

研究発表

生産ラインにおける並列化の効果

作業時間分布の影響について

井山俊郎*

生産ラインにおける生産率改善の方法としてBufferの導入が考えられるが、大きな生産率改善を得るにはかなり大きなBuffer容量を導入する必要がある。したがって効果的な生産率改善を行なうには他の方法も同時に考えなくてはならない。ここでは種々の作業時間分布をもつ生産ラインの並列化による効果をシミュレーションを用いて議論し、その効果を仮想Buffer容量なる尺度を用いて簡明に表わす。この結果、仮想Buffer容量は種々の作業時間分布に対し近似的にステーション当たりのBuffer容量の一次式で表わされ、並列化の効果が大きいことが明らかにされる。

The Effectiveness of Paralleling in the Production Line

A Study on the Effect of the Operation Time Distribution

Toshirou IYAMA

One of the important problems is to increase the production rate in designing the production line. In this paper the effectiveness of paralleling the series lines is presented by the simulation method, which is represented by the imaginary buffer capacity. Consequently, it is shown that the imaginary buffer capacity presents the effect of the various design factors on the effectiveness very simply and the imaginary capacity is represented by the linear equation. And it is shown that the paralleling is very useful to increase the production rate.

1. はじめに

生産ラインにおける生産率改善の方法としてBufferの導入が考えられ、現在までHuntら〔1〕～〔6〕により、直列型生産ラインを中心にその導入効果が数多く研究されている。しかしこれらの結果によると、導入されるBuffer容量が大きくなるにつれ生産率は向上してゆくが、生産率の増加量は小さくなるため、大きな生産率改善を得るにはBuffer容量を大きくとる必要がある。したがってBufferスペースが大きくとれない場合や効果的な生産率改善を行なうには、他の方法も同時に考えることが重要となる。

その一つの方法として生産ラインの並列化が考えられWildら〔7〕,〔8〕によりその効果が考察されているが、現在まで並列型生産ラインに関する研究は十分行なわれてきたとはいえ、並列化の効果も十分に解明されていない。

本研究では、種々の作業時間分布をもつ生産ラインの定常状態における並列化の効果を、シミュレーションを用いて分析し、仮想Buffer容量なる尺度を用いてその効果を定量的に考察し、この仮想Buffer容量から並列型生産ラインの生産率が近似的に精度よく推定可

能となることを示す。ここでシミュレーションを用いるのは、ある種の作業時間分布をもつ並列型生産ラインの挙動をマルコフモデルで表わすことは可能であるが、そのときマルコフモデルの状態数が莫大なものとなり、数値計算によっても解くことが困難であり、また正規分布等の作業時間分布をもつ並列型生産ラインは、解析的に解くための数学モデルを作成することが困難と考えられるからである。

2. モデル

ここで取り扱う並列型生産ラインは図1に示すように、各工程間Buffer容量 M/S をもつ直列型生産ライン S 本を並列化したものであり工程数 L 、各工程内ステーション数 S 、各工程間Buffer容量 M で定義される。

この並列型生産ラインにおけるWorkの流れを規定する数学モデルを考える。このときモデルの定式化に対し次の仮定を置く。

(1) 工程1への入力Workは無数個存在し、工程1の各ステーションでは入力Workの欠乏によるIdle現象が発生せず、最終工程の各ステーションでは作業完了したWorkがただちにステーション外に出力され、Blok現象が発生しない。

(2) 同一工程内の各ステーションは同一の作業を行なう。また各工程の各ステーションの作業時間はすべて独立で、同一の作業時間分布をもつ。

*岩手大学(Iwate University)

昭和54年度秋季研究発表会にて発表

受付：昭和54年12月13日

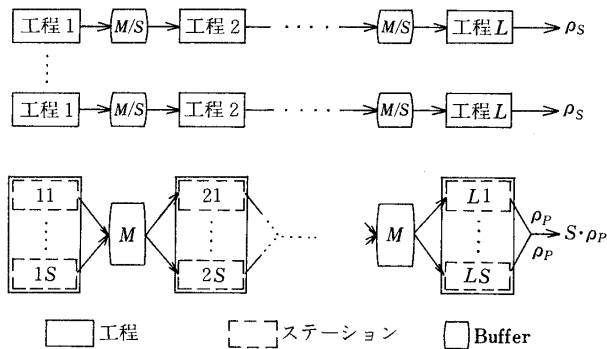


図1 直列型生産ラインと並列化

(3) モデルにおける Work の流れの展開において、ラインの初期状態はすべてのステーションに Work が存在し、作業が着手されようとしており、Buffer内に Work が存在しない状態である。

また並列型生産ラインにおいては同一工程内に複数のステーションが存在するので、各ステーションの Idle 現象、Block 現象の発生と解除に対し優先順位を考える必要がある。ここではシミュレーション実行時にステーション番号の小さな順に優先順位を与えた。しかしここで取り扱われる生産ラインでは、同一工程内の各ステーションが同一の作業を行ない、同一の作業時間分布をもつため、定常状態では任意の優先順位に対し各工程からの Work の平均出力間隔が等しくなり、最終的に優先順位はラインの生産率に影響をもたない。

生産ラインにおける Work の流れは、各 Work に対する作業時間と各工程内のステーションで発生する Idle 時間、および Block 時間から定められる。いま初期状態で工程 i の各ステーションに与えられる Work の作業時間を $X_{i,k}$ ($i = 1, 2, \dots, L; k = 1, 2, \dots, S$)、その後工程 $i \rightarrow j$ 番目に入力される Work の作業時間を $X_{i,S+j}$ ($j = 1, 2, \dots$)、工程 i から j 番目に出力される Work の出力後、次の Work が入力されずステーションが遊ぶ Idle 時間を $I_{i,j}$ 、工程 i で j 番目に作業完了した Work が次の工程 $i + 1$ や Buffer が Work で満たされているため出力されず、ステーションが遊ぶ Block 時間を $B_{i,j}$ とする。このとき $I_{i,j}$ は、工程 $i - 1$ から j 番目に出力される Work の出力時刻と、工程 i から j 番目に出力される Work の出力時刻の差で与えられ、また $B_{i,j}$ は、工程 $i + 1$ から $j - M$ 番目に出力される Work の出力時刻と、工程 i から j 番目に出力される Work の作業完了時刻の差で与えられ、工程 i から j 番目に出力される Work の出力時刻を $O_{i,j}$ とすると、次式のように表わされる。

$$I_{1,j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots)$$

$$B_{L,j} = 0 \quad (j = 1, 2, \dots)$$

$$I_{i,j} = [O_{i-1,j} - O_{i,j}]^+ \quad (i = 2, 3, \dots, L; j = 1, 2, \dots)$$

$$B_{i,j} = [O_{i+1,j-M} - \text{Min}(\text{Min}^*\{\text{Min}^*\{\dots\text{Min}^*\{\text{Min}^*\{X_{i,1}, \dots, X_{i,S}, O_{i,1} + I_{i,1} + X_{i,S+1}\}, \dots\}, O_{i,j-2} + I_{i,j-2} + X_{i,S+j-2}\}, O_{i,j-1} + I_{i,j-1} + X_{i,S+j-1}\})]^+ \quad (i = 1, 2, \dots, L-1; j = M+1, M+2, \dots)$$

$$B_{i,j} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, L-1; j = 1, 2, \dots, M)$$

$$O_{i,j} = \text{Min}(\text{Min}^*\{\text{Min}^*\{\dots\text{Min}^*\{\text{Min}^*\{X_{i,1}, \dots, X_{i,S}, O_{i,1} + I_{i,1} + X_{i,S+1}\}, \dots\}, O_{i,j-2} + I_{i,j-2} + X_{i,S+j-2}\}, O_{i,j-1} + I_{i,j-1} + X_{i,S+j-1}\}) + B_{i,j} = \text{Min}_{(j)}(X_{i,1}, \dots, X_{i,S}, O_{i,1} + I_{i,1} + X_{i,S+1}, \dots, O_{i,j-1} + I_{i,j-1} + X_{i,S+j-1}) + B_{i,j} \quad (i = 1, 2, \dots, L; j = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

ただし上式の中で $[X]^+ = \text{Max}(0, X)$ 、 $\text{Min}^*\{\dots\}$ はカッコ内の最小値をもつ要素を除いた要素の集合、 $\text{Min}_{(j)}$ はカッコ内の j 番目に小さな値をもつ要素を表わしている。

この結果、並列型生産ラインの生産率 ρ_P^* は最終工程からの Work の平均出力間隔 \bar{O}_L の逆数で与えられ、工程 L の各ステーションで発生する平均作業時間、平均 Idle 時間、平均 Block 時間をそれぞれ \bar{X}_L 、 \bar{I}_L 、 \bar{B}_L とすると

$$\rho_P^* = \frac{1}{\bar{O}_L} = S \cdot \frac{1}{\bar{I}_L + \bar{X}_L + \bar{B}_L} = S \cdot \frac{1}{\bar{I}_L + \bar{X}_L} \quad (2)$$

で表わされ、ステーション当たりの生産率 ρ_P は

$$\rho_P = \frac{1}{S} \cdot \rho_P^* = \frac{1}{\bar{I}_L + \bar{X}_L}$$

で表わされる。以後の並列化の効果は、対応する直列型生産ラインの生産率 ρ_S と比較するため ρ_P を用いて調べる。

3. シミュレーション条件

ここで取り扱われるモデルは、各工程内の各ステーションにおける作業時間分布が同一で平均 1 の指数分

布, $K=2,3,5,10$ Erlang 分布, 正規分布 (標準偏差 $\sigma=0.3$) であり, 工程数 L が 2~5, 各工程内ステーション数 S が 2~5, 各工程間Buffer容量 M が 0~10 である. また, これらの並列型生産ラインにおける種類のパラメータの影響や並列化の効果を調べるため, 対応する条件をもつ直列型生産ラインについても各工程間Buffer容量 M/S を 0~20 まで変化させその生産率を求めている.

なおシミュレーション結果はサンプル数 10,000 個すなわち 10,000 個の Work の流れをシミュレーションしたデータの平均値を使用し, 並列化の効果は, Buffer容量およびステーション数の変化に対し同一の作業時間系列を用いて, すなわち使用乱数系列を固定して調べた.

4. 結果の解析

4.1 並列化の効果

種々の作業時間分布をもつ並列型生産ラインにおいて工程数 L , ステーション数 S , Buffer容量 M なるパ

ラメータの生産率に及ぼす影響の代表的な例を図2,3に示す. また並列化による生産率増加量 $\rho_p - \rho_s$ の代表的な例を表1に示す. これらの結果から, 作業時間分布のばらつきが大きくなるにつれ並列化による生産率の増加量が大きくなり, とくに工程数 L が大きいほど並列化の効果が大きいことがわかる. またステーション数 S の増加は生産率を増加させるが, その増加量は S が大きくなるにつれ, しだいに小さくなることが示される.

さらにステーション当たり同一の生産率 ρ_p をもつ各生産ラインにおいて, ステーション当たりのBuffer容量を等しく増加させた場合の, 生産率増加量 $\Delta\rho_p$ から並列型生産ラインの特徴的性質が明らかにされる. それは図2,3に示されているように, ステーション数が増えるにつれ $\Delta\rho_p$ が大きくなっている点であり, いいかえると直列型生産ラインと同じ生産率あるいは生産率の増加量は, ステーション数が大きくなるにつれ, ステーション当たり小さなBuffer容量あるいはBuffer容量増加で達成できるという点である. これはステー

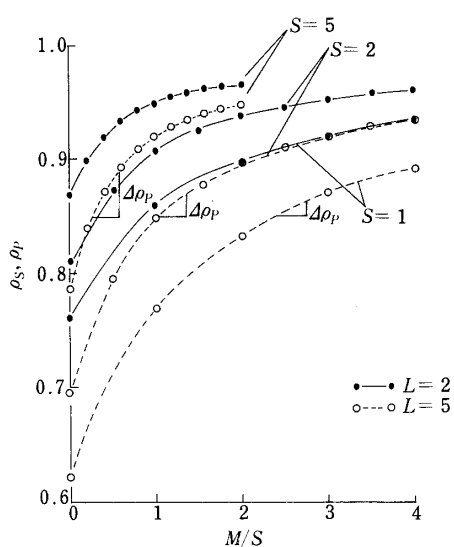


図2 並列型生産ラインの生産率 ($K=3$)

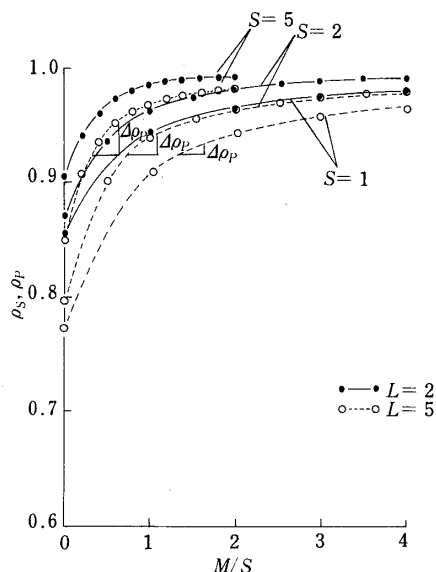


図3 並列型生産ラインの生産率 (正規)

表1 並列化による生産率増加 ($\rho_p - \rho_s$)

分布	$\frac{M}{S}$	$S=2$				$S=5$			
		$L=2$	$L=3$	$L=4$	$L=5$	$L=2$	$L=3$	$L=4$	$L=5$
$K=1$	0	0.0844	0.0990	0.1075	0.1093	0.1660	0.2036	0.2226	0.2323
	1	0.0825	0.1005	0.1125	0.1188	0.1572	0.1989	0.2260	0.2377
	2	0.0738	0.0915	0.1041	0.1127	0.1375	0.1773	0.2025	0.2145
$K=3$	0	0.0485	0.0613	0.0677	0.0721	0.1086	0.1375	0.1545	0.1644
	1	0.0463	0.0640	0.0723	0.0786	0.0900	0.1237	0.1418	0.1527
	2	0.0368	0.0524	0.0604	0.0647	0.0673	0.0947	0.1082	0.1140
正規	0	0.0176	0.0226	0.0245	0.0263	0.0518	0.0666	0.0743	0.0790
	1	0.0203	0.0267	0.0296	0.0316	0.0412	0.0525	0.0588	0.0611
	2	0.0157	0.0193	0.0214	0.0217	0.0265	0.0348	0.0383	0.0398

ション当たりのBuffer容量増加が、直列型生産ラインより並列型生産ラインにおいて有効に働いていることを示しており、次に仮想Buffer容量なる尺度を用いて詳細に検討される。

この仮想Buffer容量 M_I は、図1に示すように S 本の直列型生産ラインの並列化によって得られるステーション当たりの生産率 ρ_p を、元の直列型生産ラインで得るのに必要なBuffer容量であり、並列化の効果は、元の直列型生産ラインのBuffer容量 M/S を用いると $M_I - M/S$ で与えられることになる。ここでは、 M_I を対応する直列型生産ラインの生産率 ρ_s とBuffer容量 M/S の関係から、Newtonの前進補間公式[9],[10]を用いて求めている。

代表的な例として、指数分布、正規分布を作業時間分布としてもつモデルの M_I と M/S の関係を S, L をパラメータにとり図4,5に示す。また各モデルの $M/S \geq 1$ における M_I と M/S の関係を最小二乗法により

求め、その推定直線 $M_I = a + b \cdot (M/S)$ を表2に示す。このとき推定直線の精度 (ERR) の評価は推定直線とシミュレーションデータの差の二乗平均の平方根で表わした。

図4,5および表2より並列型生産ラインにおける種のパラメータの影響が簡明に示される。すなわち作業時間分布のばらつきが大きくなるにつれ M_I の値が大きくなり、またステーション数の増加による M_I の増加量も大きくなり並列化の効果は大であるが、作業時間分布に関係なく M_I と M/S は種々の S に対し近似的に直線関係で表わされ、その傾き b はほぼステーション数 S 、つまり並列化される直列型生産ラインの数に等しくなる。この性質は、指数分布の場合 M/S が小さな値に対しても近似的に成立していると考えられるが、作業時間分布のばらつきが小さくなるにつれ M/S の小さなところでは成立しなくなり、この直線より高い値となる。しかしこの場合 M/S がほぼ1以上で直線関係

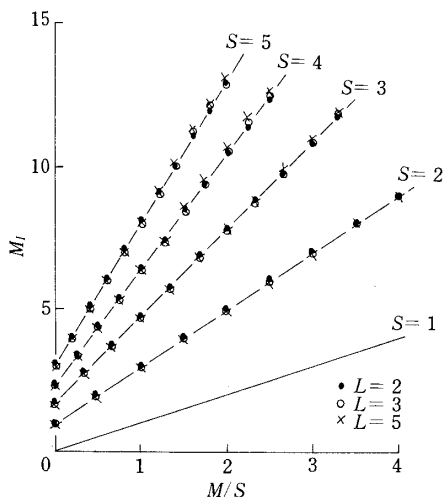


図4 仮想Buffer容量 ($K=1$)

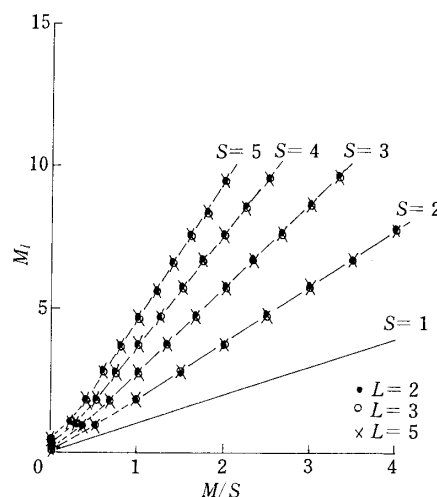


図5 仮想Buffer容量 (正規)

表2 M_I の推定 (L の影響を考慮した場合)

分布	L	$S=2$			$S=3$			$S=4$			$S=5$		
		a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR
$K=1$	2	1.06	1.99	0.02	1.99	2.95	0.06	2.71	3.84	0.06	3.55	4.70	0.05
	3	0.81	2.06	0.09	1.36	3.16	0.06	2.08	4.18	0.06	2.81	5.09	0.08
	4	1.00	1.99	0.05	1.63	3.09	0.05	2.04	4.36	0.02	2.82	5.29	0.06
	5	1.00	1.99	0.03	1.60	3.12	0.02	2.15	4.24	0.03	2.95	5.16	0.03
$K=5$	2	0.09	2.01	0.03	0.17	3.01	0.05	0.05	4.13	0.03	0.30	5.07	0.06
	3	0.11	1.99	0.02	0.28	2.95	0.03	0.31	3.95	0.02	0.34	5.01	0.05
	4	0.13	1.97	0.03	0.29	2.94	0.03	0.46	3.82	0.02	0.52	4.85	0.05
正規	5	0.15	1.97	0.02	0.29	2.95	0.05	0.34	3.94	0.03	0.46	4.91	0.03
	2	-0.15	1.99	0.04	-0.16	2.99	0.05	-0.15	3.91	0.03	-0.18	4.85	0.08
	3	-0.07	1.96	0.03	-0.06	2.89	0.04	-0.12	3.87	0.04	0.05	4.67	0.05
	4	-0.11	1.99	0.03	-0.11	2.96	0.02	-0.16	3.96	0.04	-0.13	4.85	0.03
	5	-0.15	2.01	0.03	-0.14	2.97	0.02	-0.11	3.91	0.02	-0.17	4.89	0.01

$$M_I = a + b \cdot (M/S)$$

が成立すると認められ、この直線は M_I の漸近線あるいは近似直線であると考えられる。また工程数の増加に対して M_I の値は多少変化しているが、図4,5および表2に示されているようにその変化量はかなり小さいため、工程数の増加は M_I に対しほとんど影響をもたず、各工程数に対し M_I は $M/S \geq 1$ のとき同一直線で表わされるといえる。この状況を調べるため、表3に $L=2 \sim 5$ における $M/S \geq 1$ の全データから最小二乗法により求めた推定直線とそのERRを示す。この結果ERRはかなり小さいことが示され、各工程数に対し M_I は $M/S \geq 1$ で近似的に同一直線で表わされることが明らかとなる。

以上のことから、並列型生産ラインに対する仮想Buffer容量は、ステーション当たりのBuffer容量が大きくなるにつれ、作業時間分布や工程数に関係なく傾きがステーション数の直線で近似的に表わされ、直列型生産ラインにおけるBuffer容量の増加 $\Delta(M/S)$ は、この直列型生産ライン S 本の並列化により S 倍され、 $S \cdot \Delta(M/S)$ のBuffer容量増加と等しい効果をもつようになる。これはBufferスペースが大きくとれないような状況下で、あるいはBufferを効果的に利用するとき、並列化がかなり有効な方法であることを示し、その定量的効果を明らかにする。

4.2 並列型生産ラインの生産率推定

前述したように、並列型生産ラインの種々のパラメータの生産率に及ぼす影響は仮想Buffer容量なる尺度を用いて示され、この仮想Buffer容量は近似的に傾き S の直線で表わされる、あるいは漸近する。したがって、仮想Buffer容量、さらに直列型生産ラインの生産率とBuffer容量の関係が精度よく得られるなら、逆に並列型生産ラインの生産率 ρ_p が推定可能となる。

従来から行なわれている研究は、種々の直列型生産ラインの生産率とBuffer容量の関係を、正しくあるいは近似的に精度よく求めているため、並列型生産ラインの生産率を求めるには仮想Buffer容量の推定が問題となる。これに対し文献[8]は、作業時間が指数分布の場合の仮想Buffer容量 M_I を解析的に求め、 $L=2$ のときは傾き S の直線となり、 $L=3$ のときはBuffer容量が大きくなるにつれ傾き S の直線となることを明らかにしている。一方、表3で示した結果は種々のシミュレーション誤差を含んでいると考えられるが、傾きはこの値とはほぼ一致し、また他の作業時間分布に対しても指数分布の場合と同様の値を示している。したがってこれらの結果から並列型生産ラインにおける M_I は本質的に M/S が大きくなるにつれ傾き S の直線となる、あるいはこの直線に漸近すると考えられ、とく

に $M/S \geq 1$ ではこの漸近線と M_I はほぼ一致していると考えられる。これを調べるため傾きを S と仮定し、図4,5に示される $M/S \geq 1$ の各仮想Buffer容量(各点の座標を $(M_{(i)}/S, M_{I(i)})$ で表わす)から直線とそのERRを推定する。これは、 $M_I = a + b \cdot (M/S)$ で表わされる直線と仮想Buffer容量の座標が次式を最小化するように定数 a を定めたものであり、結果は表4に示される。

$$\sum_i (M_{I(i)} - a - S \cdot (M_{(i)}/S))^2 \quad (3)$$

この結果、表4に示されるERRは表2のERRと同様であり、さらにERRの範囲内で各 L に対し a の値はほぼ一致していると考えられるため、工程数に独立に M_I の推定直線が傾き S の直線で与えられることになる。この直線は $L=2 \sim 5$ における $M/S \geq 1$ のすべてのデータから(3)式を用いて推定され、表5のようになる。

表6~8に、表5で示される仮想Buffer容量の式と直列型生産ラインに対するシミュレーション結果を用いて推定した、並列型生産ラインの生産率 ρ_p を示す。また表6~8には対応する並列型生産ラインのシミュレーション結果、あるいはマルコフモデルにより解析的に得られた結果を比較のため付記してある。

表6~8から、作業時間分布のばらつきが小さくなるにつれ表5の a の値は負の値をもつため ρ_p の推定は不可能であるが、 $M/S \geq 1$ ではかなり精度よく ρ_p が推定されることが明らかとなり、種々の作業時間分布に対し傾き S をもつ仮想Buffer容量を用いて、並列化の効果や並列型生産ラインにおけるBuffer容量増加に対する生産率増加量の推定が可能となる。

5. 結 論

並列型生産ラインの種々のパラメータの影響は仮想Buffer容量なる尺度を用いて簡明に表わされ、並列化の効果に対し以下の諸点が明らかにされた。

(1) 並列化の効果は作業時間分布のばらつきが大きいほど大である。

(2) 工程数は仮想Buffer容量にほとんど影響を与えないため、並列化の効果は作業時間分布とステーション数により決定される。

(3) 各作業時間分布に対し、仮想Buffer容量はステーション当たりのBuffer容量の一次式で表わされる、あるいは一次式に漸近すると考えられ、その傾きは近似的にステーション数 S となる。

(4) したがって直列型生産ラインのBuffer容量増加は、並列化されたとき S 倍のBuffer容量増加の効果をもたらす、並列化の効果は大である。

表3 M_I の推定 (L の影響を考慮しない場合)

分 布	S = 2			S = 3			S = 4			S = 5		
	a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR
K=1	0.97	2.01	0.07	1.63	3.08	0.10	2.25	4.16	0.15	3.03	5.06	0.15
K=2	0.51	1.99	0.06	0.86	3.02	0.09	1.26	3.99	0.13	1.45	5.13	0.18
K=3	0.28	2.00	0.04	0.50	3.02	0.05	0.82	4.03	0.09	1.16	4.99	0.14
K=5	0.12	1.98	0.04	0.25	2.96	0.05	0.29	3.96	0.08	0.40	4.96	0.07
K=10	-0.06	1.97	0.03	-0.05	2.95	0.03	-0.04	3.91	0.06	0.04	4.76	0.08
正 規	-0.12	1.99	0.05	-0.12	2.95	0.06	-0.13	3.91	0.05	-0.11	4.82	0.07

$$M_I = a + b \cdot (M/S)$$

表4 M_I の推定 (傾きをSとしLの影響を考慮した場合)

分 布	L	S = 2			S = 3			S = 4			S = 5		
		a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR
K=1	2	1.02	2	0.02	1.79	3	0.07	2.42	4	0.10	3.09	5	0.11
	3	0.99	2	0.12	1.70	3	0.14	2.40	4	0.11	2.94	5	0.09
	4	0.96	2	0.05	1.84	3	0.09	2.66	4	0.18	3.25	5	0.11
	5	0.98	2	0.03	1.86	3	0.10	2.58	4	0.13	3.19	5	0.06
K=5	2	0.11	2	0.03	0.19	3	0.05	0.29	4	0.08	0.40	5	0.07
	3	0.07	2	0.02	0.16	3	0.05	0.23	4	0.03	0.36	5	0.05
	4	0.05	2	0.05	0.15	3	0.06	0.15	4	0.09	0.29	5	0.07
	5	0.05	2	0.05	0.18	3	0.06	0.23	4	0.04	0.32	5	0.04
正 規	2	-0.18	2	0.04	-0.19	3	0.05	-0.32	4	0.06	-0.40	5	0.09
	3	-0.20	2	0.06	-0.29	3	0.09	-0.34	4	0.08	-0.44	5	0.12
	4	-0.15	2	0.03	-0.19	3	0.04	-0.25	4	0.04	-0.36	5	0.06
	5	-0.12	2	0.03	-0.21	3	0.03	-0.28	4	0.05	-0.34	5	0.04

$$M_I = a + b \cdot (M/S)$$

表5 M_I の推定 (傾きをSとしLの影響を考慮しない場合)

分 布	S = 2			S = 3			S = 4			S = 5		
	a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR	a	b	ERR
K=1	0.99	2	0.07	1.80	3	0.12	2.52	4	0.17	3.12	5	0.15
K=2	0.49	2	0.06	0.90	3	0.09	1.23	4	0.13	1.65	5	0.19
K=3	0.28	2	0.04	0.56	3	0.05	0.88	4	0.09	1.16	5	0.14
K=5	0.07	2	0.05	0.17	3	0.06	0.22	4	0.08	0.34	5	0.07
K=10	-0.14	2	0.05	-0.15	3	0.05	-0.19	4	0.07	-0.32	5	0.11
正 規	-0.16	2	0.05	-0.22	3	0.07	-0.30	4	0.07	-0.38	5	0.09

$$M_I = a + b \cdot (M/S)$$

表6 ρ_p の推定 ($K=1$)

L	S	M=0	M=1	M=2	M=4	M=6	M=8	M=10	
2	2	.748	.797	.830	.871	.895	.912	.925	
		(.750)	(.800)	(.833)	(.875)	(.900)	(.917)	(.929)	
	3	.789	.824	.849	.882	.902	.917	.930	
		(.791)	(.827)	(.852)	(.886)	(.907)	(.922)	(.932)	
	4	.816	.843	.863	.890	.908	.922	.933	
		(.816)	(.845)	(.866)	(.894)	(.913)	(.926)	(.935)	
	5	.833	.856	.873	.897	.913	.926	.935	
		(.834)	(.856)	(.875)	(.900)	(.917)	(.929)	(.938)	
	3	2	.670	.732	.771	.826	.859	.881	.897
			(.666)	(.732)	(.776)	(.831)	(.864)	(.886)	(.898)
3		.723	.765	.797	.841	.869	.888	.902	
		(.718)	(.767)	(.801)	(.845)	(.873)	(.893)	.903	
4		.755	.788	.816	.852	.877	.893	.907	
		(.751)	(.790)	(.818)	(.856)	(.881)	.893	.907	
5		.776	.806	.829	.861	.882	.898	.912	
		(.774)	(.806)	(.830)	(.864)	(.886)	.897	.910	
5		2	.605	.676	.725	.789	.828	.854	.873
			.597	.674	.725	.789	.828	.854	.874
	3	.665	.717	.755	.806	.840	.863	.880	
		.656	.715	.753	.806	.840	.864	.882	
	4	.704	.745	.777	.821	.849	.870	.886	
		.694	.740	.772	.818	.849	.871	.887	
	5	.730	.765	.792	.830	.856	.875	.890	
		.720	.760	.788	.829	.856	.876	.891	

上段は推定値, 下段はシミュレーション値, ただし()はマルコフモデルによる

表7 ρ_P の推定 ($K=3$)

L	S	$M=0$	$M=1$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=8$	$M=10$
2	2	.800	.875	.908	.937	.953	.961	.966
		.811	.875	.907	.937	.953	.961	.966
	3	.829	.887	.914	.940	.954	.962	.967
		.839	.886	.913	.940	.954	.962	.967
	4	.853	.897	.920	.943	.956	.963	.968
.857		.896	.918	.942	.955	.962	.967	
5	.869	.905	.925	.945	.957	.963	.968	
	.871	.901	.921	.944	.956	.963	.968	
3	2	.732	.828	.871	.914	.933	.944	.953
		.747	.830	.873	.914	.933	.944	.953
	3	.768	.843	.880	.918	.935	.946	.954
		.783	.845	.881	.918	.935	.946	.954
	4	.799	.857	.889	.921	.937	.947	.955
.807		.856	.887	.921	.937	.948	.955	
5	.820	.867	.895	.924	.939	.948	.956	
	.824	.865	.892	.923	.939	.949	.956	
5	2	.677	.792	.846	.898	.922	.936	.944
		.695	.795	.847	.899	.922	.935	.945
	3	.720	.810	.857	.902	.924	.937	.946
		.738	.813	.857	.902	.924	.937	.946
	4	.757	.828	.868	.907	.927	.938	.947
.767		.828	.866	.906	.927	.939	.947	
5	.782	.841	.876	.910	.929	.940	.948	
	.787	.838	.872	.910	.929	.940	.948	

上段は推定値, 下段はシミュレーション値

(5) また並列型生産ラインにおける Buffer 容量と生産率の関係は, 表5に示すような傾き S の仮想 Buffer 容量と直列型生産ラインの生産率から, $M/S \geq 1$ に対し精度よく推定可能である。

参考文献

- [1] Hunt, G.C.: "Sequential Arrays of Waiting Lines," *Oper. Res.*, pp.674-683, Vol. 4, No.6, (1956)
- [2] Barten, K.A.: "A Queueing Simulator for Determining Optimum Inventory Levels in a Sequential Process," *J. Ind. Eng.*, pp. 245-252, Vol. 3, No. 4, (1962)
- [3] Hillier, F.S. and Boling, R.W.: "The Effects of Some Design Factors on the Efficiency of Production Lines with Variable Operation Times," *ibid.*, pp.651-658, Vol.17, No.12, (1966)
- [4] Hillier, F.S. and Boling, R.W.: "Finite Queues in Series with Exponential or Erlang Service Times—A Numerical Ap-

表8 ρ_P の推定 (正規)

L	S	$M=0$	$M=1$	$M=2$	$M=4$	$M=6$	$M=8$	$M=10$
2	2	.937	.964	.982	.988	.991	.993	
		.939	.964	.982	.988	.991	.993	
	3	.933	.963	.982	.988	.991	.993	
		.939	.963	.982	.988	.991	.993	
	4	.929	.962	.981	.988	.991	.993	
.941		.963	.982	.988	.991	.993		
5	.923	.961	.981	.988	.991	.993		
	.943	.963	.981	.988	.991	.993		
3	2	.915	.951	.973	.981	.986	.989	
		.919	.951	.973	.981	.986	.988	
	3	.911	.950	.972	.981	.986	.988	
		.919	.950	.972	.981	.986	.988	
	4	.905	.948	.972	.981	.986	.988	
.921		.950	.972	.981	.986	.988		
5	.898	.946	.971	.981	.986	.988		
	.924	.950	.972	.981	.986	.988		
5	2	.896	.939	.964	.973	.978	.982	
		.902	.939	.964	.973	.978	.982	
	3	.892	.937	.963	.973	.978	.982	
		.902	.938	.963	.973	.978	.982	
	4	.884	.935	.963	.973	.978	.982	
.905		.938	.963	.973	.978	.982		
5	.876	.933	.962	.973	.978	.982		
	.908	.938	.963	.973	.978	.982		

上段は推定値, 下段はシミュレーション値

proach," *Oper. Res.*, pp.286-303, Vol.15, No.2, (1967)

- [5] Anderson, D.R. and Moodie, C.L.: "Optimal Buffer Storage Capacity in Production Line System," *Int. J. Prod. Res.*, pp.233-240, Vol.7, No.3, (1969)
- [6] Knott, A.D.: "The Efficiency of a Series of Work Stations — A Simple Formula," *ibid.*, pp.109-119, Vol.8, No.2, (1970)
- [7] Wild, R. and Slack, N.D.: "The Operating Characteristics of 'Single' and 'Double' Non-Mechanical Flow Line System," *Int. J. Prod. Res.*, pp.139-145, Vol.11, No.2, (1973)
- [8] Iyama, T.: "The Behavior of Some Design Factors in a Parallel Production Line," *J. Oper. Res. Soc. Jpn.*, pp.226-243, Vol.21, No.2, (1978)
- [9] McCalla, T.R.: 「計算機のための数値計算法概論」, サイエンス社, pp.177-205, (1973)
- [10] 石田保士: 「補間係数表」, 培風館, (1953)