

研究発表

Buffer storage の共同利用システムに関する研究

井山俊郎*, 野村正靖*

生産ラインにおける生産率向上の方法として、buffer storage の導入が考えられているが、種々のラインパラメータによりこの導入効果は異なる。したがって、各ラインの互いに空いている buffer スペースを有効に利用し、その利用効率と生産率を向上させる方法を考える必要がある。その一つとして複数本の異なるラインによる buffer storage の共同利用システムが考えられる。本研究では、このシステムの基本的挙動を調べるため、2工程直列型生産ラインの組合せによるシステムをマルコフモデルとして解析し、buffer storage の共同利用効果の優れているシステムのラインパラメータを明らかにする。

A Study on the Production System for Co-Use of the Buffer Storages

Toshirou IYAMA and Masayasu NOMURA

Introducing buffer storage increases the production rates, but the rates are affected by the line parameters, and in some lines the buffer storages are not used efficiently. In this paper we consider the production system for co-use of the buffer storages in the different series production lines in order to increase the production rate and the efficiency of the use of the buffer storage. This system is analyzed by the Markov model and the effectiveness of the system is represented.

1. はじめに

生産ラインにおける生産率改善の方法として緩衝機能をもつ種々の buffer が導入され、その効果が研究されている[1]~[8]。しかし、Huntら[1]~[5]により示された buffer storage の導入効果は、ラインパラメータにより大きく異なりさらに buffer 容量が大きくなるにつれ減少し、大きな生産率向上を得るには大きな buffer 容量が必要となる。したがって、buffer 導入コストを考慮した場合、必ずしも効果的でなく、有効な buffer storage の利用方法を考える必要がある。この方法の一つとして複数本の異なるラインが互いの buffer storage を1カ所に集約しそれを共同で利用し互いの空いているスペースを効果的に使用するシステムが考えられる。

本研究では、このシステムの基本的挙動を明らかにし buffer storage の共同利用効果を示すため、各ラインがそれぞれ異なる製品を作る2工程直列型生産ラインのシステムを解析する。この結果、システム化の効果を生産率と仮想 buffer 容量により評価し、システム

化の効果の優れているラインパラメータの組合せが明らかにになる。

2. モデルと定式化

2.1 Buffer storage の共同利用システム

Buffer storage を共同利用する直列型生産ラインは、それぞれ工程間に buffer storage をもつ2工程ラインであり、各工程の作業時間は互いに独立な指数分布で表される。このとき、図1に示すように buffer storage の共同利用システムを形成する直列型生産ラインの本数を S 、各ラインの工程1、2における作業率を λ_i 、 μ_i ($i=1, 2, \dots, S$) とし各工程間 buffer 容量を M_i ($i=1, 2, \dots, S$) とする。ただし $\sum_{i=1}^S M_i = M$ とする。また、各直列型生産ラインの生産率を R_i 、buffer storage を共同利用後の生産率を R_i^* ($i=1, 2, \dots, S$) とする。

このシステムは各ラインが互いに異なる製品を作るため、製品は元の直列型生産ラインの工程を必ず経由して加工され、他のラインの工程へ混入されない。

2.2 マルコフモデル

前節で示したシステムは、任意の時刻におけるシステムの状態とその推移確率を用いて、マルコフモデルとして定式化される。このとき次の仮定を置く。

*岩手大学 (Iwate University)
昭和57年度秋季研究発表会にて発表
受付：昭和58年1月14日、再受付(2回)
受理：昭和58年7月18日

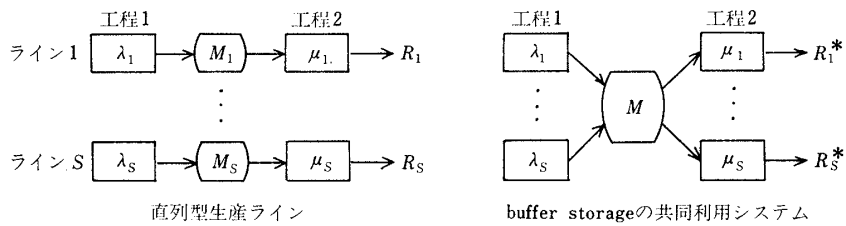


図1 Buffer storageの共同利用システム

(1) すべての直列型生産ラインにおいて、工程1では入力される製品の欠乏によるアイドル状態（手待ち状態）が発生せず、工程2では加工完了した製品がただちに工程外へ出力されブロック状態（閉塞状態）が発生しない。

(2) システムにおいて k 個のライン i_1, i_2, \dots, i_k ($k=1, 2, \dots, S$) の工程1がブロック状態にあるとき、ライン j の工程2からの完成品出力によるライン i_l の工程1のブロック解除確率は P_{j,i_l} で与えられる。ただし、 $\sum_{l=1}^k P_{j,i_l} = 1$ 。

システムのとらうる状態は、システムを構成する各ラインの状態によって形成される。このときラインの状態は、工程1, 2の状態とbuffer内仕掛品数によって形成される。したがって各工程のとらうる状態は W, I, B すなわち加工状態, アイドル状態, ブロック状態となるのでこれらを組み合わせて、ライン i の状態は $[W_i, I_i | 0], [W_i, W_i | m_i], [B_i, W_i | m_i]$ ($i=1, 2, \dots, S; 0 \leq m_i \leq M$) で表わされる。

ただし、カッコ内の第1, 2項はそれぞれライン i の工程1, 2の状態を、'|' 後の変数はライン i のbuffer内仕掛品数を表わす。これらのライン状態を組み合わせてシステムの状態は表1のように6種類考えられ、システムの総状態数 N は(1)式となる。ただし、表1では上述のライン状態をそれぞれ $LI_i, LW_i(m_i), LB_i(m_i)$ で表わしている。また、1例として $S=2$ におけるシステムの状態推移を図2に示す。

$$N = \sum_{i=1}^S C_i \cdot {}_{M+i}C_M + \sum_{i=0}^{S-1} S C_i \sum_{j=1}^{S-i} S_{-i} C_j \cdot {}_{M+S-1-i}C_M \quad (1)$$

この結果、これらの状態の確率ベクトル V とその推移確率行列 P から定常状態方程式 $V = V \cdot P$ を作り、状態確率の総和が1になる条件下で解き状態確率を得る。式(2)に、 $S=2$ のbuffer共同利用システムにおけるライン i の生産率を示す。ただし、 $P[\cdot]$ はシステムの各状態確率を表わす。

表1 システムの状態

状態	条件
$[LI_1, \dots, LI_S]$	
$[LW_{k_1}(m_1), \dots, LW_{k_l}(m_l), LI_{k_{l+1}}, \dots, LI_{k_s}]$	$1 \leq l \leq S-1, 1 \leq k_1, \dots, k_s \leq S (k_i \neq k_j),$ $0 \leq m_i \leq M - \sum_{k=1}^{i-1} m_k (1 \leq i \leq l)$
$[LW_1(m_1), \dots, LW_S(m_S)]$	$0 \leq m_i \leq M - \sum_{k=1}^{i-1} m_k (1 \leq i \leq S)$
$[LW_{k_1}(m_1), \dots, LW_{k_l}(m_l), LB_{k_{l+1}}(m_{l+1}), \dots, LB_{k_s}(m_s)]$	$1 \leq l \leq S-1, 1 \leq k_1, \dots, k_s \leq S (k_i \neq k_j),$ $0 \leq m_i \leq M - \sum_{k=1}^{i-1} m_k (1 \leq i \leq S-1), m_s = M - \sum_{k=1}^{S-1} m_k$
$[LB_1(m_1), \dots, LB_S(m_S)]$	$0 \leq m_i \leq M - \sum_{k=1}^{i-1} m_k (1 \leq i \leq S-1), m_s = M - \sum_{k=1}^{S-1} m_k$
$[LI_{k_1}, \dots, LI_{k_l}, LW_{k_{l+1}}(m_1), \dots, LW_{k_{l+p}}(m_p), LB_{k_{l+p+1}}(m_{p+1}), \dots, LB_{k_s}(m_{S-l})]$	$1 \leq l \leq S-1, 1 \leq p \leq S-l-1, 1 \leq k_1, \dots, k_s \leq S (k_i \neq k_j),$ $0 \leq m_i \leq M - \sum_{k=1}^{i-1} m_k (1 \leq i \leq S-l-1), m_{S-l} = M - \sum_{k=1}^{S-l-1} m_k$

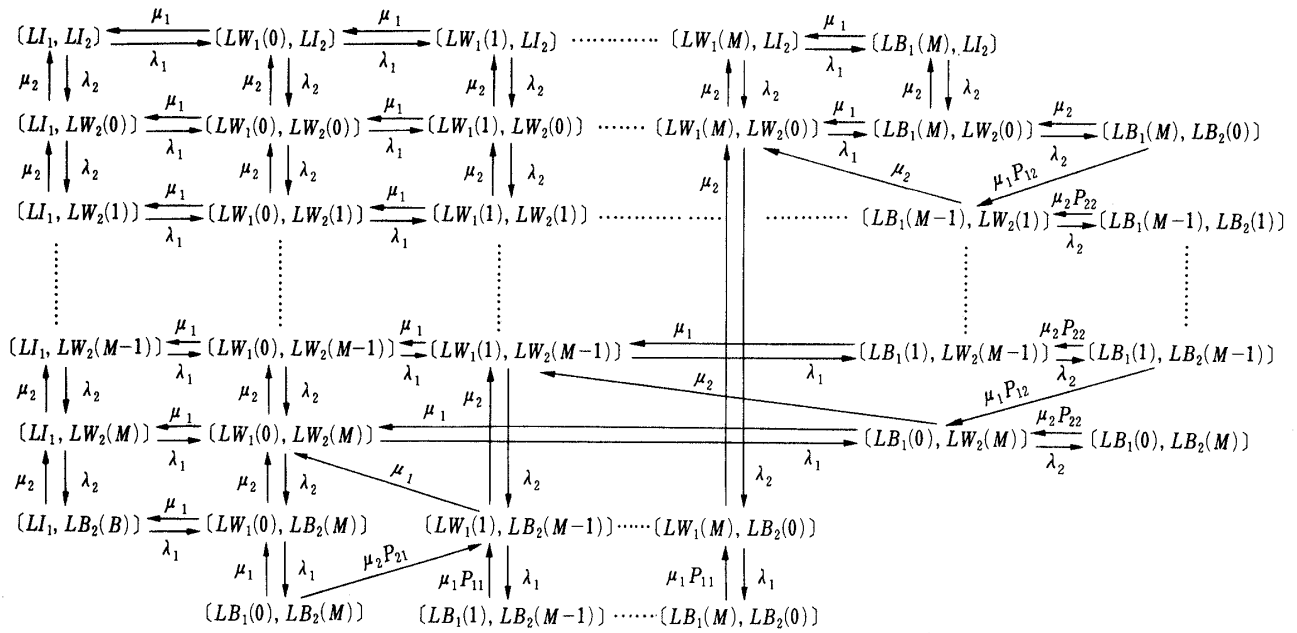


図2 システムの状態推移 (S = 2)

$$\begin{aligned}
 R_1^* = & \mu_1 \cdot \left[\sum_{m=0}^M P[LW_1(m), LI_2] \right. \\
 & + P[LB_1(M), LI_2] \\
 & + \sum_{m_1=0}^M \sum_{m_2=0}^{M-m_1} P[LW_1(m_1), LW_2(m_2)] \\
 & + \sum_{m=0}^M \{ P[LW_1(m), LB_2(M-m)] \\
 & + P[LB_1(M-m), LW_2(m)] \\
 & \left. + P[LB_1(m), LB_2(M-m)] \} \right] \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_2^* = & \mu_2 \cdot \left[\sum_{m=0}^M P[LI_1, LW_2(m)] \right. \\
 & + P[LI_1, LB_2(M)] \\
 & + \sum_{m_1=0}^M \sum_{m_2=0}^{M-m_1} P[LW_1(m_1), LW_2(m_2)] \\
 & + \sum_{m=0}^M \{ P[LW_1(m), LB_2(M-m)] \\
 & + P[LB_1(M-m), LW_2(m)] \\
 & \left. + P[LB_1(m), LB_2(M-m)] \} \right]
 \end{aligned}$$

3. 数値解析

前節で示した buffer storage の共同利用システムは、M = 0 の場合各ラインが独立に働き各ラインの生産率は $R_i^* = R_i$ となる。しかし M ≠ 0 の場合は、ライン数や buffer 容量が増えるにつれ状態数が急増し、状態が複雑な推移を行うため一般式でシステム生産率を解析的に求めることは困難である。したがって、ここでは数値計算により生産率を求める。ただし、S = 2, 3 としブロック解除確率は各ラインに対し等しいとする。

3.1 Buffer storage の共同利用システム の特性

種々のパラメータをもつ直列型ラインから構成されるシステム各ラインの生産率 R_i^* とシステム総生産率 $\sum_{i=1}^S R_i^*$ を図3~5に示す。図には、各ラインが等しい buffer 容量 M/S をもち独立に働く場合の生産率を比較のため一点鎖線で示してある。

図3は同一のバランスライン ($\lambda_i = \mu_i = 1$) の組合せに対する結果である。これより個々の直列型ラインはシステムにおいて S が増加すると単調に生産率を増加させることがわかる。しかし、S の増加による生産率向上はしだいに減少する。

図4は表2に示す異なる作業率をもつバランスラインの組合せに対する結果である。これより M の増加とともに、低作業率のラインが生産率を大きく増し、逆に、高作業率のラインが生産率を減少させることがわかる。これは、M が小さな所でシステムによる buffer storage の効果的利用が現われるが、M が大きくなるにつれ低作業率のラインによる buffer storage の占有が起こるためと考えられる。この現象は作業率の差が大きいラインの組合せほど顕著である。したがって、システム総生産率は M が小さなおとこでわずかに向上するが、M が大きくなるにつれ高作業率ラインの生産率低下のため減少する傾向となる。

図5は、表3に示す種々のアンバランスラインの組合せに対する結果である。これより $\rho_i = \lambda_i / \mu_i < 1$ の同一ラインによるシステムでは互いの空いている buffer storage が効果的に使われ生産率を大きく増加させるが (I, N)、逆に $\rho_i > 1$ の同一ラインによるシステムでは互いの buffer storage を占有しようとし

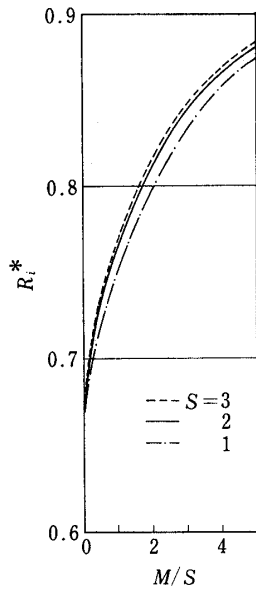


図3 システムの生産率 (バランスライン) $\lambda_i = \mu_i = 1$

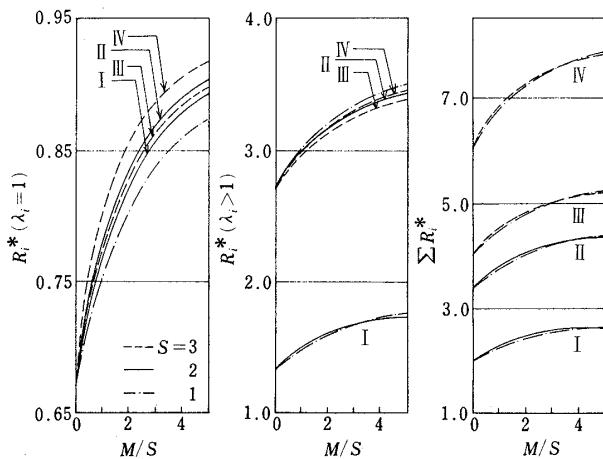


図4 システムの生産率 (バランスライン)

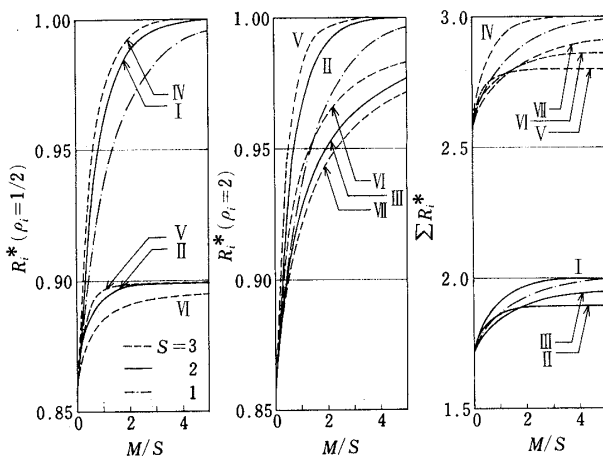


図5 システムの生産率 (アンバランスライン)

表2 ラインパラメータ (バランスライン)

S	No.	λ_1	μ_1	λ_2	μ_2	λ_3	μ_3
2	I	1	1	2	2		
	II	1	1	4	4		
3	III	1	1	1	1	4	4
	IV	1	1	4	4	4	4

表3 ラインパラメータ (アンバランスライン)

S	No.	λ_1	μ_1	λ_2	μ_2	λ_3	μ_3
2	I	1	2	1	2		
	II	1	2	2	1		
	III	2	1	2	1		
3	IV	1	2	1	2	1	2
	V	1	2	1	2	2	1
	VI	1	2	2	1	2	1
	VII	2	1	2	1	2	1

てMが大きくなるにつれ生産率を減少させる (III, VII) ことがわかる. この傾向はSの増加とともに顕著になる. また, $\rho_i < 1$ と $\rho_i > 1$ の異なるラインによるシステムでは, $\rho_i < 1$ のラインが生産率を大きく減少させ一定値に収束し, $\rho_i > 1$ のラインは buffer storage を占有し生産率を増加させる (II, V). しかし $\rho_i > 1$ のライン本数が増えると (VI), III, VIIと同様な現象が起き $\rho_i > 1$ のラインに対する生産率はMの増加とともに減少する. したがって総生産率は, $\rho_i < 1$ の同一ラインによるシステムとMが小さな $\rho_i < 1$, $\rho_i > 1$ のラインによるシステムで向上する.

3.2 仮想buffer容量

前節で示したように buffer storage の共同利用システムは特定の直列型ラインの組合せにおいて生産率を向上させる. ここではこのシステムの効果を仮想buffer容量という別の尺度で評価する. この仮想buffer容量 M_{I_i} ($i = 1, 2, \dots, S$) は, システム内のライン i の生産率 R_i^* をシステム化する前の直列型ライン単独で得るのに必要なbuffer容量である. したがって M_{I_i} は Hunt [1]による直列型ラインの生産率とbuffer容量の関係式を用いて次のように表わされる.

$$M_{I_i} = \begin{cases} \log \frac{R_i^* - \lambda_i}{\lambda_i (R_i^* / \mu_i - 1)} / \log (\lambda_i / \mu_i) - 2 & (\lambda_i \neq \mu_i) \\ \frac{2 \lambda_i - 3 R_i^*}{R_i^* - \lambda_i} & (\lambda_i = \mu_i) \end{cases}$$

この結果, buffer storage の共同利用による生産率向上は, 直列型ラインのbuffer容量を M_i とすると $M_{I_i} - M_i$ という容量のbuffer導入効果で表わすことができ

る。

図6～8に前節と同一ラインパラメータの組合せに対する各ラインの仮想buffer容量 M_{I_i} とシステムの総仮想buffer容量 $\sum_{i=1}^S M_{I_i}$ を示す。また、図にはシステム化される直列型ラインが同一のbuffer容量をもつ場合のbuffer容量 M/S とシステムの総buffer容量 M を比較のため一点鎖線で示してある。

この結果、 $\rho_i = 1$ の同一バランスラインに対しては図6のように M_{I_i} が傾き1の直線に漸近し生産率と同様の傾向をもつが、他のパラメータの直列型ラインの組合せに対しては $\sum_{i=1}^S M_{I_i}$ が $\sum_{i=1}^S R_i^*$ と異なる傾向をもつ場合が示される。その一つは図7のように異なるバランスラインの組合せに対して起こり、 $M > 0$ において $\sum_{i=1}^S M_{I_i} > M$ となる。これは M が増加するにつれ高作業率のラインの M_{I_i} が M/S より小さな値となるが、低作業率のラインの M_{I_i} が M/S を大きく上回るためである。もう一つは図8のように異なるアンバランスラインの組合せに対して起こる。この場合I, III, IV, VI, VIIは生産率と同様の傾向であるが、 $\rho_i < 1$ と $\rho_i > 1$ の組合せであるII, Vは $M > 0$ で $\sum_{i=1}^S M_{I_i} > M$ となる。これは M が増加するにつれ $\rho_i < 1$ のラインに対する M_{I_i} がかなり小さな値に収束するが、 $\rho_i > 1$ のラインに対する M_{I_i} がシステムのbuffer容量 M をほぼ占有するような値となるためである。

以上のことからbuffer storageの共同利用システムは、仮想buffer容量の尺度で考えた場合、幅広いラインの組合せに対し効果をもつと考えられる。

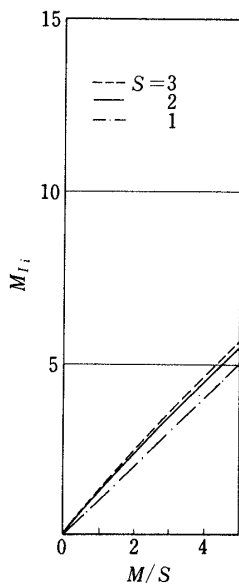


図6 システムの仮想buffer容量 (バランスライン) $\lambda_i = \mu_i = 1$

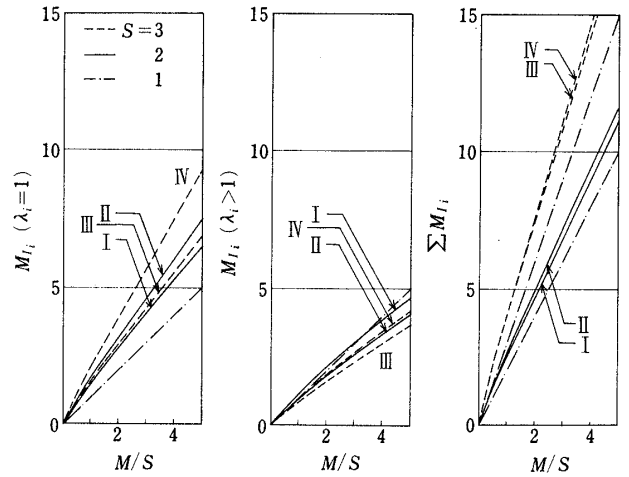


図7 システムの仮想buffer容量 (バランスライン)

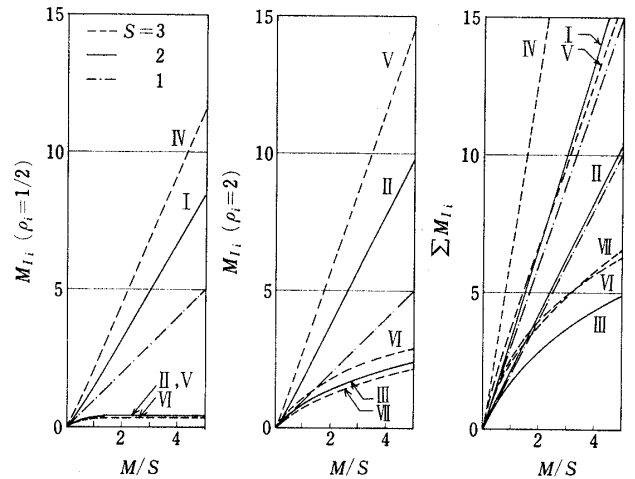


図8 システムの仮想buffer容量 (アンバランスライン)

4. 結論および考察

本研究ではbuffer storageの効果的利用方法の一つとして、複数ラインによるbuffer storageの共同利用システムを提案し、種々のラインパラメータをもつ2工程直列型生産ラインの組合せに対し数値解析を行った。この結果、ラインの組合せ方法によりシステムの効果が大きく変化すること、さらにシステムの効果は生産率と仮想buffer容量の評価方法で大きく異なることが明らかにされた。

また、本研究ではブロック解除確率 $P_{j,i}$ が各ラインに対し等しい場合を扱っているが、個々のラインの重要度に応じて変化させることも可能である。このとき $P_{j,i}$ の影響はラインの組合せ方法により異なるが、 $\rho_i \leq 1$ の同一ラインの組合せ以外に対し大きく現われ

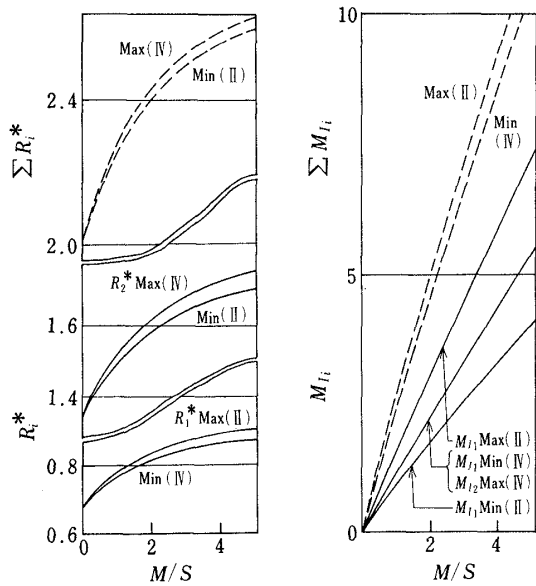


図9 P_{j,i_l} の影響

る。1例として $S=2$, $\lambda_1=\mu_1=1$, $\lambda_2=\mu_2=2$ のシステムにおける P_{j,i_l} をタイプ I $P_{11}=P_{22}=1$, II $P_{11}=P_{21}=1$, III $P_{11}=P_{21}=1/2$, IV $P_{12}=P_{22}=1$, V $P_{12}=P_{21}=1$ と組合せた場合の最大と最小の生産率, 仮想buffer容量を図9に示す。

したがって buffer storage の共同利用システムをさらに効果的に使用するには, 各工場のライン評価基準や組み合わせるラインの重要度に応じた P_{j,i_l} を適切に選択する必要がある。

参考文献

[1] Hunt, G. C. : "Sequential Arrays of Waiting Lines," *Oper. Res.*, pp.674-683, Vol. 4, No. 6, (1956)
 [2] Hillier, F. S. and Boling, R. W. : "The Effects of Some Design Factors on the

Efficiency of Production Lines with Variable Operation Times," *J. Ind. Eng.*, pp. 651-658, Vol. 17, No. 12, (1966)

[3] Knott, A. D. : "The Efficiency of a Series of Work Stations - A Simple Formula," *Int. J. Prod. Res.*, pp.109-119, Vol. 8, No. 2, (1970)
 [4] Wild, R. and Slack, N. D. : "The Operating Characteristics of 'Single' and 'Double' Non-Mechanical Flow Line System," *Int. J. Prod. Res.*, pp. 139-145, Vol. 11, No. 2, (1973)
 [5] 吉田興司, 大見孝吉 : "合流型組立ラインの生産効率", 日本経営工学会誌, pp. 394-399, Vol. 28, No. 4, (1978)
 [6] 村松林太郎, 十代田三知男, 平木秀作 : "混合ラインの工程間バッファの設計に関する研究——作業域に制約のあるモデルの解析(第1報)", 日本経営工学会誌, pp.242-247, Vol.27, No.3, (1976)
 [7] 村松林太郎, 十代田三知男, 平木秀作 : "混合ラインの工程間バッファの設計に関する研究——作業域に制約のあるモデルの解析(第2報)", 日本経営工学会誌, pp.255-261, Vol.27, No.3, (1976)
 [8] 平木秀作 : "工程間バッファの設計方法の理論的解析——混合ラインの工程間バッファの設計に関する研究(第3報)", 日本経営工学会誌, pp.312-317, Vol.28, No.3, (1977)
 [9] McCalla, T. R. : 「計算機のための数値計算法概論」, サイエンス社, pp. 177-205, (1973)