

## 微動アレイ探査における空間自己相関法の 自己回帰モデルを用いた改良

山本英和\*・小淵卓也\*\*・斎藤徳美\*

### Modified Spatial Autocorrelation Method using Autoregressive Model for Estimating Underground Velocity Structure from Microtremor Array Observation

Hidekazu YAMAMOTO\*, Takuya OBUCHI\*\* and Tokumi SAITO\*

#### ABSTRACT

Spatial autocorrelation method (SAC) is an effective analysis for estimating underground S-wave velocity structure from microtremor phase velocity dispersion relation because it has larger detectable range of microtremor wavelength than frequency-wavenumber analysis. However, phase velocities estimated by conventional SAC methods such as band-pass filtered method or Fast Fourier Transform method were not precise if suitable band width was not selected for analysis. We proposed a new technique for SAC using autoregressive model which estimated spectra with high resolution because the best fitting model can be selected using AIC. We apply the new method to calculate phase velocities of microtremors which were observed at a ground of Morioka Technical High School with arrays. As a result, phase velocities calculated by the new method were continuous with frequency although those calculated by the conventional methods were scattered. This indicates that SAC functions calculated by the new method are estimated better than those by conventional SAC methods.

**Key words:** spatial autocorrelation method, microtremor array observation, autoregressive model, S-wave velocity structure estimation

#### 1. 緒 言

微動から表面波の位相速度を抽出し、その分散関係を利用して地下S波速度構造を推定する方法が報告され成果を上げている [例えば, Horike, 1985; Matsushima

and Okada, 1990]。これらの研究の多くは微動から表面波の位相速度を抽出する際に、周波数-波数解析法 [LaCoss et al., 1969; Capon, 1969] を使用している。この手法は、微動をアレイで観測する際、その配置が任意で良いという利点を持つ。ただし、通常7個程度以上

1997年4月7日原稿受付; 1997年10月15日受理  
物理探査学会第94回学術講演会にて発表

\* 岩手大学工学部建設環境工学科

〒020 盛岡市上田 4-3-5

\*\* 川崎地質(株)

〒143 東京都大田区大森北 1-11-1

Manuscript received April 7, 1997; Accepted October 15, 1997.

This paper was presented at the 94th SEGJ Conference, 1996.

\* Department of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Iwate University 4-3-5, Ueda, Morioka, Iwate, 020, Japan

\*\* Kawasaki Geological Engineering Co., Ltd. 1-11-1 Ohmori-kita, Ohta-ku, Tokyo, 143, Japan

と多数の地震計を同時に配置する必要があり、また、アレイの最大地震計間隔に対して2から3倍程度の波長の波までしか分解能を持たないなどの欠点を併せ持つ[Matsushima and Okada, 1990]。

地下構造推定に用いる微動に含まれる表面波の位相速度のもう一つの抽出法に、空間自己相関法 (SAC 法) がある。この手法は、地震計を円形に配置する必要があるため、市街地等での観測には制約を受け、あまり用いられていない。しかし、周波数-波数解析法に比べ、長い波長の位相速度の推定が可能だといわれている[宮腰, 1995]。長い波長は地下深部の構造の情報を持っているため、空間自己相関法を利用すれば、同じアレイによる観測でより深い構造の推定が可能であることを示している。また、異なる時刻に観測した微動をまとめて解析できるため、少ない個数の地震計でも観測が可能であり、作業効率や経済性の点で周波数-波数解析法に比して有利であると考えられる。

従来の SAC 法には、各周波数ごとに抽出された成分波を用いる方法 [Aki, 1957; 岡田・坂尻, 1983] と、FFT を用いる方法 [松岡ほか, 1996] がある。Aki (1957) による空間自己相関法では、観測された微動を各周波数ごとの成分波に分離し、地震計間隔ごとの相関係数を見積もる手法を取っている。この手法はその後、岡田・坂尻 (1983) では成分波を作成する際、デジタルバンドパスフィルタを使用する手法 (以降、BPF 法と呼称) に受け継がれている [岡田・坂尻, 1983]。

しかし、この手法は計算時間が膨大であり、計算時間短縮化のために、松岡ほか (1996) により空間自己相関関数をクロススペクトルの実部から計算する手法 (以降、FFT 法と呼称) が提案された。彼らはその際に FFT の手法を用いて計算時間の効率化を図っている。

地下構造を推定する目的で微動の位相速度を利用する場合、連続性の良い分散関係が必要となる。SAC 法で連続性の良い位相速度を求めるために、一般的に空間自己相関関数の平滑化を行う。この平滑化に影響するのは、BPF 法ではバンドパスフィルタのバンド幅、また、FFT 法ではクロススペクトルの平滑化に対するバンド幅である。しかし、従来の方法には空間自己相関関数の平滑化の適切さを客観的に判断する基準がない。もし、平滑化が適切に行われていない場合、空間自己相関関数の連続性が悪くなり、これが位相速度に推定誤差をもたらすことが考えられる。そこで、本論文では客観的判断基準として赤池情報量基準 (AIC; 赤池, 1976) を利用できる自己回帰モデル (AR model) の適用を試みた。つまり、FFT 法と同様に、AR クロススペクトル

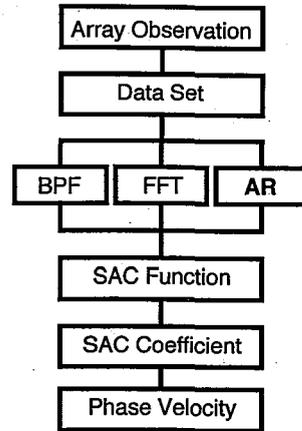


Fig. 1 Flow chart for SAC analysis.

を利用して周波数領域で相関関数を計算し、位相速度を推定することを行った。以降、この AR model を適用した SAC 法を AR 法と呼称する。この AR model は、確率的なモデルを表す1つの方法といえる。SAC 法の場合、微動を定常確率過程として扱うので、SAC 法に確率的モデルを当てはめることは、適切であると考えられる。本研究では盛岡市域で観測されたデータに基づき、AR 法と従来の SAC 法との比較を行い、SAC 法への AR model の適用の有効性について検討した。

## 2. 空間自己相関法の改良

SAC 法の計算手順のフローを Fig. 1 に示す。SAC 法では、円形アレイにより観測した微動データから、周波数を変数とする空間自己相関関数を求める。そして、地震計間隔を変数にした空間自己相関係数に、第1種0次の Bessel 関数を適合することにより位相速度が求められる。

本研究の AR model を適用した SAC 法では、相関関数を算出する過程において、松岡ほか (1996) により行われた FFT を用いたクロススペクトル推定法を AR model を利用した推定法に変更した。クロススペクトルから相関関数を算出することによって、周波数領域での計算による時間短縮効果はそのまま受け継いで、AR model の利用によるスペクトル推定の精度を向上させることを試みた。

凌 (1994) および凌・岡田 (1993) によれば、周波数-波数解析法のクロススペクトル算出の際、AR model を利用したスペクトルを導入し、従来の FFT を利用した計算法に比べて位相速度推定の精度が向上した

ことが報告されている。これは微動を確率過程であるとみなした場合、スペクトル推定の精度がそのまま位相速度推定の精度に貢献しているためと考えられる。空閑自己相関法と周波数-波数解析法とでは解析の手法に違いがあるものの、スペクトル推定の過程は同一であるので、AR model を適用することによって同様の効果が期待できると考えられる。なお、本研究では AR スペクトル推定には北川 (1993) の多変量 AR model のユールウォーカー法を利用した。また、AR model の次数決定には AIC の利用により、客観的に最適モデルを推定した。

周波数を  $f$ 、地震計間隔を  $r$  とすると空間自己相関関数は(1)式で表される。

$$\rho(f, r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\text{Real} \{P_{ij}(f, \theta)\}}{\sqrt{P_{ii}(f, \theta)P_{jj}(f, \theta)}} d\theta \quad (1)$$

$\rho(f, r)$  : 空間自己相関関数

$P_{ij}(f, \theta)$  : 2点間のクロススペクトル

$P_{ii}(f, \theta)$  : 基準点のパワースペクトル

$P_{jj}(f, \theta)$  : 円周上の1観測点のパワースペクトル

本解析では、観測した20分の中から、車両の通行などのノイズと考えられる部分を含まない基本区間40.96秒を6区間使用した。各区間それぞれから求められるクロススペクトルを平均しその実数部分から空間自己相関関数を算出した。

位相速度の推定は、次のように行った。位相速度  $c$  と周波数  $f$  の関係で表すと、

$$c = \frac{2\pi r f}{x} \quad (2)$$

と表現できる。 $r$  は地震計間隔、 $x$  は Bessel 関数の無次元の変数を表す。

ここで、

$$a = \frac{r}{x} \quad (3)$$

とすると、(2)式は

$$c = 2\pi a f \quad (4)$$

となる。この  $a$  を変化させ、周波数  $f$  での地震計間隔ごとの空間自己相関係数と Bessel 関数との残差をとり、その2乗和

$$R^2(f, a) = \sum_{n=1}^N \left\{ J_0 \left( f, \frac{r_n}{a} \right) - \rho(f, r_n) \right\}^2 \quad (5)$$

が、最小になる  $a$  を求め、(4)式を用いて位相速度を推

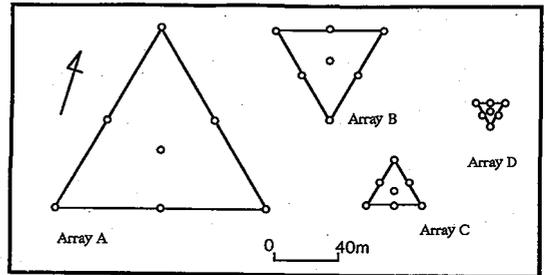


Fig. 2 Location of vertical seismometers for each array.

定する。

Aki (1957), 松岡ほか (1996) では、空間自己相関関数から直接位相速度を推定している。しかし、解析された相関関数は誤差をもつため位相速度にも誤差が伝播する可能性がある。そこで、ここでは凌 (1994) による拡張空間自己相関法を採用した。同一周波数において、異なる相関距離で求められた相関係数を Bessel 関数に最小自乗法的に適合することにより精度の高い位相速度推定が可能と考えられる。

位相速度を推定する際に、周波数領域における高周波側の空間自己相関係数の上限は、空間的エイリアジングを考慮して、空間自己相関係数の値が、Bessel 関数  $J_0(x) = -0.4$  までの周波数、あるいは、その値が、 $-0.4$  以上の値しかとらない場合は、Bessel 関数  $J_0(x)$  における  $x = \pi$  までの形を示す周波数までとした。

### 3. 観 測

本研究で検討に用いた微動データは、岩手県盛岡市の盛岡工業高等学校で得られたものである。観測は、固有周期1秒の速度型上下動地震計(振動技研(株)製)を7台用い、得られた信号をアンプにより増幅し、A/Dコンバーターを通して、サンプリング周波数50 Hz、分解能14 bitのデジタルデータとしてノート型パソコンに収録した。観測システムの詳細は山本ほか (1997) を参照されたい。

ここで用いたアレイを Fig. 2 に示す。1回の観測では7点の正三角形型のアレイを用いた。このアレイは2つの半径を持つ円形アレイと等価である。空閑自己相関法における相関距離を広範囲にするため、アレイの形はそのまま半径方向に地震計間隔を変えて4回の観測を行った。この観測により、微動の長波長成分から短波長成分を、空閑自己相関法により同時に解析可能である。4回のアレイを大きい方からアレイ A、アレイ B、アレイ C、アレイ D と呼ぶ。アレイ A では半径 80 m と 40

mの2つの円形アレイを同時に観測したものと等価である。アレイAでは最大地震計間隔は139 m, 最小地震計間隔は40 m, アレイBでは、それぞれ69 m, 20 m, アレイCではそれぞれ35 m, 10 m, アレイDではそれぞれ17 m, 5 mである。観測は、1995年10月深夜に行った。1アレイの観測時間は20分である。この観測で得た微動の各chごとの波形およびフーリエスペクトルの例をFig. 3に示す。地震計間隔が一番大きいアレイAで若干地震計間の波形の相関が悪いようにも見受けられるが、スペクトルは類似の形を示している。また、他のアレイでは地震計ごとの波形およびスペクトルは類似しており、かつ、アレイによっても差異は認められない。すなわち、一連のアレイでは相関の良い波が観測されていることが伺われる。

#### 4. 解析結果

地震計7台による1回のアレイ観測から解析に用い

ることのできる地震計間隔は5種類である。今回は、大きさの異なる4回のアレイ観測を行ったので、のべ20種類の地震計間隔で解析がなされた。それぞれの地震計間隔での空間自己相関関数をFig. 4に示す。なお、ここに示されているのは本研究のAR法による空間自己相関関数で、各図の右上の数字が相関距離を表している。

いずれの場合も1 Hz以下の相関が若干悪くなっているが、これは長周期ではスペクトル振幅自体が小さくS/N比が低下しているためと考えられる。この周波数帯を除いて考えると、地震計間隔が大きい場合、周波数が高くなると急激に相関が悪くなる。一方、地震計間隔が小さい場合、周波数が高くなってもなかなか相関が悪くならないことがわかる。すなわち、微動の相関が空間の変数になっていることが示されている。

このように、地震計間隔ごとに異なる形状の相関関数が得られた。位相速度の解析を行うために、地震計間隔

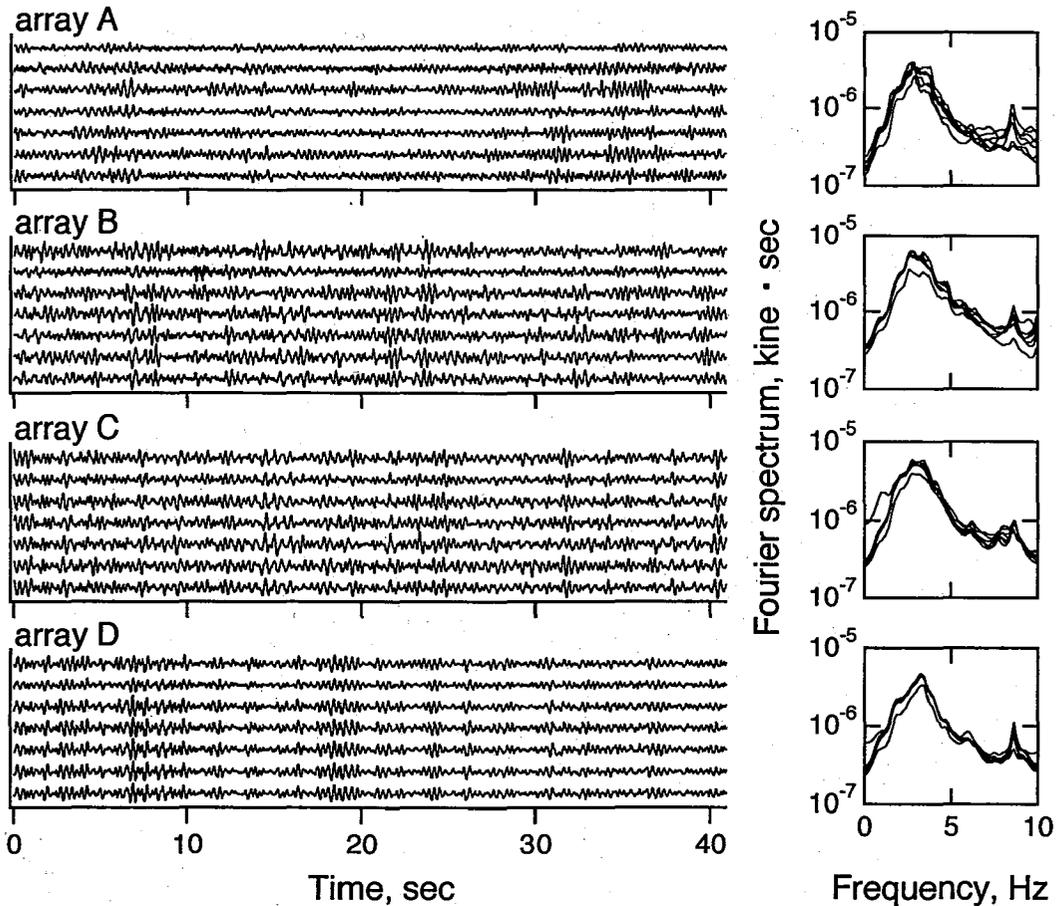


Fig. 3 Vertical velocity waveform and Fourier spectra observed with each array.

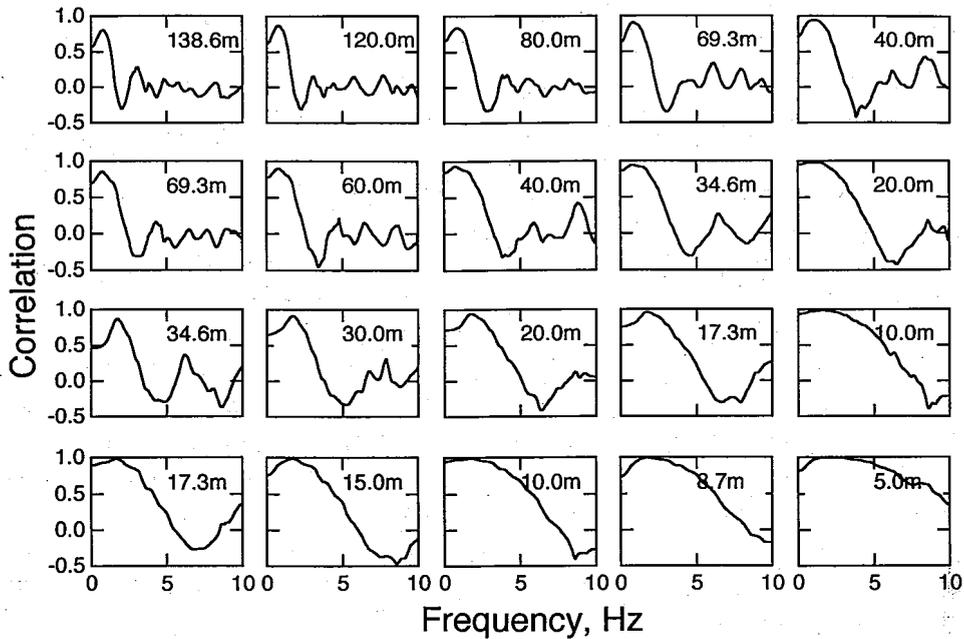


Fig. 4 Spatial autocorrelation function estimated with each seismometer pair. Number means correlation distance.

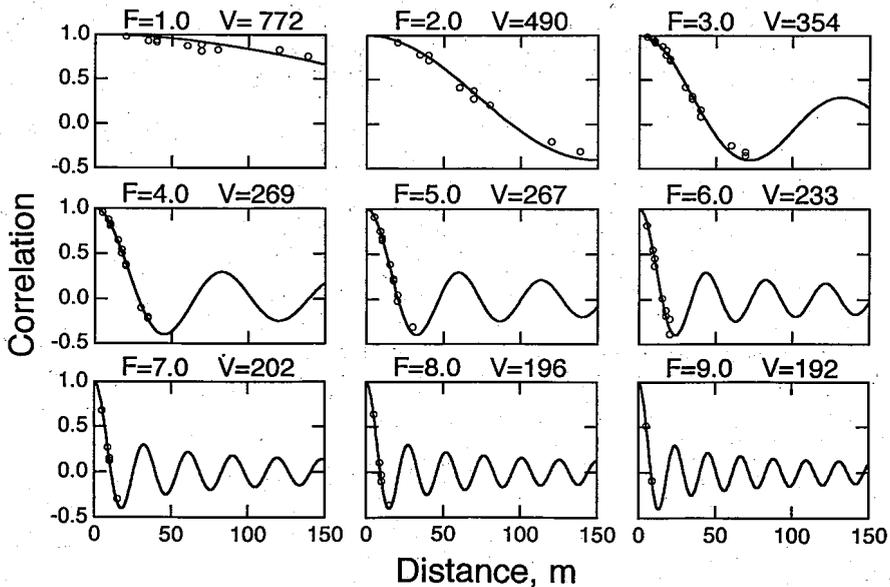


Fig. 5 Spatial autocorrelation coefficients (circle) and best-fitted Bessel function (solid line) estimated with each frequency. F means frequency in Hz, V estimated phase velocity in m/s.

を変数にした空間自己相関係数とこれに最も適合する Bessel 関数を 1 Hz ごとに Fig. 5 に示す。左上の数字は周波数、右上の数字は最も適合する Bessel 関数から求められた位相速度を示している。先に述べた理由のため

か 1 Hz における係数と Bessel 関数の一致が悪いものの、他の周波数ではいずれも空間自己相関係数が Bessel 関数に合うように求められているのがわかる。このことから、位相速度が精度よく推定されていると考

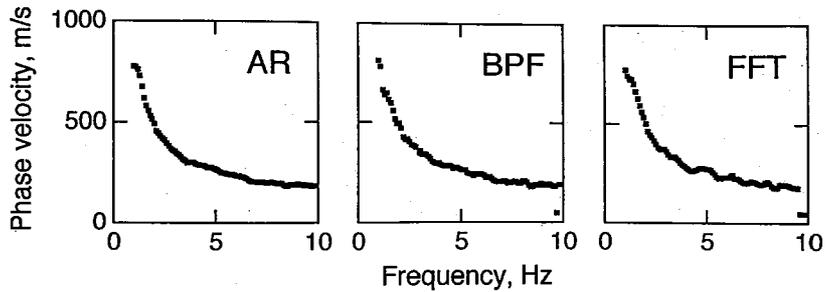


Fig. 6 Estimated phase velocities using AR method, BPF method and FFT method, respectively.

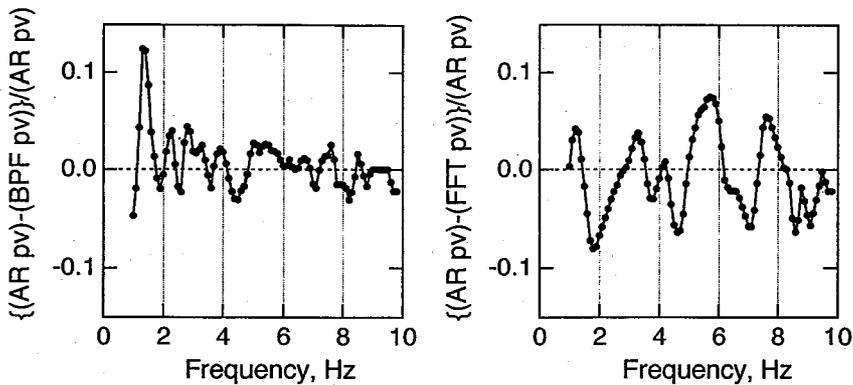


Fig. 7 Phase velocity difference between AR method and BPF method (right), and phase velocity difference between AR method and FFT method (left). Velocity differences were normalized by phase velocity estimated by AR method.

えられる。

こうして推定された位相速度を Fig. 6 に示す。ここに示したのは、同じデータからそれぞれ AR 法、BPF 法、FFT 法で求めた位相速度である。BPF 法ではバンド幅 0.6 Hz のバタワース型デジタルバンドパスフィルタを、FFT 法ではバンド幅 0.96 Hz のパーゼンウィンドウを使用した。これらのバンド幅は比較検討の結果、位相速度推定時に、位相速度の連続性が AR 法と同程度になるように試行錯誤のうえ設定した。

いずれの手法においても、1 Hz から 10 Hz 程度まで連続性の良い位相速度の分散現象が推定されている。位相速度の分散傾向はすべての手法において類似した傾向を示しているが、位相速度のばらつきは AR 法において小さいことが明らかである。

### 5. 考 察

Fig. 6 に示したように、AR 法の位相速度に比べて、従来の手法である BPF 法や FFT 法の位相速度の連続

性が低い。基本モードのレイリー波の位相速度のみを観測しているのなら位相速度は連続するはずである。この連続性の傾向を明らかにするために、AR 法の位相速度を基準とし、AR 法と BPF 法および AR 法と FFT 法それぞれにおける位相速度の差をとって比較した。その結果を Fig. 7 に示す。なお、それぞれの位相速度の差は AR 法の位相速度で規格化してある。Fig. 7 をみると、BPF 法と FFT 法の位相速度はばらついていて連続性が低い。しかもこの位相速度のばらつきには周期的な成分が含まれていて、明らかに系列相関がある。この連続性が低い原因としては、BPF 法ではバンドパスフィルタのバンド幅、FFT 法ではクロススペクトルの平滑化に対するバンド幅が影響している可能性がある。つまり、BPF 法と FFT 法の空間自己相関関数の算出時に行っているのは、単なるデータの変換であると考えられる。そのため、解析に影響を及ぼすノイズが表面化してしまったと考えられる。これに対し、AR 法の場合、ノイズの存在を前提に最適モデルを推定するために、ノイズ

の影響があまり表面化しないと考えられる。

従来の、バンドパスフィルタやFFTを使用する空間自己相関法でも、解析区間をかなり長時間使用して多数の区間ごとの平均を利用すれば、たとえノイズが含まれていたとしてもその影響は軽減することが予想される。しかし、微動の比較的安定している長周期帯域では長時間の解析区間を使用することができても、交通振動などの非定常なノイズの影響を受けやすい短周期帯域では、安定した長時間の微動記録を解析に使用することが困難である。本研究で提唱したAR modelを利用した空間自己相関法は、比較的短い解析区間を使用しても連続性の良い位相速度の分散現象が確認できた。このことから短周期微動を利用した浅い構造の解析、市街地の探査には本手法は有効に利用可能であると推察される。

## 6. 結 言

本研究では、微動から表面波の位相速度の分散現象を検出する空間自己相関法に自己回帰モデルを適用し、盛岡市域で観測されたデータに基づき、AR法と従来のSAC法との比較を行い、SAC法へのAR modelの適用の有効性について検討した。その結果、従来の手法から得られた位相速度は分散傾向を示すもののばらつきが大きく、AR法で得られた位相速度はばらつきの小さい連続性の良い分散傾向を示すことが明らかとなった。このことから、SAC法へのAR modelの適用は有効であると考えられる。

## 謝 辞

微動観測には岩手大学工学部建設環境工学科地下計測学研究室の当時の大学院生、4年生諸氏の助力を得た。記してここに謝意を表する。

## 参考文献

赤池弘次 (1976) : 情報量基準 AIC とはなにか, 数理科学,

No. 153, pp. 5-11.

- AKI, K. (1957) : Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors, *Bull. Earthq. Res. Inst.*, **35**, pp. 415-456.
- CAPON, J. (1969) : High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis, *Proc. IEEE*, **57**, pp. 1408-1418.
- HORIKE, M. (1985) : Inversion of phase velocity of long-period microtremors to the S-wave-velocity structure down to the basement in urbanized areas, *J. Phys. Earth*, **33**, pp. 59-96.
- 北川源四郎 (1993) : 時系列解析プログラミング, 岩波書店, pp. 390.
- LACOSS, R. T., E. J. KELLY and M. N. TOKSÖZ (1969) : Estimation of seismic noise structure using array, *Geophysics*, **34**, pp. 21-38.
- MATSUTSHIMA, T. and H. OKADA (1990) : Determination of deep geological structure under urban areas using long-period microtremors, *BUTSURI-TANSA*, **43**, pp. 21-33.
- 凌 魁群 (1994) : 微動に含まれる表面波の位相速度の推定に関する研究, 北海道大学理学研究科博士論文, pp. 150.
- 凌 魁群, 岡田 広 (1993) : AR model 適用による微動に含まれる表面波の位相速度の推定法, 物理探査学会第 88 回学術講演会論文集, pp. 44-48.
- 宮腰 研 (1995) : 微動探査法による表面波位相速度推定の基礎的研究, 北海道大学大学院理学研究科博士論文, pp. 146.
- 岡田 広, 坂尻直巳 (1983) : やや長周期微動による地下構造の推定, 北海道大学地球物理学研究報告, **42**, pp. 119-143.
- 松岡達郎, 梅沢夏実, 巻島秀夫 (1996) : 空間自己相関法による浅い地下構造の推定, 物理探査, **49**, pp. 149-153.
- 山本英和, 吉田芳則, 小淵卓也, 斎藤徳美, 岩本鋼司 (1997) : 短周期微動のアレイ観測による盛岡市域の地下構造推定, 物理探査, **50**, pp. 93-106.