 l_p ：結晶の光の伝搬方向の厚さ、 λ ：光の波長

本研究で用いたBSO結晶は、 $n_0 = 2.53$ 、 $\gamma_p = 5 \times 10^{-12} \text{ m/V}^{(13)}$ 、 $\lambda = 633 \text{ nm}$ 、 $l_p = 4.7 \text{ mm}$ であるので、 $k_2 = 1.5 \times 10^{-4} \text{ cm/V}$ となる。従って、例えば $E = 200 \text{ V/cm}$ では、ポッケルス効果による位相差は約 $3 \times 10^{-2} \text{ rad}$ であり、光弾性効果による位相差はその10分の1の約 $3 \times 10^{-3} \text{ rad}$ となる。

以上より、200 V/cm程度の誘導電界ではポッケルス効果による位相差は非常に小さいので、結晶内部の応力ひずみが十分小さい場所を選択して使用しなければならない。以下では図6(c)の測定がなされたBに光を通して測定を行う。

図8は電界値と光検出器出力の関係であり、図から50~300 V/cmの範囲では光検出器出力がほぼ空間電界の2乗に比例していることを確認できる。この関係を、光検出器の出力からトロイダル誘導電界の値を求めるための校正曲線として用いる。

〈3・2〉 トロイダル誘導電界の測定 図9(a)、(b)は、それぞれ $r = 4.5 \text{ cm}$ および 8.0 cm におけるワンターン電圧と出力電圧の波形である。出力波形において誘導電界に対応する波に振動波形が重畳しているのが見られる。この振動の周波数は300~400 kHz

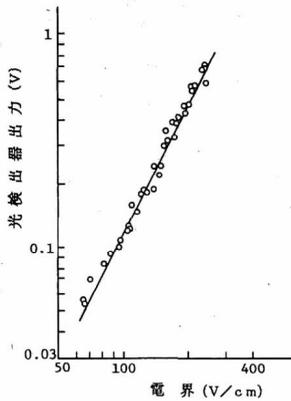


図 8 電界と光検出器出力の関係
Fig. 8. Relation between electric field and photodetector output.

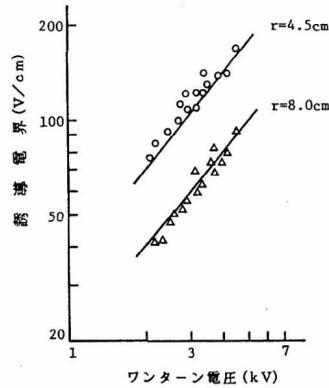
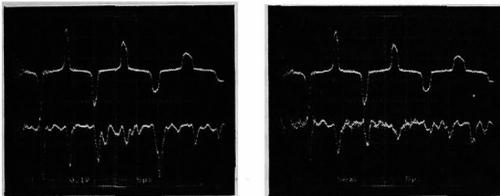


図 10 ワンターン電圧と誘導電界の関係
Fig. 10. Relation between one turn voltage and induced electric field.



(a) $r=4.5$ cm, 上: 2,000 V/div, 下: 0.1 V/div (b) $r=8.0$ cm, 上: 2,000 V/div, 下: 50 mV/div

図 9 ワンターン電圧および光検出器出力波形 5 μ s/div

Fig. 9. Waveforms of one turn voltage and photodetector output.

であり、図 4 で見られた固有振動数 170 kHz の 2 倍に近い値である。ポッケルス素子の変調による検出器出力の振動は、変調周波数の 2 倍の周波数となることから、この振動は結晶の固有振動によるものと考えられる。また図 9(a)において約 35 μ s で不連続的に大きなピークが現れている。これは誘導電界のピークと固有振動のピークが偶然に一致し、結晶に共振現象が発生したためと考えられる。以上のような波形において、コンデンサ放電による雑音や固有振動の影響の少ない 2, 3 および 4 番目の半波を使って誘導電界の値を求める。ワンターン電圧の大きさは、例えば 2 番目の半波では約 4,600 V であり、このときの誘導電界の大きさは、(4)式から $r=4.5$ cm で 163 V/cm, $r=8.0$ cm では 92 V/cm と計算される。図 8 の校正曲線を使って検出器出力から求められる誘導電界の値は、 $r=4.5$ cm で 150 V/cm, $r=8.0$ cm で 90 V/cm で

あり、計算値とよく一致する。

図 10 はワンターン電圧と誘導電界の関係を示している。図中、○印および△印は光学的測定で求めた誘導電界値であり、実線は(4)式を使って計算で求めた値である。測定値と計算値は約 20% 以内で一致していることがわかる。測定値と計算値の違いの原因として、一つには結晶が電界中で占める空間の大きさの程度が校正時と測定時で異なっていることが挙げられる。その影響を単純なモデルを用い以下で考察する。

結晶が置かれていない状態の電界を E_n 、結晶を置いたときその内部電界を E_p 、結晶の厚さおよび誘電率をそれぞれ l_p および ϵ_p 、結晶を置いたとき水中部の電界を E_w 、水中部の光路長および水の誘電率を l_w 、 ϵ_w 、とすると

$$E_p l_p + E_w l_w = E_n l \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 l : 校正時には電極間距離、誘導電界測定時には電界に沿うトロイダル一周の長さすなわち

$$l = l_p + l_w \quad \dots\dots\dots (11)$$

いま、簡単なモデルで考えるものとして

$$\epsilon_p E_p = \epsilon_w E_w \quad \dots\dots\dots (12)$$

を仮定すると

$$E_p = \frac{E_n}{(l_p/l) + \{(\epsilon_p/\epsilon_w)(l_w/l)\}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

上式において $l_p=4.7$ mm, $\epsilon_p=56$ および $\epsilon_w=82$ である。また、 l_w は校正時には約 35 mm であり、誘導電界測定時には 280~500 mm である。従って、校正時には $E_p \approx 1.4 E_n$ 、誘導電界測定時には $E_p \approx 1.5 E_n$ となり、本測定方法の精度は約 7% までは上げることができる。測定値と計算値の違いは、主に測定系よりもむしろ発生したトロイダル誘導電界の不完全な軸対

称性によるものと考えられる。

4. ま と め

実用的に使われている誘導電界の値は 100 V/cm 以下であり、この程度の値では電気光学効果による位相差は極めて小さい。このため、結晶を用いたポッケルス効果による誘導電界測定では光弾性効果の影響も考慮しなければならない。空間電界はポッケルス素子内ではその誘電率に比例して小さくなる。使用するポッケルス素子の誘電率が大きいとき、素子の周りの誘電率を上げ内部電界を下げないことは有効な手段と考えられる。この方法によって、本研究では 40~200 V/cm のトロイダル誘導電界を水中で光学的に測定することができた。測定された誘導電界値は、ワンターン電圧より計算された値と約 20% 以内で一致していた。

最後に、電気光学効果を応用する測定技術に関して日ごろから御指導をいただいている武蔵工業大学 高田達雄教授に感謝いたします。また、ポッケルス素子を購入するにあたり有益な助言や情報をいただいた東京大学 日高邦彦助教授に感謝いたします。更に、資料の提供をくださった(株)ファイブラボの田中光弘氏、および実験に協力いただいた元本学大学院生 榎 昌利氏 (現在、アドバンテスト) に感謝いたします。

(平成 2 年 6 月 11 日受付, 同 2 年 10 月 25 日再受付)

文 献

- (1) 河野・宅間: 数値電界計算法 (昭 55) コロナ社
- (2) 渋谷, 他: 「表面電荷法による複合絶縁系の電界解析」, 電学論 A, 99, 200 (昭 54-5)
- (3) 坪井, 他: 「境界有素法による静電界および静磁界解析における未知ベクトル変数の計算精度への影響」, 同上 A, 110, 231 (平 2-4)
- (4) 加藤: 「電荷重量法による電極上の電界計算誤差」, 同上 A, 108, 1 (昭 63-1)
- (5) 御所: 「静電探針法による放電ギャップの電位分布測定」, 電学誌, 87, 1179 (昭 42-6)
- (6) E. D. Hamouda: "Space-charge fields of point-plane discharges in air and nitrogen", *Proc. Instn. Elect. Engrs.*, p. 653 (1970)
- (7) 日高・河野: 「ポッケルス素子を用いたインパルス領域の電界測定法と隔壁効果への応用」, 同上 A, 100, 401 (昭 55)
- (8) K. Hidaka: "A new method of electric field measurements in corona discharge using Pockels device", *J. Appl. Phys.*, 53, 5999 (1982)
- (9) K. Hidaka & Y. Murooka: "Electric field measurements in long gap discharge using Pockels device", *IEE Proc.*, 132, 139. (1985)
- (10) M. Zahn, T. Takada & S. Voldman: "Kerr electro-optic field mapping measurements in water using parallel cylindrical electrodes", *J. Appl. Phys.*, 54, 4749 (1983)
- (11) T. Maeno & T. Takada: "Electric field measurement in liquid dielectrics using a combination of AC voltage modulation and a small retardation angle", *IEEE Trans.*

Elect. Insulation, 22, 503 (1987)

- (12) 小川: 結晶物理学, p. 128 (昭 62) 裳華房
- (13) (財) 光産業技術振興協会: 光エレクトロニクス材料マニュアル, p. 462 (昭 63) オプトロニクス社



藤原 民也 (正員)

昭和 22 年 4 月 17 日生。48 年 3 月東北大学大学院工学研究科修了。同年 4 月一関工業高等専門学校助手。50 年 4 月岩手大学工学部電気工学科助手, 57 年 1 月同講師, 平成元年 3 月同助教授, 現在に至る。工学博士。62 年 3 月~63 年 3 月マサチューセッツ工科大学客員研究員。応用物理学会, 日本物理学会会員。



山田 弘 (正員)

昭和 22 年 7 月 27 日生。54 年 3 月北海道大学大学院工学研究科博士課程満了。同年 5 月岩手大学工学部電気工学科助手, 57 年同講師, 58 年同助教授。59 年 4 月~61 年 3 月マサチューセッツ工科大学客員研究員。現在に至る。工学博士。日本物理学会, 静電気学会, 低温工学会会員。



島田 孟 (正員)

昭和 14 年 8 月 17 日生。42 年東北大学大学院工学研究科博士課程中退。同年同大学工学部電気工学科助手, 50 年同助教授, 同年同助教授, 現在に至る。工学博士。57 年カラム研究所客員研究員。日本物理学会会員, プラズマ・核融合学会会員。



杉田 慶一郎 (正員)

昭和 3 年 1 月 15 日生。30 年 3 月東北大学大学院研究奨学生前期修了。同年 4 月同大学工学部助手, 36 年 3 月同助教授。40 年 11 月~42 年 11 月ユーリッヒ (西ドイツ) プラズマ物理研究所客員研究員。49 年 4 月岩手大学教授, 現在に至る。工学博士。日本物理学会, 日本原子力学会, プラズマ・核融合学会, 地熱学会会員。