

2接触線の同方向高周波通電に於ける近接抵抗の研究

正員 大島修三(岩手大学) 正員 柏葉安兵衛(岩手大学) 非会員 馬場 守(岩手大学)
 正員 藤原民也(岩手大学)
 非会員 池田俊夫(一関工業高等専門学校)

Analytical study of proximity resistance to high frequency current in the same direction of parallel wires in contact

Shuzo Oshima, Member Yasube Kashiwaba, Member Mamoru Baba, Non-Member

Tamiya Fujiwara, Member (Iwate University)

Toshio Ikeda, Non-Member (Ichinoseki National College of Technology)

Based on Carson's analysis of opposite directional current in a pair of parallel wires, proximity resistance in case of same directional current of high frequencies ranging from 200kHz to 1MHz was investigated analytically by introduction of a new magnetic factor into the the electro-magnetic interaction between two wires. As a result, the ratio of AC to DC resistance was successfully obtained in accordance with experimental values within 10%. Furthermore, current distribution in the cross section of two wires was calculated and drawn on Cassinian ovals diagram.

キーワード: 表皮効果, 近接抵抗, 電磁界解析, 変成器

1. まえがき

電子機器の小型化に伴い部品の高周波, 高密度化が求められ, 変成器等の巻線部品も200kHz~1MHzで駆動され表皮効果及び近接効果による損失の増加が著しい。

表皮効果及び近接効果の数値解析は, 古くは J. R. Carson⁽¹⁾, また最近では M. J. Tsuk & J. A. Kong⁽²⁾らにより通信用電送線並びに電子機器の実装回路等において多く研究されている。そのいずれもMaxwellの電磁解析を基本とし, TEMモードすなわち往復線路(異方向通電)を対象としているが, 磁界分布が異方向通電の場合と異なる同方向通電に関するものが比較的少ない。

一般の電子回路およびその部品において, 線間相互の位相は必ずしも同相または逆相の関係のみならず任意の位相差が存在する。従って, 位相差による回路抵抗の変化を調べ, その損失低減を図るうえから, 位相差を考慮した統一した近接抵抗理論⁽³⁾の構築に迫られている。

このような背景から, 最も基本的な2接触銅線について J. R. Carsonの異方向通電の理論を同方向通電の場合に展開し直し, その解析を試みた。今回, 磁界係数を新たに導入し, これを同方向通電の解析に適用した結果, 計

算値と実測値との差が10%以内の好結果をえた。また Cassinian⁽⁴⁾座標上にその実効通電分布を描いた。

2. 2接触線同方向通電に於ける近接抵抗理論

Maxwellの電磁理論式から導体に於ける電磁界はつぎの(1), (2)式で表わされる。図1に解析を進める上での2線導体の配置図を示す。

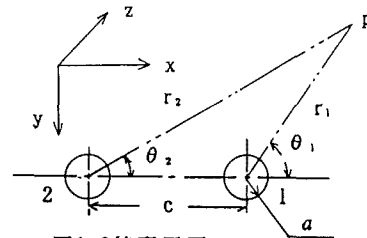


図1 2線配置図

Fig.1. Schematic diagram of two wires

$$j\omega\mu H_x = -\frac{\partial}{\partial y} E_z \quad (1)$$

$$j\omega\mu H_y = \frac{\partial}{\partial x} E_z \quad (2)$$

また通電方向の電界の式は極座標表示のBessel関数で

表される。すなわち、#1線は(3)式で表わされる。また#2線も同様に表わすことができる。

$$E_{z1} = \sum_0^{\infty} A_n J_n(\xi) \cos n\theta_1 \quad (3)$$

$$\xi_1 = bj\sqrt{j} = jr_1\sqrt{j\omega\kappa\mu} \quad (4)$$

ここで、 κ は導電率を示す。

2線間の近傍のx,y軸方向の磁界はつぎの式で表わされる。

$$H_x = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ \frac{\sin n\theta_1}{r_1^n} + (-1)^{n+1} \frac{\sin n\theta_2}{r_2^n} \right\} \quad (5)$$

$$H_y = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \left\{ \frac{\cos n\theta_1}{r_1^n} + (-1)^{n+1} \frac{\cos n\theta_2}{r_2^n} \right\} \quad (6)$$

なお、(5),(6)式の中括弧内の $(-1)^{n+1}$ は同方向通電の場合で、偶モードに相当する。一方、J.R.Carsonの解析による異方向通電の場合は奇数モードの磁気結合に相当し、 $(-1)^n$ となる。

$$j\omega\mu H_\theta = \frac{\partial}{\partial r} E_z \quad (7)$$

$$j\omega\mu H_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} E_z \quad (8)$$

(3)式の電界 E_z をBessel関数 J_n で展開し(3)式に示す。(3)式の#1線の電界 E_z の式を(7),(8)式のように微分し接線方向 H_θ の(10)式を導く。

$$E_{z1} = A_0 \left\{ J_0(\xi) + h_1 J_1(\xi) \cos\theta_1 + h_2 J_2 \cos 2\theta_1 + \dots \right\} \quad (9)$$

$$H_{\theta 1} = \frac{\xi A_0}{a\mu j\omega} \left\{ J_0'(\xi) + h_1 J_1'(\xi) \cos\theta_1 + h_2 J_2'(\xi) \cos 2\theta_1 + \dots \right\} \quad (10)$$

$$2\pi a H_{\theta 1} = I \quad (11)$$

また、(10)式の右辺の第一項は単線の表皮効果に対応する項に相当し(11)式の関係を経て(12)式が導かれ、係数 A_0 が求められる。

$$\frac{2\pi \xi J_0'(\xi)}{j\omega\mu} A_0 = I \quad (12)$$

つぎに、(9),(10)式からPoynting Vectorにより#1線の平均損失 W_1 を(13)式のように求めることができる。

$$W_1 = a \int_0^{2\pi} E_{z1} H_{\theta 1} d\theta \quad (13)$$

(9),(10)及び(12)式の関係をも(13)式に代入して整理すると、近接抵抗 R を(14)式のように求めることができる。

$$R = CR_0 = R_0 \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} |h_n|^2 \frac{u_n v_n' - u_n' v_n}{u_0 v_0 - u_0' v_0} \right\} \quad (14)$$

ここで、

$$u_n + jv_n = J_n(\xi) = J_n(bj\sqrt{j}) \quad (15)$$

$$u_n' + jv_n' = \frac{d}{db} J_n(bj\sqrt{j}) \quad (16)$$

であり、 R_0 は表皮抵抗である。

つぎに、(5),(6)式の H_x, H_y を θ_1, θ_2 を θ_1 で統一して表わすため、次式を導入する。

$$\frac{\cos n\theta_2}{r_2^n} = \frac{1}{c^n} \left\{ 1 - \frac{n}{1!} \left(\frac{r_1}{c} \right) \cos\theta_1 + \frac{n(n+1)}{2!} \left(\frac{r_1}{c} \right)^2 \cos 2\theta_1 - \dots \right\} \quad (17)$$

$$\frac{\sin n\theta_2}{r_2^n} = \frac{1}{c^n} \left\{ \frac{n}{1!} \left(\frac{r_1}{c} \right) \sin\theta_1 - \frac{n(n+1)}{2!} \left(\frac{r_1}{c} \right)^2 \sin 2\theta_1 + \dots \right\} \quad (18)$$

また、 H_θ, H_r は(19),(20)式のようにx,y方向の成分で表わされる。

$$H_\theta = -H_x \sin\theta + H_y \cos\theta \quad (19)$$

$$H_r = H_x \cos\theta + H_y \sin\theta \quad (20)$$

(5),(6),(19),(20)式と(17),(18)式から、行列を用いて整理すると、表面磁界 H_θ, H_r の式はつぎの(21),(22)式のように展開される。ここで、 $r=a$ とおく。

$$H_\theta = -\frac{B_1}{a} - \cos\theta \left(\frac{B_2}{a^2} + \sum_0 \right) - \cos 2\theta \left(\frac{B_3}{a^3} - \frac{1}{1!} \left(\frac{a}{c} \right) \sum_1 \right) - \cos 3\theta \left(\frac{B_4}{a^4} + \frac{1}{2!} \left(\frac{a}{c} \right)^2 \sum_2 \right) - \dots \quad (21)$$

$$H_r = \sin\theta \left(\frac{B_2}{a^2} - \sum_0 \right) + \sin 2\theta \left(\frac{B_3}{a^3} + \frac{1}{1!} \left(\frac{a}{c} \right) \sum_1 \right) + \sin 3\theta \left(\frac{B_4}{a^4} - \frac{1}{2!} \left(\frac{a}{c} \right)^2 \sum_2 + \dots \right) \quad (22)$$

ここで、

$$\sum_0 = \frac{B_1}{c} - \frac{B_2}{c^2} + \frac{B_3}{c^3} - \dots \quad (23)$$

$$\sum_1 = \frac{B_1}{c} - \frac{2B_2}{c^2} + \frac{3B_3}{c^3} - \frac{4B_4}{c^4} + \dots \quad (24)$$

$$\sum_2 = \frac{1 \cdot 2B_1}{c} - \frac{2 \cdot 3B_2}{c^2} + \frac{3 \cdot 4B_3}{c^3} - \dots \quad (25)$$

$$\sum_n = \frac{n! B_1}{c} - \frac{(n+1)! B_2}{1! c^2} + \frac{(n+2)! B_3}{2! c^3} - \dots \quad (26)$$

また、(27)式はそれぞれ(10),(11),(12)式の関係から導かれ、同様に(8),(9),(12)式より(28)式がえられる。

$$H_\theta = \frac{I}{2\pi a} \left(1 + \frac{J_1'}{J_0'} h_1 \cos\theta + \frac{J_2'}{J_0'} h_2 \cos 2\theta + \dots \right) \quad (27)$$

$$H_r = \frac{I}{2\pi a} \cdot \frac{1}{\xi J'_0} (J_1 h_1 \sin\theta + 2J_2 h_2 \sin 2\theta + \dots) \quad (28)$$

(21)と(27)式の各項を比較し、(29)、(30)式を導く。

$$\frac{I}{2\pi a} = -\frac{B_1}{a} \quad (29)$$

$$\frac{I}{2\pi a} \cdot \frac{J'_n}{J'_0} h_n = -\frac{B_{n+1}}{a^{n+1}} + \frac{(-1)^n}{(n-1)!} \left(\frac{a}{c}\right)^{n-1} \sum_{n-1} \quad (30)$$

$n=1, 2, 3, \dots$

ただし、 $n=1$ の場合は階乗を含む項は存在しない。
また、(22)と(28)式より同様に(31)式がえられる。

$$\frac{I}{2\pi a} \cdot \frac{n\mu J_n}{\xi J'_0} h_n = \frac{B_{n+1}}{a^{n+1}} + \frac{(-1)^n}{(n-1)!} \left(\frac{a}{c}\right)^{n-1} \sum_{n-1} \quad (31)$$

$n=1, 2, 3, \dots$

つぎに、(30)、(31)式より係数 B_{n+1} を(32)式から導く。

$$\frac{I}{2\pi a} \left(\frac{J'_n}{J'_0} - \frac{n\mu J_n}{\xi J'_0} \right) h_n = -\frac{2B_{n+1}}{a^{n+1}} \quad (32)$$

(30)、(31)式より同様に(33)式が導かれる。

$$\frac{I}{4\pi a} \left(\frac{\xi J'_n + n\mu J_n}{\xi J'_0} \right) h_n = \frac{(-1)^n}{(n-1)!} \left(\frac{a}{c}\right)^{n-1} \sum_{n-1} \quad (33)$$

ここで、式の簡略化のため(34)の諸式を導入し整理する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \frac{\xi J'_n - n\mu J_n}{\xi J'_0} \\ \rho_n &= \frac{\xi J'_n + n\mu J_n}{\xi J'_n + n\mu J_n} \\ q_n &= \sigma_n h_n \quad \frac{a}{c} = k \\ B_1 &= -\frac{2I}{4\pi}, B_2 = -a^2 q_1 \cdot \frac{I}{4\pi}, B_{n+1} = -a^n q_n \cdot \frac{I}{4\pi} \end{aligned} \right\} (34)$$

つぎに(34)の諸式を(33)式に代入し両辺から $1/4\pi a$ を消去し(34)式中の $q_n = h_n \cdot \sigma_n$ の式より q_n を求める。
まず、(33)式の括弧内は(34)式の関係を用い整理し(35)式のようになる。

$$\left(\frac{\xi J'_n + n\mu J_n}{\xi J'_0} \right) \frac{q_n}{\sigma_n} = \left(\frac{\xi J'_n + n\mu J_n}{\xi J'_n - n\mu J_n} \right) q_n = \frac{q_n}{\rho_n} \quad (35)$$

(35)式と(33)式の右辺から(36)式がえられる。

$$q_n = (-1)^{n+1} 2\rho_n k^n - \frac{(-1)^{n+1}}{(n-1)!} k^n \rho_n \sum_{n-1} (q) \quad (36)$$

(34)式において、 ρ_n はBessel関数の公式を用いて整理すると(37)式のように表され、導電率が充分大きく $\xi \gg n$ の条件が成立するものとする、 ρ_n は1に近づく。
また、(34)式の σ_n は(37)式で表すことができる。

$$\sigma_n = \frac{J_{n+1}}{J_1} \quad \rho_n = -\frac{J_{n+1}}{J_{n-1}} \quad (37)$$

いま、 $q_n = \rho_n \cdot p_n$ とおき上の $\rho_n = 1$ を適用すると(38)式がえられる。

$$p_n = (-1)^{n+1} 2k^n - \frac{(-1)^{n+1}}{(n-1)!} k^n \sum_{n-1} (p) \quad (38)$$

$n=1, 2, 3, \dots$

つぎに、(39)式のFourier係数による展開を行い(40)式のように p_1 及び p_n の式を簡略化する。

$$\frac{1}{1+2k \cos\theta} = 1 + K(p_1 \cos\theta + p_2 \cos 2\theta + \dots) \quad (39)$$

$$p_1 = 2ks \quad p_n = (-1)^{n+1} 2k^n s^n \quad (40)$$

ここで、 s を(41)式とする。

$$s = 2 \frac{1 - \sqrt{1 - (2k)^2}}{(2k)^2} \quad (41)$$

いま、 $q_n = p_n + d_n$ とおき、 d_n を q_n と p_n の差として式を整理し、書き換える。

$$q_n = (-1)^{n+1} 2\rho_n k^n - \frac{(-1)^{n+1}}{(n-1)!} \rho_n k^n \sum_{n-1} (p_n + d_n) \quad (42)$$

(42)式より(38)式を引くことにより(43)式がえられる。

$$d_n = (\rho_n - 1)p_n - \frac{(-1)^{n+1}}{(n-1)!} k^n \sum_{n-1} (d) \quad (43)$$

ここで、(43)式の d_n はつぎの(44)式で表わされる。

$$d_n = (-1)^{n+1} 2\rho_n k^n - \frac{(-1)^{n+1}}{(n-1)!} \rho_n k^n \left(\frac{n!}{1!} k d_1 - \frac{(n+1)!}{2!} k^2 d_2 + \dots \right) \quad (44)$$

さらに、式を簡略化するために(44)式の2項目の括弧内における $k^2 d_2$ を含む以降の項を省略すると、この2項は $n\rho_n k^{n+1} d_1$ のように簡略化され(45)式のように表される。

$$d_n = (\rho_n - 1)p_n - (-1)^{n+1} n\rho_n k^{n+1} d_1 \quad (45)$$

ここで、(45)式を更に q_n に戻す変換を行う。すなわち $d_1 = -(1 - \rho_1)p_1$ を(45)式に代入し q_n を求めると(46)式がえられる。

$$q_n = \rho_n p_n - (-1)^{n+1} n\rho_n (1 - \rho_1) k^{n+1} p_1 \quad (46)$$

(46)式から(34)式の $h_n = q_n / \sigma_n$ の関係より h_n を導く。
ここで、 $p_1 = 2ks$ の関係と(37)式の ρ_n のBessel関数表示を適用すると、

$$h_n = p_n (-1) \frac{J_1}{J_{n-1}} \left\{ 1 - n(1 - \rho_1) \frac{k^2}{s^{n-1}} \right\}$$

$$= p_n(-1) \frac{J_1}{J_{n-1}} \left(1 - 2n \frac{k^2}{s^{n-1}} \cdot \frac{J_1}{\xi J_0} \right) \quad (47)$$

$$= p_n(-1) \frac{J_1}{J_{n-1}} \left(1 + n \frac{k^2}{s^{n-1}} \cdot g \right) \quad (48)$$

なお、(47), (48) 式の Bessel 関数及び g はつぎの式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{J_1}{\xi J_0} &= -\frac{1}{b\sqrt{2}} (1+j) \frac{J_1 J_0'}{J_0 J_0'} \\ &= -\frac{1}{b\sqrt{2}} \frac{u_1(u_0 + v_0) - v_1(u_0 - v_0)}{u_0^2 + v_0^2} \\ g &= -2 \frac{J_1}{\xi J_0} \rightarrow \frac{J_1}{\xi J_0} = -\frac{1}{2} g \end{aligned} \quad (49)$$

上式中の b , J_n は $b = a\sqrt{\omega\mu\kappa}$, $J_n(j\sqrt{jb}) = u_n + jv_n$

つぎに、(14) 式の $|h_n|^2$ は (50) 式で表される。

$$|h_n|^2 = p_n^2 \frac{u_1^2 + v_1^2}{u_{n-1}^2 + v_{n-1}^2} \left(1 + 2ng \frac{k^2}{s^{n-1}} \right) \quad (50)$$

ここで、 g は先の Bessel 関数 J_n と b を含む式から (51) 式で示される。

$$g = \frac{\sqrt{2}}{b} \frac{u_1(u_0 + v_0) - v_1(u_0 - v_0)}{u_0^2 + v_0^2} \quad (51)$$

計算を進めるにあたり、J. R. Carson のグラフ等を一部用いた。なお、 $b = \sqrt{\omega\mu\kappa}$ のように単位は MKS 単位系。

(14) 式に (50) 式を代入すると、 $R = CR_0$ の係数 C は (52) 式で表わされる。

$$C = 1 + \frac{2}{aR_0} \sqrt{\frac{\mu\omega}{\pi\kappa}} (S_1 + 2gk^2 S_2) \quad (52)$$

ここで、 S_1, S_2, R_0 はそれぞれ (53), (54) 式となる。

$$S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} w_n k^2 s^2 \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} n w_n k^2 s^{n+1} \quad (53)$$

$$R_0 = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{\omega\mu}{\pi\kappa}} \cdot \frac{u_n v_0' - u_n' v_0}{u_1^2 + v_1^2} \quad (54)$$

ここで、 R_0 は単線の表皮抵抗である。また、 w_n は

$$w_n = \frac{u_n v_n' - u_n' v_n}{u_{n-1}^2 + v_{n-1}^2} \quad (55)$$

ここで、2 接触線時の交流と直流抵抗比を求めるに当り、つぎの考察を行う。

まず、交流 2 線と交流単線の最大磁界比を α とし、これを磁界係数とすると、表皮効果⁹⁾から交流 2 線の内部電流は単線時の α 倍とおくことができる。ここで、2 線時の表皮深さを単線時の δ に比較のため統一する。この δ の統一の手続きの前後において、交流 2 線の最大磁界点における線断面内の微小角範囲の通電立体区分について電流一定、磁界の周回積分一定の関係を適用すると、この微小角立体区分領域の交流 2 線の表面電流密度は単線時の α 倍に設定できる。また、同じ手続を他の微小角及び線断面の全体に適用し、交流 2 線時の電流が求められ

る。直流 2 線と単線時の表面磁界に於ても交流 2 線と単線の対比において α 倍とすることができ、直流の Poynting Vector も α 倍として解析することができる。

(56) 式は直流単線時の Poynting Vector S_D を示す。ここで、電界を E_D , 磁界を H_D とする。

$$S_D = E_D \times H_D \quad (56)$$

(57) 式は直流 2 接触線に於ける直流磁界 H_D' と単線磁界 H_D の関係式である。

$$H_D' = \alpha \cdot H_D \quad (57)$$

(58) 式は直流 2 接触線に於ける Poynting Vector S_D' と S_D の関係を示す。

$$S_D' = E_D \times H_D' = E_D \times \alpha \cdot H_D = \alpha \cdot (E_D \times H_D) = \alpha \cdot S_D \quad (58)$$

(58) 式の Poynting Vector S_D' は直流単線時の Poynting Vector S_D の α 倍であることを示す。これらの関係から 2 線接触線に於ける直流と高周波通電時の閉曲面内に供給される電力の比は (59) 式で表される。

$$\frac{\oint_S S_A' \cdot nds}{\oint_S S_D' \cdot nds} = \frac{\oint_S S_A' \cdot nds}{\oint_S \alpha \cdot S_D \cdot nds} = \frac{1}{\alpha} \frac{\oint_S S_A' \cdot nds}{\oint_S S_D \cdot nds} = \frac{1}{\alpha} \frac{W_A'}{W_D} \quad (59)$$

この式を抵抗の式で表すと、(60), (61), (62), (63) 式となる。ここで、 C' は 2 接触線の交流抵抗 R_A' と直流抵抗 R_D' の比である。また、 R_0, R_A はそれぞれ単線の直流抵抗および交流抵抗を示す。 C_0 は単線における交流直流抵抗比を示す。

$$C' = \frac{R_A'}{R_D'} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{R_A'}{R_D} \quad (60)$$

$$C = \frac{R_A'}{R_A} \quad (61)$$

$$C_0 = \frac{R_A}{R_D} \quad (62)$$

$$C' = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{R_A'}{R_A} \cdot \frac{R_A}{R_D} = \frac{1}{\alpha} \cdot C \cdot C_0 \quad (63)$$

3. 2 接触銅線に於ける近接抵抗計算結果

以上の理論式に基き直径 0.35mm (3.5×10^{-4} m), 0.5mm (0.5×10^{-4} m) の 2 接触銅線に 200kHz, 500kHz, 1MHz の高周波を同方向通電した場合の交流直流抵抗比 C' を計算する。計算に当たり、 α 及び α_n の式を (64), (65) に示す。なお、Bessel 関数は ber, bei 関数表¹⁰⁾によった。

$$\alpha = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots \quad (64)$$

$$\alpha_n = h_n \cdot \frac{J_n'}{J_0'} = p_n \cdot \frac{J_n'}{J_0'} (-1) \frac{J_1}{J_{n-1}} \left(1 + n \frac{k^2}{s^{n-1}} \cdot g \right) \quad (65)$$

(1) 0.35mm (3.5×10^{-4} m), 1MHz の場合

$$a = 1.75 \times 10^{-4} \text{ (m)}, \quad \text{線絶縁皮膜厚さ} = 1.0 \times 10^{-6} \text{ (m)}$$

$$\mu = \mu_0 = 1.257 \times 10^{-6} \text{ (H/m)}, \quad \kappa = 5.882 \times 10^7 \text{ (S/m)}$$

$$b = a\sqrt{\kappa\omega\mu} = 3.769, \quad k = 0.4729, \quad s = 1.51, \quad g = 0.38$$

C=2.08741
 (64), (65)式から $\alpha=1.73601$ ただし、
 交流直流単線抵抗比 $C_0=R_A/R_D=1.600$
 (63)式にそれぞれの数値を代入すると

$$C' = \frac{1}{1.73601} \times 2.08741 \times 1.600 = 1.92386 \quad (66)$$

表1は計算結果と実測値を比較したもので、10%以内で一致する結果がえられた。

表1 計算値と実測値の比較

Comparison between calculated and measured values

	0.35 φ 1MHz	0.35 φ 500kHz	0.35 φ 200kHz
計算値	1.924	1.513	1.136
実測値	1.890	1.455	1.153
差%	1.8	4.1	-1.5
前報告 ⁽⁵⁾ (%)	-4.8	3.7	2.3
	0.5 φ 1MHz	0.5 φ 500kHz	0.5 φ 200kHz
計算値	2.387	1.608	1.268
実測値	2.170	1.753	1.221
差(%)	10.0	-0.5	3.9
前報告 ⁽⁵⁾ (%)	6.6	10.2	5.6

なお、測定試料は直径0.35mm (3.5×10^{-4} m), 皮膜厚 $15 \mu\text{m}$ (1.5×10^{-5} m), 2平行融着銅線10m, 両端半田付けたものを用い、200kHz, 500kHz, 1MHzについてLCZメータ4277A(YHP)にて交流抵抗を測定し、直流抵抗は3224(HIOKI)にて測定し、両者の比を実測値とした。また、0.5mm (5.0×10^{-4} m)電線についても同様な測定を行った。

表中の前報告⁽⁷⁾の値は自由電子論的考察による計算結果であり、今回の計算値と近い結果であった。

4. 通電分布の検討

つぎに、磁界の計算式から、通電分布を求める。2接触線周辺の磁界は(67)式で与えられる。

$$H = \frac{1}{2\pi a} \left(1 + \frac{J'_1}{J'_0} h_1 \cos\theta + \frac{J'_2}{J'_0} h_2 \cos 2\theta + \dots \right) \quad (67)$$

この磁界の値が得られれば、各 θ の位置における通電電流値が求められる。

(64), (65)式の磁界係数 $\alpha = 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \dots$ の各項の値は既に求められており、この式の各項に $\cos^n \theta$ を入れ

$$\alpha = 1 + \alpha_1 \cos\theta + \alpha_2 \cos 2\theta + \alpha_3 \cos 3\theta + \dots \quad (68)$$

(68)式により以下の通り計算する。

(1) 0.35mm (3.5×10^{-4} m), ($\theta = 0$)

$$\alpha_1 = 0.96519 \quad \alpha_2 = -0.32077 \quad \alpha_3 = 0.09159$$

α_4 以降は小数点2桁以下で更に小さな値のため省略する。

$$\alpha \approx 1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1 + 0.96519 - 0.32077 + 0.09159 = 1.73601$$

2接触線状態の通電電流値は2線接点と反接点

(180°)の磁界が単線表面の磁界の α 倍であるので、表皮電流は α 倍に相当する。この関係を式に表わすと(69)式となる。

$$2\pi \left(a - \frac{\delta}{2} \right) \delta \alpha = 2\pi \left(a - \frac{\delta'}{2} \right) \delta' \quad (69)$$

$$k = \frac{\delta}{a} \quad k' = \frac{\delta'}{a}$$

ここで、 δ' は α 倍の電流 αI に相当する表皮深さであり、 k' は δ' と線半径 a との比である。なお、 δ は実効ベースの単線の表皮深さであり、 k は δ と半径 a との比である。上の(69)式から(70)式がえられ k' が求められる。

$$k' = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha \left(1 - \frac{1}{2} k \right) k} \quad (70)$$

(70)式に $k = \delta/a = 0.0467/0.175 = 0.26686$, $\alpha = 1.73601$ を代入して k' を求め、(69)式より δ' を計算し、その結果 δ'/δ 比がえられ、0.35mm 1MHzで2.110である。以下、 $\theta = \pi/6, \pi/3, \pi/2, 2\pi/3, 5\pi/6, \pi$ について同様の計算を行った。

つぎに、以上の δ'/δ の結果をCassian座標⁽⁸⁾上に描く。

いま、任意の角度 θ に於ける δ'/δ を上記のように求め、これより δ' を図2上で求める。この δ' は単線の表皮深さ δ を基準として計算されたものであるとしてCassian座標上では磁界の最大点すなわち基準軸 $v=0$ の軸上($\theta=0$ の軸)での値をとる。従って、角度 θ に於ける δ' を一旦 $\theta=0$ の軸上の値に戻す操作を行う。

そのまゝに、角度 θ に於ける半径線と線外周との交点をCassian座標の u 値として求め、この u 値に相当する $\theta=0$ 軸上の点を設定する。つぎにこの点から $\theta=0$ 軸上に戻した δ' の値に相当する u' 値を求める。つぎにこの u' に相当する磁界等高線と角度 θ に於ける半径線との交点を求める。この交点が角度 θ に於ける2接触線の実効通電深さに相当する。

このようにして各 θ について描いた通電深さの軌跡は直径0.35mmの1MHzに於ける実効通電分布の境界であり自由電子論の報告書⁽⁷⁾で描いた通電領域とほぼ重なる結果がえられた。すなわち、中心線より上が今回の報告によるもので、下が自由電子論によるもので図2に示すように、ほぼ一致した結果である。

5. むすび

(1) 2線接触同方向通電の近接抵抗について
 J.R.Carsonの異方向通電の解析手法が、同方向通電の場合に適用しうるかを検証し、あらたに直流における単線磁界と2接触銅線の最大比、すなわち磁界係数 α を前提条件にした理論式をたて交流直流抵抗比を計算した。この手法により直径0.35と0.5mmの2種類の2接触線について200kHz-1MHzの場合の近接抵抗の計算値と実測値

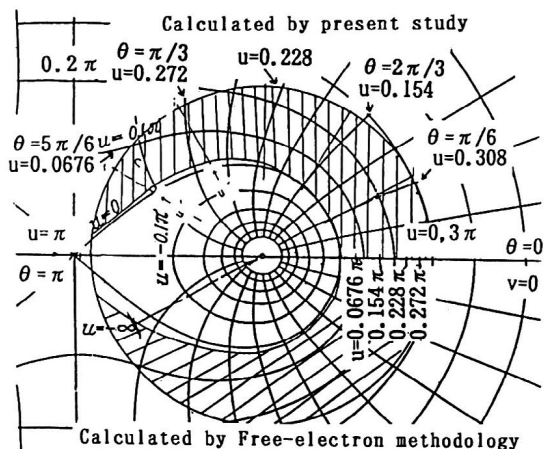


図2 Cassinian 座標上に図示された通電分布の計算結果
Fig.2. Current distribution drawn on
Cassinian ovals

との比較を行い、その差は10%以内で一致した。
従って、同方向通電の理論を明らかにし、計算手法の
実用化と異方向通電理論との統一の見通しをえた。

(2) つぎに、2線の磁界係数の式より角度 θ に対応する
通電電流値を求め、これにより通電分布をCassinian
座標上に描き、直径0.35mmにおける1MHzの場合ほぼ磁界
等高線にそった通電領域の境界線がえられた。また、先
の報告⁹⁾(自由電子論的考察による近接抵抗の研究)で描
いた通電分布と非常に近い結果をえた。このことは本手
法の解析が先の自由電子論的考察を別な理論で裏付けう
ることを示唆するものと考えられる。

最後に本研究にあたり、ご討論と貴重なご示唆を賜つ
た東北工業大学千葉二郎教授に深謝申し上げます。

また、岩手大学工学部電気電子工学科故島田孟助教授
よりご指導を賜った。哀悼の意を表し、厚く御礼申し上
げます。

さらに、㈱日立メディアエレクトロニクス新規事業開
発部渡辺忍氏にご協力を頂き御礼申し上げます。

(平成8年6月10日受付,平成8年12月9日再受付)

文 献

- (1) J.R.Carson: Wave Propagation over parallel Wires, The Proximity Effect, Phil. Mag. Vol. 41 Series 6, 1921, pp. 607-633.
- (2) M.J.Tsuk & J.A.Konng: A Hybrid Method for the Calculation of the Resistance and Inductance of Transmission Lines with Arbitrary Cross Sections, IEEE Transactions Vol 39, No. 8, pp. 1338-1347, August 1991.
- (3) 大島修三・柏葉安兵衛・馬場守・藤原民也
池田俊夫, 2平行線に於ける通電位相を考慮した
近接抵抗の研究, 電気学会東北支部連合大会論文

集, 平成8年8月, p. 5.

- (4) Dr. Ing. HANS PRINZ. Hochspannungsfelder 電界
計算法 朝倉書店 1969, pp341-343.
- (5) 熊倉信昭: 電気磁気学基礎論, オーム社, 昭和62
年5月, pp. 311-315.
- (6) 桜井時雄: ber, bei 函数の表及びグラフに就いて
信話学会誌 No. 24, 1940, pp. 8.
- (7) 大島修三・柏葉安兵衛・馬場守・藤原民也

池田俊夫: 自由電子論的考察による近接抵抗の研究
(1), (2), 電気学会東北支部連合大会口演論文
集, 平成7年8月, pp. 130-131.

大島 修三 (正員) 昭和33年北海道大学工学部電気
工学科卒業。同年日立製作所同多賀工場
勤務、モートル設計に従事。横浜工場、
㈱日立水沢製作所取締役工場長を経て退
職。現在、岩手大学大学院工学研究科博
士課程(後期)電子情報工学専攻在学中。
電気学会会員。



柏葉安兵衛 (正員) 昭和43年東北大学大学院工学研
究科(博士)電子工学専攻修了、工博。同
年岩手大学工学部電子工学科助手、講師
を経て昭和47年助教授。薄膜光変換デバ
イスの研究に従事。電気学会電子情報通
信学会、応用物理学会、日本表面化学会
日本真空協会会員。



馬場 守 (非会員) 昭和49年東北大学大学院工学
研究科(博士)電子工学専攻修了、工博。
同年㈱東芝総合研究所研究員。昭和51年
岩手大学工学部電子工学科助手、助教授
を経て平成4年同教授。無機材料の光物
性金属酸化物薄膜の表面改質、半導体物
性の研究に従事。応用物理学会、日本物
理学会会員。



藤原 民也 (会員) 昭和48年東北大学大学院工学研
究科(修士)電気及通信工学専攻修了。昭
和48年一関工業高等専門学校助手。昭和
50年岩手大学工学部電気工学科助手、昭
和61年工博(東北大学)。同助教授を経て
平成6年教授。電気光学効果とその応用
気体放電とその応用に関する研究に従事
電気学会応用物理学会、低温工学会会員



池田 俊夫 (非会員) 昭和32年東北大学大学院理学研
究科(博士課程)物理学専攻退学。同年東
北大学科学計測研究所助手。同38年東北
大学工学部電子工学科助教授。同40年
理博。同51年岩手大学工学部電子工学科
教授。平成7年一関工業高等専門学校
校長。電子材料学、結晶工学の研究に従
事。日本物理学会、応用物理学会、映像
情報メディア学会会員。

